Error Trapping

Si $g(x)$ es el polinomio generador del código cíclico C de longitud n, el cual corrije t errores, y se manda la palabra v y se recibe la palabra w, entonces al algoritmo de error trapping para calcular el error $e = v + w$ que dimos en clase es el siguiente:

1. Calcular el sindrome $s = w \mod g$.
2. Si el peso de Hamming de s es menor o igual a t entonces tomar $e = s$.
3. Si no, definir $s_0 = s$ y calcular $s_i = (xs_{i-1}) \mod g$ para $i \geq 1$, hasta hallar j con peso de Hamming de s_j menor o igual a t.
4. El error es $e = (x^{n-j}s_j) \mod (1 + x^n)$

En clase explicamos porque esto funciona. Aqui solamente daremos el ejemplo:

Sea C el código ciclico de longitud $n = 23$ con polinomio generador

$$g(x) = 1 + x+x^5+x^6+x^7+x^9+x^{11}$$

Este código corrige tres errores.

Se recibe la palabra $w = 1 + x+x^2+x^3+x^4+x^8+x^{10}+x^{17}$. Calcular la palabra v mas probable enviada.

Solución:

Para calcular el sindrome, vamos a necesitar $x^{17} \mod g$.

Como $g \mod g = 0$, entonces $1 + x+x^5+x^6+x^7+x^9+x^{11} \mod g = 0$, es decir:

$$x^{11} \mod g = 1 + x+x^5+x^6+x^7+x^9$$

Observemos que como el mayor grado de la izquierda es 9, al multiplicar por x no llegamos a 11, asi que no habrá necesidad de hacer reducción. Si necesitaramos $x^{12} \mod g$ lo calculariamos pero como no lo necesitamos, salteamos directo a $x^{13} \mod g$ que si va a necesitar una reducción:

$x^{13} \mod g = (x^2x^{11} \mod g) = x^2+x^3+x^7+x^8+x^9+x^{11} \mod g$

$= x^2+x^3+x^7+x^8+x^9 + 1 + x+x^5+x^6+x^7+x^9 = 1 + x+x^2+x^3+x^5+x^6+x^8$

Para llegar de x^8 a x^{11} hay que multiplicar por x^3:

$x^{16} \mod g = (x^3x^{13} \mod g) = x^3+x^4+x^5+x^6+x^8+x^9+x^{11} \mod g$

$= x^3+x^4+x^5+x^6+x^8+x^9 + 1 + x+x^5+x^6+x^7+x^9 = 1 + x+x^3+x^4+x^7+x^8$

y por lo tanto

$x^{17} \mod g = x+x^2+x^4+x^5+x^8+x^9$

Entonces

$s = w \mod g = 1 + x+x^2+x^3+x^4+x^8+x^{10} + x+x^2+x^4+x^5+x^8+x^9 = 1+x^3+x^5+x^9+x^{10}$

Como su peso es $5 > 3$ seguimos.

$s_1 = xs \mod g = x+x^4+x^6+x^{10} + 1 + x+x^5+x^6+x^7+x^9 = 1+x^4+x^5+x^7+x^9+x^{10}$

$s_2 = x+x^5+x^6+x^8+x^{10} + 1 + x+x^5+x^6+x^7+x^9 = 1+x^7+x^8+x^9+x^{10}$

$s_3 = x+x^8+x^9+x^{10} + 1 + x+x^5+x^6+x^7+x^9 = 1+x^5+x^6+x^7+x^8+x^{10}$

$s_4 = x+x^6+x^7+x^8+x^9 + 1 + x+x^5+x^6+x^7+x^9 = 1+x^5+x^8$

El peso es finalmente menor o igual a 3, asi que a partir de ahi calculamos el error:

$e = x^{23-4}(1+x^5+x^8) \mod (1 + x^{23}) = (x^{19}+x^{24}+x^{27}) \mod (1 + x^{23}) = x^{19} + x+x^4$

y la palabra enviada es

$v = w + e = 1 + x+x^2+x^3+x^4+x^8+x^{10}+x^{17} + x+x^4+x^{19} = 1+x^2+x^3+x^8+x^{10}+x^{17}+x^{19}$