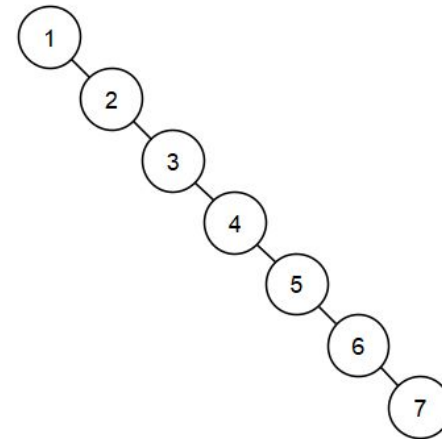
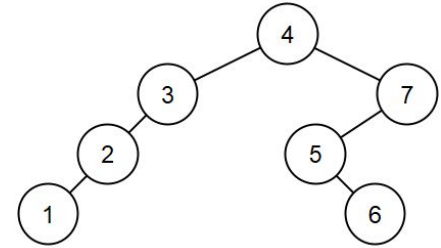
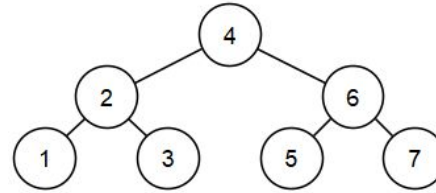


Árvores Balanceadas

Prof. Rodrigo Richard Gomes

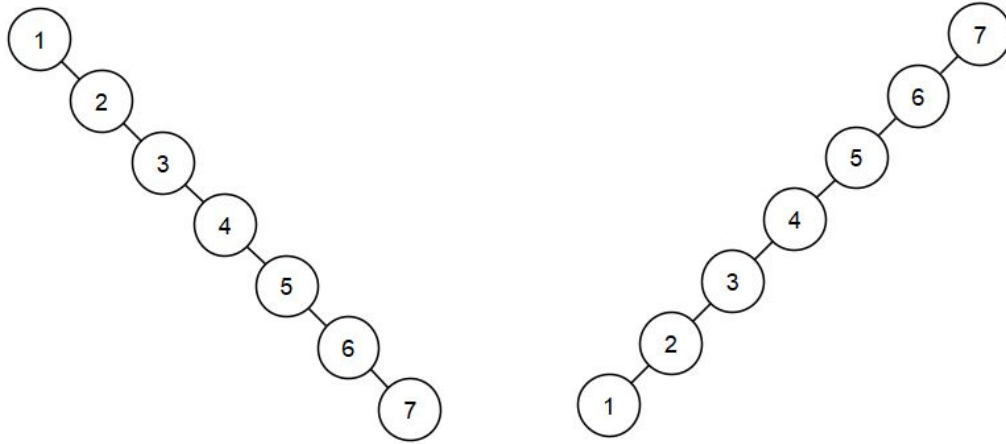
Árvores Balanceadas

- Na busca em uma árvore binária, a quantidade máxima de nós percorridos é dada pela quantidade de níveis dessa árvore
- Logo, quanto menos níveis uma árvore tiver, menor a quantidade de nós que deverão ser percorridos durante a pesquisa



Árvores Balanceadas

- Problema: quando as chaves inseridas estão, em sua maioria, em uma determinada ordem, ocorre um desbalanceamento progressivo



Árvores Balanceadas

- Solução: usar um dos algoritmos de balanceamento
 - 2-3
 - 2-3-4
 - Red-black
 - LLRB
 - AVL
- AVL : proposto em 1962 pelos russos **A**delson-**V**elski e **L**andis

Árvores Balanceadas

- Uma árvore AVL é uma **Árvore Binária de Pesquisa** (ABP) construída de modo que, para cada nó, a altura de suas subárvores esquerda e direita difira em no máximo um nível
- Para cada nó deve ser calculado um fator de balanceamento

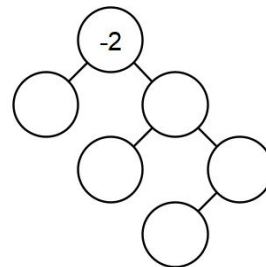
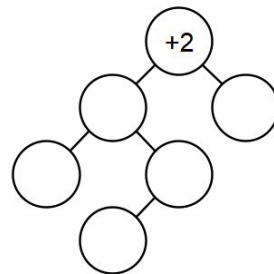
$$\text{FB} = \text{altura da subárvore esquerda} - \text{altura da subárvore direita}$$

