UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CTC – Centro Tecnológico
*DAS*5110 - Introdução ao Controle de Processos
Prof. Julio Elias Normey Rico
Prof. Marcelo Menezes Morato

Laboratório 1 - Roteiro
Carga Horária: 1 h
Semestre 2020/1

Problema 1

Considere uma fábrica de produção de sapatos. O custo total de produção de n pares de sapatos é dado de acordo com a equação de custo abaixo:

$$J(J_0, m, x, x_{ref}) \quad = \quad J_0 - \left(\frac{(0.1m^3 + 4)}{(0.05m^2 - m)} \right) + 0.1(x - x_{ref})^2 \qquad (1)$$

onde as variáveis J_0, m, x e x_{ref} representam, respectivamente: um custo mínimo de produção, a quantidade de material encomendada para a produção dos sapatos, o estoque de sapatos produzidos e o número de pares de sapatos que se deseja ter em estoque.

Observe que J tem três termos, um que representa o custo fixo, um segundo que depende do material usado e um terceiro que depende do custo de estoque (que está associado ao número de vendas).

Note que J_0 é nominalmente dado dentro do intervalo $(1, 3)$ reais. A referência desejada para o estoque é dada por $x_{ref} = 0.5$. Lembre-se que $m \geq 0$ e $J \geq 0 \, \forall \, J_0 \neq 0$.

1. Usando Matlab, crie uma rotina que descubra o custo total de produção das J em função de m e x. Tome x_{ref} e J_0 como parâmetros fixos.

2. Utilizando a função criada no item anterior, desenho dois gráficos: $J \times m$ e $J \times x$.

3. Usando derivação numérica, calcule os Jacobiano $\frac{\partial J}{\partial m}$ e $\frac{\partial J}{\partial x}$ e demonstre os pontos de máximo/mínimo de J, dentro do intervalo factível do problema.

Questão Extra 1

Retomemos o exemplo anterior: uma fábrica de produção de sapatos. O custo total de produção de n pares de sapato J é dado descrito em função da quantidade de material encomendada para a produção, m. Esta, por sua vez, é dada como uma função do número de pares de sapatos encomendados (n, inteiro, dado em múltiplos de 100; $n = 1$ significa que 100 pares serão produzidos), como colocado abaixo:

$$m(n) = -0.5n^3 + 0.7n^2 + 2n + 2(n-2)^3 - 0.1(n-3)^2 + 2 \tag{2}$$

1. Analise graficamente os mínimos e máximos locais de m em função de n.
2. Por simplicidade matemática, considere, agora, que n pode tomar valores reais dentro do intervalo $(2, 3)$. Encontre uma função que suficientemente aproxime-se do gráfico da função $m(n)$ dentro deste intervalo.
3. Considere novamente que n é real e dado dentro do intervalo $(2, 3)$. Ache uma função que aproxime $m(n)$ perto do ponto $n = 2.5$ empiricamente, usando uma função linear do tipo $\hat{m}(n) = a_0 n + b_0$.

Questão Extra 2

Agora, consideremos a modelagem mais realística para esta mesma fábrica de sapatos. Tomemos que a produção de pares de sapatos em um dado dia k é dada por um controlador supervisório, $P(k)$. O estoque de pares de sapatos, $E(\cdot)$, varia da seguinte forma: o número de pares armazenado no dia k é dado pelo número de pares no dia anterior, $k-1$, somado às entradas de pares vindas da produção ($P(k-1)$) e subtraído das saídas de pares devido à demanda externa $D(k)$.

1. Escreva um modelo para a evolução do estoque como função de P e D e crie uma função no Matlab que calcule o estoque de pares de sapatos em um dado dia k, dado $E(k-1)$, $P(k-1)$ e $D(k)$.
2. Sabendo que as demandas e a produção de pares de sapatos são constantes e iguais a 7 e 10, respectivamente, a partir de um dia qualquer $k^\star$. Determine qual será o nível de estoque no dia $k^\star + 10$, usando a função criada no item anterior.

3. Repita o item anterior achando uma relação analítica entre E, P e D, isto é que permita calcular $E(k)$ para qualquer instante sem o uso de laços *for*.