

## 8. PROPULSÃO

### 8.1 MOTORES

Os motores aeronáuticos de combustão interna para aplicações em aviões pequenos e médios são usualmente motores de quatro tempos, refrigerados a ar e com turbo alimentação para compensar, em parte, a diminuição da densidade do ar com a altitude. Já no caso de motores para aeromodelos os motores podem ser de dois ou de quatro tempos. Adicionalmente existem ainda motores a CO<sub>2</sub>, comprimido em um reservatório, e motores elétricos.

O desempenho de um motor é caracterizado pelas suas curvas, de potência e torque. Uma curva de potência deve ser obtida pelo ensaio do motor em uma bancada apropriada, medindo torque e rotação do motor, quando uma carga é usada para frear o motor. No caso de motores aeronáuticos esta carga pode ser um freio dinamométrico, ou a própria hélice. Neste último caso é necessário usar diferentes hélices para poder variar a rotação e a potência consumida, obtendo assim a potência gerada dentro da faixa de rotação de trabalho. A Figura 8.1 mostra alguns pontos obtidos com um motor OS 0.61 SF.

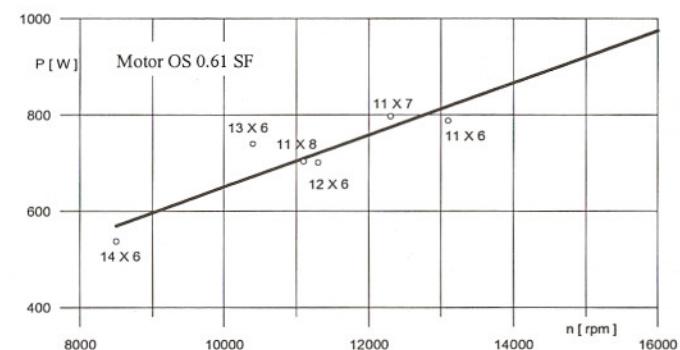


Figura 8.1 - Potência consumida por diferentes hélices.

#### Teste de motor

- Medir rotação
- Medir torque
- Calcular potência

#### Teste de hélice

- Medir rotação
- Medir empuxo
- Medir velocidade do ar

Figura 8.2 - Especificações das bancadas de ensaio de motor e de hélice.

## 8.2 GEOMETRIA DE UMA HÉLICE

A geometria de uma hélice estabelece de forma unívoca o desempenho que podemos esperar desta. A geometria pode ser definida pelas variáveis:

- o Diâmetro da hélice;
- o Passo nominal;
- o Corda da seção da pá;
- o Forma da seção transversal da pá;
- o Número de pás.

O ângulo de hélice  $\beta$  é formado entre o plano da hélice e a corda da seção em consideração da pá. Para uma seção a uma distância “r” do eixo da hélice o passo da pá está ligado diretamente ao ângulo de hélice por:

$$p = 2\pi r \operatorname{tg} \beta, \text{ ou}$$

$$\beta = \arctg \frac{p}{2\pi r}$$

Deve ser observado que a aproximação para pequenos ângulos não é adequada, pois  $\beta$  pode assumir valores elevados, em especial próximo do eixo, e também em hélices para grandes velocidades.

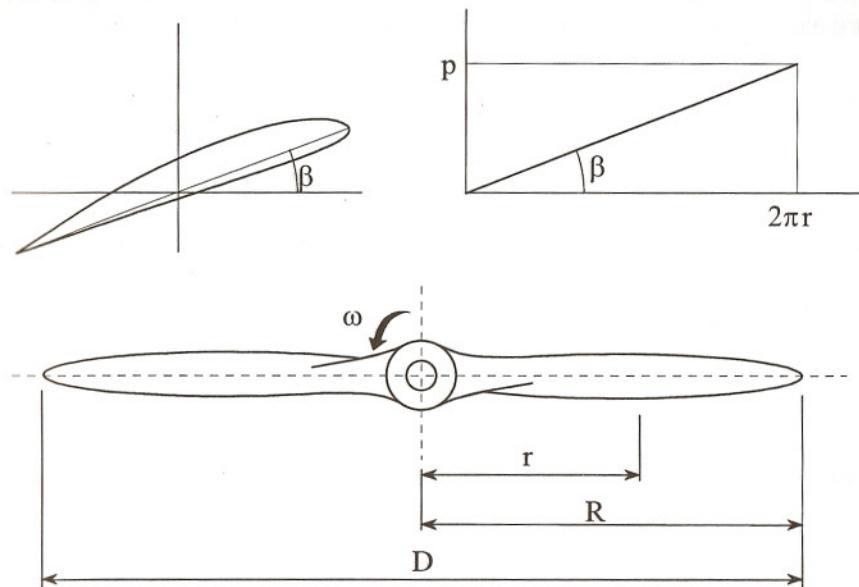


Figura 8.3 - Definição geométrica de uma hélice.

As informações básicas sobre a geometria da hélice são seu diâmetro e seu passo nominal, definido como o passo na seção a 75% do raio da hélice.

Para o caso de passo constante ao longo da pá, a Figura 8.4 mostra o comportamento do ângulo de hélice.

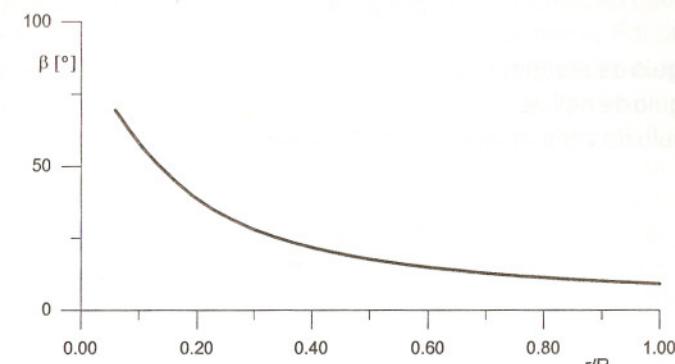


Figura 8.4 - Variação do ângulo de hélice com o raio. Hélice de passo constante.

A seleção do passo está ligada à velocidade do avião, sendo tanto maior quanto maior a velocidade deste. As hélices podem ser classificadas quanto ao passo, Figura 8.5, como:

- o Hélice de passo constante, O passo não varia ao longo da pá;
- o Hélice de passo variável. O passo varia ao longo da pá;
- o Hélice de passo fixo. O passo de uma dada seção é fixo. Em geral é de passo variável;
- o Hélice de passo ajustável, ou de velocidade constante. O passo é ajustado pela rotação da pá ao longo de seu eixo, em relação ao cubo.

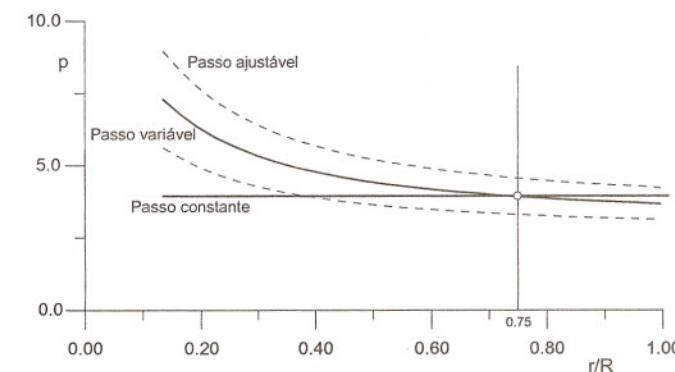


Figura 8.5 - Distribuição do passo ao longo da pá.

Uma pá de hélice que usa um mesmo perfil em toda a sua extensão deve apresentar um passo constante, para que o ângulo de ataque da pá, em cada seção, seja o mesmo, igual ao ângulo de ataque de projeto. No caso de usar um perfil variável seção a seção, que é o usual, cada seção deve ter seu

ângulo de ataque selecionado de acordo com a curva do perfil usado. Da geometria da Figura 8.6, vem:

$$\alpha = \beta - \gamma ,$$

sendo:

- $\alpha$  - ângulo de ataque,
- $\beta$  - ângulo de hélice,
- $\gamma$  - ângulo do vento relativo, calculado como:

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{v}{\omega \cdot r}$$

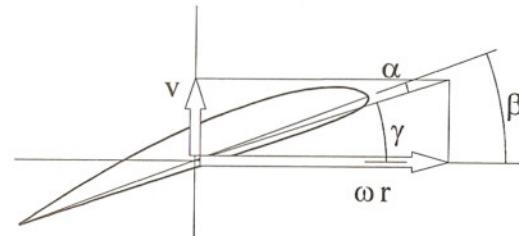


Figura 8.6 - Geometria de definição do ângulo de ataque de uma seção da pás.

A definição geométrica completa de uma pás deve incluir então, para cada seção, o ângulo de hélice, ou o passo, a corda da seção e a própria forma geométrica do perfil da seção, Figura 8.7. Outro conceito ligado à geometria da hélice é o de fator de atividade, que dá uma idéia da área do disco da hélice ocupada e da eficiência desta ocupação. Seu valor fica geralmente entre 0,01 e 0,02. É definido como:

$$A_F = \int_{x_0}^1 \left( \frac{c}{D} \right) \cdot x^3 dx, \text{ sendo } x = \frac{r}{R}$$

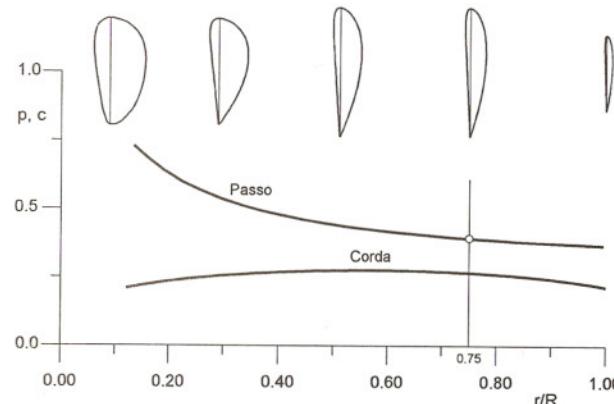


Figura 8.7 - Geometria da pás de uma hélice.

## 8.3 TEORIA AXIAL DE HÉLICES

A chamada teoria axial de hélices é uma aproximação que considera o fluido ao longo de um tubo de fluxo, passando pela hélice. Foi originalmente desenvolvida por Rankine, sendo também conhecida como teoria da quantidade de movimento. Na seção da hélice ocorre uma descontinuidade de pressão, não de velocidade, provocada pela energia que a hélice está fornecendo ao fluido. Esta diferença de pressão entre os dois lados do disco da hélice é que gera o empuxo. A hélice capta o ar à entrada do tubo de fluxo, na velocidade de vôo, "v", e o acelera, impulsionando a mesma massa à sua retaguarda. Pela variação da velocidade, de "v" na entrada, para "v<sub>4</sub>" na saída, ocorre uma contração no tubo de fluxo que envolve a hélice. Próximo ao disco da hélice ocorre um aumento de velocidade, chamada de velocidade induzida, "v<sub>i</sub>", pela energia que a hélice entrega ao ar. Até o disco da hélice a velocidade é acelerada de "v<sub>a</sub>", e ao final é acelerada de "v<sub>i</sub>". A equação de Bernoulli pode ser aplicada antes da hélice e depois da hélice, mas não sobre a hélice, pela descontinuidade de pressão. A Figura 8.8 mostra a situação discutida.

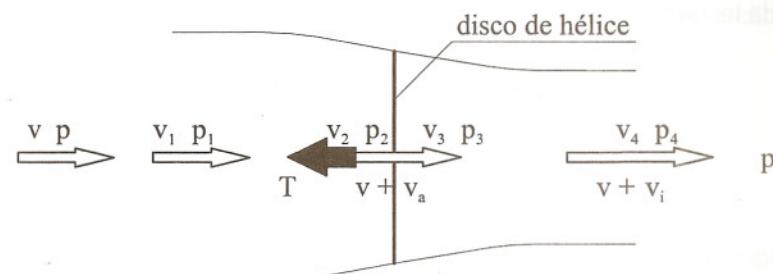


Figura 8.8 - Variação da velocidade axial e da pressão estática ao longo do tubo de fluxo.

Das condições de contorno e de continuidade temos as igualdades:

- $v_1 = v$ ;
- $v_2 = v_3 = v + v_a$ ;
- $p_1 = p$ ;
- $p_4 = p = p_1$ .

Aplicando Bernoulli entre 1 e 2,

$$p_1 + \rho v^2 / 2 = p_2 + \rho v_2^2 / 2$$

e entre 3 e 4,

$$p_4 + \rho (v + v_i)^2 / 2 = p_3 + \rho v_3^2 / 2$$

Subtraindo uma equação da outra, resulta:

$$p_3 - p_4 = \rho (v + v_i / 2) v_i$$

Esta diferença de pressão agindo na área "A" do disco produz o empuxo "T".

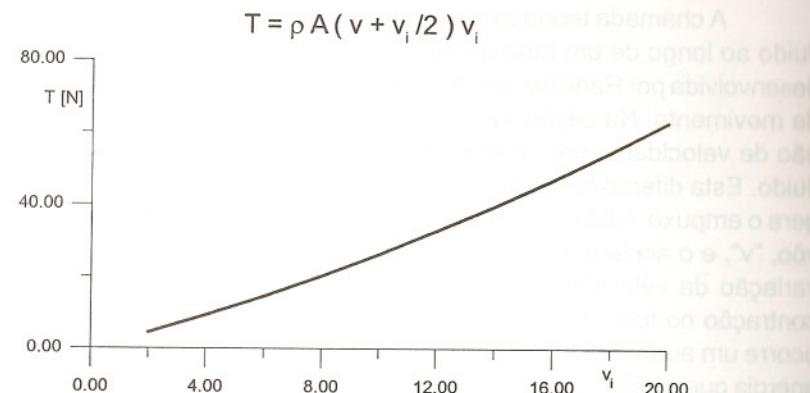


Figura 8.9 - Efeito da velocidade induzida sobre o empuxo gerado. Hélice de 13" a 20 m/s.

Outra forma de se obter o empuxo é considerar agora a quantidade de movimento do ar que é acelerado ao passar pela hélice, ou equivalentemente, a segunda lei de Newton.

$$F = m a, \text{ logo,}$$

$$T = m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{m}{\Delta t} \cdot v_i, \text{ ou,}$$

$$T = \rho A (v + v_a) v_i$$

Igualando as duas expressões para o empuxo,

$$T = \rho A (v + v_i/2) v_i = \rho A (v + v_a) v_i,$$

ou seja,

$$(v + v_i/2) v_i = (v + v_a) v_i \text{ e portanto}$$

$$v_a = v_i/2$$

Este resultado implica que a aceleração da massa de ar que passa pela hélice é feita metade até o disco e metade após o disco.

## 8.4 RENDIMENTO

O rendimento de uma hélice é definido pela relação entre a potência útil, gerada pela hélice, e a potência que a hélice está absorvendo. Usando

ainda a Figura 8.8, o empuxo gerado está impulsionando o avião na velocidade "v". Esta é a potência útil. No entanto, a potência que a hélice entrega é o produto do empuxo pela velocidade do ar ao passar pelo disco,  $v + v_a$ . O rendimento neste caso, chamado de rendimento induzido, passa a ser portanto:

$$\eta_i = \frac{Tv}{T(v + v_a)} = \frac{1}{1 + b/2}, \text{ sendo } b = \frac{v}{v_i}$$

A este rendimento deve ser considerado o rendimento da pá, devido às perdas por atrito do ar, resistência induzida e pelo movimento de rotação da esteira formada. Estas perdas são consideradas por um rendimento adicional, que caracteriza a eficiência da pá entregar energia para o ar,  $\eta_b$ . Este rendimento fica na faixa de 0,85 a 0,90. Apenas hélices muito eficientes e com baixa potência relativa ( $P / D^2$ ), tem este rendimento na faixa de 0,95. Este rendimento será derivado pelo desenvolvimento feito na seção seguinte. Considerando ambos os rendimentos, o rendimento global de uma hélice passa a ser  $\eta_p = \eta_i \cdot \eta_b$ . Combinando as equações de rendimento e empuxo, podemos escrever a equação abaixo, que acopla velocidade, rendimento e potência, representada pelas curvas da Figura 8.10.

$$v = \eta_i \left[ \frac{2 \cdot P}{\pi \cdot \rho \cdot D^2 (1 - \eta_i)} \right]^{1/3}$$

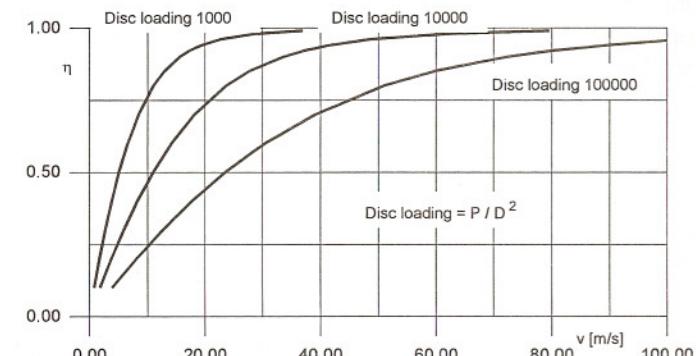


Figura 8.10 - Efeito da velocidade e da carga do disco sobre o rendimento induzido.

## 8.5 TEORIA DO ELEMENTO DE PÁ

Esta teoria considera que a pá da hélice funciona como uma asa de avião, gerando sustentação, que será responsável pelo empuxo, e gerando arraste, ou seja, um torque resistente e assim sendo responsável pelo consumo de potência. Esta teoria considera cada seção da pá agindo independentemente,

sem fluxo radial, apenas circumferencial. Esta teoria foi inicialmente desenvolvida por Froude. As forças de sustentação e arraste da seção da pá estão orientadas segundo a direção do vento relativo, Figura 8.11. As componentes axiais  $dF_x$  geram o empuxo e as componentes circumferenciais  $dF_y$  geram o torque resistente. Considerando um elemento da pá, de largura  $db$ , as forças geradas serão  $dL$  e  $dD$ .