Árvores Balanceadas

- Em uma árvore AVL, os fatores de balanceamento permitidos para cada nó são -1, 0 e +1
- Assim, se qualquer nó apresentar fator de balanceamento diferente dos permitidos, a árvore está desbalanceada e deve sofrer uma operação de rotação

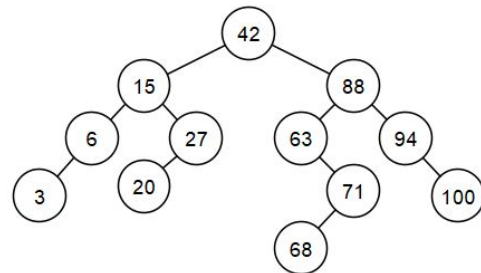
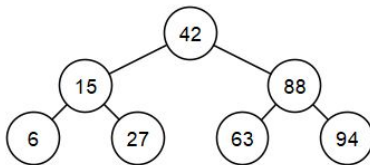
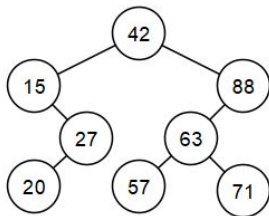
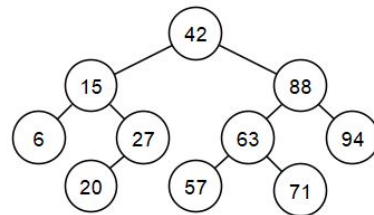
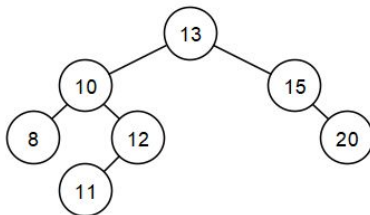
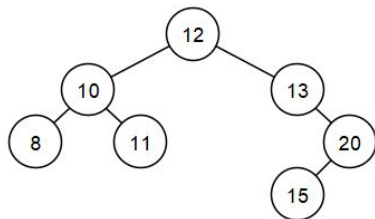
Árvores Balanceadas

- Curiosidade:
 - Um fator de balanceamento **positivo** indica que a subárvore esquerda é maior (ou mais pesada) que a direita
 - Um fator de balanceamento **negativo** indica que a subárvore direita é maior (ou mais pesada) que a esquerda



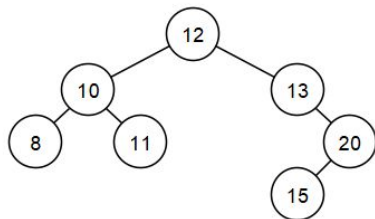
Árvores Balanceadas

Identifique quais árvores estão balanceadas

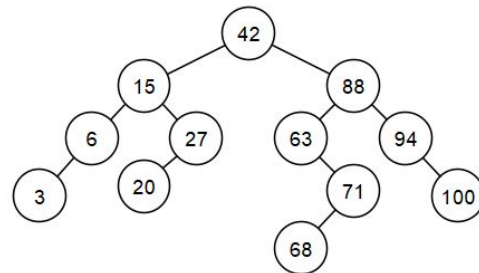
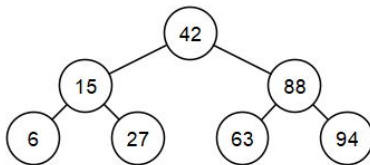
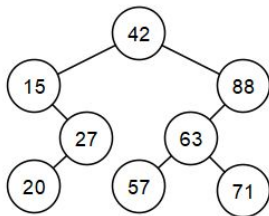
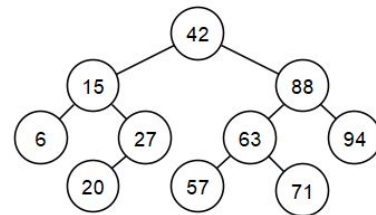
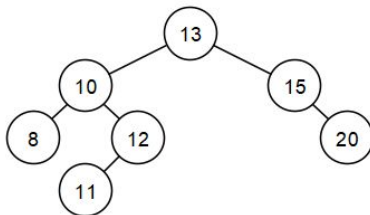


