Trabalho 1 - Introdução a Modelagem Computacional

Lucas Müller e Pedro Henrique Santos

Maio 2018

Sumário

1 Propagação de boato numa empresa

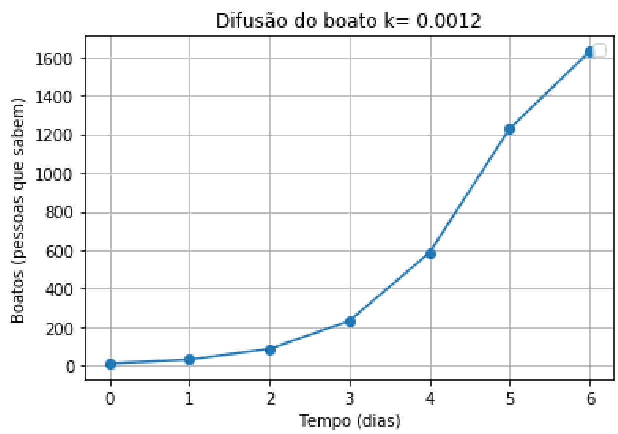
Modelou-se a propagação de um boato em uma empresa, na qual todos os funcionários trabalham no mesmo edifício.

1.1 Propagação com k = 0.0012

Inicialmente testou-se a equação:

$$r_{n+1} = r_n + kr_n(1500 - r_n) \tag{1}$$

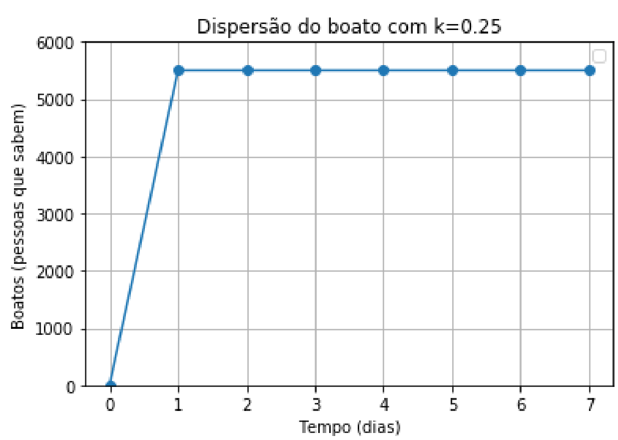
com o parâmetro k = 0.0012 e o número total de pessoas na empresa é 1500, e que 4 pessoas sabiam inicialmente do boato. Notou-se, analisando o gráfico, que após 7 dias, as 1500 pessoa já sabiam do boato