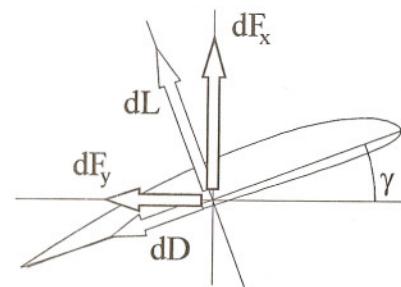


Figura 8.11 - Forças aerodinâmicas atuantes na pá da asa.

$$dF_x = dL \cos \gamma - dD \sin \gamma$$

$$dF_y = dL \sin \gamma + dD \cos \gamma$$

$$dL = C_L q c db, \text{ e } dD = C_D q c db$$

$$q = \rho v_r^2 / 2, \text{ sendo } v_r^2 = v^2 + \omega^2 r^2$$

Para obtermos as forças resultantes de resistência e de empuxo,  $T$ , é necessário integrar as expressões de  $dF_x$  e  $dF_y$ . No caso desta última é melhor trabalhar com o momento gerado por esta, que representa o torque,  $M$ , absorvido pela hélice. Assim,

$$T = \int_{r_0}^R (dL \cos \gamma - dD \sin \gamma)$$

$$T = \int_{r_0}^R (dL \sin \gamma + dD \cos \gamma)$$

Substituindo as expressões,

$$T = \int_{r_0}^R \left[ C_L \cdot \frac{\rho}{2} \cdot (v^2 + \omega^2 \cdot r^2) c \cdot \cos \left( \arctg \frac{v}{\omega \cdot r} \right) - C_D \cdot \frac{\rho}{2} \cdot (v^2 + \omega^2 \cdot r^2) c \cdot \sin \left( \arctg \frac{v}{\omega \cdot r} \right) \right] dr$$

$$M = \int_{r_0}^R \left[ C_L \cdot \frac{\rho}{2} \cdot (v^2 + \omega^2 \cdot r^2) c \cdot \sin \left( \arctg \frac{v}{\omega \cdot r} \right) + C_D \cdot \frac{\rho}{2} \cdot (v^2 + \omega^2 \cdot r^2) c \cdot \cos \left( \arctg \frac{v}{\omega \cdot r} \right) \right] \cdot r \cdot dr$$

Considerando a corda,  $C_L$  e  $C_D$  constantes ao longo da pá (na realidade uma grande simplificação do problema) e adimensionalizando quanto ao raio, as expressões podem ser postas na forma:

$$T = \frac{R^3 \cdot \omega^2}{2} \cdot c \cdot \rho \cdot (C_L \cdot I_1 - C_D \cdot I_2) \quad M = \frac{R^4 \cdot \omega^2}{2} \cdot c \cdot \rho \cdot (C_D \cdot I_3 + C_L \cdot I_4)$$

sendo:

$$I_1 = \int_{x_0}^1 x^2 \left( 1 + \left( \frac{J}{\pi x} \right)^2 \right) \cos \left( \arctg \left( \frac{J}{\pi x} \right) \right) dx$$

$$I_2 = \int_{x_0}^1 x^2 \left( 1 + \left( \frac{J}{\pi x} \right)^2 \right) \sin \left( \arctg \left( \frac{J}{\pi x} \right) \right) dx$$

$$I_3 = \int_{x_0}^1 x^3 \left( 1 + \left( \frac{J}{\pi x} \right)^2 \right) \cos \left( \arctg \left( \frac{J}{\pi x} \right) \right) dx$$

$$I_4 = \int_{x_0}^1 x^3 \left( 1 + \left( \frac{J}{\pi x} \right)^2 \right) \sin \left( \arctg \left( \frac{J}{\pi x} \right) \right) dx$$

e a constante  $J$ , chamada de razão de avanço, é função da velocidade do avião,  $v$  [m/s], a rotação da hélice,  $n$  [rps], e o diâmetro do hélice,  $D$  [m]. É definida por:

$$J = \frac{v}{n \cdot D}$$

Estas integrais, calculadas numericamente, estão colocadas na tabela 8.1, como função de  $J$ , para  $x_0 = 0,20$ , o que corresponde a um spinner com 20 % do diâmetro da hélice.

As forças desenvolvidas na pá, em especial o empuxo, têm uma forte tendência de flexionar a pá, podendo alterar sua geometria e assim mudar o ângulo de ataque da seção, comprometendo o rendimento. Desta forma a pá deve ser bastante rígida para suportar estas forças. Outra força importante no cálculo de resistência de uma hélice é a força centrífuga, que pode desenvolver tensões elevadas no material.

**Tabela 8.1 - Integrais para o cálculo de hélices.** A pá é considerada com corda constante

$J / \pi$	$I_1$	$I_2$	$I_3$	$I_4$
0,00	0,326	0,000	0,245	0,000
0,05	0,327	0,024	0,243	0,016
0,10	0,332	0,048	0,247	0,033
0,15	0,335	0,074	0,250	0,050
0,20	0,341	0,101	0,254	0,068
0,25	0,349	0,131	0,259	0,087
0,30	0,359	0,162	0,265	0,108
0,35	0,370	0,196	0,272	0,129
0,40	0,382	0,234	0,279	0,153
0,45	0,395	0,274	0,298	0,178
0,50	0,409	0,317	0,296	0,204

O desempenho de uma hélice, em especial quando determinado experimentalmente, é em geral colocado na forma de coeficientes, o coeficiente de empuxo e o coeficiente de potência, definidos como:

$$C_T = \frac{T}{\rho \cdot n^2 \cdot D^4}$$

$$C_P = \frac{P}{\rho \cdot n^3 \cdot D^5}$$

Finalmente, o rendimento da pá, comparando a potência entregue ao avião pelo empuxo e a potência absorvida pela hélice, é dada por:

$$\eta_b = \frac{J \cdot C_T}{C_P}$$

## 8.6 CURVAS CARACTERÍSTICAS DE HÉLICES

As características de uma hélice são fornecidas pelas curvas do coeficiente de potência e do coeficiente de empuxo, função da razão de avanço. A curva de rendimento é também muitas vezes fornecida, porém para uma aplicação da hélice, a um dado projeto, não é tão relevante como as curvas de  $C_T$  e  $C_P$ . A Figura 8.12 mostra uma curva típica de  $C_P$ .

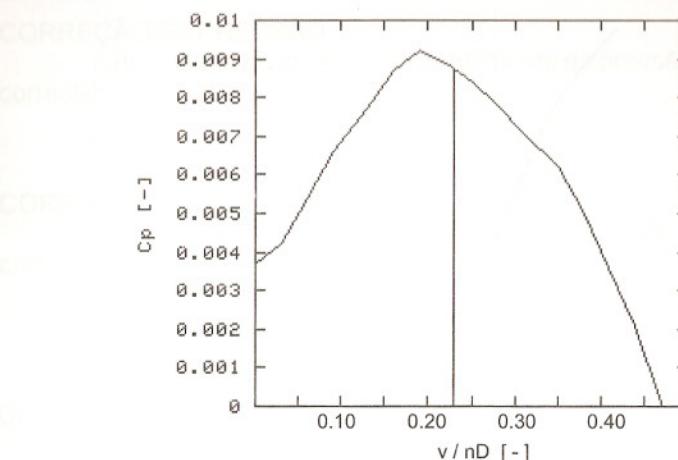


Figura 8.12 - Curva típica do coeficiente de potência.



Figura 8.13 – Com seus quatro motores Kuznetsov NK-12 de 14795hp/motor e hélices contrarotativas o Tupolev Tu-95KD-22 "Bear" é capaz de atingir 830 km/h, velocidade semelhante a muitos aviões a jato.

## 8.7 EMPUXO ESTÁTICO

Para a decolagem do avião uma informação importante é o empuxo gerado pela hélice em baixa velocidade. Uma estimativa do empuxo gerado estaticamente, com base em vários ensaios, segundo [5], é dada por:

$$T_0 = K_{T_0} \frac{P}{N \cdot D}$$

sendo  $K_{T_0}$  função de  $J$  de projeto, ou seja,  $J$  para máximo rendimento, Figura 8.14. As unidades são:

- $T_0$  [N];
- $P$  [kW];
- $N$  [rpm];
- $D$  [m].

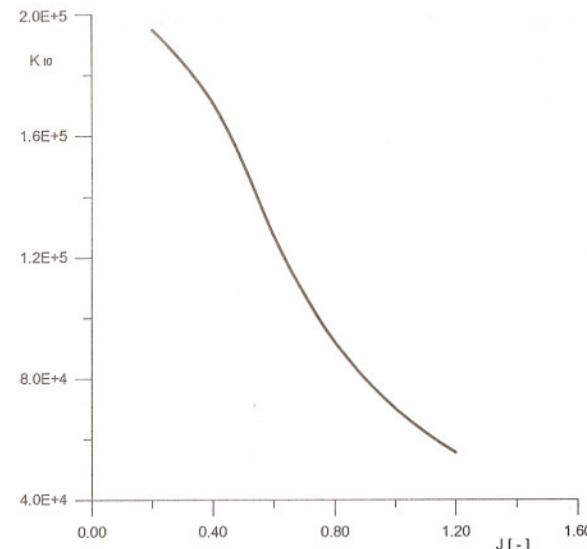


Figura 8.14 - Curva para estimar o empuxo estático.

## 8.8 EFEITO DAS CONDIÇÕES ATMOSFÉRICAS

A performance de um motor de combustão interna depende da quantidade de ar ou, mais precisamente, da quantidade de oxigênio, que pode ser queimado em um ciclo do motor. Esta quantidade pode ser expressa em função da densidade do ar, que depende das condições atmosféricas. A pressão e a temperatura locais têm uma grande influência na densidade. Adicionalmente, a quantidade de oxigênio é reduzida quando o ar contém vapor d'água, ou seja, contém umidade. Para uma comparação de resultados de teste de motor, é usual referenciar a condições padrões. Essas condições padrões são as da atmosfera padrão, ao nível do mar.

### DETERMINAÇÃO DOS FATORES DE CORREÇÕES

A correção é necessária em três aspectos:

- correção de pressão;
- correção de temperatura;
- correção de umidade.

Os fatores de correção são aplicados atualmente nos dados medidos, para procurar uma potência e rotação equivalentes nas condições padrões. Por outro lado, usando os fatores de correção, é possível passar das condições padrão para condições reais.

### CORREÇÃO DA PRESSÃO

A densidade do ar depende diretamente da pressão, que resulta numa correção:

$$C_p = \frac{P_0}{P}$$

### CORREÇÃO DE TEMPERATURA

A influência da temperatura é similar a da pressão e resulta no fator de correção:

$$C_T = \left( \frac{T}{T_0} \right)^k, \quad k = 1.4 \text{ é o coeficiente isotrópico.}$$

### CORREÇÃO DA UMIDADE

Para a correção da umidade é necessário considerar a quantidade de água na massa de ar que é usada na combustão, usualmente medida pela umidade relativa do ar. A umidade relativa é a razão da massa atual de água no ar pelo máximo valor possível, na temperatura. Usando a pressão parcial de vapor d'água, resulta a expressão:

$$C_H = \frac{P}{P - (P_H \cdot R_H - P_{H0} \cdot R_{H0})}, \text{ onde:}$$

$P_H$  é a pressão parcial para a temperatura ambiente corrente  $T$ ,

$R_H$  é a umidade relativa,

$P_{H0}$  é a pressão parcial para as condições padrões.

### CORREÇÃO DA DENSIDADE

Ao acoplar uma hélice ao motor, é necessário compatibilizar a potência produzida pelo motor com a potência consumida pela hélice, nas condições atmosféricas. Da definição do coeficiente de potência da hélice:

$$C_P = \frac{P}{\rho \cdot n^3 \cdot D^5}$$

Assumindo que o número de Reynolds é constante, o coeficiente de potência para uma hélice dada será sempre o mesmo. Rearranjando a equação e inserindo uma relação entre duas diferentes condições atmosféricas, a velocidade de rotação depende da densidade e da potência dada. Assim terminamos em um fator  $C_R$ , que descreve a influência da densidade do ar na velocidade do motor.

$$C_R = \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\frac{1}{3}} = \left( \frac{P T_0}{P_0 \cdot T} \right)^{\frac{1}{3}}$$

### CORRIGINDO OS DADOS DE PERFORMANCE

Depois dos três fatores de correção terem sido calculados, a potência para cada ponto medido, tem que ser multiplicada por esses fatores:

$$P_{corrigida} = P_{medido} \cdot C_p \cdot C_T \cdot C_H$$

Porém, a velocidade de rotação tem que ser corrigida. Com as características aerodinâmicas da hélice, teremos uma velocidade corrigida:

$$n_{corrigida} = n_{medida} \cdot (C_p \cdot C_T \cdot C_H \cdot C_R)^{\frac{1}{3}}$$

### 8.9 DADOS DO MOTOR OS.61FX MEDIDO EM BANCADA

Em artigo publicado em "Model Airplane News" de maio de 2003, temos ensaios realizados com motores da classe .60, em bancada dinamométrica. Dentre estes motores estava o OS .61 FX. A Tabela 8.2 apresenta os principais resultados obtidos. A coluna "Passo provável" indica uma correção no passo da hélice, de forma que a simulação fornecesse a mesma potência medida na bancada. Esta alteração de passo corresponde ao que pode ocorrer na fabricação da hélice, ficando o passo real diferente do passo nominal. A simulação foi feita com o diâmetro nominal e rotação do ensaio. Foi usado o software Propeller Selector, da Giles Aerodesign. A curva de potência está mostrada na Figura 8.15. Deve ser observado que o fabricante apresenta o dado de 1,9 hp @ 16 000 rpm como a potência máxima fornecida por este motor. Nesta rotação e potência, por simulação, o motor teria condições de girar uma hélice 11 x 6. Pelos testes esta hélice não ultrapassou a rotação de 13 150 rpm, com potência gerada de 1,22 hp. A curva linearizada passa no ponto de 710 W @ 9 000 rpm e 925 W @ 13 000 rpm. Pelos dados experimentais parece que a partir de 13 000 rpm a curva de potência começa a cair.

Hélice usada	Rotação medida	Potência (hp)	Passo provável
12.5 X 9	9 250	0,97	8.68
13 X 7	9 900	1,02	6.92
11 X 10	10 000	1,03	10.56
12 X 8	10 300	1,04	8.04
11 X 11	10 450	1,06	9.87
12 X 7	10 950	1,11	7.37
12 X 6	11 750	1,15	6.42
11 X 8	12 250	1,19	7.65
11 X 7	13 000	1,24	6.91
11 X 6	13 150	1,22	6.65

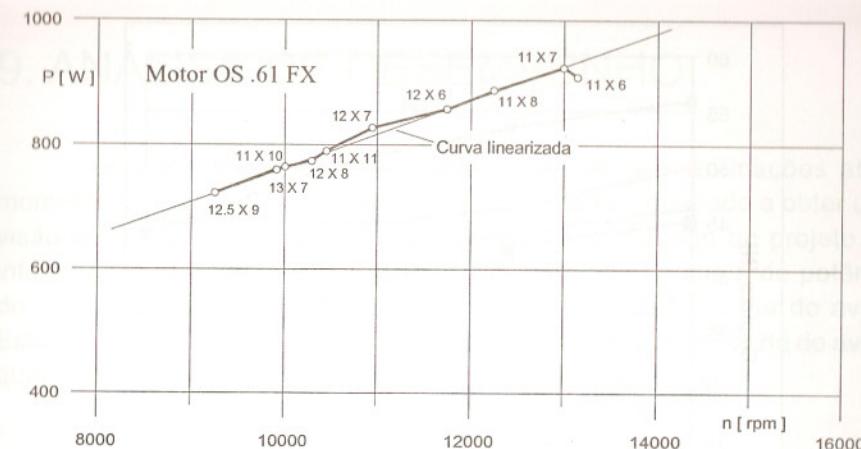


Figura 8.15 - Curva de potência medida do motor OS .61 FX.

### ENSAIOS UFSC AERODESIGN

Devido às divergências entre resultados apresentados pelo fabricante e publicações independentes, e também a necessidade de quantificar o desgaste de motores de propriedade das equipes UFSC, foi projetada e construída uma bancada de testes para a medição de empuxo, torque e rotação de hélices comerciais em testes estáticos e dinâmicos.

Estes ensaios foram executados em bancada instrumentada com extensômetros, medindo a deformação sofrida pelo suporte do motor, quando este em funcionamento. Assim, obtém-se dados precisos e confiáveis, via calibração prévia da bancada.

Os ensaios dinâmicos foram realizados com o auxílio de um túnel de vento. Os resultados obtidos para as hélices testadas encontram-se na Tabela 8.3.

Tabela 8.3 – Resultado dos testes de empuxo [N]

Hélices	Velocidade do ar (m/s)			
	0	5	10	15
APC 12 x 6	46,24	43,82	41,41	35,37
MAS 13 x 6	55,89	53,48	49,86	43,82
MAS 13 x 5	49,86	46,24	43,82	36,58
J/C 16 x 6	45,03	42,62	37,79	28,13

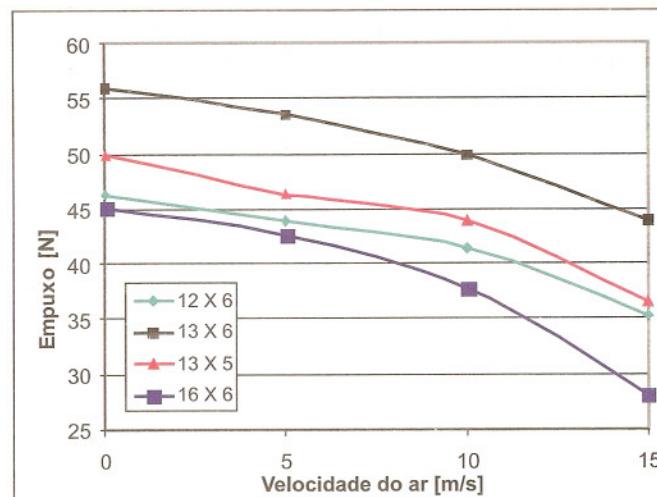


Figura 8.16 - Variação do empuxo fornecido pelo conjunto propulsor com a velocidade do ar

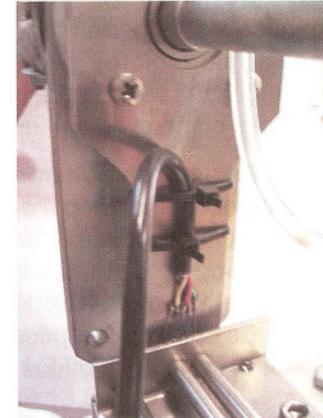
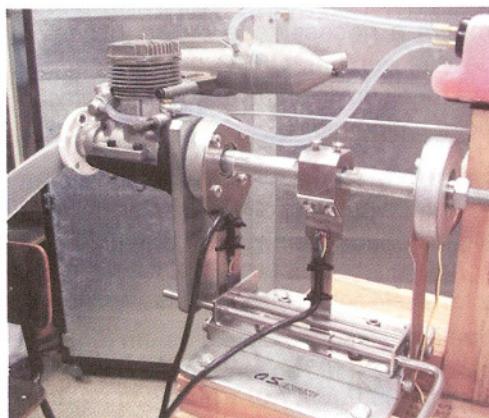


Figura 8.17 - Bancada UFSC AeroDesign de testes e sensores com extensômetros para medir o empuxo e torque.