Árvores Balanceadas

Identifique quais árvores estão balanceadas

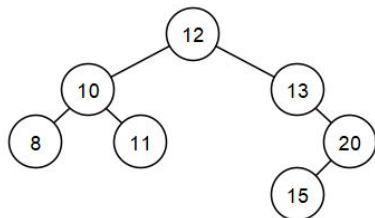


Não balanceada

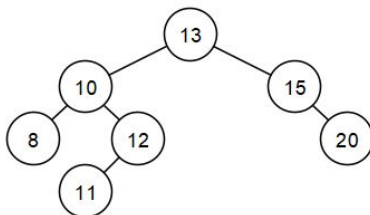


Árvores Balanceadas

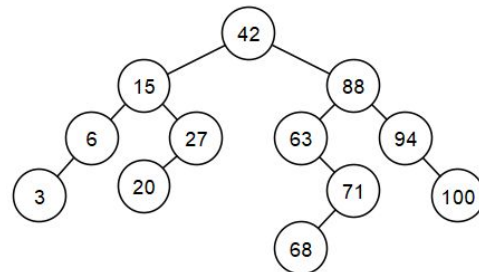
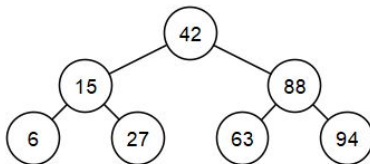
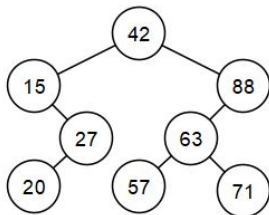
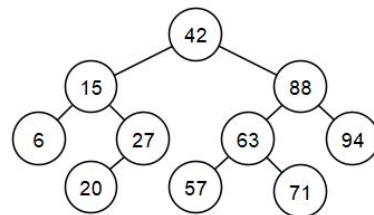
Identifique quais árvores estão balanceadas



Não balanceada

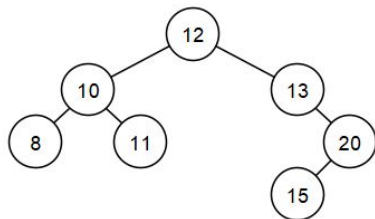


Balanceada

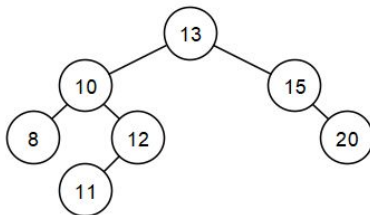


Árvores Balanceadas

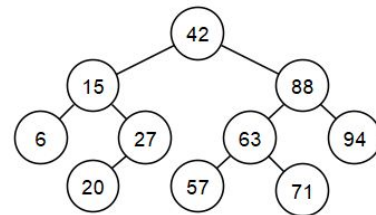
Identifique quais árvores estão balanceadas



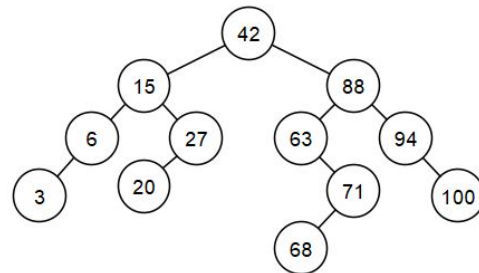
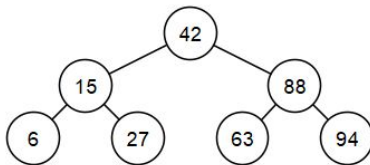
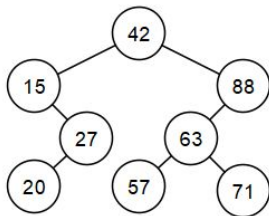
Não balanceada



Balanceada

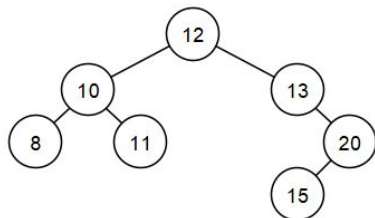


Balanceada

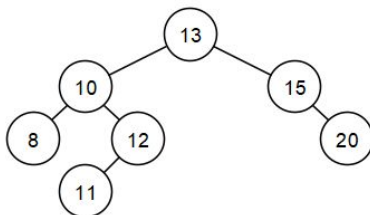


Árvores Balanceadas

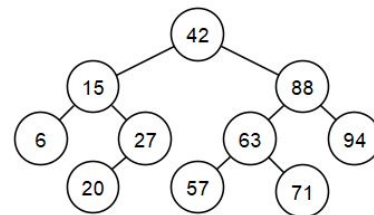
Identifique quais árvores estão balanceadas



