

PARCIAL 3

12 DE JUNIO DE 2025

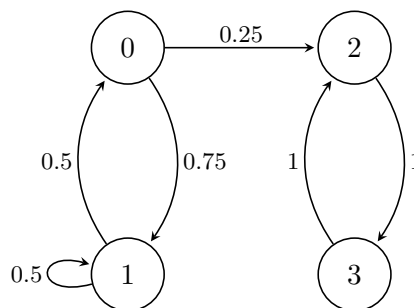
En todos los ejercicios se deben explicar los pasos que se siguen en la resolución.

El código python utilizado en la resolución de los ejercicios marcados con "►" se deberá subir a moodle para su evaluación. El envío deberá contar con las siguientes características.

- Enviar un solo archivo, que deberá llamarse `apellido_nombre_parcial3.py` o `apellido_nombre_parcial3.ipynb`.
- El archivo deberá contener las funciones `ejercicio1()`, `ejercicio2()`, etc., con las resoluciones correspondientes a los ejercicios considerados, y la ejecución del programa deberá mostrar en pantalla las respuestas solicitadas.
- Está permitido usar los códigos desarrollados en los prácticos.

Ejercicio 1: Para la cadena de Markov (X_t) representada en el siguiente diagrama:

- Dar la matriz de transición.
- Determinar los estados recurrentes, transitorios, absorbentes y periódicos.
- Determinar las clases comunicantes y decidir si la cadena es o no irreducible.
- Para el estado $\{3\}$ determinar el tiempo medio de alcance desde cada uno de los estados.
- Calcular $P(X_6 = 1 \mid X_2 = 0)$.



Ejercicio 2: Los tiempos entre arribos de clientes a una estación están dados según los siguientes datos usando el archivo datos.txt o la siguiente lista.

| | | | | |
|-------------|-------------|-------------|-------------|--------------|
| 15.22860536 | 40.60145536 | 33.67482894 | 44.03841737 | 15.69560109 |
| 16.2321714 | 25.02174735 | 30.34655637 | 3.3181228 | 5.69447539 |
| 10.1119561 | 49.10266584 | 3.6536329 | 35.82047148 | 3.37816632 |
| 36.72299321 | 50.67085322 | 3.25476304 | 20.12426236 | 20.2668814 |
| 17.49593589 | 2.70768636 | 14.77332745 | 1.72267967 | 23.34685662 |
| 8.46376635 | 9.18330789 | 9.97428217 | 2.33951729 | 137.51657441 |
| 9.79485269 | 10.40308179 | 1.57849658 | 6.26959703 | 4.74251574 |
| 1.53479053 | 34.74136011 | 27.47600572 | 9.1075566 | 1.88056595 |
| 27.59551348 | 6.82283137 | 12.45162807 | 28.01983651 | 0.36890593 |
| 7.82520791 | 3.17626161 | 46.91791271 | 38.08371186 | 41.10961135 |

- Diseñar una prueba de hipótesis usando el estadístico de Kolmogorov Smirnov, para determinar si los datos provienen de una distribución exponencial con $\lambda = 0.05$
- Calcular el valor del estadístico.
- Determine si la hipótesis nula es rechazada o no, con un nivel de rechazo del 4 %. Para esto, utilizar simulaciones con variables uniformes.
- Determine si la hipótesis nula es rechazada o no, con un nivel de rechazo del 0.04 %, esta vez simulando variables que verifiquen la hipótesis nula.

Ejercicio 3: En un experimento se lanzan 5 monedas y se cuenta el número de caras que se observan. El experimento se repite 1000 veces y se obtienen los siguientes resultados:

| Cantidad de caras | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|----------------------|----|-----|-----|-----|-----|----|
| Frecuencia observada | 38 | 144 | 342 | 287 | 164 | 25 |

- Diseñar una prueba de hipótesis usando el test chi-cuadrado para determinar si las observaciones se corresponden con una distribución $Bin(5, p)$, con p desconocido.
- Escribir la expresión del estadístico y calcularlo, y determinar p -valor.
- Estimar el p -valor usando 1 000 simulaciones. Explicar en papel el procedimiento usado.
- Determinar si la hipótesis nula es rechazada o no, con un nivel de rechazo del 5 %.

Ejercicio 4: Estimar mediante el método de Monte Carlo el valor de la siguiente integral:

$$I = \int_2^3 e^{-x} \cdot (1 - x^4) dx$$

- a) ► Obtener mediante simulación en computadora el valor de la estimación \bar{I} deteniendo la simulación cuando el semi-ancho del intervalo de confianza del 95 % sea justo inferior a 0.001 y asegurando un mínimo de 100 simulaciones.
- b) ► Indique cuál es el número de simulaciones N_s necesarias en la simulación anterior y complete con los valores obtenidos la siguiente tabla (usando 4 decimales):

| Nº de sim. | \bar{I} | S | IC(95 %) |
|------------|-----------|-----|----------|
| 1 000 | | | |
| 5 000 | | | |
| 7 000 | | | |
| $N_s =$ | | | |