

**PARCIAL 1**

15 DE ABRIL DE 2024

En todos los ejercicios se deben explicar los pasos que se siguen en la resolución.

El código python utilizado en la resolución de los ejercicios marcados con "►" se deberá subir a moodle para su evaluación. El envío deberá contar con las siguientes características.

- Los enunciados de los ejercicios 3 y 4 del parcial se entregarán a las 11, en el aula 31.
  - Enviar un solo archivo, que deberá llamarse `apellido_nombre_parcial1.py` o `apellido_nombre_parcial1.ipynb`.
  - El archivo deberá contener las funciones requeridas en los ejercicios 1 y 2 y la ejecución del programa deberá mostrar en pantalla las respuestas solicitadas.
  - Está permitido usar los códigos desarrollados en los prácticos.
- 

**Ejercicio 1:** Se desea determinar mediante Monte Carlo el valor de la integral

$$I = \int_1^7 \sqrt{x + \sqrt{x}} dx.$$

- a) Explicar y fundamentar cómo se estima mediante simulación el valor de esta integral por el método de Monte Carlo.
- b) ► Escribir un programa `monte_carlo(N)` que estime el valor de la integral con  $N$  simulaciones. Utilizar el programa para completar la siguiente tabla. Completar la tabla con 6 decimales.

Nº de sim.	Integral
1 000	
10 000	
100 000	

**Ejercicio 2:** Se generan valores a partir de variables aleatorias independientes, distribuidas uniformemente en el intervalo  $(0, 1)$ .

Si la suma acumulada es mayor que 1, se considera acierto.

Si no, se sigue generando hasta que se supere 1.

Se quiere estimar la probabilidad  $p$  de que el número total de sumandos para conseguir el acierto sea impar.

- a) ► Escribir e implementar un programa `juego()` en computadora que simule el experimento hasta obtener un acierto.
- b) ► Escribir e implementar un programa `pares(N)` para estimar  $p$  con  $N = 100, 1000$  y  $10000$  simulaciones.

Nº de sim.	p
100	
1 000	
10 000	

**Ejercicio 3:** Sea  $X$  una variable aleatoria uniforme discreta que toma valores enteros entre  $-10$  y  $10$ . Esto es:

$$-10 \leq X \leq 10.$$

La función  $g : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$  está definida como:

$$g(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq 0 \\ x & \text{si } 0 < x \leq 5 \\ 5 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- a) Calcular  $E[g(X)]$
- b) Sea  $Y = g(X)$ . Calcular  $P(X = 10 \mid Y = 5)$ .

**Ejercicio 4:**  $N(t)$ ,  $t \geq 0$ , es un proceso de Poisson no homogéneo con función de intensidad

$$\lambda(t) = \begin{cases} 5 & \text{si } t \in (0, 1] \cup (2, 3] \cup (4, 5] \dots \\ 3 & \text{si } t \in (1, 2] \cup (3, 4] \cup (5, 6] \dots \end{cases}$$

Calcular las siguientes probabilidades:

- a)  $P(N(3) - N(1.25) > 2)$ .
- b)  $P(N(4) - N(1) = 6 \mid N(3) - N(1.25) = 5)$ .