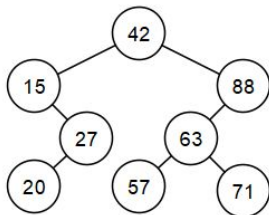
Não balanceada



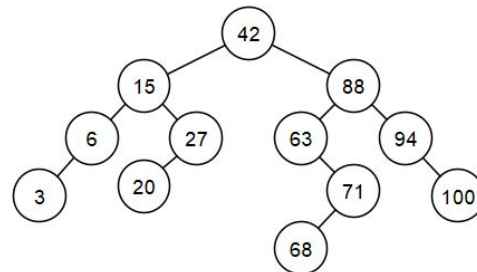
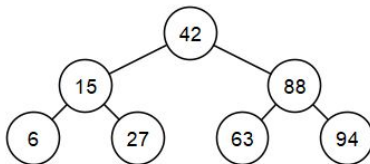
Balanceada



Balanceada

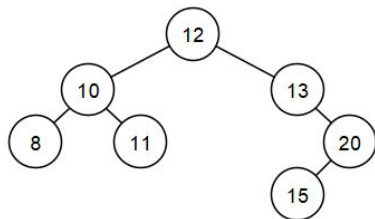


Não balanceada

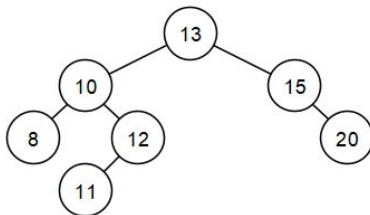


Árvores Balanceadas

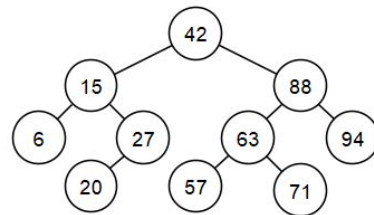
Identifique quais árvores estão balanceadas



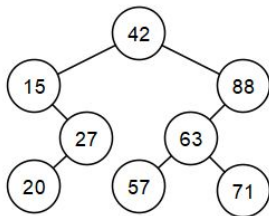
Não balanceada



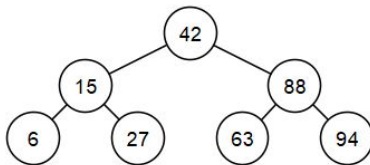
Balanceada



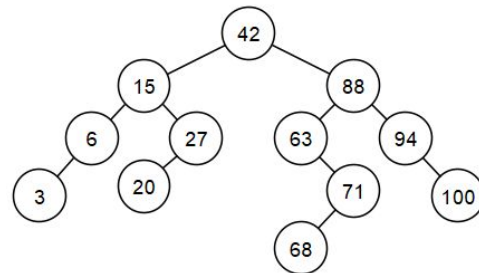
Balanceada



Não balanceada

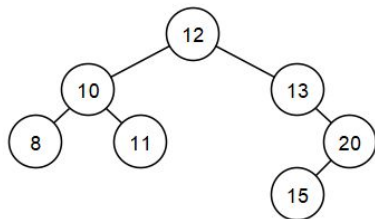


Balanceada

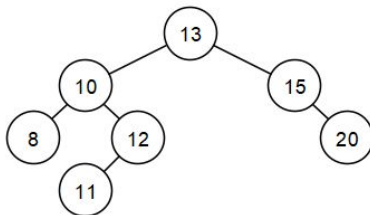


Árvores Balanceadas

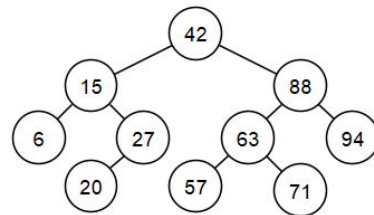
Identifique quais árvores estão balanceadas



