Faculdade de Tecnologia de Ribeirão Preto

Programação Linear

Notas de Aula 4

Método Simplex

Prof. Me. Júnior César Bonafim

junior.bonafim@fatec.sp.gov.br

1º semestre 2024

Veremos nesta aula o modelo na forma matricial e em seguida o desenvolvimento do método simplex.

Considere um problema de programação linear na forma padrão.

Forma Matricial

Considere um problema de programação linear na forma padrão.

Na notação matricial temos:

$$
\begin{aligned}
\text{min} \quad & f(x) = c^T x \\
\text{s.a} \quad & Ax = b \\
& x \geq 0
\end{aligned}
$$

onde:

$$
x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, \quad c = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}
$$

Exemplo

Seja o modelo proposto para o problema das ligas metálicas.

Exemplo

Seja o modelo proposto para o problema das ligas metálicas.

Modelo original

$$\begin{aligned} \text{max} \quad & g(x) = 3x_1 + 2x_2 \\ \text{s.a} \quad & 0,5x_1 + 0,3x_2 \leq 3 \\ & 0,1x_1 + 0,2x_2 \leq 1 \\ & 0,4x_1 + 0,5x_2 \leq 3 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Exemplo

Seja o modelo proposto para o problema das ligas metálicas.

Modelo original

$$\begin{aligned} \text{max} \quad & g(x) = 3x_1 + 2x_2 \\ \text{s.a} \quad & 0,5x_1 + 0,3x_2 \leq 3 \\ & 0,1x_1 + 0,2x_2 \leq 1 \\ & 0,4x_1 + 0,5x_2 \leq 3 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Forma padrão

$$\begin{aligned} \text{-min} \quad & f(x) = -3x_1 - 2x_2 \\ \text{s.a} \quad & 0,5x_1 + 0,3x_2 + x_3 = 3 \\ & 0,1x_1 + 0,2x_2 + x_4 = 1 \\ & 0,4x_1 + 0,5x_2 + x_5 = 3 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{aligned}$$

Forma Matricial

$$\begin{aligned}
\text{min} \quad & f(x) = -3x_1 - 2x_2 \\
\text{s.a} \quad & 0,5x_1 + 0,3x_2 + x_3 = 3 \\
& 0,1x_1 + 0,2x_2 + x_4 = 1 \\
& 0,4x_1 + 0,5x_2 + x_5 = 3 \\
& x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{min} \quad & f(x) = -3x_1 - 2x_2 \\ \text{s.a} \quad & 0,5x_1 + 0,3x_2 + x_3 = 3 \\ & 0,1x_1 + 0,2x_2 + x_4 = 1 \\ & 0,4x_1 + 0,5x_2 + x_5 = 3 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{aligned}$$

$x =$

$$
\begin{aligned}
\text{min} \quad & f(x) = -3x_1 - 2x_2 \\
\text{s.a} \quad & 0,5x_1 + 0,3x_2 + x_3 = 3 \\
& 0,1x_1 + 0,2x_2 + x_4 = 1 \\
& 0,4x_1 + 0,5x_2 + x_5 = 3 \\
& x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0
\end{aligned}
$$

$$
x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix}, \quad c =
$$

Forma Matricial

$$
\begin{aligned}
\text{min} \quad & f(x) = -3x_1 - 2x_2 \\
\text{s.a} \quad & 0,5x_1 + 0,3x_2 + x_3 = 3 \\
& 0,1x_1 + 0,2x_2 + x_4 = 1 \\
& 0,4x_1 + 0,5x_2 + x_5 = 3 \\
& x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0
\end{aligned}
$$

$$
x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix}, \quad c = \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad A =
$$

$$
\begin{aligned}
\text{min} \quad & f(x) = -3x_1 - 2x_2 \\
\text{s.a} \quad & 0,5x_1 + 0,3x_2 + x_3 = 3 \\
& 0,1x_1 + 0,2x_2 + x_4 = 1 \\
& 0,4x_1 + 0,5x_2 + x_5 = 3 \\
& x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0
\end{aligned}
$$