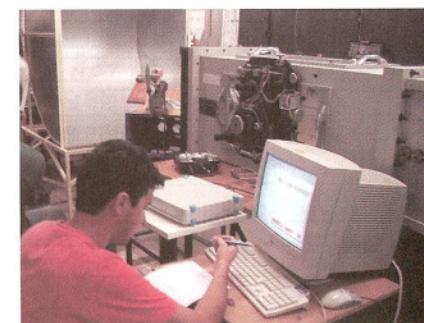


Figura 8.18 - Medição da rotação em túnel de vento e aquisição de dados.

## 9. ANÁLISE DE DESEMPENHO

Este capítulo tem a preocupação de unir as informações até o momento apresentadas, porém ainda fragmentadas, de modo a obter uma visão completa do que se pode esperar do desempenho do projeto. As informações que serão consideradas dizem respeito à curva de potência do motor, às curvas de desempenho da hélice e à curva polar do avião. Estas três informações sintetizam todo o potencial de desempenho do avião, quanto à sua capacidade em vôo, ou mesmo em decolagem.

### 9.1 CURVAS DE POTÊNCIA

O ponto de partida para a análise de desempenho é determinar as curvas de potência, considerando o avião em vôo horizontal, a velocidade constante.

- Potência disponível para vôo, dependente da curva do motor e das curvas da hélice.
- Potência consumida em vôo, dependente das características de resistência aerodinâmica do avião, dada pela curva polar.

#### CURVA DO MOTOR

A Figura 9.1 mostra as curvas de um motor de médio porte, de 180 HP e, para o caso do motor OS.61 FX, uma estimativa da curva de potência. No caso de dados obtidos em bancada de testes, usar diretamente estes dados. Muitas vezes a curva de potência experimental é transformada em uma expressão analítica, ajustada, que para certas análises de desempenho é mais adequado. **Um cuidado é separar os dados de potência de marketing dos dados de potência de engenharia.**

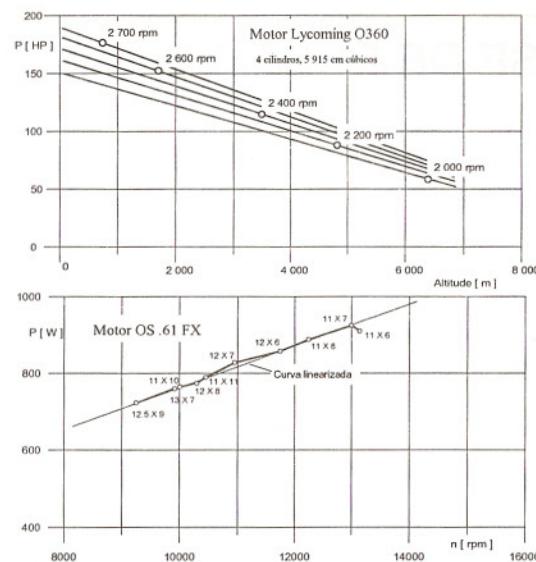


Figura 9.1 - Curva de potência do motor. Motor Lycoming O360 e motor OS.61 FX.

### CURVAS DA HÉLICE

As curvas relevantes da hélice são as curvas dos coeficientes de empuxo e potência,  $C_T$  e  $C_P$ , e a curva de rendimento,  $\eta$ , todas como função da taxa de avanço,  $J$ . Curvas típicas estão colocadas na Figura 9.2, para uma hélice com as especificações da Tabela 9.1, usando um motor OS.61 FX.

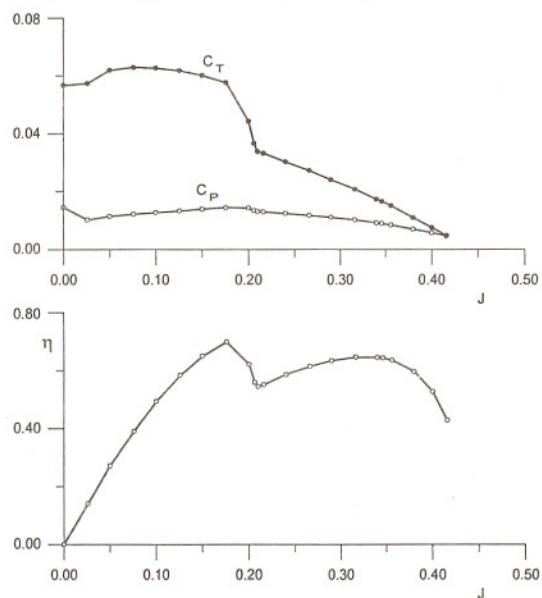


Figura 9.2 - Curvas características de desempenho de uma hélice 350x137.

Tabela 9.1 - Dados de projeto

P	Perfil	$v_d$	D	E	$\beta$	Passo
750 W	Clark Y	10 m/s	350 mm	31,5 N	9,4°	137 mm

Tabela 9.2 - Coeficientes característicos da hélice

J	V	$C_P$	$C_T$	$\eta$
0.000	0.0	0.01448	0.05663	0.000
0.026	1.8	0.01018	0.05733	0.141
0.050	3.5	0.01141	0.06188	0.271
0.076	5.3	0.01212	0.06295	0.390
0.100	7.0	0.01272	0.06270	0.493
0.126	8.8	0.01326	0.06180	0.583
0.150	10.5	0.01387	0.06009	0.650
0.176	12.3	0.01442	0.05758	0.699
0.200	14.0	0.01424	0.04422	0.621
0.206	14.4	0.01343	0.03660	0.559
0.210	14.7	0.01304	0.03376	0.544
0.216	15.1	0.01294	0.03319	0.551
0.240	16.8	0.01240	0.03027	0.586
0.266	18.6	0.01175	0.02721	0.614
0.290	20.3	0.01100	0.02404	0.634
0.316	22.1	0.01013	0.02075	0.646
0.340	23.8	0.00911	0.01730	0.645
0.346	24.2	0.00888	0.01656	0.643
0.356	24.9	0.00839	0.01503	0.636
0.380	26.6	0.00698	0.01095	0.596
0.400	28.0	0.00566	0.00745	0.527
0.416	29.1	0.00455	0.00470	0.428

Para montar a curva de potência disponível no avião, fornecida pelo conjunto motor-hélice, devemos escolher um ponto da curva do motor,  $n_i$ ,  $P_i$ . Com estes valores é calculado o coeficiente de potência, usando o diâmetro da hélice. Lembrar que nos cálculos de hélices,  $n$  sempre em rps e não rpm. Da curva da hélice é lida a razão de avanço correspondente,  $J_i$ . Com este valor é calculada a velocidade de vôo do avião  $v_i$ . As fórmulas necessárias são:

$$C_{Pi} = \frac{P_i}{\rho \cdot n_i^3 \cdot D^5}$$

$$J_i = \frac{v_i}{n_i \cdot D}$$

Do valor de  $J_i$  é obtido também o rendimento  $\eta_i$ . Com este valor é calculada a potência disponível na hélice. Desta forma temos os pontos com valores de velocidade e potência disponível.

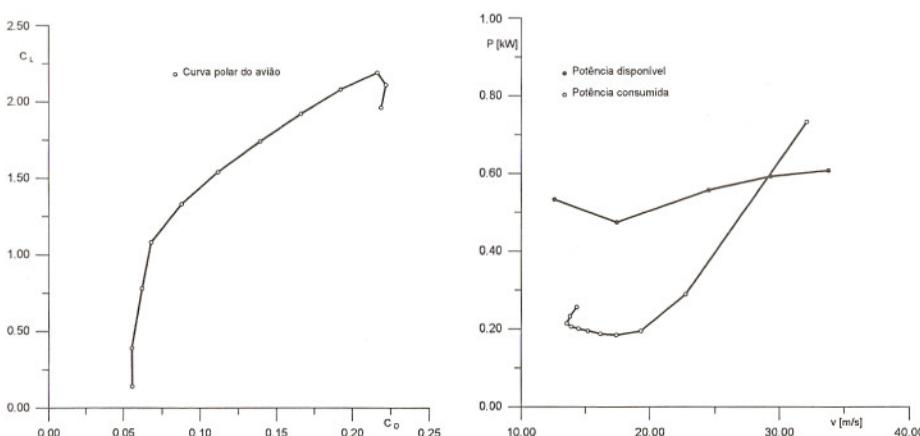
$$P_{avi} = P_i \cdot \eta_i$$

**Tabela 9.3** - Dados do avião para construção da curva de potência consumida em vôo

Perfil	Peso	$S[m^2]$	$C_{Dp}$	$A_{R,e}$	$\rho$
S1223	160,37	0.65	0.0050	8.817	1,225

**Tabela 9.4** - Construção da curva de potência consumida a partir da curva polar

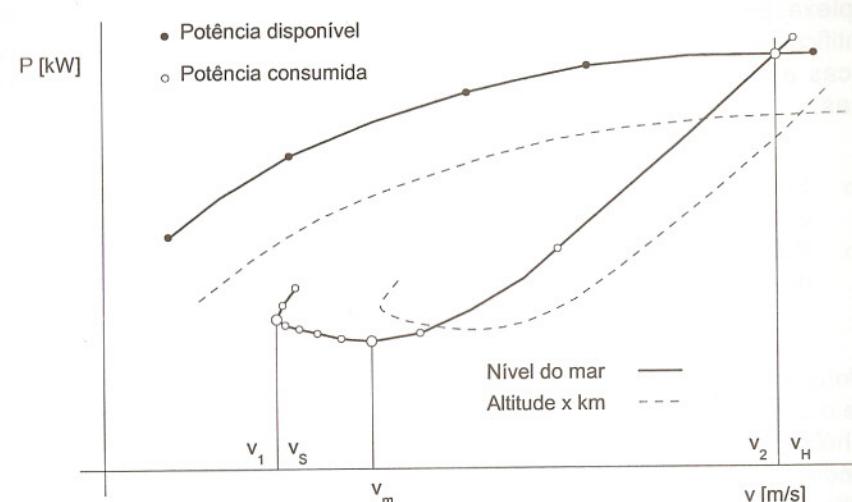
$\alpha$	$C_L$	$C_d$	$C_{D0}$	$C_{DI}$	$C_D$	$v[m/s]$	$P[kW]$
-3.5	0.39	0.045	0.0500	0.0055	0.0555	32.127	0.7327
-2.5	0.78	0.04	0.0450	0.0220	0.0620	22.717	0.2894
0.0	1.08	0.017	0.0220	0.0421	0.0680	19.306	0.1948
2.5	1.33	0.019	0.0240	0.0639	0.0879	17.397	0.1842
5.0	1.54	0.021	0.0260	0.0856	0.1116	16.167	0.1878
7.5	1.74	0.025	0.0300	0.1093	0.1393	15.210	0.1951
10.0	1.92	0.028	0.0330	0.1331	0.1661	14.479	0.2007
12.5	2.08	0.031	0.0360	0.1562	0.1922	13.911	0.2060
15.0	2.19	0.038	0.0430	0.1731	0.2161	13.557	0.2144
17.5	2.11	0.056	0.0610	0.1607	0.2217	13.812	0.2326
20.0	1.96	0.075	0.0800	0.1387	0.2187	14.331	0.2562



**Figura 9.3** - Curva polar do avião e curvas de potência consumida e disponível.

## 9.2 ENVOLTÓRIA DE VÔO

A Figura 9.3 ilustra a forma geral que as curvas de potência apresentam, estando estas curvas esquematizadas para um caso genérico na Figura 9.4. Nesta figura temos alguns pontos que são característicos do problema de desempenho do avião. A velocidade  $v_1$  corresponde à mínima velocidade a que o avião pode voar, limitada pelo máximo coeficiente de sustentação, ou seja, é a velocidade de estol,  $v_s$ . A velocidade  $v_2$  por sua vez é a máxima velocidade que o avião pode atingir em vôo horizontal, sendo também chamada de  $v_H$ . Outro ponto de interesse é a velocidade  $v_m$ , ponto de máximo afastamento entre as duas curvas, ou seja, de máxima potência líquida. Pontos à direita de  $v_m$  permitem que o avião ganhe altura com o aumento do ângulo de ataque pela ação do profundo. Tal faz com que aumente a sustentação, aumente o arrasto e logo a velocidade diminui. Mas com a redução da velocidade a potência líquida cresce, viabilizando o ganho de altitude do avião. Se agora o avião está voando abaixo de  $v_m$ , a manobra também reduz a velocidade, mas agora a potência líquida é menor, não permitindo que se tenha ganho de altura, mas pelo contrário, perda de altura. É a chamada região de reversão de comando.



**Figura 9.4** - Curva de potência com as velocidades características do avião.

A Figura 9.5 mostra o comportamento da velocidade com a altitude. Nesta figura fica definida a envoltória de vôo do avião, mínima e máxima velocidade possível, para aquela altura. Adicionalmente a figura apresenta outros dois pontos característicos, o de máxima velocidade em vôo horizontal, e o de altitude máxima que pode ser atingida.

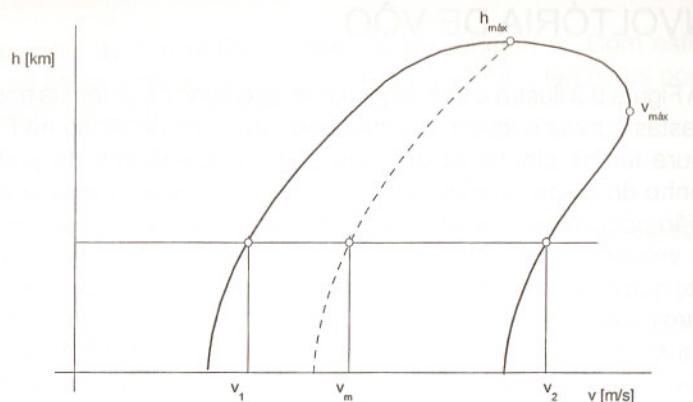


Figura 9.5 - Curva dos limites de velocidade função da altitude de voo.

### 9.3 ANÁLISE DE DECOLAGEM

Dos problemas clássicos de análise de desempenho, o da decolagem é o mais importante para o projeto do AeroDesign, pelas limitações do regulamento. Uma análise detalhada da decolagem é bastante complexa, pelos vários fatores que afetam, bem como pela dificuldade em quantificar estes valores corretamente para o caso em estudo. Em situações práticas a solução do problema de decolagem pode ser obtida de duas formas:

- o Solução analítica, na qual certas simplificações devem ser feitas para viabilizar a solução.
- o Solução numérica, que pode obter uma resposta bastante precisa, desde que os dados necessários estejam disponíveis.

Uma solução analítica exige certas hipóteses sobre o comportamento das forças envolvidas, Figura 9.6. Em geral a principal simplificação é feita sobre o comportamento do empuxo líquido, dado pelo empuxo bruto, gerado pela hélice, menos a resistência aerodinâmica e a resistência de rolamento das rodas no solo, durante a fase de aceleração. Assim existem soluções nas quais o empuxo líquido é considerado constante, ou uma função linear da velocidade, ou ainda, uma função quadrática da velocidade. O modelo mais simples é o que considera uma força constante, o que leva a uma aceleração constante também, ou seja, um movimento retílineo uniformemente variado. Dados da literatura indicam que, para este modelo, uma boa aproximação para as forças envolvidas, é considerar estas na velocidade de 75% da velocidade de decolagem. Assim, o empuxo líquido pode ser obtido pelos valores de empuxo bruto, resistência aerodinâmica e de rolamento, naquela velocidade.

No modelo de aceleração constante esta será:

$$a = \frac{T_0 - (D + Q)}{m} = \frac{T_n}{m}$$

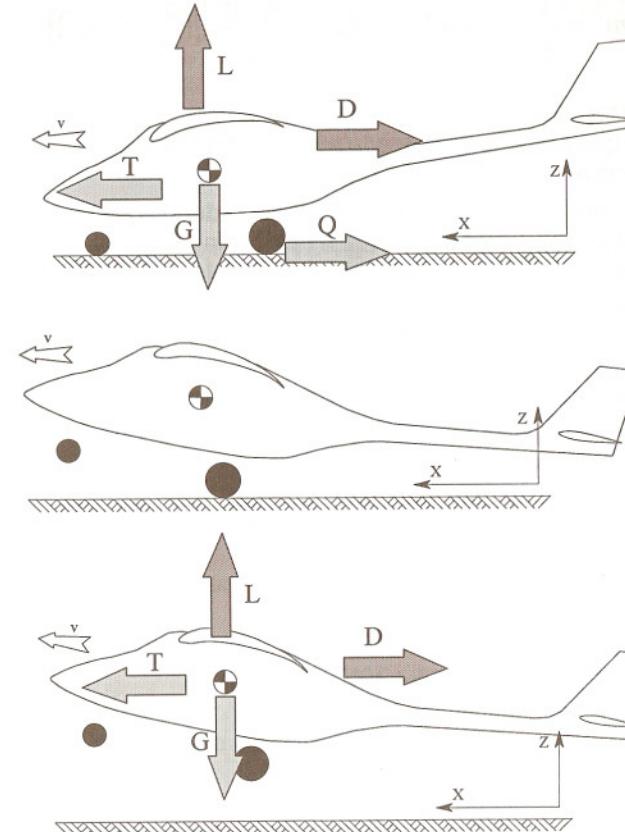


Figura 9.6 - Forças envolvidas na análise de decolagem.