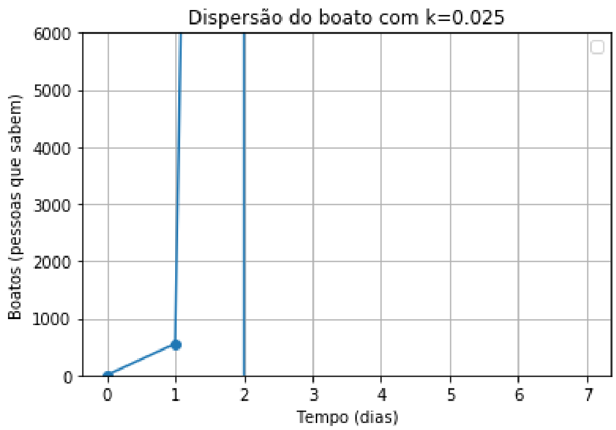
1.2 Propagação com k variando

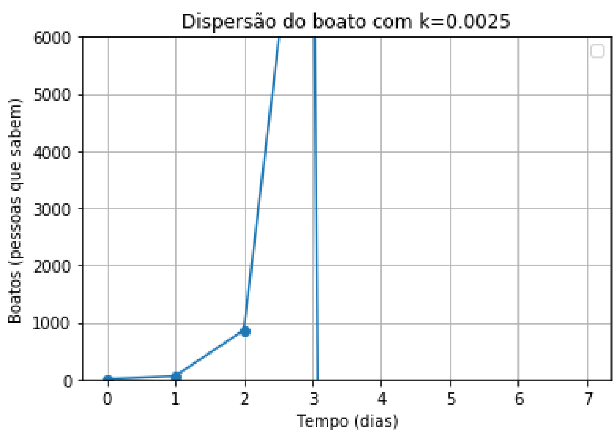
Já na segunda parte, variamos os valores de k (0.25,0.025,0.0025,0.00025) para uma empresa com 5500 funcionários, mantendo em 4 o número de pessoas que sabiam do boato no início. O intuito é ver a dispersão do boato ao longo de 1 semana.

Analisando o gráfico para k = 0.25 percebe-se que a dispersão do boato fica constante.

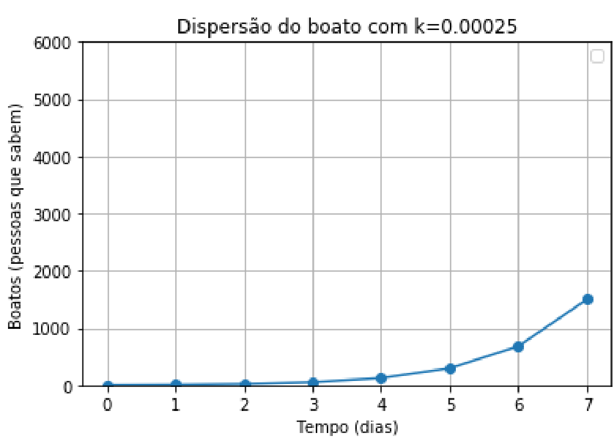


Já para valores de k = 0.025 e k = 0.0025 observou-se que a quantidade de pessoas que sabem do boato cresce de forma de descomedida no primeiro dia, nos dias seguintes há uma queda brusca nesse valor, chegando a ficar negativo, o que seria intangível, tendo em vista que não se pode ter número negativo de pessoas. Por esse motivo o gráfico foi limitado em y igual a 0.





Para o valor de k = 0.00025 o gráfico mostrou um crescimento próximo ao exponencial.

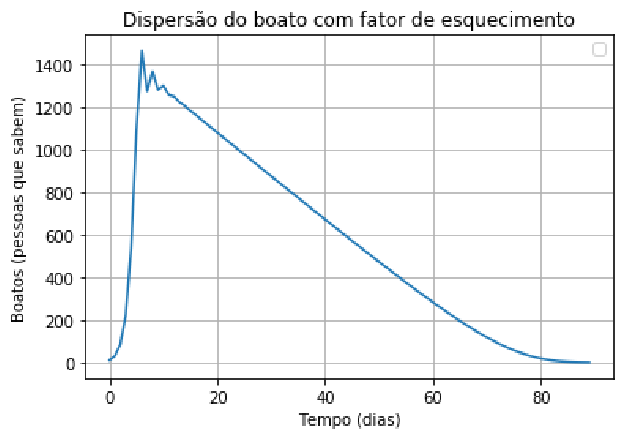


Este modelo é um bom exemplo da relevância do ajuste dos coeficientes em questão, uma vez que foi observado comportamentos plenamente diferentes variando apenas o coeficiente k.

1.3 Esquecimento do boato

Foi adicionado um fator de esquecimento do boato (e), como proposta de controlar a taxa de crescimento do mesmo. Tal fator é multiplicado pelo número de dias (d) que se passaram desde a ocorrência do boato. A equação ficou:

$$r_{n+1} = r_n + r_n k(1500 - r_n) - r_n e * d \tag{2}$$



2 Determinação do estado do mercado de ações

Neste exercício, modelou-se o funcionamento de um mercado de ações para 4 mil empresas visando analisar o estado estacionário do mercado ao longo dos tempo, medido meses.