$$
x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix}, \quad c = \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad b =
$$

$$
\begin{aligned}
\text{min} \quad & f(x) = -3x_1 - 2x_2 \\
\text{s.a} \quad & 0,5x_1 + 0,3x_2 + x_3 = 3 \\
& 0,1x_1 + 0,2x_2 + x_4 = 1 \\
& 0,4x_1 + 0,5x_2 + x_5 = 3 \\
& x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0
\end{aligned}
$$

$$
x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix}, \quad c = \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}
$$

Forma Matricial

$$f(x) = -3x_1 - 2x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5$$

Forma Matricial

$$f(x) = -3x_1 - 2x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5$$

$$\Rightarrow f(x) = [-3,\ -2,\ 0,\ 0,\ 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix}$$

Forma Matricial

$$f(x) = -3x_1 - 2x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5$$

$$\Rightarrow f(x) = [-3,\ -2,\ 0,\ 0,\ 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow f(x) = c^T x$$

Forma Matricial

$$\begin{cases} 0,5x_1 + 0,3x_2 + x_3 & = 3 \\ 0,1x_1 + 0,2x_2 + x_4 & = 1 \\ 0,4x_1 + 0,5x_2 + x_5 & = 3 \end{cases}$$

Forma Matricial

$$\begin{cases} 0,5x_1 + 0,3x_2 + x_3 & = 3 \\ 0,1x_1 + 0,2x_2 + x_4 & = 1 \\ 0,4x_1 + 0,5x_2 + x_5 & = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Forma Matricial

$$\begin{cases} 0,5x_1 + 0,3x_2 + x_3 & = 3 \\ 0,1x_1 + 0,2x_2 \quad + x_4 & = 1 \\ 0,4x_1 + 0,5x_2 \qquad + x_5 & = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix}$$

Forma Matricial

$$\begin{cases} 0,5x_1 + 0,3x_2 + x_3 & = 3 \\ 0,1x_1 + 0,2x_2 \qquad + x_4 & = 1 \\ 0,4x_1 + 0,5x_2 \qquad\qquad + x_5 & = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

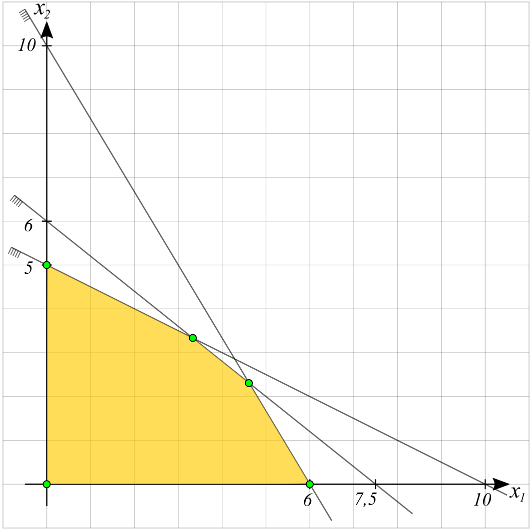
Forma Matricial

$$\begin{cases} 0,5x_1 + 0,3x_2 + x_3 & = 3 \\ 0,1x_1 + 0,2x_2 \quad + x_4 & = 1 \\ 0,4x_1 + 0,5x_2 \quad\quad + x_5 & = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow Ax = b$$

- A toda solução ótima está associado um ponto extremo.
- Se existe solução ótima, então existe um ponto extremo.



Pontos Extremos

- Podemos então restringir nossa busca por solução ótima considerando apenas pontos extremos.

Pontos Extremos

- Podemos então restringir nossa busca por solução ótima considerando apenas pontos extremos.
- Isso se torna importante para resolvermos problemas maiores, já que o método gráfico se limita a 2 ou no máximo 3 dimensões.