O avião é acelerado em contato com o solo até a velocidade em que ocorre pela primeira vez  $L = G$ , ou seja, o avião começa a ter um movimento vertical e a se distanciar do solo. Este é o ponto teórico que define a distância de decolagem. Os resultados da simulação numérica detalham mais este aspecto. Como esta velocidade é a de estol,  $v_s$ ,

$$v_s^2 = \frac{2 \cdot G}{\rho \cdot C_L \cdot S}$$

Das equações da cinemática, resulta:

$$x = \frac{m^2 \cdot g}{\rho \cdot C_L \cdot S \cdot T_n}$$

isolando a massa,

$$m^2 = \frac{1}{g} \cdot x \cdot \rho \cdot C_L \cdot S \cdot T_n = \left[ \frac{x_0 \cdot \rho}{g} \right] [(C_L \cdot S \cdot T_n)]$$

Nesta equação temos:

- $m$  Massa que pode ser acelerada até  $v_s$  na distância  $x$ ;
- $x_0$  Distância máxima de decolagem (61 m);
- $\rho$  Massa específica do ar, nas condições da decolagem;
- $g$  Aceleração da gravidade no local da decolagem;
- $C_L$  Coeficiente de sustentação quando da decolagem, incluindo efeito solo.
- $S$  Área de referência do avião;
- $T_n$  Empuxo líquido, considerado constante até  $v_s$ .

As variáveis que aparecem no primeiro termo entre colchetes são constante para a competição, e adotando os valores padrão, ou seja  $x_0 = 61$  m,  $\rho = 1,225$  e  $g = 9,80665$ ,

$$m^2 = 7,6198 \cdot (C_L \cdot S \cdot T_n) = 7,6198 \cdot CLASSE$$

Conforme detalhado na análise numérica, esta expressão deve ser modificada para :

$$m^2 = 7,1207 \cdot CLASSE ,$$

de forma a considerar uma definição do ponto de decolagem como sendo quando o avião está a 5 mm de altura do solo.

Nas expressões acima é definida a variável CLASSE, que é o produto do coeficiente de sustentação, da área de referência e do empuxo líquido. Este produto, como discutido no Capítulo 3, define o nível de engenharia e o potencial da capacidade de carga do projeto.

O relatório NACA NR 450 apresenta um modelo um pouco mais sofisticado, com uma função linear para a variação do empuxo com a velocidade. Neste modelo a distância percorrida até o avião atingir  $v_s$  é:

$$x = \frac{K_x}{g} \cdot v_s^2 \cdot \frac{G}{T_1}; \quad \text{sendo} \quad K_x = \left[ \frac{1}{k} \left( -1 - \frac{1}{k} \ln(1-k) \right) \right]; \quad \text{com} \quad 1-k = \frac{T_2}{T_1}$$

e, finalmente,  $T_1$  e  $T_2$  correspondem ao empuxo líquido para  $v = 0$  e  $v = v_s$ , respectivamente. Este modelo pode ser facilmente comparado com a formulação de aceleração constante, apresentada acima, se substituirmos  $v_s$  pela sua expressão:

$$v_s^2 = \frac{2 \cdot G}{\rho \cdot C_L \cdot S}; \quad \text{logo,} \quad x = 2 \cdot K_x \cdot \frac{m^2 \cdot g}{\rho \cdot C_L \cdot S \cdot T_1},$$

isolando a massa,

$$m^2 = K_m \cdot \frac{x \cdot \rho}{g} \cdot C_L \cdot S \cdot T_1; \quad \text{sendo} \quad K_m = \frac{1}{2K_x}$$

A constante  $K_m$  depende da relação entre  $T_2$  e  $T_1$ , Figura 9.7. É flagrante a equivalência entre esta expressão e a anterior, coincidindo ambas quando  $T_2 = T_1$ , como seria de se esperar. A Figura 9.7 mostra uma aproximação linear da curva de  $K_m$ .

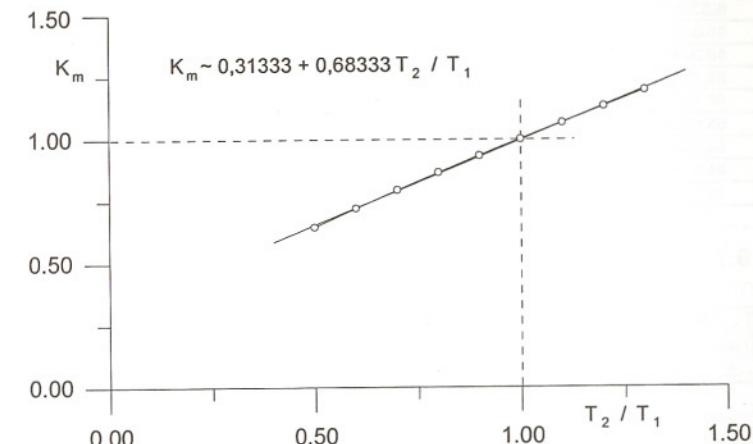


Figura 9.7 - Função da constante  $K_m$ .

## 9.4 ANÁLISE NUMÉRICA DE DECOLAGEM

Uma solução mais exata para o problema de calcular a distância de decolagem pode ser obtida por um processo numérico, integrando duas vezes a aceleração instantânea, obtida pelas forças que atuam sobre o avião naquele instante. Inúmeros softwares podem ser usados para esta análise, como MatLab, MathCad, Mathematica, etc, ou então desenvolver o próprio software a partir de algum algoritmo de solução de equações diferenciais, como Euler, Runge-Kutta, Newmark e outros.

Os resultados apresentados nos gráficos e tabelas a seguir foram obtidos para um avião com as características dadas pela Tabela 9.5. Os dados são típicos de um modelo da competição AeroDesign, tendo sido ajustado o valor da massa do modelo de forma que com os dados da Tabela 9.5 o critério de decolagem seja atendido na distância de 61 m, ou exatamente 60,87 m. As tabelas 9.6 a 9.9 apresentam um resumo dos dados de simulação obtidos. As unidades das diferentes variáveis estão no SI, ou seja, m; m/s; N.

**Tabela 9.5 - Dados do modelo analisado**

Massa	Peso	S	f	C <sub>L</sub>	C <sub>D0</sub>	A <sub>R.e</sub>	ρ
16,37	160,37	0,65	0,020	1,900	0,023	8,817	1,225

**Tabela 9.6 - Dados de simulação, de 0 a 10 s**

Time	X distance	X velocity	L - G	Z distance	Thrust	Net thrust	Lift	Z velocity
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	38.8876	35.6759	0.0000	0.0000
1.0000	1.1217	2.2759	0.0000	0.0000	42.0189	38.7594	1.6498	0.0000
2.0000	4.5785	4.6337	0.0000	0.0000	41.6542	38.2447	6.8387	0.0000
3.0000	10.357	6.9002	0.0000	0.0000	39.5459	35.8957	15.164	0.0000
4.0000	18.325	9.0073	0.0000	0.0000	37.0457	33.0868	25.840	0.0000
5.0000	28.313	10.939	0.0000	0.0000	34.4982	30.1845	38.111	0.0000
6.0000	40.147	12.705	0.0000	0.0000	32.3760	27.6777	51.412	0.0000
7.0000	53.668	14.289	0.0000	0.0000	29.6562	21.8957	130.63	0.0000
8.0000	68.544	15.420	19.287	0.1199	27.4414	16.6493	179.87	0.4623
9.0000	84.438	16.335	41.261	1.4038	25.5163	13.4058	201.84	2.3294
10.0000	101.13	17.069	59.815	5.1855	23.9711	10.7474	220.40	5.4302

**Tabela 9.7 - Dados na fase de decolagem, de 50 até 61 m de pista**

Time	X distance	X velocity	L - G	Z distance	Thrust	Net thrust	Lift	Z velocity
6.7396	50.0000	13.9093	0.0000	0.0000	30.3975	25.4035	61.6484	0.0000
6.8106	51.0000	14.0180	0.0000	0.0000	30.1850	24.7218	79.6804	0.0000
6.8826	52.0000	14.1249	0.0000	0.0000	29.9762	23.8241	98.6043	0.0000
6.9526	53.0000	14.2245	0.0000	0.0000	29.7814	22.7422	117.585	0.0000
7.0226	54.0000	14.3191	0.0000	0.0000	29.5967	21.4455	137.095	0.0000
7.0926	55.0000	14.4076	0.0000	0.0000	29.4236	19.9313	157.020	0.0000
7.1616	56.0000	14.4911	0.0000	0.0000	29.2604	19.6951	158.846	0.0000
7.2306	57.0000	14.5736	0.0753	3.1E-9	29.0992	19.4598	160.660	5.9E-6
7.2986	58.0000	14.6539	1.8503	9.5E-5	28.9423	19.1964	162.435	0.0040
7.3666	59.0000	14.7331	3.6108	0.0007	28.7875	18.9360	164.196	0.0154
7.4346	60.0000	14.8112	5.3568	0.0023	28.6348	18.6785	165.942	0.0339
7.5016	61.0000	14.8872	7.0627	0.0054	28.4864	18.4278	167.648	0.0594

**Tabela 9.8 - Dados na fase de decolagem, alturas de 0,000 até 0,100 m**

Time	X distance	X velocity	L - G	Z distance	Thrust	Net thrust	Lift	Z velocity
7.2296	56.9883	14.5724	0.0491	0.00000	29.1015	19.4637	160.6340	2.1E-6
7.2996	58.0112	14.6551	1.8763	0.00010	28.9400	19.1925	162.4610	0.0041
7.3836	59.2464	14.7527	4.0487	0.00100	28.7491	18.8713	164.6340	0.0193
7.4236	59.8374	14.7987	5.0753	0.00200	28.6594	18.7200	165.6600	0.0305
7.4526	60.2671	14.8317	5.8165	0.00300	28.5948	18.6109	166.4020	0.0401
7.4746	60.5936	14.8567	6.3769	0.00400	28.5460	18.5285	166.9620	0.0483
7.4936	60.8761	14.8782	6.8597	0.00500	28.5041	18.4576	167.4450	0.0560
7.5636	61.9203	14.9565	8.6284	0.01000	28.3509	18.1983	169.2130	0.0891
7.6126	62.6545	15.0107	9.8571	0.01500	28.2450	18.0187	170.4420	0.1168
7.6516	63.2408	15.0535	10.829	0.02000	28.1614	17.8768	171.4150	0.1414
7.8036	65.5414	15.2169	14.572	0.05000	27.8420	17.3328	175.1570	0.2594
7.9536	67.8357	15.3734	18.192	0.10000	27.5363	16.8099	178.7770	0.4096

**Tabela 9.9 - Dados na fase de subida, de 55 até 100 m de pista**

Time	X distance	X velocity	L - G	Z distance	Thrust	Net thrust	Lift	Z velocity
7.0926	55.0000	14.4076	0.0000	0.0000	29.4236	19.9313	157.0200	0.0000
7.4346	60.0000	14.8112	5.3568	0.0023	28.6348	18.6785	165.9420	0.0339
7.7676	65.0000	15.1787	13.693	0.0413	27.9167	17.4603	174.2780	0.2283
8.0936	70.0000	15.5150	21.502	0.1687	27.2422	16.3172	182.0870	0.5794
8.4127	75.0000	15.8223	28.786	0.4280	26.5955	15.2335	189.3710	1.0699
8.7259	80.0000	16.1039	35.587	0.8559	26.0029	14.2328	196.1720	1.6859
9.0340	85.0000	16.3629	41.947	1.4845	25.4579	13.3062	202.5320	2.4158
9.3381	90.0000	16.6019	47.908	2.3430	24.9549	12.4456	208.4930	3.2506
9.6372	95.0000	16.8219	53.469	3.4509	24.4920	11.6490	214.0540	4.1769
9.9323	100.0000	17.0251	58.672	4.8299	24.0644	10.9093	219.2570	5.1877

O critério de decolagem adotado foi o do avião ter atingido uma altura de 5 mm, tendo em vista que a definição, se a decolagem é válida ou não, ser meramente visual. Da Tabela 9.8 pode-se ver que o avião atinge  $v_s$  na distância de 56,9883 m, mas a distância do solo cresce, de início, muito lentamente, Tabela 9.7, atingindo 0,005 m na distância de 60,876 m, ou seja, praticamente 4 m depois de atingir  $v_s$ . Alguns procedimentos para definir a distância de decolagem em aviões comerciais consideram uma velocidade 20% superior a  $v_s$  de forma a deixar uma margem de segurança. Como no caso do AeroDesign temos uma competição, este critério não se aplica, pois a margem de segurança deve ser praticamente zero, de modo a extrair o máximo que o avião pode entregar em desempenho. Assim, o critério para atingir  $v_s$  é uma distância menor que os 61 m, no caso adotada de 57 m, levando então a equação de previsão da massa como:

$$m^2 = 7,1207 \cdot CLASSE$$

Os gráficos da Figura 9.8 mostram como que o coeficiente de sustentação varia durante a fase da rotação do avião, aumentando o ângulo de ataque e o  $C_L$ . A figura mostra ainda a curva de empuxo usada nos cálculos.

A Figura 9.9 apresenta as curvas das principais forças envolvidas no problema. São apresentadas como função do tempo, até 10 s, e como função da distância percorrida na pista, até 100 m.

As curvas mostradas na Figura 9.10 ilustram como que a altura do avião varia após este ter atingido  $v_s$ , o que ocorre no instante de 7,2296 s, ou distância percorrida de 56,9883 m.

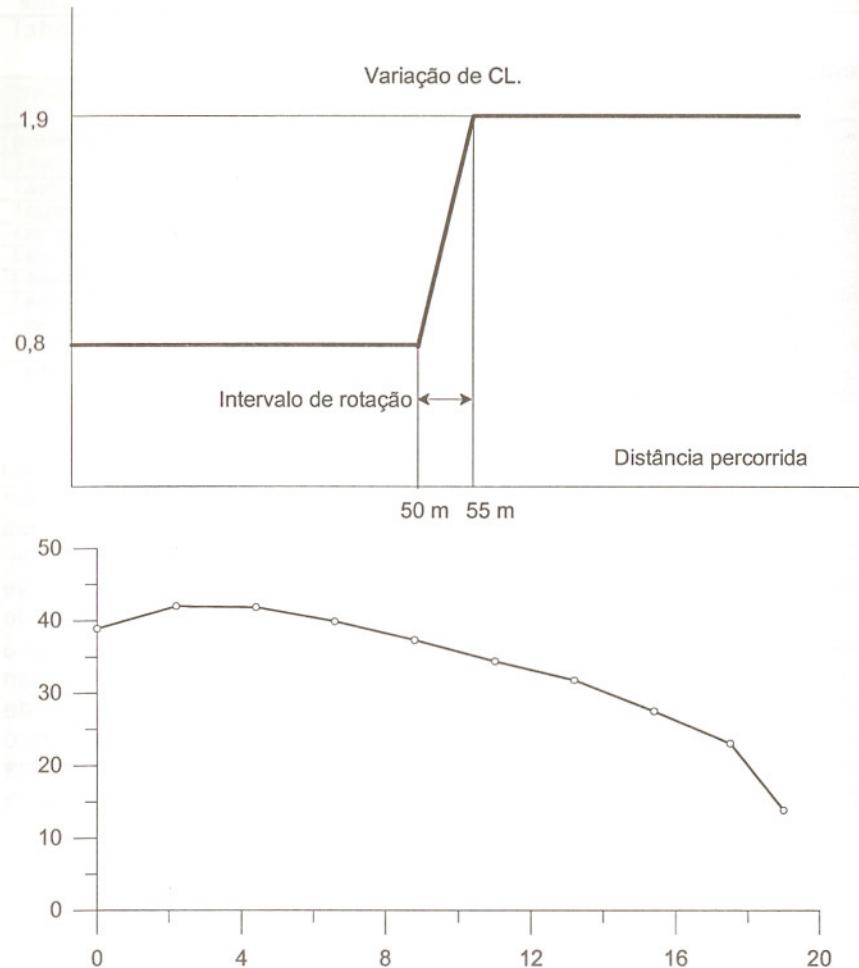


Figura 9.8 - Comportamento simulado do coeficiente de sustentação. Curva de empuxo.

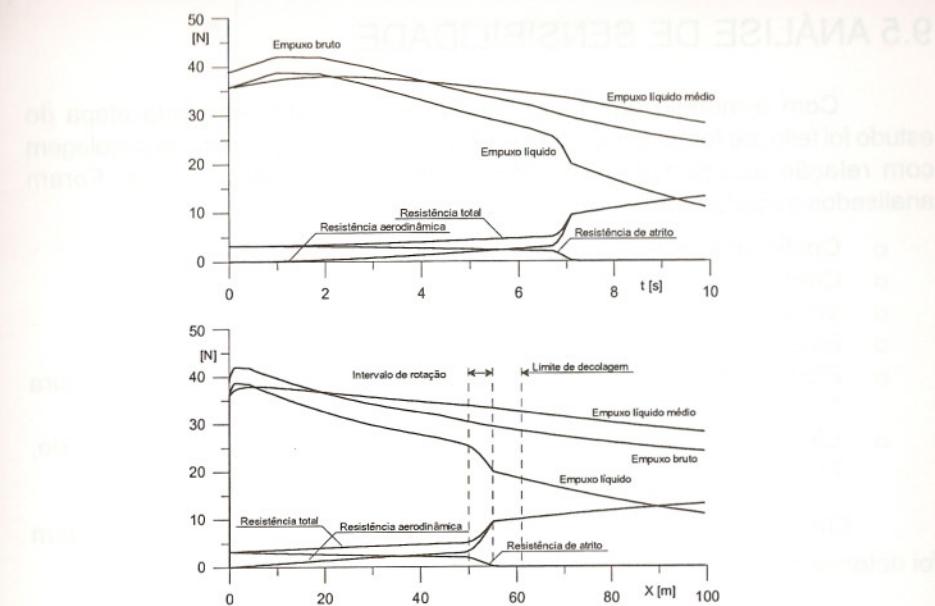


Figura 9.9 - Forças envolvidas na decolagem: Empuxo, empuxo líquido e resistências de atrito e aerodinâmica.

