

INTRODUÇÃO A MODELAGEM COMPUTACIONAL

PROJETO 1 - SISTEMAS DE EQUAÇÕES DE DIFERENÇAS

1. PROPAGAÇÃO DE UM BOATO NUMA EMPRESA

Considere a divulgação de um boato através de uma empresa de 1500 funcionários, todos trabalhando num mesmo edifício. Assuma que a propagação do boato é semelhante à disseminação de uma doença contagiosa, em que o número de pessoas que escuta o boato de cada dia é proporcional ao produto do número que ouviu o boato anteriormente e o número que não ouviu o boato. Isso é dado por

$$r_{n+1} = r_n + kr_n(1500 - r_n)$$

onde k é um parâmetro que depende de quão rápido o boato se espalha e n é o número de dias. Assuma $k = 0.0012$ e suponha que quatro pessoas tenham ouvido inicialmente o boato. Em quanto tempo todos os 1500 funcionários terão ouvido o boato?

Novamente considere a divulgação de um boato, mas agora assuma uma empresa com 5500 funcionários. Considerando o modelo apresentado acima, construa um modelo para a empresa com as seguintes taxas de crescimento do boato $k = (0.25, 0.025, 0.0025, 0.00025)$ para determinar o número de pessoas que ouviu o boato após 1 semana.

Com base a simulação do modelo anterior, construa uma proposta de como controlar a taxa de crescimento do boato.

2. DETERMINAÇÃO DO ESTADO DO MERCADO DE AÇÕES

Os estados que representam se um mercado de ações hipotético está exibindo um mercado em alta, mercado em baixa, ou tendência do mercado estagnado durante uma determinada semana são mostrados na Figura 1. De acordo com a Figura 1, uma semana de alta é seguida por uma outra semana de alta 90% do tempo, de uma semana de baixa 7.5% do tempo, e uma semana estagnada outros 2.5% do tempo. Uma semana de baixa é seguida por uma outra semana de alta 15% do tempo, de uma semana de baixa 80% do tempo, e uma semana estagnada outros 5% do tempo. Por fim, uma semana estagnada é seguida por uma outra estagnada 50% do tempo, de uma semana de baixa 25% do tempo, e uma semana em alta outros 25% do tempo. Considerando um mercado com 4000 empresas, encontre o estado estacionário deste mercado e a quantidade em longo prazo de empresas em alta, em baixa e estagnadas em um determinada semana.

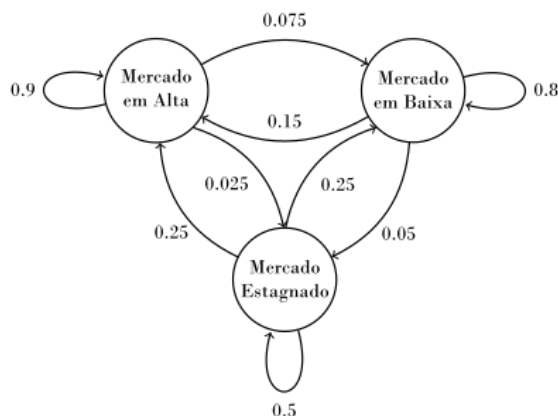


FIGURA 1. Diagrama de estado para um mercado de ações hipotético.

3. RELAÇÃO ENTRE OFERTA E DEMANDA

Um economista está interessado na variação do preço de um único produto denominado. Observa-se que um preço alto para o produto no mercado atrai mais fornecedores. Contudo, aumentar a quantidade do produto fornecido tende a baixar o preço. Sobre tempo, há uma interação entre preço e oferta. O economista propôs o seguinte modelo, em que P_n representa o preço do produto no mês n e Q_n representa a quantidade. Encontre os valores de equilíbrio para este sistema

$$\begin{aligned}P_{n+1} &= P_n - 0.1(Q_n - 500) \\ Q_{n+1} &= Q_n + 0.2(P_n - 100)\end{aligned}$$

O modelo faz sentido intuitivamente? Qual é o significado das constantes 100 e 500? Explique o significado dos sinais das constantes 0.1 e 0.2.

Teste as condições iniciais na tabela a seguir e preveja o comportamento a longo prazo.

Caso	Preço	Quantidade
A	100	500
B	200	500
C	100	600
D	100	400

4. CORUJAS E RATOS

Suponha que a fonte primária de alimento das corujas-pintadas seja uma única presa: ratos. Um ecologista deseja prever os níveis populacionais de corujas e ratos malhados em uma determinada região. Seja R_n a população de ratos após n meses e C_n a população de corujas predadoras. O ecologista sugeriu o modelo.

$$\begin{aligned}R_{n+1} &= 1.2R_n - 0.001R_nC_n \\ C_{n+1} &= 0.7C_n + 0.002R_nC_n\end{aligned}$$

O ecologista quer saber se as duas espécies podem coexistir no habitat e se o resultado é sensível às populações iniciais. Encontre os valores de equilíbrio do sistema dinâmico para este modelo presa-predador.

Teste as populações iniciais na tabela a seguir e preveja o resultado a longo prazo.

Caso	Corujas	ratos
A	150	200
B	150	300
C	100	200
D	10	20

Agora experimente com valores diferentes para os coeficientes usando os valores iniciais dado. Em seguida, tente diferentes valores iniciais. Qual é o comportamento a longo prazo? Os resultados experimentais indicam que o modelo é sensível aos coeficientes? O modelo é sensível aos valores iniciais?

Modifique o modelo presa-predador acima para incorporar uma condição em que agricultores aplicam (com regularidade) um raticida que mata os ratos a uma taxa proporcional ao número de ratos presentes. Escolha uma taxa de efetividade do raticida e repita os experimentos na tabela acima.

5. PRAZOS E PROCEDIMENTOS

Ação	Prazo
Abertura do processo	02/05/2018
Forma de entrega	Relatório técnico
Formação das equipes	Até 3 integrantes
Entrega dos projetos	30/05/2018