Pontos Extremos

- Podemos então restringir nossa busca por solução ótima considerando apenas pontos extremos.
- Isso se torna importante para resolvermos problemas maiores, já que o método gráfico se limita a 2 ou no máximo 3 dimensões.
- Vamos determinar uma maneira algébrica de se caracterizar pontos extremos.

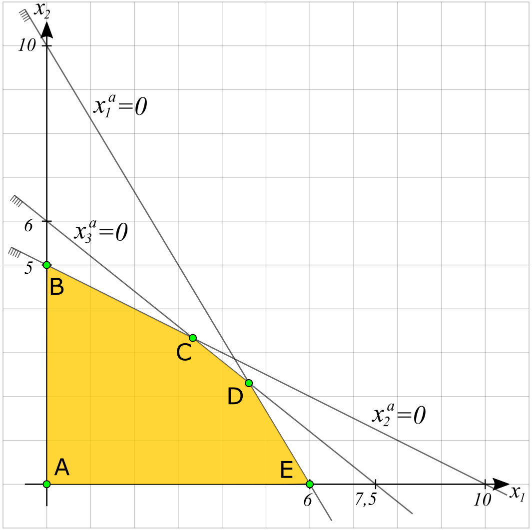
$$- \text{ min} \quad -f(x) = -3x_1 - 2x_2$$

$$\text{s.a} \quad 0,5x_1 + 0,3x_2 + x_1^a = 3$$

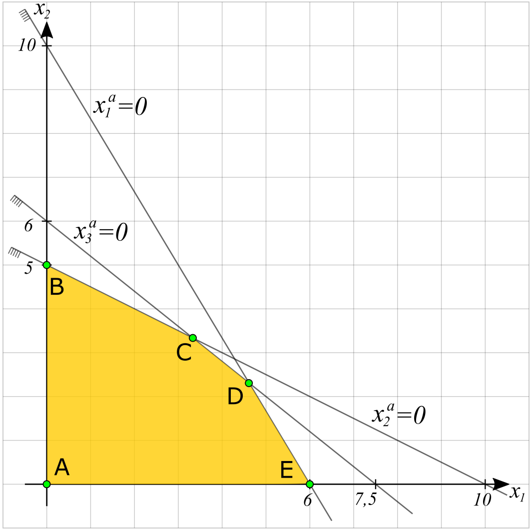
$$0,1x_1 + 0,2x_2 + x_2^a = 1$$

$$0,4x_1 + 0,5x_2 + x_3^a = 3$$

$$x_1, x_2, x_1^a, x_2^a, x_3^a \geq 0$$

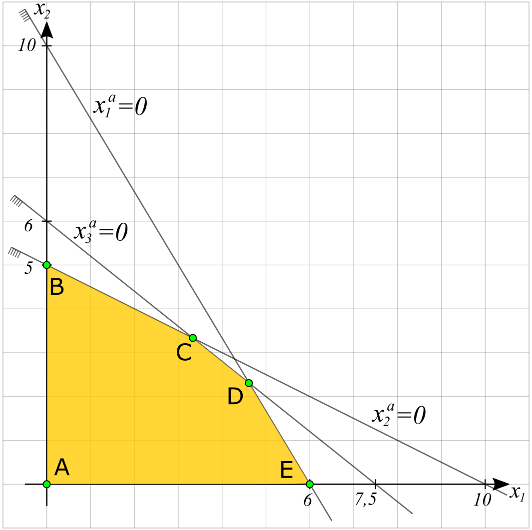


Para $x = (x_1, x_2, x_1^a, x_2^a, x_3^a)$:



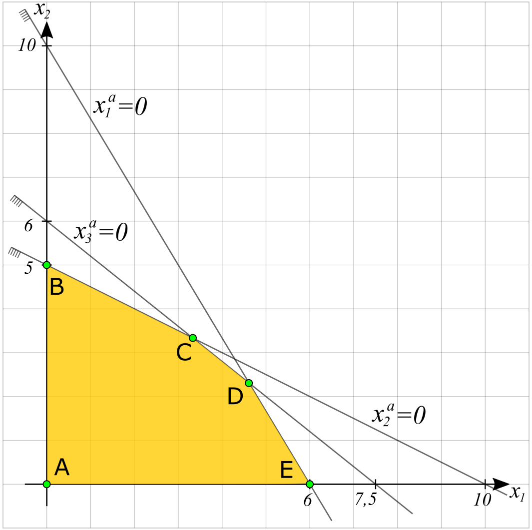
Para $x = (x_1, x_2, x_1^a, x_2^a, x_3^a)$:

- A: $(0,\ 0,\ 3,\ 1,\ 3)$



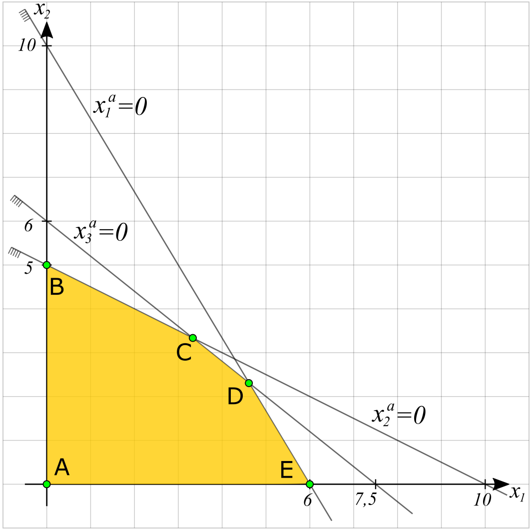
Para $x = (x_1, x_2, x_1^a, x_2^a, x_3^a)$:

- A: $(0,\ 0,\ 3,\ 1,\ 3)$
- B: $(0;\ 5;\ 1,5;\ 0;\ 0,5)$



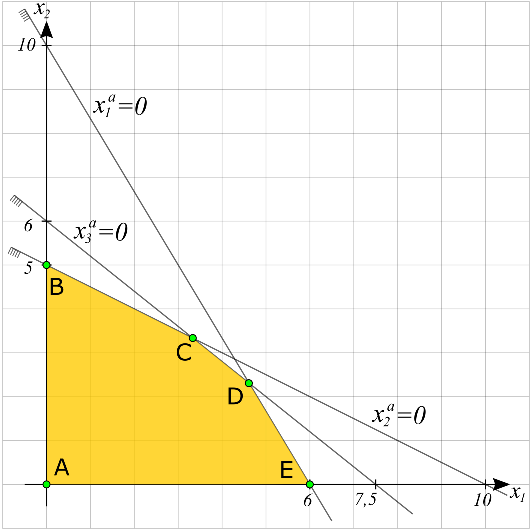
Para $x = (x_1, x_2, x_1^a, x_2^a, x_3^a)$:

- A: $(0,\ 0,\ 3,\ 1,\ 3)$
- B: $(0;\ 5;\ 1,5;\ 0;\ 0,5)$
- C: $(3,33;\ 3,33;\ 0,33;\ 0;\ 0)$



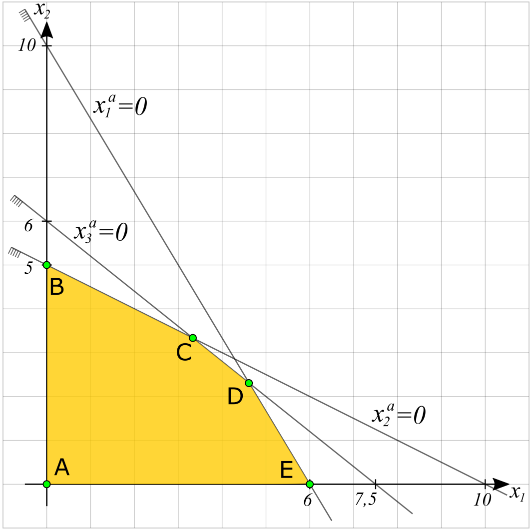
Para $x = (x_1, x_2, x_1^a, x_2^a, x_3^a)$:

- A: $(0,\ 0,\ 3,\ 1,\ 3)$
- B: $(0;\ 5;\ 1,5;\ 0;\ 0,5)$
- C: $(3,33;\ 3,33;\ 0,33;\ 0;\ 0)$
- D: $(4,62;\ 2,3;\ 0;\ 0,08;\ 0)$



Para $x = (x_1, x_2, x_1^a, x_2^a, x_3^a)$:

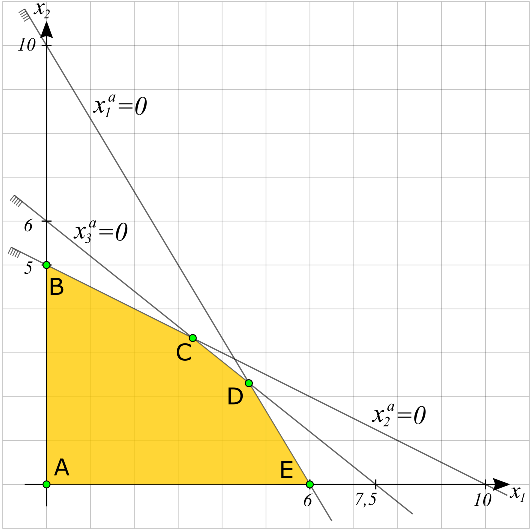
- A: $(0,\ 0,\ 3,\ 1,\ 3)$
- B: $(0;\ 5;\ 1,5;\ 0;\ 0,5)$
- C: $(3,33;\ 3,33;\ 0,33;\ 0;\ 0)$
- D: $(4,62;\ 2,3;\ 0;\ 0,08;\ 0)$
- E: $(6;\ 0;\ 0;\ 0,4;\ 0,6)$



Para $x = (x_1, x_2, x_1^a, x_2^a, x_3^a)$:

- A: $(0,\ 0,\ 3,\ 1,\ 3)$
- B: $(0;\ 5;\ 1,5;\ 0;\ 0,5)$
- C: $(3,33;\ 3,33;\ 0,33;\ 0;\ 0)$
- D: $(4,62;\ 2,3;\ 0;\ 0,08;\ 0)$
- E: $(6;\ 0;\ 0;\ 0,4;\ 0,6)$

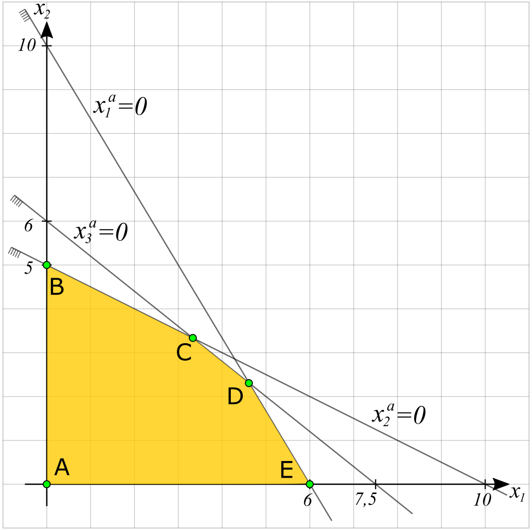
Qual característica é comum a estes pontos?



Para $x = (x_1, x_2, x_1^a, x_2^a, x_3^a)$:

- A: $(\color{red}{0}, \ \color{red}{0}, \ 3, \ 1, \ 3)$
- B: $(\color{red}{0}; \ 5; \ 1,5; \ \color{red}{0}; \ 0,5)$
- C: $(3,33; \ 3,33; \ 0,33; \ \color{red}{0}; \ \color{red}{0})$
- D: $(4,62; \ 2,3; \ \color{red}{0}; \ 0,08; \ \color{red}{0})$
- E: $(6; \ \color{red}{0}; \ \color{red}{0}; \ 0,4; \ 0,6)$

Qual característica é comum a estes pontos?