2.1 Estado estacionário do mercado

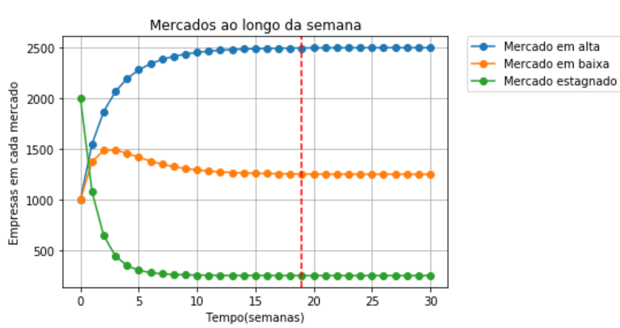


Figure 1: Mercado de Ações

Constata-se pelo gráfico que inicialmente, principalmente nas primeiras 5 semanas, o número de empresas no mercado estagnado cai bastante (de 2000 para pouco menos de 500), ao passo que o número de empresas no mercado alto, juntamente com as empresas no mercado em baixa aumentam. Vão para pouco mais de 2000 e pouco menos de 1500, respectivamente. Ao decorrer das semanas, observa-se que o modelo converge para um estado estácionario, no qual o número de empresas em cada tipo de mercado se mantém, praticamente, constante. A linha tracejada indica justamente esse momento, que ocorre por volta da 19ª semana. Vale ressaltar que consideramos um estado estacionário quando a variação de ambos tipos de mercados são menores que 1. Após a convergência, o número de empresas no mercado em alta, em baixa e estagnado foram respectivamentes: 2500,1250 e 250.

3 Relação entre oferta e demanda

Neste problema modelou-se o funcionamento de um mercado, avaliando a relação entre o preço e a quantidade ofertada de um determinado produto de acordo com as equações abaixo:

$$P_{n+1} = P_n - 0.1(Q_n - 500) \tag{3}$$

$$Q_{n+1} = Q_n + 0.2(P_n - 100) \tag{4}$$

3.1 Avaliação do modelo

Observando a equação do produto, intuitivamente faz sentido, uma vez que a se a quantidade ofertada(Qn) for alta (no caso, maior que 500) , o preço tende a diminuir, devido ao coeficiente -0.1.
Já na equação da quantidade, se o preço do produto for muito alto (maior que 100), a quantidade do mesmo aumenta, uma vez que menos gente compra.
Os valores inicias 500 e 100 são pontos críticos, já que, com os valores iniciais 500 e 100 o preço e a quantidade se mantém constante, se for maior, converge para um ponto e se for menor converge pra outro.

Já o sinal negativo que acompanha o fator 0.1 na equação do preço deve-se ao fato de que caso a quantidade seja maior do que 500, a quantidade de produtos será grande, e consequentemente, o preço diminuirá. Por outro lado, o sinal positivo na equação da quantidade representa justamente o oposto, ou seja, caso o preço seja elevado (acima de 100) a tendência será menos pessoas comprarem , e portanto, a quantidade aumenta.

Para o primeiro caso, p e q possuem valores iniciais igual à 100 e 500 respectivamente,os valores se mantém inalterados, já que, o segundo termo da equação é 0.

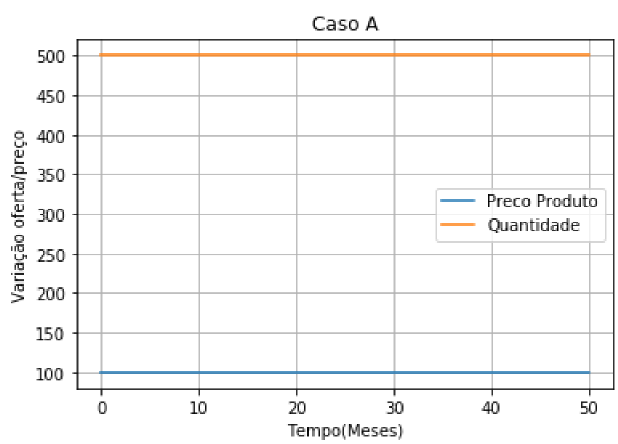


Figure 2: Preço: 100 Quantidade: 500

Os outros gráficos apresentaram comportamento oscilatório semelhante.