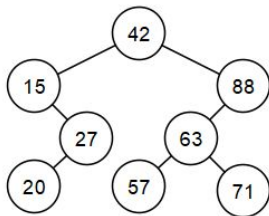
Não balanceada



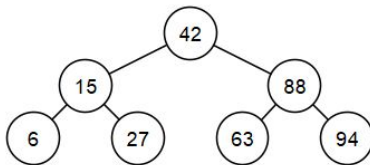
Balanceada



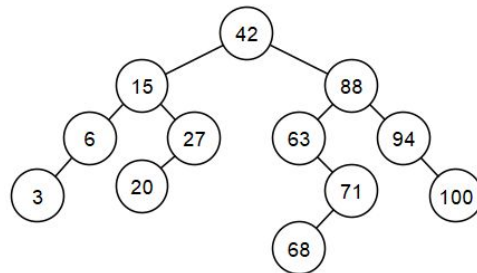
Balanceada



Não balanceada



Balanceada



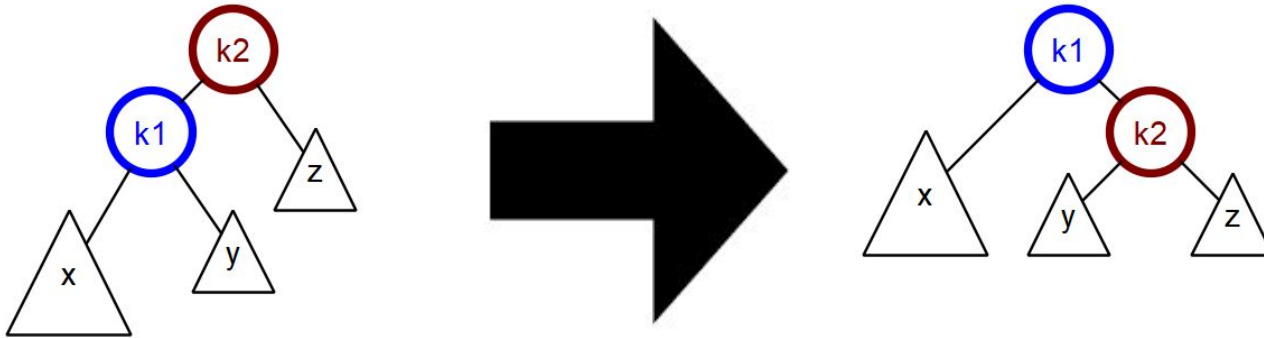
Não balanceada

Árvores Balanceadas

- Para manter uma árvore balanceada, toda vez que a árvore desbalancear, deve-se aplicar uma das operações de rotação:
 - Rotação simples à direita (RSD)
 - Rotação simples à esquerda (RSE)
 - Rotação dupla à direita (RDD)
 - Rotação dupla à esquerda (RDE)

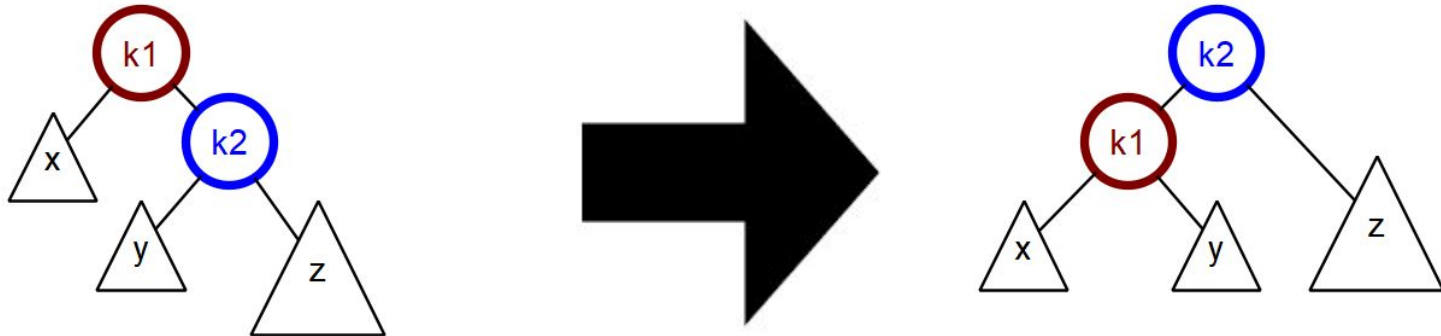
Árvores Balanceadas

- Rotação simples à direita (RSD)
 - Toda vez que um nó desbalanceado tiver fator de balanceamento (FB) **positivo** e o nó raiz de sua subárvore esquerda também tiver FB **positivo** (ou **nulo**), deve-se aplicar uma RSD