Pontos Extremos

Os pontos extremos são caracterizados por terem ao menos duas componentes nulas.

Pontos Extremos

Os pontos extremos são caracterizados por terem ao menos duas componentes nulas.

Podemos identificar todos os pontos extremos, enumerando todas as soluções possíveis do sistema abaixo

$$\begin{cases} 0,5x_1 + 0,3x_2 + x_1^a & & = 3 \\ 0,1x_1 + 0,2x_2 & + x_2^a & = 1 \\ 0,4x_1 + 0,5x_2 & & + x_3^a = 3 \end{cases}$$

que tenham duas componentes nulas e sejam factíveis (sistemas 3×3 determinados).

Pontos Extremos

Para um problema com n variáveis e m restrições teríamos até $\dfrac{n!}{m!(n-m)!}$ pontos extremos para verificar.

Pontos Extremos

Para um problema com n variáveis e m restrições teríamos até $\dfrac{n!}{m!(n-m)!}$ pontos extremos para verificar.

Para 30 variáveis e 20 restrições teríamos até 30.045.015 pontos extremos.

Pontos Extremos

Para um problema com n variáveis e m restrições teríamos até $\dfrac{n!}{m!(n-m)!}$ pontos extremos para verificar.

Para 30 variáveis e 20 restrições teríamos até 30.045.015 pontos extremos.

Vamos tentar definir uma estratégia melhor.

Retornemos ao problema das ligas metálicas na forma padrão

$$
\begin{aligned}
-\ \text{min} \quad & -f(x) = -3x_1 - 2x_2 \\
\text{s.a} \quad & 0,5x_1 + 0,3x_2 + x_1^a \qquad\qquad\qquad = 3 \\
& 0,1x_1 + 0,2x_2 \qquad\quad + x_2^a \qquad\quad = 1 \\
& 0,4x_1 + 0,5x_2 \qquad\qquad\qquad + x_3^a = 3 \\
& \ x_1, x_2, x_1^a, x_2^a, x_3^a \geq 0
\end{aligned}
$$

Retornemos ao problema das ligas metálicas na forma padrão

$$\begin{aligned}
-\min\quad & -f(x) = -3x_1 - 2x_2 \\
\text{s.a}\quad & 0,5x_1 + 0,3x_2 + x_3 = 3 \\
& 0,1x_1 + 0,2x_2 + x_4 = 1 \\
& 0,4x_1 + 0,5x_2 + x_5 = 3 \\
& x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0
\end{aligned}$$

Para identificar os pontos extremos resolvemos o seguinte sistema fixando como zero $n - m$ variáveis. Neste caso $5 - 3 = 2$ variáveis.

$$\begin{cases} 0,5x_1 + 0,3x_2 + x_3 & = 3 \\ 0,1x_1 + 0,2x_2 \quad + x_4 & = 1 \\ 0,4x_1 + 0,5x_2 \quad\quad + x_5 & = 3 \end{cases}$$

Vamos guardar em $\mathcal{N}$ os índices das variáveis que serão fixadas nulas e em $\mathcal{B}$ os índices das demais variáveis. As variáveis cujos índices estão em $\mathcal{B}$ serão chamadas variáveis básicas e as demais serão chamadas variáveis não básicas.