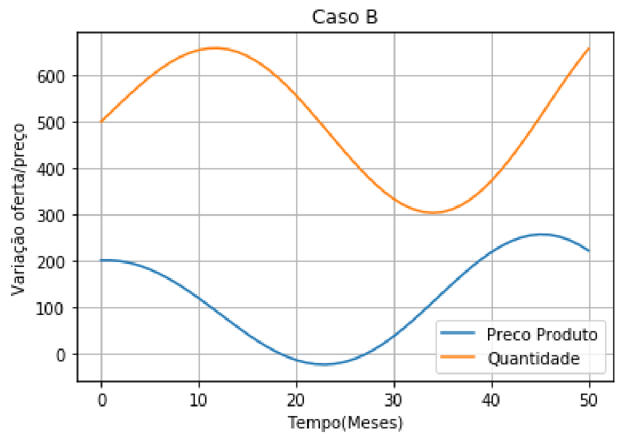


Figure 3: Preço: 200 Quantidade: 500

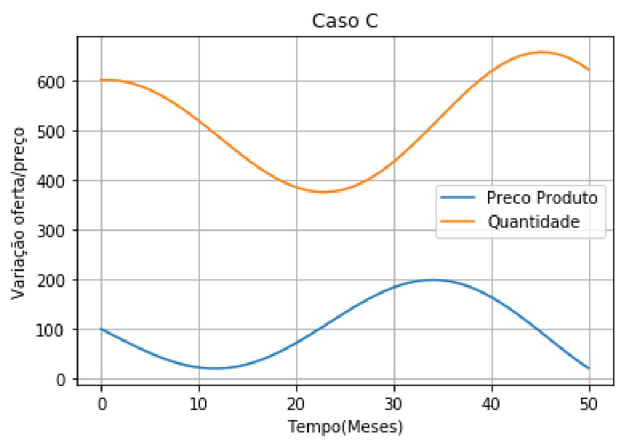


Figure 4: Preço: 100 Quantidade: 600

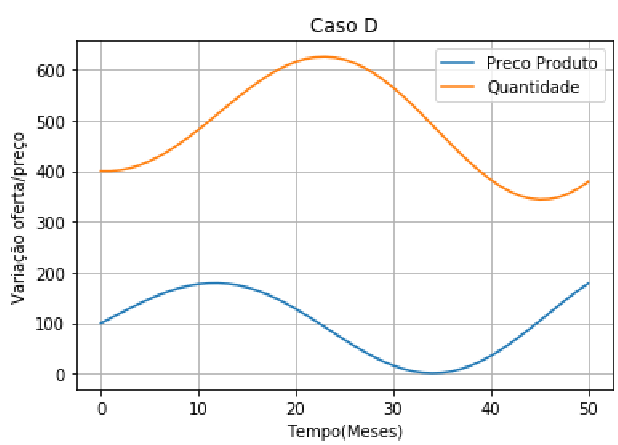


Figure 5: Preço: 100 Quantidade: 400

4 Corujas e Ratos

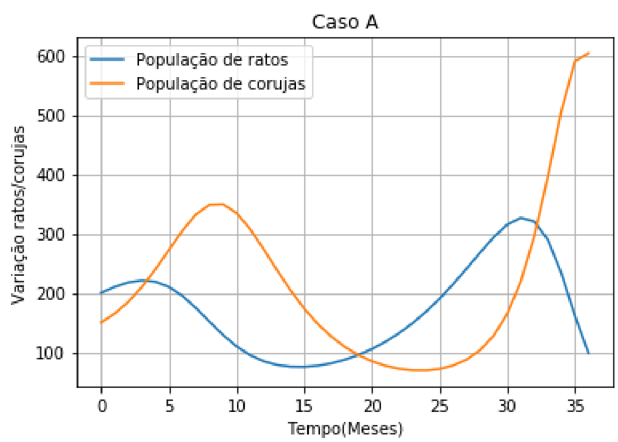
Nesse exercício modelou-se o sistema dinâmico presa-predador, para ratos e corujas-pintadas, analisando o desenvolvimento da população ao longo do tempo. As equações utilizadas foram:

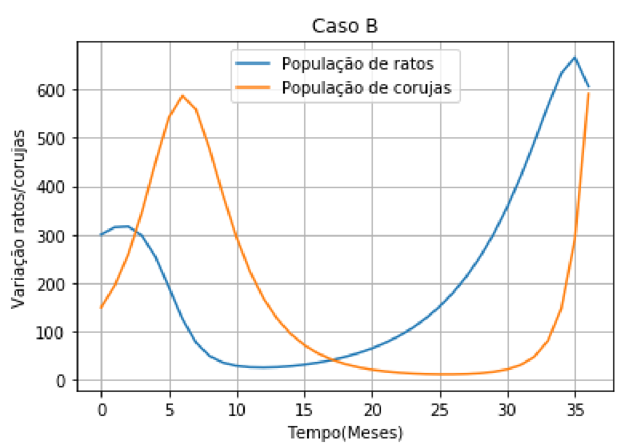
$$r_{n+1} = 1.2r_n - 0.001r_nc_n \tag{5}$$

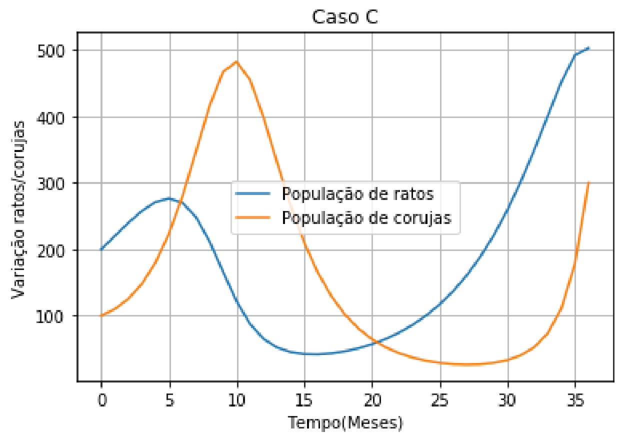
$$c_{n+1} = 0.7c_n + 0.002r_nc_n \tag{6}$$

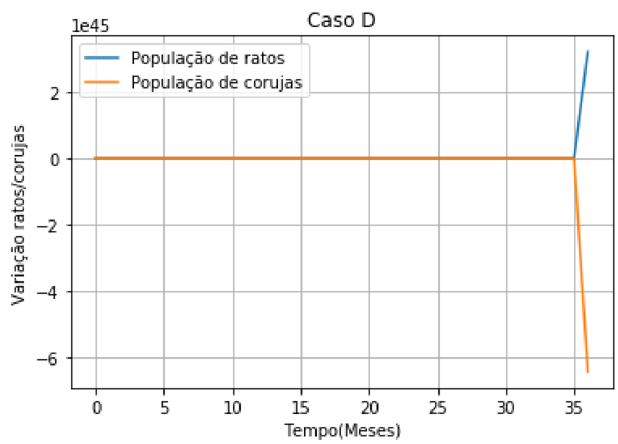
4.1 Modelo presa predador e análises gerais

