

# INTRODUÇÃO A MODELAGEM COMPUTACIONAL VARIÁVEIS ALEATÓRIAS E APLICAÇÕES DE MONTE CARLO

## 1. CÁLCULO DO VALOR APROXIMADO DE $\pi$

Use o método de Monte Carlo para calcular uma aproximação do valor de  $\pi$  considerando um número pontos aleatórios selecionados dentro do quarto de círculo  $Q: x^2 + y^2 = 1, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0$  onde o quarto de círculo está inscrito no retângulo  $S: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$ .

## 2. CÁLCULO DO VOLUME ENTRE DUAS SUPERFÍCIES

Determine o volume da interseção entre os parabolóides  $z = 8 - x^2 - y^2$  e  $z = x^2 + 3y^2$ . Observe que os dois parabolóides se interceptam no cilindro elíptico  $x^2 + 2y^2 = 4$ .

## 3. PROJETO E ANÁLISE DE UMA MOLA HELICOIDAL

Uma mola helicoidal é uma barra prismática enrolada em torno de um cilindro circular de raio constante. Seja  $d$  o diâmetro de uma barra de seção circular, e seja  $D$  o diâmetro de uma espira onde  $n$  é o número de espiras, e  $\alpha$  o ângulo de inclinação da espira com a horizontal. As extremidades da barra estão localizadas no centro da espira e estão submetidas a uma força  $P$ . Os esforços internos em cada seção da barra se reduzem a um esforço normal constante  $N_x = P \sin \alpha$ , a um esforço cisalhante  $Q_y = P \cos \alpha$ , a um momento de torsão  $M_t = PR \cos \alpha$  e a um momento fletor  $M_y = PR \sin \alpha$ , como mostrado na Fig 1.

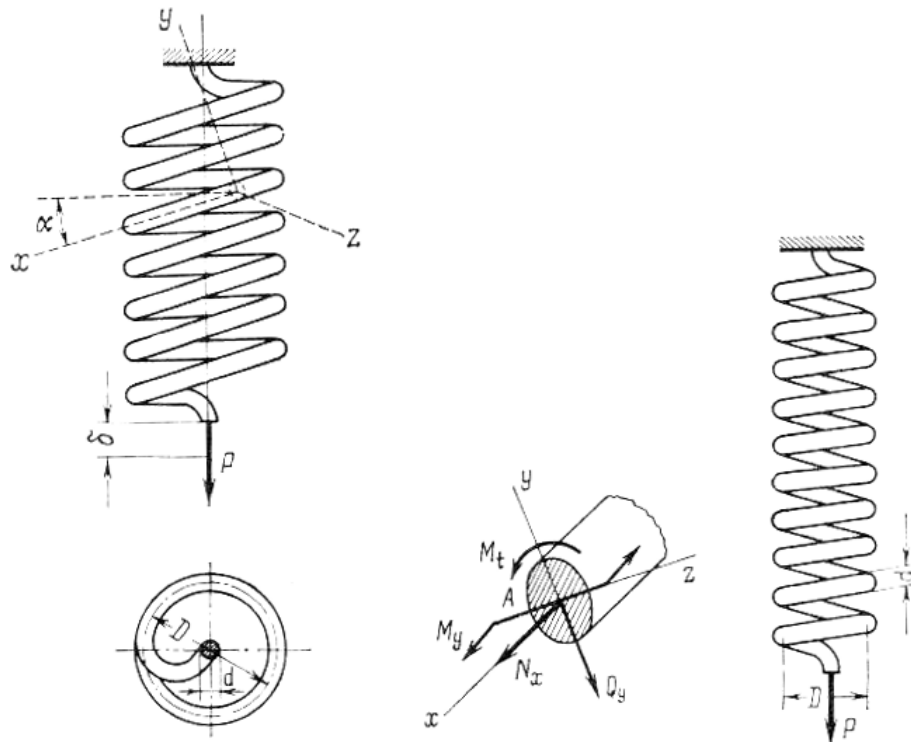


FIGURA 1. Mola helicoidal. Parâmetros de projeto e esforços internos.

O ponto mais solicitado da seção é o ponto A da superfície interior da espira. Neste ponto, temos as seguintes tensões normais e de cisalhamento:

$$\begin{aligned}\sigma &= \frac{N_x}{A} + \frac{M_y}{W} = \frac{16PD}{\pi d^3} \left(1 + \frac{d}{4D}\right) \sin \alpha \\ \tau &= \frac{Q_y}{A} + \frac{M_t}{W_p} = \frac{8PD}{\pi d^3} \left(1 + \frac{d}{2D}\right) \cos \alpha\end{aligned}$$

A condição de resistência é  $\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq \bar{\sigma}$ , onde  $\bar{\sigma}$  é a tensão limite do material. O deslocamento na extremidade livre da mola é dado por

$$\delta = \frac{8PD^3n}{d^4 \cos \alpha} \left[ 2 \left(1 + \frac{d^2}{4D^2}\right) \frac{\sin^2 \alpha}{E} + \left(1 + \frac{d^2}{2D^2}\right) \frac{\cos^2 \alpha}{EG} \right]$$

onde  $E$  e  $G$  são os módulos de elasticidade longitudinal e transversal do material.

Considere uma linha fabril que produz molas helicoidais. Devido a problemas de desgaste das máquinas envolvidas na produção e fatores humanos, os componentes são produzidos dentro dos seguintes limites de variação:  $D = 80 \pm 3$  mm,  $d = 20 \pm 1$  mm,  $\alpha = 15 \pm 2$  graus e  $n = 10$  espiras. O material fornecido apresenta as seguintes variações:  $E = 200 \pm 3$  GPa e  $G = 80 \pm 1$  GPa.

