

PARCIAL 2

15 DE MAYO DE 2025

En todos los ejercicios se deben explicar los pasos que se siguen en la resolución.

El código python utilizado en la resolución de los ejercicios marcados con "►" se deberá subir a moodle para su evaluación. El envío deberá contar con las siguientes características.

- Los enunciados de los ejercicios 3 y 4 del parcial se entregarán a las 11, en el aula 31.
 - Enviar un solo archivo, que deberá llamarse `apellido_nombre_parcial2.py` o `apellido_nombre_parcial2.ipynb`.
 - El archivo deberá contener las funciones requeridas en los ejercicios 1 y 2 y la ejecución del programa deberá mostrar en pantalla las respuestas solicitadas.
 - Está permitido usar los códigos desarrollados en los prácticos.
-

Ejercicio 1: Considerar una variable aleatoria X con función de densidad f dada por:

$$f(x) = \begin{cases} 30(x^2 - 2x^3 + x^4) & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{en cualquier otro caso.} \end{cases}$$

- a) Seleccionar una variable aleatoria Y adecuada para aplicar el método de aceptación y rechazo simular X . Explicar para este caso particular en qué consiste el método, desarrollar los cálculos necesarios y escribir el pseudocódigo correspondiente. Indicar cuál es el número esperado de iteraciones que realiza el algoritmo hasta generar un valor de X .
- b) Suponer que en una iteración del método, la variable Y toma el valor $\frac{1}{3}$. ¿Cuál es la probabilidad de que este valor sea aceptado?
- c) ► Escribir un código en Python `ejercicio1()` que genere valores de X según a). Utilizar este código para estimar el valor esperado de X con 10000 simulaciones.

Ejercicio 2: Sea X una variable aleatoria discreta con probabilidad de masa dada por:

$$P(X = i) = p(1 - p)^{i-10} \quad i = 10, 11, 12, \dots$$

donde $0 < p < 1$.

- a) Dar una fórmula recursiva para calcular $P(X = i + 1)$ en términos de $P(X = i)$.
- b) Explicar cómo se construye un algoritmo para generar valores de X utilizando el método de la transformada inversa. Utilizar a) en el algoritmo.
- c) ► Escribir un código `codigoX(p)` que genere valores de X dada la probabilidad p .
- d) ► Para $p = 0.5$, estimar $E[X]$ con 10000 simulaciones.

PARCIAL 2

15 DE MAYO DE 2025

En todos los ejercicios se deben explicar los pasos que se siguen en la resolución. Se puede utilizar los apuntes del teórico.

Ejercicio 3: Considerar una variable aleatoria X con función de densidad f dada por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{6} & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ \frac{2x-1}{6} & \text{si } 1 \leq x < 2 \\ \frac{3}{6} & \text{si } 2 \leq x < 3 \\ 0 & \text{en cualquier otro caso.} \end{cases}$$

- a) Dar la función de distribución acumulada $F(x)$. Explicar cómo se aplica el método de la transformada inversa para obtener un algoritmo que simula valores de X y escribir el pseudocódigo correspondiente.
- b) Considerar $U \sim \mathcal{U}(0, 1)$. Calcular explícitamente el valor de X que devuelve el algoritmo para cada uno de los siguientes valores de U :

■ $U = 0.1,$

■ $U = 0.25$

■ $U = 0.8.$

Ejercicio 4: El siguiente código simula valores de una variable aleatoria discreta X .

```
def variableX():
    U = random()
    V = random()
    if U < 0.5:
        I = int(V * 5) + 1
    elif U < 0.9:
        I = int(V * 2) + 2
    else:
        I = 3
    return I
```

- a) Explicar paso a paso cómo se construyen cuatro variables Bernoulli en el método del alias que sirvan para generar valores de X . La explicación debe referirse a esta variable en particular. Explicitar las cuatro variables Bernoulli.
- b) Escribir el pseudocódigo que utiliza estas cuatro variables Bernoulli para generar la variable X .