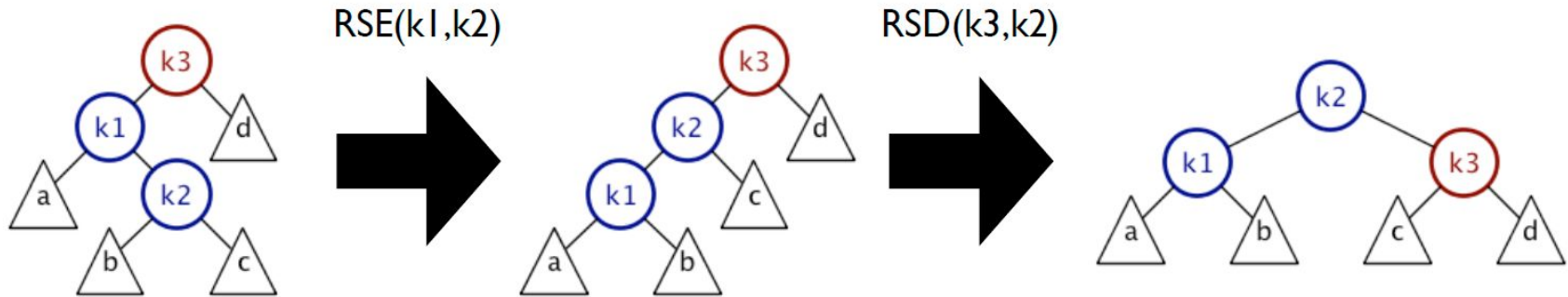
Árvores Balanceadas

- Rotação simples à esquerda (RSE)
 - Toda vez que um nó desbalanceado tiver FB **negativo** e o nó raiz de sua subárvore direita também tiver FB **negativo** (ou **nulo**), deve-se aplicar uma RSE



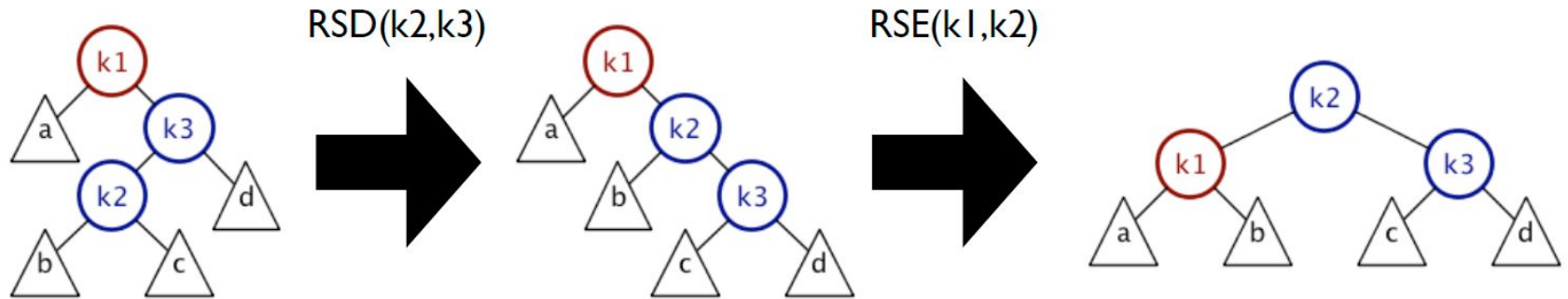
Árvores Balanceadas

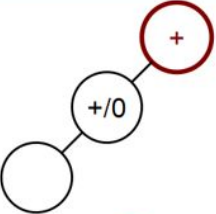
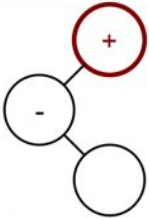
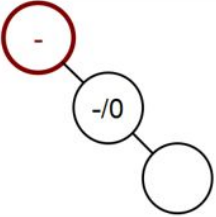
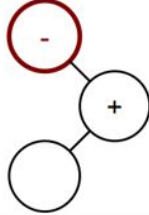
- Rotação dupla à direita (RDD)
 - Toda vez que um nó desbalanceado tiver FB **positivo** e o nó raiz de sua subárvore esquerda tiver FB **negativo**, deve-se aplicar uma RDD



Árvores Balanceadas

- Rotação dupla à esquerda (RDE)
 - Toda vez que um nó desbalanceado tiver FB **negativo** e o nó raiz de sua subárvore esquerda tiver FB **positivo**, deve-se aplicar uma RDE



FB nó desbalanceado	FB Filho	Aparência	Ação
+	+		RSD
	-		RDD 1o passo RSE 2o passo RSD
-	-		RSE
	+		RDE 1o passo RSD 2o passo RSE