Pontos extremos e soluções básicas

Para $\mathcal{N} = \{1, 2\}$, temos $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$

$$\begin{cases} 0,5x_1 + 0,3x_2 + x_3 & = 3 \\ 0,1x_1 + 0,2x_2 \quad + x_4 & = 1 \\ 0,4x_1 + 0,5x_2 \quad\quad + x_5 & = 3 \end{cases}$$

Para $\mathcal{N} = \{1, 2\}$, temos $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$

Escrevemos as variáveis em $\mathcal{B}$ em termos da variáveis em $\mathcal{N}$

$$\begin{cases} 0,5x_1 + 0,3x_2 + x_3 & = 3 \\ 0,1x_1 + 0,2x_2 \qquad + x_4 & = 1 \\ 0,4x_1 + 0,5x_2 \qquad\qquad + x_5 & = 3 \end{cases}$$

Para $\mathcal{N} = \{1, 2\}$, temos $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$

Escrevemos as variáveis em $\mathcal{B}$ em termos da variáveis em $\mathcal{N}$

$$\begin{cases} 0,5x_1 + 0,3x_2 + x_3 & = 3 \\ 0,1x_1 + 0,2x_2 \quad + x_4 & = 1 \\ 0,4x_1 + 0,5x_2 \quad\quad + x_5 & = 3 \end{cases} \sim \begin{cases} x_3 = 3 - 0,5x_1 - 0,3x_2 \\ x_4 = 1 - 0,1x_1 - 0,2x_2 \\ x_5 = 3 - 0,4x_1 - 0,5x_2 \end{cases}$$

Para $\mathcal{N} = \{1, 2\}$, temos $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$

Escrevemos as variáveis em $\mathcal{B}$ em termos da variáveis em $\mathcal{N}$

$$\begin{cases} 0,5x_1 + 0,3x_2 + x_3 & = 3 \\ 0,1x_1 + 0,2x_2 \quad + x_4 & = 1 \\ 0,4x_1 + 0,5x_2 \qquad + x_5 & = 3 \end{cases} \sim \begin{cases} x_3 = 3 - \cancel{0,5x_1} - \cancel{0,3x_2} \\ x_4 = 1 - \cancel{0,1x_1} - \cancel{0,2x_2} \\ x_5 = 3 - \cancel{0,4x_1} - \cancel{0,5x_2} \end{cases}$$

Solução básica: $\bar{x}_{\mathcal{N}} = (0, 0) \Rightarrow \bar{x}_{\mathcal{B}} = (3, 1, 3)$

Para $\mathcal{N} = \{1, 2\}$, temos $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$

Escrevemos as variáveis em $\mathcal{B}$ em termos da variáveis em $\mathcal{N}$

$$\begin{cases} 0,5x_1 + 0,3x_2 + x_3 & = 3 \\ 0,1x_1 + 0,2x_2 \quad + x_4 & = 1 \\ 0,4x_1 + 0,5x_2 \quad\quad + x_5 & = 3 \end{cases} \sim \begin{cases} x_3 = 3 - \cancel{0,5x_1} - \cancel{0,3x_2} \\ x_4 = 1 - \cancel{0,1x_1} - \cancel{0,2x_2} \\ x_5 = 3 - \cancel{0,4x_1} - \cancel{0,5x_2} \end{cases}$$

Solução básica: $\bar{x}_{\mathcal{N}} = (0, 0) \Rightarrow \bar{x}_{\mathcal{B}} = (3, 1, 3)$

$\bar{x} = (0, 0, 3, 1, 3)$ factível, com $f(\bar{x}) = 0$

Em notação matricial

$$\begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Em notação matricial

$$\begin{bmatrix} 0,5 \\ 0,1 \\ 0,4 \end{bmatrix} x_1 + \begin{bmatrix} 0,3 \\ 0,2 \\ 0,5 \end{bmatrix} x_2 + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Em notação matricial

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,5 \\ 0,1 \\ 0,4 \end{bmatrix} x_1 - \begin{bmatrix} 0,3 \\ 0,2 \\ 0,5 \end{bmatrix} x_2$$

Em notação matricial

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,5 \\ 0,1 \\ 0,4 \end{bmatrix} \cancel{x_1} - \begin{bmatrix} 0,3 \\ 0,2 \\ 0,5 \end{bmatrix} \cancel{x_2}$$