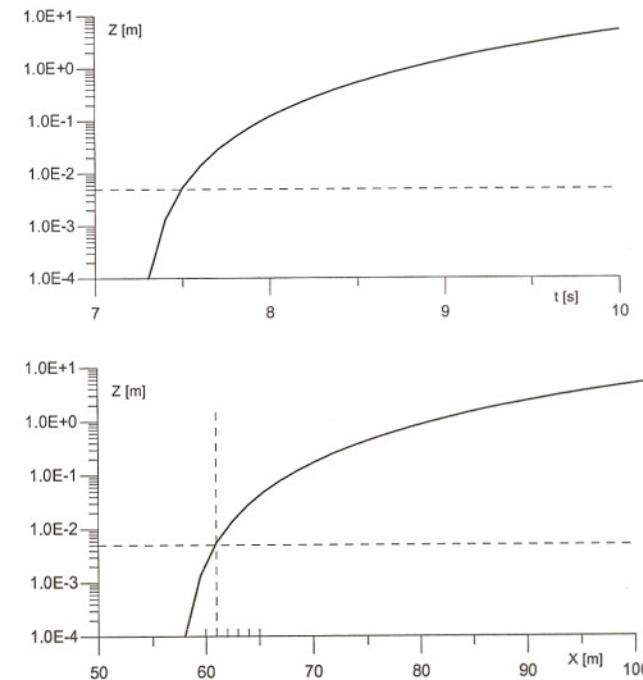


Figura 9.10 - Altura  $Z$  versus tempo e altura  $Z$  versus distância  $X$ .

## 9.5 ANÁLISE DE SENSIBILIDADE

Com o modelo analisado numericamente, uma segunda etapa do estudo foi feita, de forma a determinar a sensibilidade da distância de decolagem com relação aos principais parâmetros envolvidos no problema. Foram analisados os parâmetros:

- Coeficiente de arrasto parasita do avião, Figura 9.11;
- Coeficiente de atrito de rolamento, Figura 9.11;
- Variação do empuxo da hélice, Figura 9.12;
- Efeito da curva de empuxo, Figuras 9.13 e 9.14;
- Efeito do ponto de rotação e do comprimento da fase de rotação, Figura 9.15;
- Efeito do  $C_L$  na fase de aceleração e da redução no arrasto induzido, Figura 9.16.

Em todos os casos que estão apresentados a distância de decolagem foi determinada pelo critério de 5mm de altura em relação ao solo.

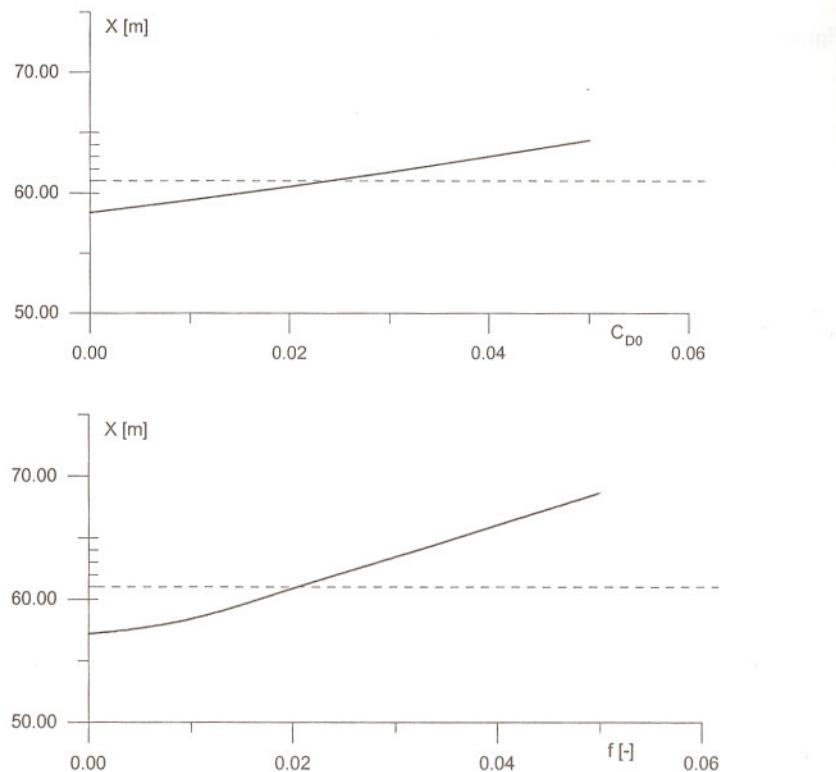


Figura 9.11 - Coeficiente de arrasto parasita do avião e atrito de rolamento.

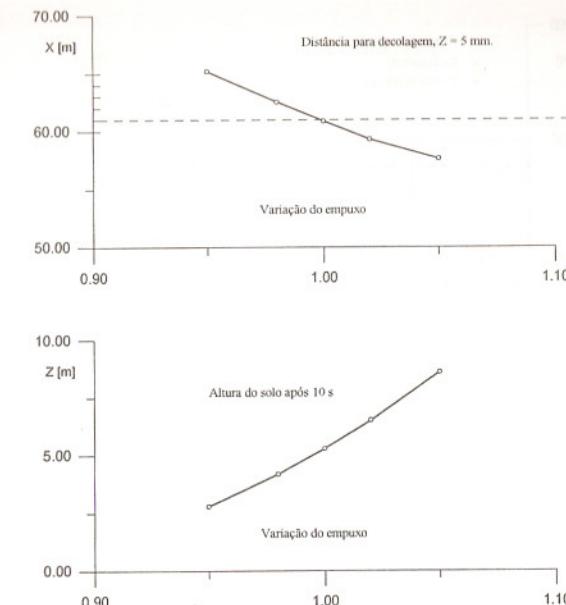


Figura 9.12 - Efeito da variação do empuxo em relação ao nominal.

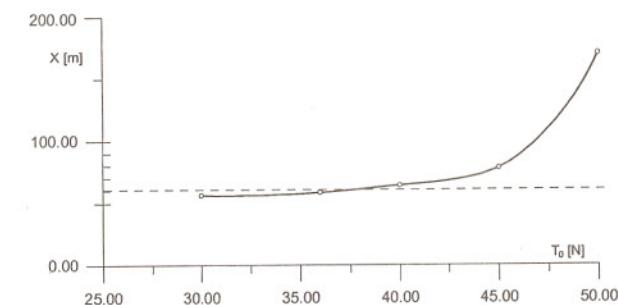
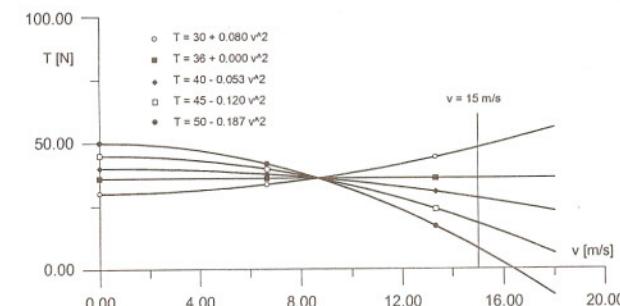


Figura 9.13 - Variação do empuxo da hélice. Efeito de curvas de empuxo sobre a distância de decolagem. Todas as curvas de empuxo geraram o mesmo empuxo médio até 15m/s.

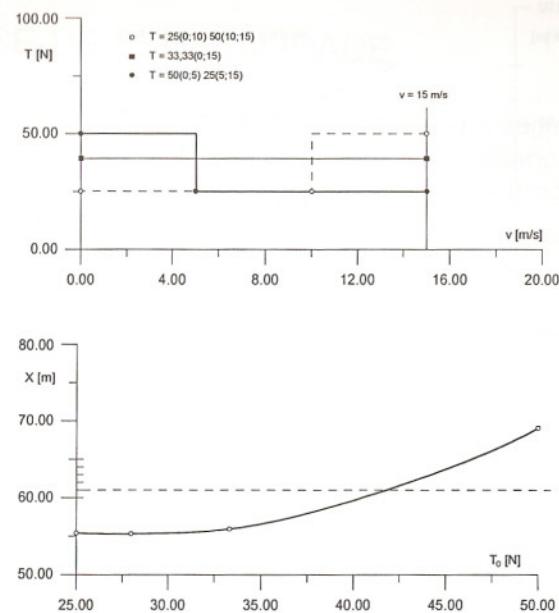


Figura 9.14 - Efeito da curva de empuxo.

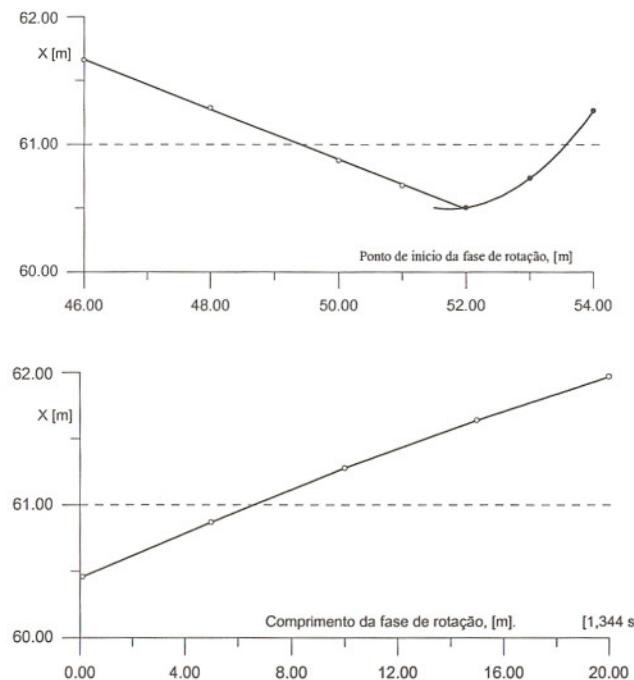
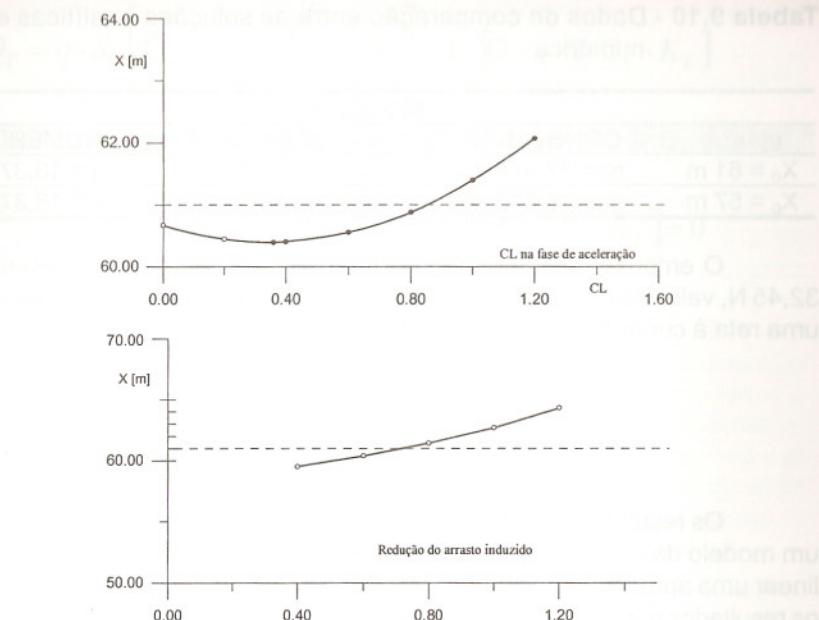


Figura 9.15 - Efeito do ponto de rotação e do comprimento da fase de rotação.

Figura 9.16 - Efeito do  $C_L$  na fase de aceleração e da redução no arrasto induzido.

Da análise das figuras podemos tirar algumas conclusões:

- O empuxo é a variável mais importante, pois uma variação de apenas 2% neste leva a uma variação de 1,66 m na distância de decolagem.
- De forma coerente com o modelo analítico com empuxo linear, uma ênfase no empuxo estático é prejudicial para o desempenho.
- Existe um ponto de ótimo para o ponto de início da rotação do avião, no caso em aproximadamente 52 m.
- A fase de rotação deve ser a mais curta possível.
- Existe um valor de ótimo para o  $C_L$  quando da fase de aceleração, no caso de 0,36.
- A resistência devida ao atrito de rolamento é mais importante do que o arrasto parasita, ou mesmo que o arrasto induzido.

## 9.6 COMPARAÇÃO COM OS RESULTADOS ANALÍTICOS

É interessante fazer uma comparação entre os resultados numéricos e os resultados que se obtém com os modelos analíticos. Assim, usando os dados do modelo simulado é possível montar a seguinte tabela de comparação.

**Tabela 9.10 - Dados de comparação entre as soluções analíticas e a numérica**

MODELOS		
CONSTANTE	LINEAR	NUMÉRICO
$X_0 = 61 \text{ m}$	$m = 17,475 \text{ kg}$	$m = 16,322 \text{ kg}$
$X_0 = 57 \text{ m}$	$m = 16,893 \text{ kg}$	$m = 15,778 \text{ kg}$
		$m = 16,370 \text{ kg}$

O empuxo líquido usado no modelo de aceleração constante foi de 32,45 N, valor médio até a distância de 61 m. Para o modelo linear, foi ajustada uma reta à curva de empuxo líquido, fornecendo

$$T_1 = 38 \text{ N} \text{ e } T_2 = 24 \text{ N.}$$

$$\text{Assim, } T_2 / T_1 = 0,632 \text{ e } K_m = 0,745.$$

Os resultados da tabela 10 atestam novamente a importância de se ter um modelo da curva de empuxo o mais exato possível, sendo a aproximação linear uma aproximação, quanto à previsão de carga, bastante condizente com os resultados numéricos. Presume-se que estes sejam exatos, dentro dos dados disponíveis.

## 9.7 COEFICIENTE DE SUSTENTAÇÃO ÓTIMO

Durante a fase de aceleração é interessante que a resistência ao movimento do avião seja a menor possível, ou seja, a soma da resistência aerodinâmica e da resistência de rolamento. Se a sustentação for pequena, gera pouco arrasto induzido, mas é grande a força de resistência devida ao atrito de rolamento. Se a sustentação é alta, é menor o efeito do atrito de rolamento, mas em compensação aumenta a resistência induzida. Para tal existe um valor ótimo para o coeficiente de sustentação,  $C_{L0}$ , na fase de aceleração.

$$C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi \cdot A_R \cdot e}$$

$$D = C_D q S$$

$$Q = f(G - L)$$

$$Q_T = D + Q$$

$$Q_T = q \cdot S \cdot \left[ C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi \cdot A_R \cdot e} \right] + f \cdot [G - q \cdot S \cdot C_L]$$

e considerando o efeito solo,

$$Q_T = q \cdot S \cdot \left[ C_{D0} + K_D \cdot \frac{C_L^2 \cdot K_L^2}{\pi \cdot A_R \cdot e} \right] + f \cdot [G - q \cdot S \cdot C_L \cdot K_L]$$

O valor de  $C_L$  para mínimo  $Q_T$  será obtido pela derivada de  $Q_T$ , ou seja,

$$\frac{\partial Q_T}{\partial C_L} = q \cdot S \cdot \left[ 0 + 2 \cdot K_D \cdot \frac{C_L \cdot K_L^2}{\pi \cdot A_R \cdot e} \right] + f \cdot [0 - q \cdot S \cdot K_L] = 0$$

$$\frac{\partial Q_T}{\partial C_L} = q \cdot S \cdot 2 \cdot K_D \cdot \frac{C_L \cdot K_L^2}{\pi \cdot A_R \cdot e} - f \cdot q \cdot S \cdot K_L = 0$$

$$2 \cdot K_D \cdot \frac{C_L \cdot K_L^2}{\pi \cdot A_R \cdot e} = f$$

O valor ótimo de  $C_L$  na aceleração é portanto:

$$C_{L0} = \frac{\pi \cdot A_R \cdot e \cdot f}{2 \cdot K_D \cdot K_L}$$

No caso do modelo numérico, com os dados da Tabela 5 e para  $h/b = 0,20$ ,  $K_D = 0,71$  e  $K_L = 1,087$ , resultam

$$C_{L0} = \frac{27,7 \cdot 0,02}{2 \cdot 0,71 \cdot 1,087} = 0,3589$$

Pela curva da Figura 9.16 verifica-se que a mínima distância para decolagem ocorre para um  $C_L$  da ordem de 0,36, perfeitamente de acordo com o calculado acima.

Para obter este  $C_L$  os ângulos de incidência da asa e geometria do trem de pouso devem ser estudados, bem como a mudança do ângulo de ataque pelo efeito solo.

## 9.8 ANÁLISE DE DADOS EXPERIMENTAIS

Dados disponíveis fornecem informações sobre a massa do avião, área de asa e velocidade, tanto na decolagem como em vôo. Estes dados permitem uma avaliação sobre o comportamento destes modelos. A Tabela 9.11 apresenta um resumo destes dados, bem como uma estimativa de  $C_L$ .

