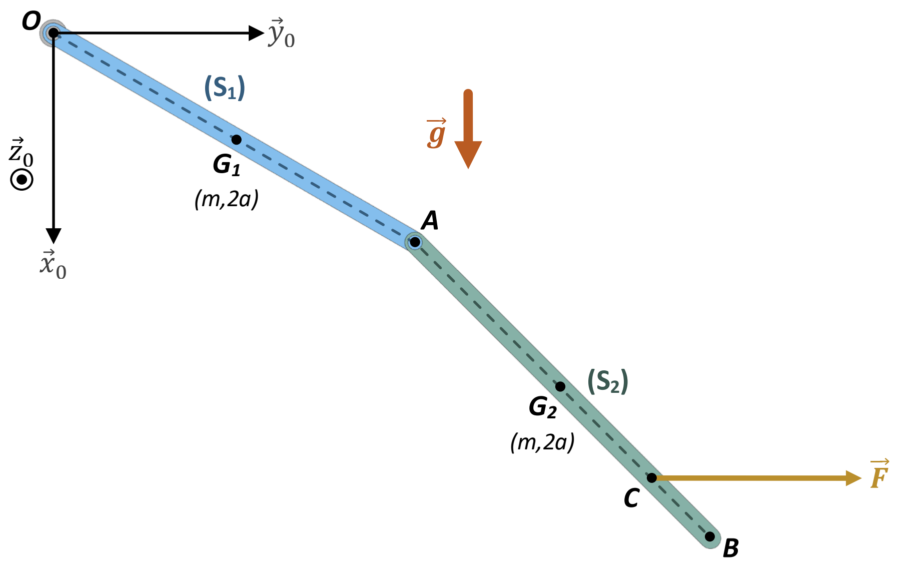

Figure 1 : Schématisation d'un double pendule (barres pesantes)

Dans le repère $R_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, on souhaite étudier les mouvements d'un double pendule (**Figure 1**) soit en imposant des conditions initiales soit sous l'effet d'une force $\vec{F}$ de forme sinusoïdale horizontale, appliquée au point ***C***. Ce double pendule est constitué deux barres identiques de masse m et de longueur $2a$. Les barres sont composées d'un acier standard de masse volumique $\rho = 7860\ kg/m^3$ et ont une section circulaire ($r = 15\ mm$) de dimension négligeable devant la longueur des barres ($2a = 2\ m$). Leurs centres de masse respectifs seront dénommés ***G₁*** et ***G₂***. Les liaisons en ***O*** et en ***A*** sont deux liaisons parfaites de type pivot d'axes respectifs $(O, \vec{z}_0)$ et $(A, \vec{z}_0)$. La pesanteur est prise en compte dans ce problème.

Dans le cadre de ce projet, il est attendu que chaque groupe fournisse un niveau de détail suffisant pour permettre de comprendre clairement les méthodes utilisées ainsi que l'ensemble des démarches mises en œuvre. Il est également nécessaire de justifier de manière rigoureuse tous les choix effectués, quelle que soit la partie concernée (mise en équation, schéma d'intégration, etc.). L'objectif est de produire un travail qui puisse être compris et repris par une autre personne, comme si vous prépariez votre projet pour être utilisé ou poursuivi par quelqu'un d'autre.
Nous rappelons également que vous serez évalués sur la compétence C2 « Analyser un système complexe, dans toutes ses dimensions (scientifiques, économiques, humaines, sociale) et proposer une solution », au niveau intermédiaire et/ou compétent et que ce projet constitue une partie du point d'observation.

Partie 1 : Mise en équation

1) Proposer les équations du mouvement de ce double pendule par la méthode de votre choix.
2) Identifier les équations du mouvement dans le cadre des Vibrations. Calculer les fréquences propres et les modes propres du système.
3) Proposer les équations du mouvement dans le cadre général mais aussi en Vibrations, de ce double pendule par la méthode de votre choix dans le cas où une force $\vec{F} = F_0 \sin(\omega t)\, \vec{y}_0$ vient s'appliquer sur la barre **AB** au point ***C*** tel que $\overrightarrow{AC} = b\vec{x}_2$.

Partie 2 : Résolution via un schéma d'intégration temporelle programmé sous Matlab, Scilab ou Python

4) Pour les conditions initiales suivantes $\theta_1^0 = 24°$ et $\theta_2^0 = 13°$ et vitesses angulaires initiales nulles (il n'y a pas de force non plus appliquée au point ***C***), déterminer l'évolution temporelle de deux angles absolus des barres sur un temps de $5\ s$.

5) Que proposeriez-vous pour contrôler que la qualité et la pertinence des résultats obtenus ? Mettre en œuvre votre démarche.

6) On vient prendre en compte la force sinusoïdale au point ***C***. Déterminer l'évolution temporelle de deux angles absolus des barres, en adaptant les conditions initiales, pour $F_0 = 100\ N$, $\omega = 4\pi/3\ \ rad/s$ et $b = 750\ mm$ sur un temps de $5\ s$.

Partie 3 : Résolution via MotionView®/MotionSolve®

7) Modéliser le système sur MotionView® et corréler les résultats obtenus dans la partie 2, questions 3 et 5.

8) Identifier les fréquences et les modes propres via le logiciel. Comparer aux résultats obtenus dans la partie 1.

9) En faisant varier le point d'application ***C*** de la force $\vec{F} = F_0 \sin(\omega t)\,\vec{y}_0$ (autrement dit pour $\overrightarrow{AC} = \rho \vec{x}_2\ avec\ \rho \in [0{,}2a]$), identifier le nœud pour le mode propre n°2.