Forneça uma gráfico com a variação do coeficiente de rigidez da mola, da tensão normal e da tensão de cisalhamento, mostrando suas distribuição, médias e desvios padrões, sabendo que as carga de serviço máxima é 12 kN. Para uma carga de 10.2 kN, qual a probabilidade de falha da mola sabendo que a tensão limite do material é 600 MPa.

#### 4. PROJETO DE UMA JUNTA ADESIVA

O uso de adesivos poliméricos para unir componentes para aplicações estruturais, semiestruturais e não estruturais tem se expandido nos últimos anos como resultado das vantagens que adesivos oferecem para certos processos de construção e reparos. Existem numerosos tipos de adesivos para várias aplicações e sua classificação depende da natureza química (epoxi, poliuretano, ...), sua forma (líquido, sólido, ...), seu tipo (termossensível, contato, sensível por pressão, ...), e sua capacidade de carga (estrutural, semiestrutural ou não estrutural).

Boas práticas de projeto requerem que as juntas sejam construídas de uma maneira que elas trabalhem sob tensões de cisalhamento ao invés de tensões normais. A análise mais simples das juntas sugere que a carga aplicada seja uniformemente distribuída sobre a área de ligação. Embora essa análise seja adequada para juntas rígidas, picos de tensão significativos podem ocorrer em adesivos flexíveis.

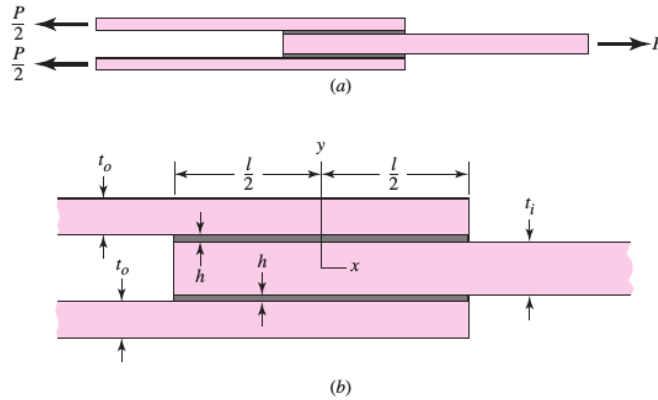


FIGURA 2. Modelo *shear-lag*.

Um modelo simples de análise da articulação de juntas flexíveis é conhecido como modelo *shear-lag*. Ele consiste de uma articulação de cola dupla simétrica para ilustrar os princípios e fornecer informações sobre as distribuições do tensões de cisalhamento. A distribuição de tensão de cisalhamento é dada por

$$\tau(x) = \frac{P\omega}{4b \sinh(\omega l/2)} \cosh(\omega x) + \left[ \frac{P\omega}{4b \cosh(\omega l/2)} \left( \frac{2E_o t_o - E_i t_i}{2E_o t_o + E_i t_i} \right) + \frac{(\alpha_i - \alpha_o) \Delta T \omega}{(1/E_o t_o + 2/E_i t_i) \cosh(\omega l/2)} \right] \sinh(\omega x)$$

onde

$$\omega = \sqrt{\frac{G}{h} \left( \frac{1}{E_o t_o} + \frac{2}{E_i t_i} \right)}$$

e  $E_o, t_o, \alpha_o$  e  $E_i, t_i, \alpha_i$  são o módulo de elasticidade, espessura, coeficiente de expansão térmica do aderente externo ( $o$ ) e interno ( $i$ ), respectivamente;  $G, h, b$  e  $l$  são o módulo de elasticidade transversal, espessura, largura e comprimento do adesivo, respectivamente;  $\Delta T$  é a mudança de temperatura na junta de ligação (diferença entre a temperatura de serviço e a temperatura livre de tensão). Se o adesivo é curado a uma temperatura elevada, de modo que a temperatura livre de tensão da junta seja diferente da temperatura de serviço, a falta de correspondência na expansão térmica dos aderentes externo e interno induz uma tensão térmica através do adesivo).

Considere uma junta dupla mostrada na figura acima que consiste de aderentes externos de alumínio e um aderente interno de aço. A montagem da junta é curada a uma temperatura de 250 °F e a temperatura livre de tensões é 200 °F. A sistema está submetido a uma carga de 2000 lbf e uma temperatura de serviço de 70 °F. A largura  $b$  é igual a 1 in e o comprimento de ligação é de 1 in. Informações adicionais estão tabuladas abaixo:

TABELA 1. Informações adicionais da ligação.

Propriedade	Adesivo	Aderente externo	Aderente interno
$G$ (psi)	$0.2(10^{+6})$		
$E$ (psi)		$10(10^{+6})$	$30(10^{+6})$
$\alpha$ in/(in °F)	$55(10^{-6})$	$13(10^{-6})$	$6(10^{-6})$
Espessura (in)	0.020	0.15	0.100

Para efeito de simplificação, considere uma variabilidade uniforme de 5% em cada parâmetro do modelo mostrado acima. Esboce o diagrama de tensão de cisalhamento em função da distância para a região da solda. Compare com o modelo que não considera variação nos parâmetros e discuta os resultados. Construa um diagrama com as envoltórias de tensões considerando a variação proposta.

## 5. PRAZOS E PROCEDIMENTOS

Ação	Prazo
Abertura do processo	23/05/2018
Forma de entrega	Relatório técnico
Formação das equipes	Até 3 integrantes
Entrega dos projetos	Até 20/06/2018