**Tabela 9.11 - Dados de vôos experimentais com medidas de velocidade**

Modelo	S [m <sup>2</sup> ]	G [N]	Motor	Hélice	Fase	v [m/s]	q [N/m <sup>2</sup> ]	C <sub>L</sub>
III	0,6447	89	OS 61	Apc14/5	TO	13,86	117,7	1,17
III	0,6447	106,8	KB 61	Apc14/5	TO	13,41	110,1	1,50
III	0,6447	89	OS 61	Apc14/5	FLY	25,0	382,8	0,36
III	0,6447	106,8	KB 61	Apc14/5	FLY	29,5	533,0	0,31
V	0,6447	103,7	OS 61	Apc14/5	TO	14,3	125,2	1,28
V	0,6447	103,7	OS 61	Apc14/5	FLY	24,6	370,7	0,434
V	0,6447	116,1	OS 61	Zng14/4	TO	12,5	81,25	2,22
L K	0,6447	98,34	KB 61	Apc13/6	FLY	33,52	688,4	0,194

## 10. EQUILÍBRIO E ESTABILIDADE

Embora este capítulo trate apenas dos conceitos mais básicos de equilíbrio e estabilidade, é conveniente apresentar uma visão de conjunto do problema de equilíbrio, estabilidade e controle, de um avião em vôo. Os estudos de equilíbrio e estabilidade aqui tratados consideram que as superfícies de controle estejam fixas (stick fixed). Numa análise mais sofisticada de estabilidade as superfícies são consideradas livres (stick free). Já no caso da análise de controle as superfícies são tratadas como ativas.

O estudo no movimento longitudinal, ou seja, movimento da aeronave no plano XZ, oscilação de pitch, é em geral o mais importante, pois caracteriza a capacidade do avião voar com controle de altitude. Por ser um plano de simetria, este movimento é desacoplado dos outros movimentos do avião. Já no caso dos movimentos no plano XY, yaw, e no plano YZ, roll, existe um acoplamento entre ambos, fazendo com que o estudo de controle deva ser efetuado em conjunto.

De uma forma resumida a análise de equilíbrio busca estabelecer a configuração das superfícies de sustentação e controle para vôo horizontal, usando as equações de equilíbrio de forças e momentos. Busca-se definir o ponto de equilíbrio, para uma dada velocidade, com momento resultante zero em torno do CG. Esta análise determina as cargas que a empunagem horizontal deve desenvolver em diferentes condições de vôo.

A análise de estabilidade trata de verificar o que acontece quando a aeronave, em vôo, é perturbada no seu equilíbrio, em qualquer um dos seus graus de liberdade. Esta análise de estabilidade pode ser estática, ou seja, verifica-se a tendência da aeronave retornar às condições de equilíbrio, ou dinâmica, se esta tendência converge no tempo, ou não. Na análise dinâmica as propriedades de inércia são fundamentais. Adicionalmente a análise de estabilidade pode considerar pequenas perturbações, usando-se geralmente um comportamento linear, caracterizado pela derivada dos momentos em relação a cada um dos graus de liberdade, ou não linear. Neste último caso as perturbações consideradas são grandes, estudando-se o comportamento em condições de perda de sustentação, por exemplo. A análise não linear é bem mais complexa e em muitos casos é feita apenas de uma forma qualitativa.

A capacidade de controle do avião depende da eficiência da atuação das superfícies de controle, ou seja, da intensidade das forças e momentos gerados. Um aspecto estudado é o comportamento quanto à trajetória, com a atuação das superfícies de controle. A inércia do avião é uma variável importante a ser considerada. Outro aspecto da análise de controle é a determinação dos esforços que o piloto deve exercer sobre os comandos, ou

no caso de uma aeronave servo-controlada, as forças e momentos que os servos deverão desenvolver em vôo. O estudo de controle não será abordado neste texto.

## 10.1 EQUILÍBRIO

O equilíbrio do avião em vôo horizontal, com velocidade constante, está relacionado com as forças representadas na Figura 10.1. Na prática, a força de arrasto e o momento da empennagem são desconsiderados, por terem valores muito menores do que as outras forças. O equilíbrio de forças verticais tem como resultado a equação abaixo e a sustentação total do avião é a soma das sustentações da asa e da empennagem. Assim,

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow L_I + L_{II} - G = 0, \text{ ou } L - G = 0, \text{ sendo } L = L_I + L_{II}$$

Considerando agora o equilíbrio de momentos em relação ao centro de gravidade,

$$\sum M_{CG} = 0 \Rightarrow M_I + M_{II} + L_I \cdot l_I + D_I \cdot Z_I + D_{II} \cdot z_{II} - L_{II} \cdot l_{II} - T \cdot Z_p = 0$$

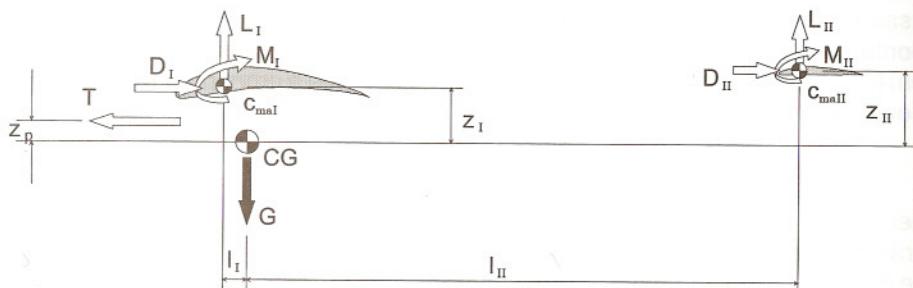


Figura 10.1 – Forças e momentos atuantes com o avião em vôo.

Das duas condições de equilíbrio acima é possível determinar as cargas na empennagem para equilibrar o avião em vôo. Esta carga é variável, conforme o avião está mais ou menos carregado, ou está a uma velocidade maior ou menor. Assim, o ângulo de ataque deve ser ajustado, atuando no profundo, de forma que a asa gere uma sustentação  $L$ , adequada, ver Figura 10.4.

## 10.2 ANÁLISE EM SITUAÇÕES LIMITES

O conceito de estabilidade longitudinal, detalhado logo a seguir, deve iniciar com algumas idéias básicas. Em uma análise simplificada, desconsiderando os momentos aerodinâmicos e as forças de resistência ao movimento, as forças atuantes serão apenas as forças verticais. Considerando

um projeto com todas as superfícies contribuindo para a sustentação (configuração canard, tandem ou ainda "lift tail"). Duas condições de perda de sustentação devem ser analisadas:

- Proximidade do ângulo de sustentação nula, com pequenos ângulos de ataque;
- Proximidade do ângulo de estol, com grandes ângulos de ataque.

Estas duas situações serão analisadas de uma forma qualitativa, para definir condições gerais que o projeto aerodinâmico deve atender, para um comportamento estável.



Figura 10.2 – Forças verticais atuantes com o avião em vôo.

### ANÁLISE PARA PEQUENOS ÂNGULOS DE ATAQUE

Para vôos a alta velocidade a asa opera com pequenos ângulos de ataque, já que um pequeno coeficiente de sustentação é suficiente para o vôo. Com pequenos ângulos de ataque o perfil está próximo da condição de sustentação nula, e uma situação de perda de sustentação pode se manifestar. Neste caso a segunda superfície deve atingir esta condição em primeiro lugar. Sem sustentação na segunda superfície o peso gera um momento que tende a aumentar o ângulo de ataque e isto faz com que a sustentação volte a ser gerada em  $S_{II}$ , retornando ao equilíbrio. Se, ao contrário, a primeira superfície atingir antes o ângulo de sustentação nula, o momento gerado pelo peso tende a diminuir ainda mais o ângulo de ataque. Para atender esta condição, é possível trabalhar no ângulo de incidência das duas superfícies, ou na seleção do perfil. Neste último caso o perfil de  $S_I$  deve ser mais arcado, com mais camber, do que o perfil de  $S_{II}$ . Isto decorre do fato que o ângulo de ataque para sustentação nula  $\alpha_0$ , é, para perfis finos, calculado pela expressão abaixo, sendo  $Z_{\max}$  a máxima coordenada, normalizada, do perfil.

$$\alpha_0 = -1,07 \cdot \operatorname{arctg} \frac{Z_{\max}}{1-p}$$

### ANÁLISE PARA GRANDES ÂNGULOS DE ATAQUE

Quando a aeronave está voando a baixas velocidades, deve operar com grandes ângulos de ataque, para gerar sustentação suficiente. Neste caso, quando próximo do estol, a primeira superfície deve atingir o ângulo de estol antes da segunda superfície. Assim, devido a um acréscimo brusco do

ângulo de ataque, a primeira superfície entra em estol e diminui a sustentação. Na seqüência, é gerado um momento que leva a aeronave a diminuir o ângulo de ataque e a superfície sai do estol, voltando a gerar sustentação e a aeronave retorna a uma condição de equilíbrio. Esta é portanto uma situação estável. O contrário ocorre caso a segunda superfície "estole" antes, perdendo sustentação. O momento gerado pelo peso aumenta ainda mais o ângulo de ataque, instabilizando completamente a trajetória de vôo. Esta condição é obtida fazendo com que  $S_1$  tenha uma maior relação de aspecto que  $S_{II}$ , pois:

$$\frac{dC_L}{d\alpha} = a = \frac{a_0}{1 + \frac{a_0}{\pi \cdot A_R}}$$

A Figura 10.3 ilustra as duas situações acima e os requisitos aerodinâmicos necessários para uma configuração estável.

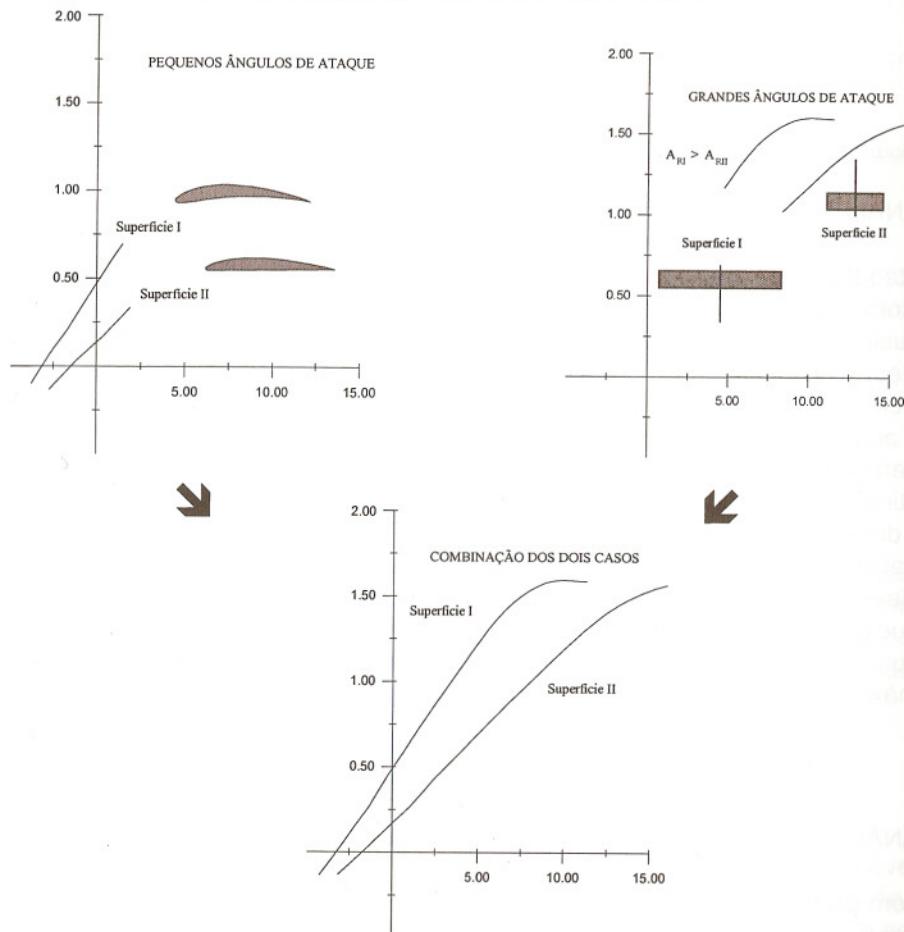


Figura 10.3 – Requisitos de estabilidade para pequenos e grandes ângulos de ataque.

### 10.3 ESTABILIDADE LONGITUDINAL

O conceito de estabilidade longitudinal está ligado ao comportamento do avião com o ângulo de ataque, em especial do momento em torno do eixo Y. Para o avião ser estável, se por alguma razão o ângulo de ataque variar, o avião deve ter a tendência de gerar um momento em sentido contrário, de modo à retornar à condição inicial. Assim, aumentando o ângulo de ataque, em relação à condição de equilíbrio, o momento deve ser negativo, levando o avião a picar, diminuindo  $\alpha$ . Ao contrário, diminuindo o ângulo de ataque, em relação à condição de equilíbrio, o momento deve ser positivo, levando o avião a cabrar, aumentando  $\alpha$  e retornando ao equilíbrio. A condição de estabilidade é então definida pelo sinal da derivada do momento, em relação ao ângulo de ataque.

$$\frac{\partial C_M}{\partial \alpha} < 0$$

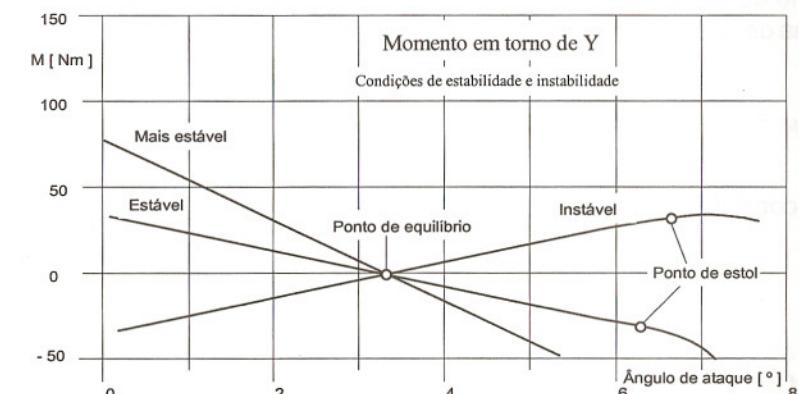
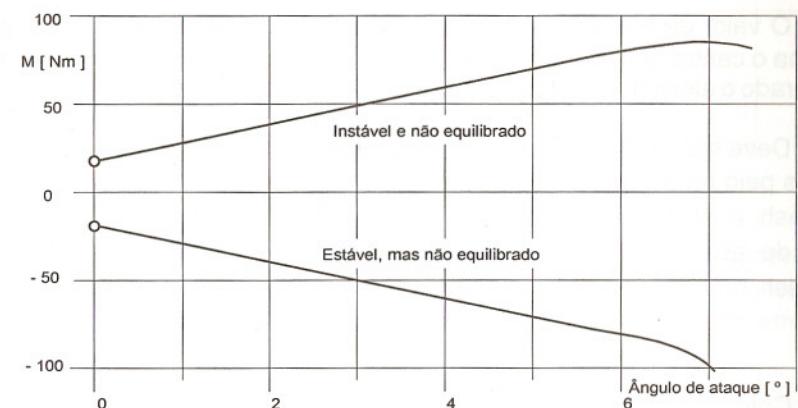


Figura 10.4 – Diferentes comportamentos quanto à estabilidade longitudinal.

## 10.4 ANÁLISE LINEAR PARA PEQUENAS PERTURBAÇÕES

Neste estudo serão consideradas apenas pequenas perturbações em torno do ponto de equilíbrio, de forma que as condições limites de estol ou sustentação nula não são analisadas. Adicionalmente, como as perturbações são pequenas, é perfeitamente possível utilizar uma análise linear, usando diretamente as derivadas primeira nesta linearização.

No estudo de estabilidade é usual posicionar o CG em relação ao bordo de ataque, medido na corda média aerodinâmica da asa. A quantificação do nível de estabilidade longitudinal é obtida como segue. Sem considerar os efeitos do arrasto e do momento da seção da empennagem, temos, para o momento resultante em torno do CG:

$$M_{CG} = M_I + L_I \cdot (h - h_0) \cdot c_{ma} + D_I \cdot Z_I - L_{II} \cdot l_{II} - T \cdot Z_p$$

O valor de  $h$  é a fração da  $c_{ma}$  que o CG ocupa e  $h_0$  é a fração que posiciona o centro aerodinâmico, em geral da ordem de 0,25. A rigor deve ser considerado o efeito da fuselagem, que será discutido mais adiante.

Deve ser lembrado que as forças aerodinâmicas da empennagem são afetadas pelo rendimento aerodinâmico desta,  $\eta_t$ , bem como pelo ângulo de downwash,  $\varepsilon$ . Assim, o ângulo de ataque da cauda,  $\alpha_{II}$ , é igual ao ângulo de ataque da asa menos o ângulo de incidência,  $\alpha_i$ , e menos o ângulo de downwash,  $\varepsilon$ :

$$\alpha_{II} = \alpha - \alpha_i - \varepsilon$$

Colocando a equação de momento na forma de coeficiente de momento do avião,  $C_M$ , dividindo a expressão de  $M_{CG}$  pela pressão dinâmica, pela área de referência da asa e pela corda média aerodinâmica,

$$C_M = C_m + C_L \cdot (h - h_0) + C_D \cdot Z_I / c_{ma} - C_{LII} \cdot \frac{S_{II}}{S} \cdot \frac{l_{II}}{c_{ma}} \cdot \eta_t - \frac{T \cdot Z_p}{q \cdot S \cdot c_{ma}},$$

ou, não considerando o efeito do arrasto e do empuxo,

$$C_M = C_m + C_L \cdot (h - h_0) - C_{LII} \cdot \frac{S_{II}}{S} \cdot \frac{l_{II}}{c_{ma}} \cdot \eta_t$$

Um parâmetro que surge nestas equações, fundamental para a estabilidade longitudinal, é o chamado volume de cauda horizontal,

$$V_H = \frac{S_{II}}{S} \cdot \frac{l_{II}}{c_{ma}}$$

substituindo, finalmente obtemos:

$$C_M = C_m + C_L \cdot (h - h_0) - C_{LII} \cdot V_H \cdot \eta_t$$

Esta expressão caracteriza o coeficiente de momento sobre o CG nas suas três principais parcelas:

- Contribuição do momento gerado pelo perfil;
- Momento da sustentação da asa, agindo no centro aerodinâmico;
- Contribuição da sustentação da empennagem horizontal.