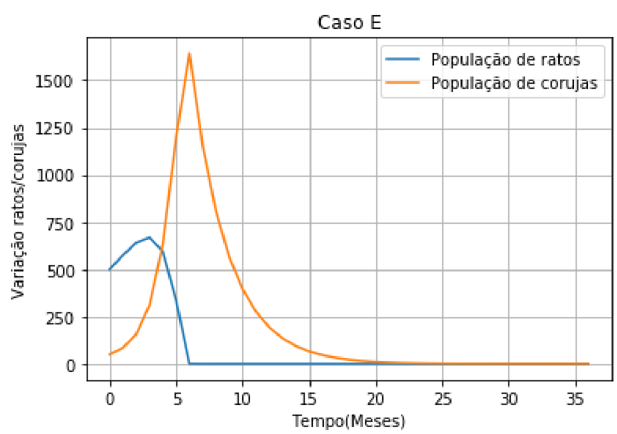
A velocidade com que o modelo converge varia de acordo com o valor inicial das populações,podendo ser observado nos gráficos que para populações iniciais elevadas e para um curto período de tempo (3 anos neste caso) a população de ratos e corujas se mantém variando, mas nenhuma das espécies chega a extinção.Já para um maior período de tempo (30 anos por exemplo) ambas as populações chegam a extinção. Ou seja, o estado final do modelo tende a ser igual, com o número de corujas igual a 0, e consequentemente o número de ratos crescendo desenfreadamente. Isso ocorre devido ao ajuste dos coeficientes.Portanto, as espécies não coexistem por muito tempo no mesmo habitat. As variações podem ser vistas nos gráficos.

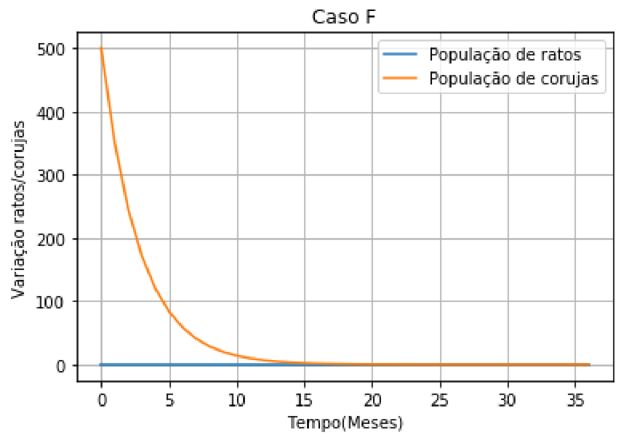





Caso C
População de ratos
População de corujas
Variação ratos/corujas
Tempo(Meses)


Caso D
1e45
População de ratos
População de corujas
Variação ratos/corujas
Tempo(Meses)


Caso E
População de ratos
População de corujas
Variação ratos/corujas
Tempo(Meses)



Para encontrar os valores de equilíbrio foi considerado que:

$$r_{n+1} = r_n \tag{7}$$

$$c_{n+1} = c_n \tag{8}$$

Uma vez que em equilíbrio, o valor se mantém constante.

Portanto, isolando r e c nas respectivas equações temos:

$$0 = r(-0.2 + 0.001c) \tag{9}$$

$$0 = c(-0.3 + 0.002r) \tag{10}$$

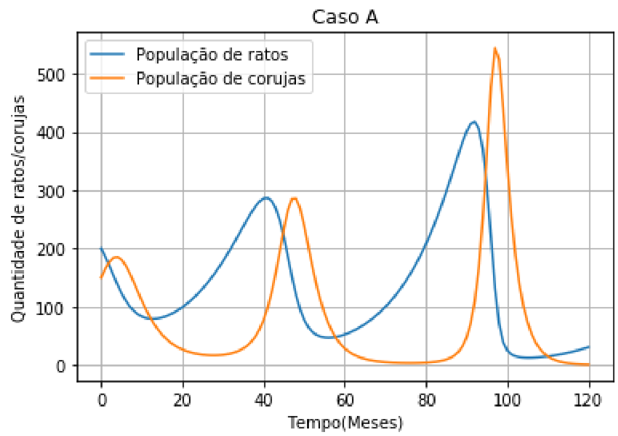
Finalmente, resolvendo as equações encontra-se que para o sistema equilíbrio a população inicial de ratos deve ser igual 150 e a de coruja igual a 200.