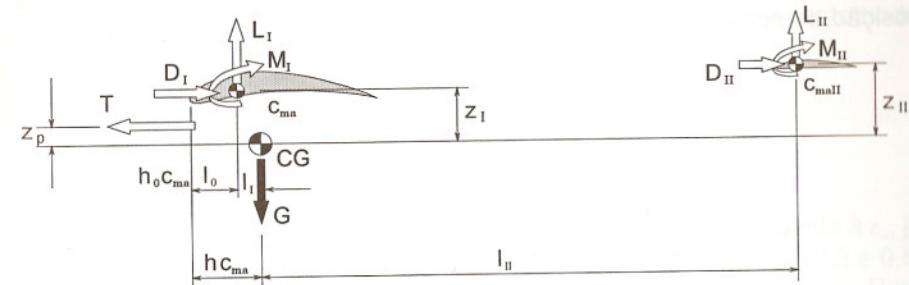


Figura 10.5 – Forças e momentos atuantes no avião.

Para verificar agora a condição de estabilidade ou não, é necessário calcular a derivada de  $C_M$  em relação a  $\alpha$ . Para tal, é necessário então expressar as parcelas da sustentação da asa e a sustentação da empennagem em função do ângulo de ataque. Assim,

$$C_L = a \alpha_e; \quad \alpha_e = \alpha + \alpha_0; \quad a = \frac{a_0}{1 + \frac{a_0}{\pi \cdot A_R}}$$

Para a sustentação da empennagem,

$$C_{LII} = a_{II} \alpha_{II}; \quad \alpha_{II} = \alpha - \alpha_i - \varepsilon; \quad a_{II} = \frac{a_{0II}}{1 + \frac{a_{0II}}{\pi \cdot A_{RII}}}$$

$$C_M = C_m + a \cdot (\alpha + \alpha_0) \cdot (h - h_0) - a_{II} \cdot (\alpha - \alpha_i - \varepsilon) \cdot V_H \cdot \eta_t$$

O ângulo de downwash na cauda não é constante, depende do ângulo de ataque, ou seja, da circulação que está sendo gerada na asa. Assim, este deve ainda ser colocado como função de  $\alpha$ , na forma:

$$\varepsilon = \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \cdot \alpha = \varepsilon_\alpha \cdot \alpha$$

$$C_M = C_m + a \cdot (\alpha + \alpha_0) \cdot (h - h_0) - a_{II} \cdot [a(1 - \varepsilon_\alpha) - \alpha_i] \cdot V_H \cdot \eta_t$$

A derivada de  $C_M$  pode agora ser obtida como:

$$\frac{\partial C_M}{\partial \alpha} = C_{Ma} = a \cdot (h - h_0) - a_{II} \cdot (1 - \varepsilon_\alpha) \cdot V_H \cdot \eta_t$$

Para o avião ter uma estabilidade neutra,  $C_{Ma} = 0$ . Isto leva a um valor particular para a posição do CG do avião, definido como ponto neutro. Esta posição, como fração da  $c_{ma}$ , é dada por  $h$ , designado agora  $h_n$ .

$$h_n = h_0 + \frac{a_{II}}{a} \cdot (1 - \varepsilon_\alpha) \cdot V_H \cdot \eta_t$$

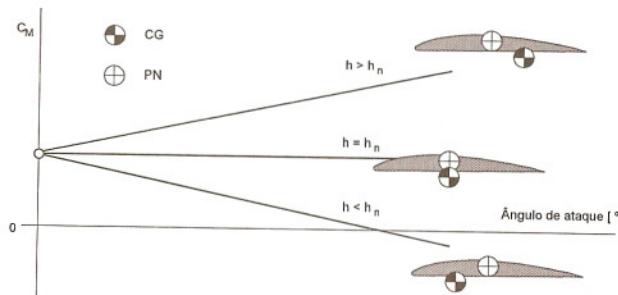


Figura 10.6 – Efeito da posição do CG na estabilidade longitudinal.

Para garantir a estabilidade, o centro de gravidade deve estar à frente do ponto neutro e a diferença  $h_n - h$  é a chamada margem estática de estabilidade, MS. Esta deve ser pelo menos de 0,05, ou seja, o CG 5% da corda média aerodinâmica à frente do ponto neutro.

$$MS = h_n - h; \quad MS > 0,05$$

Por outro lado, não é conveniente uma margem estática muito grande, maior do que 0,20, pois o avião fica difícil de pilotar, por ser muito estável e exigir muito dos comandos para sair da trajetória. Em asas voadoras a margem estática é menor, de 0,02 a 0,05.

O valor de  $\varepsilon_\alpha$  pode ser estimado, conforme visto no Capítulo 6, por:

$$\varepsilon_\alpha = \frac{d\varepsilon}{d\alpha} = \frac{d}{d\alpha} \left( \frac{2 C_L}{\pi A_R} \right) = \frac{2}{\pi A_R} \frac{dC_L}{d\alpha}$$

ou,

Valores mais exatos de  $\varepsilon_\alpha$  podem ser obtidos em [25].

Voltando à expressão de  $C_{Ma}$ , vários aspectos devem ser comentados. Para que seja negativo, já vimos que a margem estática tem que ser positiva, CG à frente do ponto neutro. Na expressão do ponto neutro, o valor de  $h_0$  é a posição do centro aerodinâmico do avião, ou seja, asa mais fuselagem, principalmente. Na falta de maiores informações, este ponto pode ser tomado como o centro aerodinâmico da asa, ou seja,  $h_0 = 0,25$ .

$$h_n = h_0 + \frac{a_{II}}{a} \cdot (1 - \varepsilon_\alpha) \cdot V_H \cdot \eta_t$$

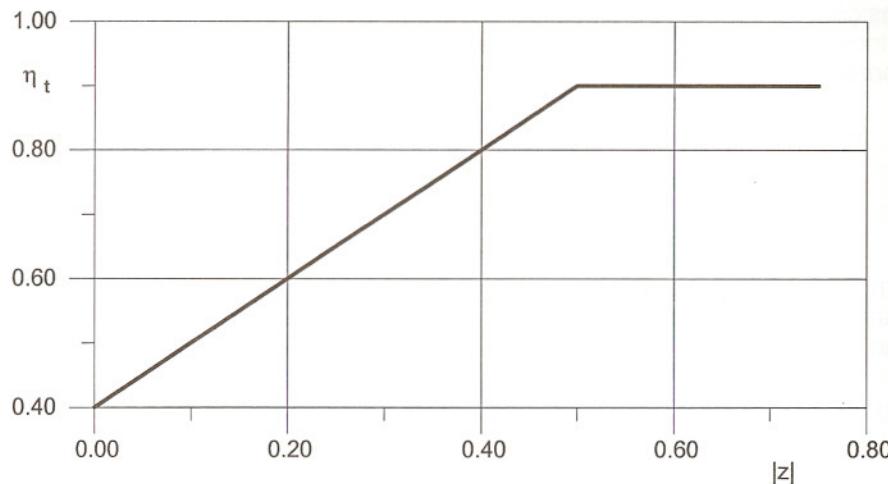
A relação  $a_{II}/a$  pode ser estimada na faixa de 0,8 a 0,9. Quanto à  $\varepsilon_\alpha$ , já vimos uma forma de calcular seu valor. Este em geral se situa entre 0,3 e 0,5. Quanto ao volume de cauda, em geral está situado entre 0,4 e 0,7. Para planadores até 0,3 é usado. A Tabela 10.1 mostra alguns valores para  $V_H$ . Por último, o rendimento de cauda pode ser estimado pela Tabela 10.2, ou pela Figura 10.7. Nesta figura z é a relação, entre a altura do ponto médio da esteira e a  $c_{ma}$  do estabilizador, e a  $c_{ma}$  da asa. Ver o Capítulo 6, seção 6.8.

Tabela 10.1 - Valores do volume de cauda de algumas aeronaves

Aeronave	$S [m^2]$	$b [m]$	$S_H [m^2]$	$l_H [m]$	$V_H$	$S_V [m^2]$	$l_V [m]$	$V_V$
Cessna Skywagon	16,17	11,63	4,17	4,94	0,92	1,49	5,49	0,046
Cessna Skylane	16,17	11,74	3,60	4,36	0,71	1,73	4,82	0,047
Piper Cherokee	16,26	10,16	3,21	4,90	0,61	1,28	4,66	0,037
Piper Saratoga	16,54	11,57	3,36	4,94	0,70	1,48	4,63	0,038
Neiva Ipanema	19,97	29,99	4,67	4,15	0,56	1,39	4,29	0,022
MD - 11	338,90	51,77	85,50	20,92	0,687	56,20	20,92	0,067
C-5A - Galaxy	576,00	67,97	89,74	39,75	0,620	89,28	34,44	0,079
AVO 68	20,70	16,7	2,90	4,94	0,558	1,82	5,11	0,027
Sirius 2	16,10	20,38	1,54	5,57	0,674	1,08	5,04	0,017
ST-100	19,79	17,60	2,23	5,40	0,541	1,58	4,98	0,023
LET-13SW	19,15	16,70	2,67	5,62	0,683	1,62	5,21	0,026
G109B	19,00	17,40	2,59	5,54	0,692	1,42	5,28	0,023
CB-9	16,40	14,00	2,70	4,83	0,614	1,56	5,09	0,034
WINDEX	7,41	12,10	0,95	2,71	0,567	0,76	2,43	0,021

**Tabela 10.2 - Rendimento aerodinâmico da cauda – Ref. Capítulo 7**

<b>Tipo de cauda</b>	<b>Rendimento</b>
Canard	0,95
Cauda em T	0,90
Cauda normal	0,60
Cauda dentro da esteira	0,30 a 0,40

**Figura 10.7 - Rendimento aerodinâmico da cauda.**

Na literatura encontram-se algumas orientações sobre a posição do CG em relação a  $c_{ma}$ , baseadas nesta teoria apresentada e em alguns "ajustes" empíricos.

1.  $h = 0,26 + 0,43 \cdot V_H$ ;
2.  $h = 0,14 + 0,375 \cdot V_H$ ;
3.  $h = 0,10 + 0,25 \cdot V_H \cdot \sqrt[4]{A_R}$ .

Frank Zaic, 1959, [36]  
Bumpy Green  
Bumpy Green

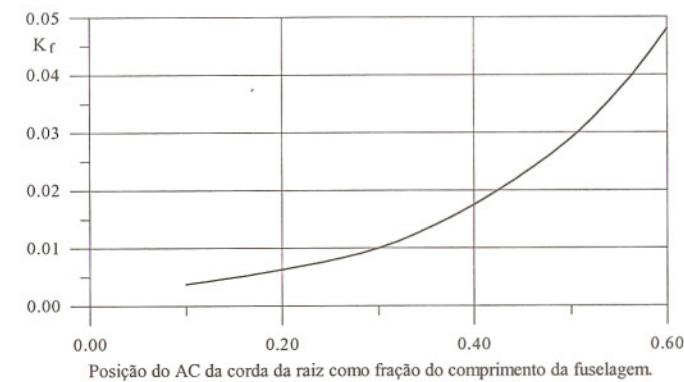
## 10.5 EFEITOS DA FUSELAGEM, HÉLICE E OUTROS

Os efeitos da fuselagem, nacelas e outros corpos externos que estejam presentes na aeronave, são em geral desestabilizadores, ou seja, contribuem com uma parcela positiva na derivada  $\frac{\partial C_M}{\partial \alpha}$ , além de alterar o ponto de equilíbrio. Este último efeito não chega a ser preocupante, desde que o profundo tenha capacidade de gerar forças adequadas para restabelecer o equilíbrio. No caso da hélice, o efeito pode ser desestabilizante ou não, dependendo da posição relativa, no sentido longitudinal e vertical. O efeito da fuselagem pode ser obtido experimentalmente por ensaios em túnel de vento, ou numericamente. Uma solução analítica, útil na falta de outros dados mais exatos, pode ser calculada pela expressão a seguir:

$$\frac{\partial C_M}{\partial \alpha} = K_f \cdot \frac{w_f^2 \cdot L_f}{S \cdot c_{ma}}$$

sendo:

$K_f$  - coeficiente de momento, figura 10.8, função da posição do (AC) centro aerodinâmico na fuselagem;  
 $w_f$  - máxima largura da fuselagem;  
 $L_f$  - máximo comprimento da fuselagem.

**Figura 10.8 - Coeficiente do efeito da fuselagem na estabilidade longitudinal.**

O empuxo gerado pela unidade de propulsão tem efeito tanto sobre a estabilidade como sobre a condição de equilíbrio. No caso do ponto de equilíbrio, como o empuxo é variável, se o momento gerado em relação ao CG for muito grande, correções freqüentes no equilíbrio podem ser necessárias. Assim, não é conveniente ter a linha de ação do empuxo passando muito afastada do CG, em especial em aeronaves com potência específica elevada. Adicionalmente, quando uma hélice é usada para a propulsão, ela apresenta um efeito importante quando o vento relativo incidente forma um ângulo em

relação ao seu eixo. Neste caso a hélice desenvolve, além do empuxo, uma força,  $N_p$ , perpendicular ao eixo, no plano deste e a direção do vento relativo, figura 10.9. Esta força normal ao eixo é gerada pela diferença de ângulo de ataque entre as pás da hélice, uma que está subindo e a outra pá que está descendo. Referências neste aspecto são: [6], [16], [30] e [31].

O momento gerado pela hélice em relação ao CG, Figura 10.9,

$$M_{CG} = T \cdot Z_p + N_p \cdot l_p$$

Na seqüência é necessário definir o coeficiente de empuxo  $T_c$  e o coeficiente de força normal,  $C_{Np}$ , sendo  $D$  o diâmetro da hélice e  $S_p$  a área do disco, como:

$$T_c = \frac{T}{\rho \cdot v^2 \cdot D^2} \quad \text{e} \quad C_{Np} = \frac{N_p}{q \cdot S_p}$$

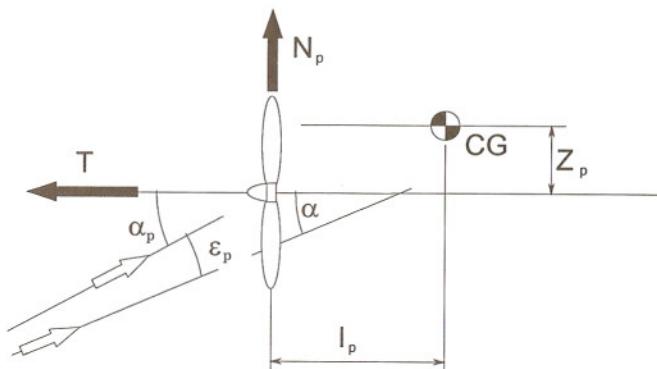


Figura 10.9 - Forças geradas pela hélice.

Colocando na forma de coeficiente de momento,

$$C_{Mp} = T_c \cdot \frac{2 \cdot D^2}{S} \cdot \frac{Z_p}{c_{ma}} + C_{Np} \cdot \frac{S_p}{S} \cdot \frac{l_p}{c_{ma}}$$

Para a análise de estabilidade a derivada  $\partial C_{Mp} / \partial \alpha$  deve ser obtida. O cálculo detalhado destas derivadas é bastante demorado e exige muitos dados experimentais. Uma solução aproximada, com base em testes, é a segunda equação abaixo.

$$\frac{\partial C_{Mp}}{\partial \alpha} = \frac{\partial}{\partial \alpha} T_c \cdot \frac{2 \cdot D^2}{S} \cdot \frac{Z_p}{c_{ma}} + \frac{\partial}{\partial \alpha} C_{Np} \cdot \frac{S_p}{S} \cdot \frac{l_p}{c_{ma}}, \text{ ou}$$

$$\frac{\partial C_{Mp}}{\partial \alpha} = a \cdot \frac{D^2}{S} \cdot \frac{Z_p}{c_{ma}} + 0,02 \cdot a \cdot \frac{l_p}{c_{ma}}$$

Esta expressão representa os dois efeitos da posição da hélice sobre a estabilidade. Se  $Z_p$  e  $l_p$  forem positivos, conforme Figura 10.9, a hélice tem um efeito desestabilizante, ou seja, derivada positiva. Assim, com uma hélice abaixada do CG e à frente deste, as duas parcelas de  $\partial C_{Mp} / \partial \alpha$  são positivas. Por outro lado, com a hélice acima do CG e atrás deste, as duas parcelas são negativas e logo aumenta a estabilidade.

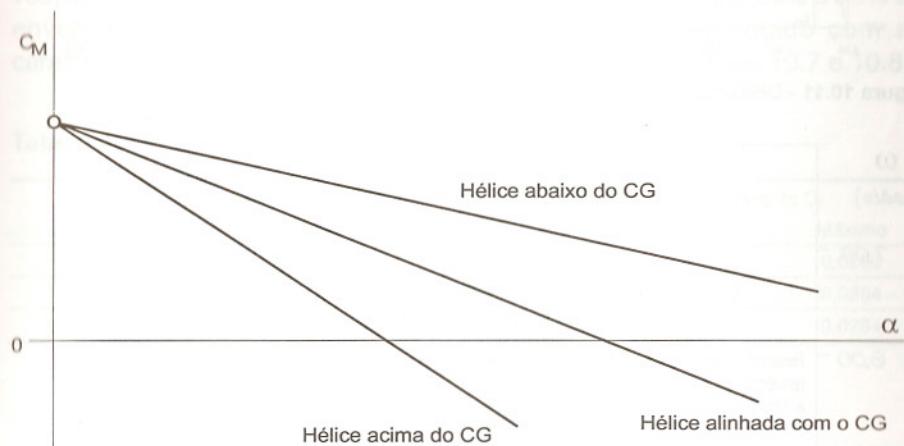


Figura 10.10 - Efeito da posição da hélice na estabilidade longitudinal.

## 10.6 ESTABILIDADE DINÂMICA

A avaliação dinâmica da estabilidade diz agora respeito à forma que o corpo retorna à condição de equilíbrio, se retornar. Assim o comportamento dinâmico do corpo quando afastado da condição de equilíbrio passa a ser essencial para estabelecer se existe ou não estabilidade dinâmica.

Algumas formas de caracterizar a resposta dinâmica são por exemplo analisar a resposta do sistema a uma excitação degrau unitário. A resposta é então caracterizada pelo tempo de resposta,  $t_R$ , pelo pico de resposta,  $P_R$  e pelo tempo de amortecimento.

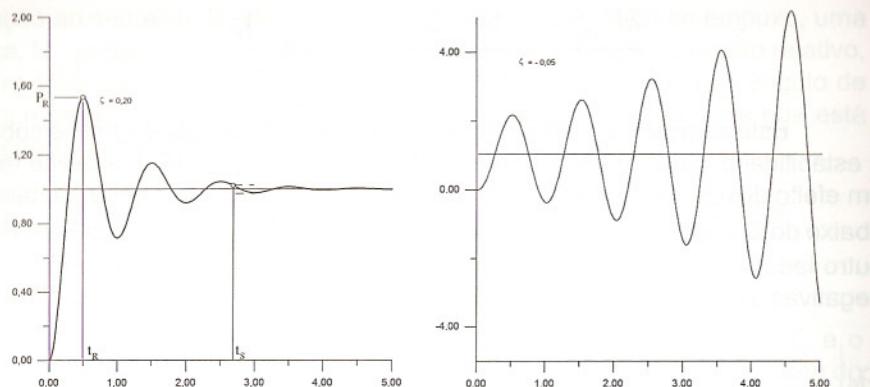


Figura 10.11 - Diferença na resposta dinâmica de um sistema estável e um instável.

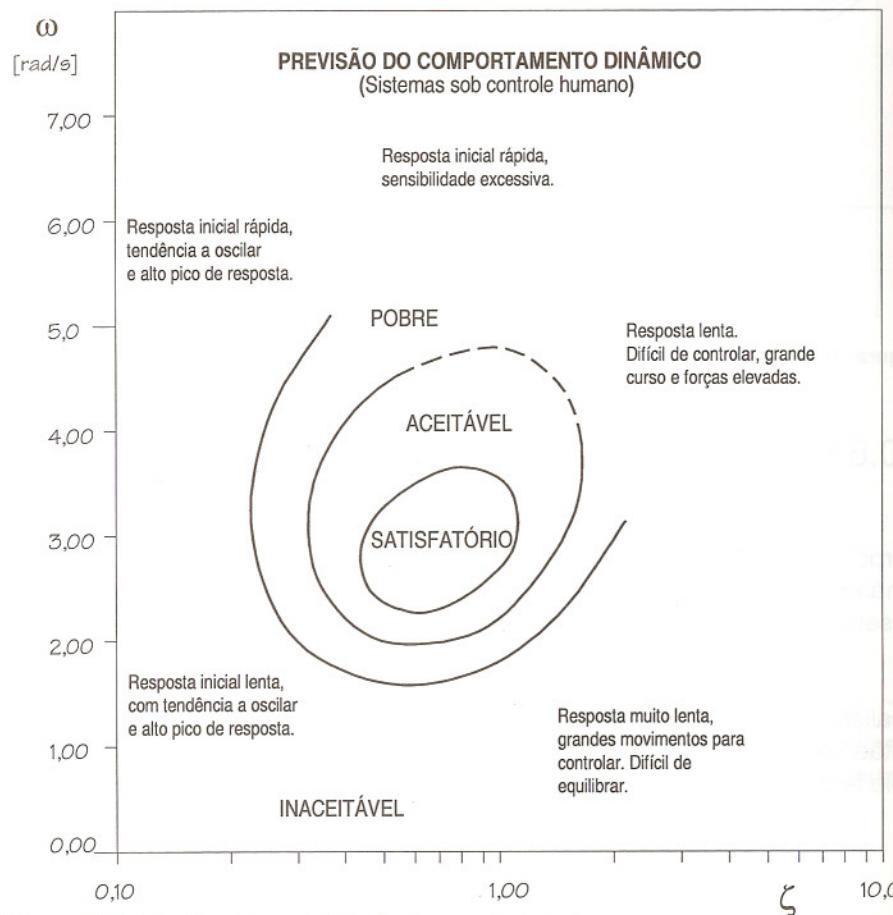


Figura 10.12 - Regiões de aceitabilidade da resposta dinâmica.

No estudo da resposta dinâmica do avião, os momentos de inércia são essenciais. Um problema freqüente é que nas etapas de concepção do projeto não existem informações suficientes para o cálculo de  $I_x$ ,  $I_y$  e  $I_z$ . Desta forma uma maneira de estimar estes valores passa a ser muito útil. Na referência [23], alguns dados interessantes são apresentados e o resumo destes está na Tabela 10.3. As dimensões do avião são sua envergadura,  $b$ , o comprimento total,  $l$  e a altura, incluindo a empunhadura vertical,  $h$ . O cálculo do momento de inércia usa as duas dimensões que estão no plano normal ao eixo considerado. Uma orientação, [22], é que para o avião apresentar boas características de vôo, os raios de giro sobre X e Z devem ser menores do que 20% e 30% da envergadura, respectivamente. Isto deve ser complementado com as características aerodinâmicas de estabilidade,  $C_{n\beta}$  e  $C_{l\beta}$ , seções 10.7 e 10.8.

Tabela 10.3 - Cálculo dos momentos de inércia do avião

	Expressão de cálculo do momento de inércia	Valores do coeficiente $C_i$		
		Mínimo	Média	Máximo
$I_x$	$C_x \cdot m \cdot (h^2 + b^2)$	0,0131	0,0193	0,0283
$I_y$	$C_y \cdot m \cdot (h^2 + l^2)$	0,0325	0,0362	0,0394
$I_z$	$C_z \cdot m \cdot (l^2 + b^2)$	0,0180	0,0219	0,0264

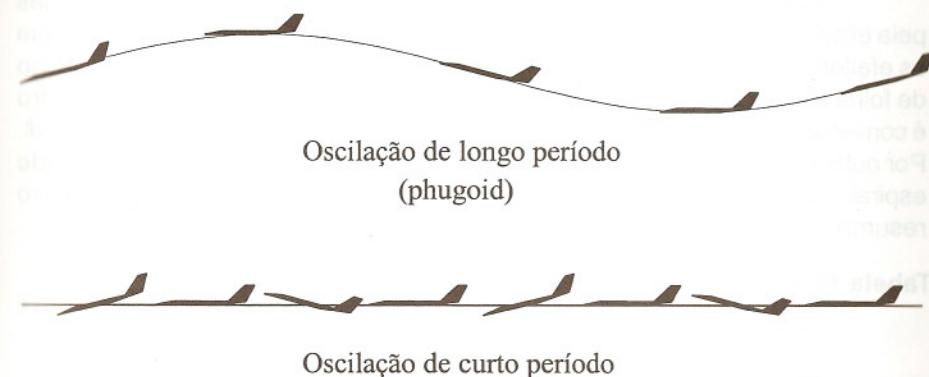


Figura 10.13 - Modos de oscilação que surgem na análise dinâmica de estabilidade.

Uma ferramenta para o cálculo de estabilidade longitudinal, tanto estática como dinâmica pode ser encontrada em [11]. O software "Pitch Stability Estimator" permite o cálculo das condições de equilíbrio, a posição do ponto neutro, a margem estática e as freqüências e amortecimentos para os dois modos de oscilação, Figura 10.13.

## 10.7 ESTABILIDADE DIRECIONAL

O estudo do controle direcional, assim como do controle em rolagem, envolve movimentos não simétricos e isto leva a um acoplamento dos movimentos de yaw e roll. Os dois modos de instabilidade resultantes são o chamado "dutch roll" (folha seca) e a instabilidade espiral, ilustradas na Figura 10.14.

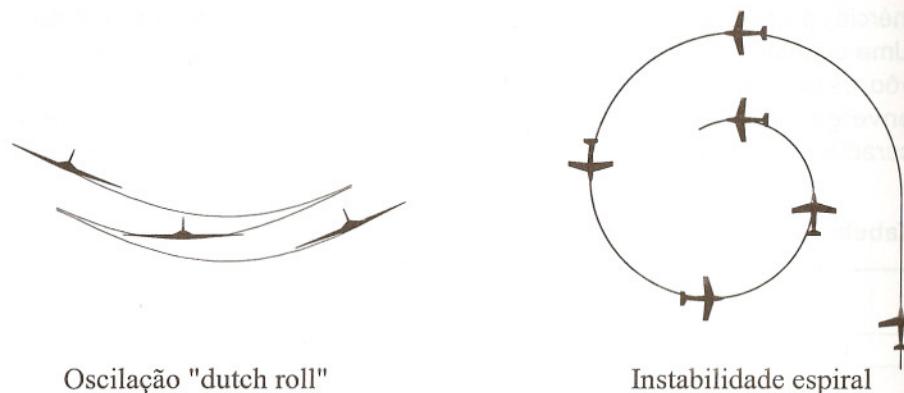


Figura 10.14 - Modos de instabilidade lateral.

Tanto a oscilação folha seca como a instabilidade espiral, são afetadas pela eficiência do estabilizador vertical e pelo diedro efetivo do avião. Ocorre que os efeitos são contrários, ou seja, melhorando a estabilidade quanto à oscilação de folha seca piora a estabilidade espiral e vice-versa. Assim, um menor diedro é conveniente para evitar a folha seca, mas pode excitar uma instabilidade espiral. Por outro lado, um volume de cauda vertical menor pode eliminar a instabilidade espiral, mas isto pode desencadear uma instabilidade folha seca. A tabela abaixo resume esta discussão.

Tabela 10.4 - Formas de evitar os modos de instabilidade lateral

MODO	DIEDRO	$V_V$
Espiral	Maior	Menor
Folha seca	Menor	Maior

No caso da asa adotar winglets do tipo Whitcomb, que geram sustentação em direção ao interior da asa, estas forças aerodinâmicas exercem um importante efeito na estabilidade lateral e no controle direcional e de rolagem do avião. Em condições de fluxo lateral os ângulos de ataque mudam, aumentando em um lado e diminuindo no outro. Isto altera as forças

geradas e um efeito de diedro surge, corrigindo a trajetória, tanto em yaw como em roll. Em aeronaves de alto desempenho é um elemento aerodinâmico importante.

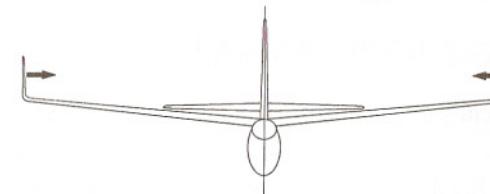


Figura 10.15 - Winglets tipo Whitcomb, gerando forças de "sustentação" horizontais.

No caso do estudo de estabilidade, com pequenas perturbações, o efeito de acoplamento pode ser desconsiderado, em outras palavras, verificar a tendência da aeronave retornar à uma condição estável de vôo quando perturbada, separadamente para yaw e roll.

Considerando inicialmente a questão da estabilidade direcional, ou seja, movimento de yaw, a geometria do problema está definida na Figura 10.16. Considerando que o avião está voando com um ângulo de yaw,  $\beta$ , ou seja, está voando "de lado", o momento  $M_z$ , que na nomenclatura aeronáutica é designado por  $N$ , que deve ser gerado é no sentido de restabelecer um vôo simétrico, ou seja, alinhar o avião com a direção de vôo. Assim, o requisito de estabilidade neste caso é que  $\frac{\partial N}{\partial \beta}$  seja positivo. Colocando na forma de coeficiente, o momento de yaw será:

$$C_n = \frac{N}{q \cdot S \cdot b}$$

e o critério de estabilidade:

$$\frac{\partial C_n}{\partial \beta} = C_{n\beta} > 0$$

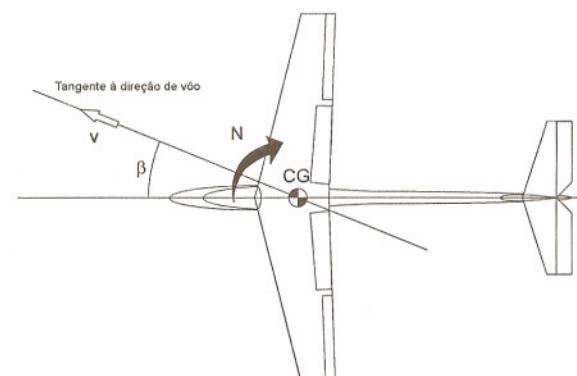


Figura 10.16 - Orientação positiva do ângulo e do momento de yaw.

A estabilidade direcional como colocada, tem uma contribuição significativa do momento criado pela empenagem vertical, que gera uma força transversal ao eixo do avião, gerando o momento restaurador. Equacionando:

$$N = -C_{LV} q S_V l_v ,$$

e na forma de coeficiente,

$$C_n = -C_{LV} \frac{S_V \cdot l_v}{S \cdot b} \eta_t ; \quad \frac{S_V \cdot l_v}{S \cdot b} = V_v ; \quad C_n = -C_{LV} V_v \eta_t$$

sendo  $V_v$  o volume de cauda vertical, com alguns valores típicos dados na tabela 10.1. As principais contribuições que surgem na derivada  $C_{n\beta}$ , são discutidas a seguir, [27].

#### EFEITO DO ENFLECHAMENTO DA ASA.

No caso de ser para trás, é levemente estabilizante. Sua contribuição é:

$$C_{n\beta 1} = 0,00006 (\Lambda_{c/4^\circ})^{0,5}$$

#### EFEITO DA FUSELAGEM

A fuselagem é bastante desestabilizante, contribuindo na faixa:

$$C_{n\beta 2} = -0,0006; a - 0,0012$$

#### EFEITO DA POSIÇÃO DA ASA

A posição da asa em relação à fuselagem, no sentido vertical, tem como contribuição:

Asa alta:	$C_{n\beta 3} = 0,0002$
Asa média:	$C_{n\beta 3} = 0,0001$
Asa baixa:	$C_{n\beta 3} = 0,0000$

#### EFEITO DA HÉLICE

De modo similar ao caso da estabilidade longitudinal, a hélice gera uma força normal, agora no sentido lateral. Seu efeito é instabilizante para uma hélice à frente do CG. Uma hélice pusher passa a ter uma contribuição estabilizante, o chamado efeito leme. Neste caso a contribuição da hélice é positiva. Para uma hélice de duas pás, tratora, apenas girando, sem gerar empuxo (windmilling), na média,

$$C_{n\beta 4} = -0,00165$$

No caso de plena potência, 50% a mais,

$$C_{n\beta 4} = -0,00248$$

Como valores orientativos para uma boa estabilidade direcional,  $C_{n\beta}$  do avião deve estar na faixa de 0,0015 a 0,0020, com um mínimo aceitável de 0,0005.

## 10.8 ESTABILIDADE LATERAL E DIEDRO EFETIVO

Com a incidência de vento lateral surge um outro efeito sobre o comportamento do avião, adicionalmente ao yaw, que é um movimento de rolagem, pois o yaw e o roll estão sempre acoplados. O vento lateral altera a distribuição de carga nas duas metades da asa e um momento  $M_x$  é gerado. O fenômeno do roll devido a um vento lateral é chamado de efeito diedro, e na realidade não é um problema de estabilidade estática, mas é tratado de forma semelhante, já que afeta a trajetória de vôo. Na literatura aeronáutica o momento sobre o eixo X é designado por L (não é a sustentação L), e a derivada em relação ao ângulo  $\beta$ ,  $C_{l\beta}$ . Este valor está diretamente ligado ao conceito de diedro efetivo, que é o diedro que aerodinamicamente atua sobre o avião, sendo a soma do diedro geométrico com os diferentes efeitos aerodinâmicos. Um diedro geométrico de 1° corresponde a um  $C_{l\beta} = -0,00021$ . Para haver estabilidade lateral o diedro efetivo deve ser positivo, o que leva a uma derivada:  $C_{l\beta} < 0$ .

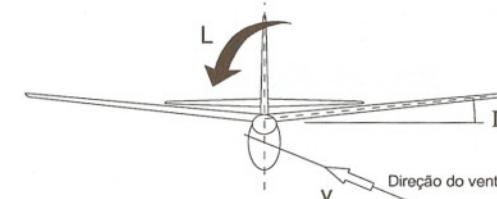


Figura 10.17 - Diedro geométrico e vento lateral incidente.

Os principais fatores aerodinâmicos que atuam sobre o efeito diedro são:

#### EFEITO DA CONICIDADE DA ASA

No caso de uma asa trapezoidal, um efeito diedro se manifesta, desde que exista um pequeno diedro geométrico. Sua contribuição é:

$$C_{l\beta 1} = -\frac{a}{6} \cdot \frac{1+2\lambda}{1+\lambda} \cdot \Gamma$$

#### EFEITO DO ENFLECHAMENTO DA ASA

No caso de uma asa enflechada, o efeito diedro é dado por:

$$C_{l\beta 2} = -\frac{1}{3} \cdot \frac{1+2\lambda}{1+\lambda} \cdot C_L \cdot \operatorname{tg} \Lambda_{c/2}$$

### EFEITO DA POSIÇÃO DA ASA

A posição da asa em relação à fuselagem, no sentido vertical, tem como contribuição:

Asa alta:	$C_{l\beta 3} = -0,0006 a - 0,00168$
Asa média:	$C_{l\beta 3} = 0,000$
Asa baixa:	$C_{l\beta 3} = +0,0006 a + 0,00168$

### EFEITO DA FORMA DA PONTA DA ASA

A forma geométrica da ponta da asa, vista de frente, afeta levemente o diedro efetivo.

Ponta chanfrada para cima:  $C_{l\beta 4} = -0,00021$



Ponta com chanfro simétrico:  $C_{l\beta 4} = 0,000$



Ponta chanfrada para baixo:  $C_{l\beta 4} = +0,00021$



### EFEITO DO USO DE WINGLETS

O uso de winglets do tipo Whitcomb gera um significativo efeito diedro, estimado por:

$$C_{l\beta 5} = -0,0084 \cdot \frac{h_{\text{winglet}}}{b}$$

## MÓDULO 4