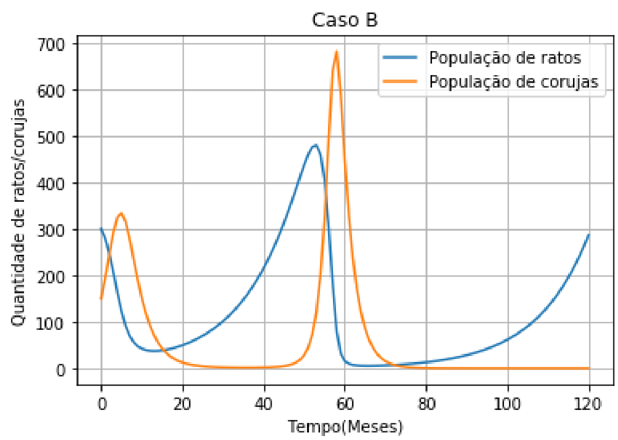
4.2 Inserção fator raticida

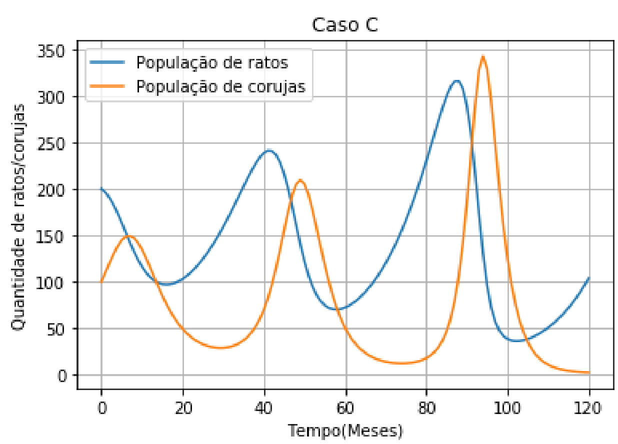
Nos gráficos abaixo um fator raticida "F" foi adicionado multiplicado pela população atual de ratos. A equação final é:

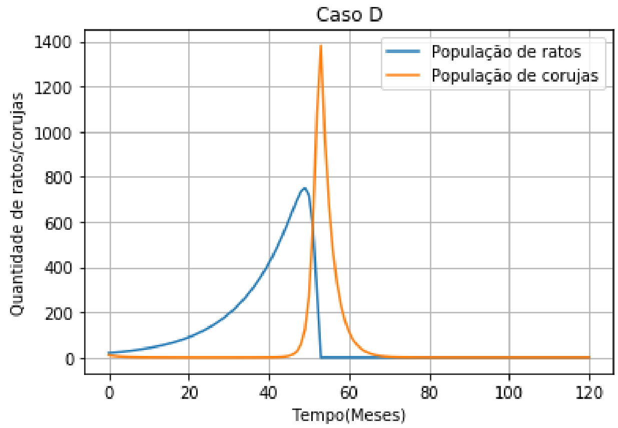
$$r_{n+1} = 1.2r_n - 0.001r_nc_n - Fr_n \tag{11}$$

Observa-se que após a inserção do fator raticida, o gráfico apresenta um comportamento típico de presa predador, tendo em vista que quando a quantidade de ratos diminui, a população de corujas está grande, e tende a diminuir, devido a escassez de presas(ratos). O mesmo serve para as corujas, ou seja, quando há muitos ratos, existem poucas corujas, e a tendência é a quantidade de corujas aumentar e consequentemente a de ratos diminuir, o que se deve tanto ao aumento da população de corujas, bem como ao uso do raticida.


Caso A
População de ratos
População de corujas
Quantidade de ratos/corujas
Tempo(Meses)
0
100
200
300
400
500
0
20
40
60
80
100
120


Caso B
População de ratos
População de corujas
Quantidade de ratos/corujas
Tempo(Meses)
0
100
200
300
400
500
600
700
0
20
40
60
80
100
120


Caso C
População de ratos
População de corujas
Quantidade de ratos/corujas
Tempo(Meses)
0
50
100
150
200
250
300
350
0
20
40
60
80
100
120


Caso D
População de ratos
População de corujas
Quantidade de ratos/corujas
Tempo(Meses)
0
200
400
600
800
1000
1200
1400
0
20
40
60
80
100
120