Solução básica: $\bar{x}_{\mathcal{N}} = (0,0) \Rightarrow \bar{x}_{\mathcal{B}} = (3,1,3)$

Em notação matricial

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,5 \\ 0,1 \\ 0,4 \end{bmatrix} \cancel{x_1} - \begin{bmatrix} 0,3 \\ 0,2 \\ 0,5 \end{bmatrix} \cancel{x_2}$$

Solução básica: $\bar{x}_{\mathcal{N}} = (0,0) \Rightarrow \bar{x}_{\mathcal{B}} = (3,1,3)$

$\bar{x} = (0,0,3,1,3)$ factível, com $f(\bar{x}) = 0$

Testando uma nova escolha com $\mathcal{N} = \{1, 3\}$ e $\mathcal{B} = \{2, 4, 5\}$

Testando uma nova escolha com $\mathcal{N} = \{1, 3\}$ e $\mathcal{B} = \{2, 4, 5\}$

Escrevemos as variáveis em $\mathcal{B}$ em termos da variáveis em $\mathcal{N}$

$$\begin{cases} 0,5x_1 + 0,3x_2 + x_3 & = 3 \\ 0,1x_1 + 0,2x_2 \quad + x_4 & = 1 \\ 0,4x_1 + 0,5x_2 \qquad + x_5 & = 3 \end{cases}$$

Testando uma nova escolha com $\mathcal{N} = \{1, 3\}$ e $\mathcal{B} = \{2, 4, 5\}$

Escrevemos as variáveis em $\mathcal{B}$ em termos da variáveis em $\mathcal{N}$

$$\begin{cases} 0,5x_1 + 0,3x_2 + x_3 & = 3 \\ 0,1x_1 + 0,2x_2 \quad + x_4 & = 1 \\ 0,4x_1 + 0,5x_2 \quad\quad + x_5 & = 3 \end{cases} \sim \begin{cases} 0,3x_2 & = 3 - 0,5x_1 - x_3 \\ 0,2x_2 + x_4 & = 1 - 0,1x_1 \\ 0,5x_2 \quad + x_5 & = 3 - 0,4x_1 \end{cases}$$

Testando uma nova escolha com $\mathcal{N} = \{1, 3\}$ e $\mathcal{B} = \{2, 4, 5\}$

Escrevemos as variáveis em $\mathcal{B}$ em termos da variáveis em $\mathcal{N}$

$$\begin{cases} 0,5x_1 + 0,3x_2 + x_3 & = 3 \\ 0,1x_1 + 0,2x_2 \quad + x_4 & = 1 \\ 0,4x_1 + 0,5x_2 \quad\quad + x_5 & = 3 \end{cases} \sim \begin{cases} x_2 & = 10 - \frac{0{,}5}{0{,}3}x_1 - \frac{1}{0{,}3}x_3 \\ 0,2x_2 + x_4 & = 1 - 0,1x_1 \\ 0,5x_2 \quad + x_5 & = 3 - 0,4x_1 \end{cases}$$

Testando uma nova escolha com $\mathcal{N} = \{1, 3\}$ e $\mathcal{B} = \{2, 4, 5\}$

Escrevemos as variáveis em $\mathcal{B}$ em termos da variáveis em $\mathcal{N}$

$$\begin{cases} 0,5x_1 + 0,3x_2 + x_3 & = 3 \\ 0,1x_1 + 0,2x_2 \quad + x_4 & = 1 \\ 0,4x_1 + 0,5x_2 \quad\quad + x_5 & = 3 \end{cases} \sim \begin{cases} x_2 & = 10 - \frac{0{,}5}{0{,}3}x_1 - \frac{1}{0{,}3}x_3 \\ x_4 & = 1 - 0,1x_1 - 0,2x_2 \\ 0,5x_2 \quad + x_5 & = 3 - 0,4x_1 \end{cases}$$

Testando uma nova escolha com $\mathcal{N} = \{1, 3\}$ e $\mathcal{B} = \{2, 4, 5\}$

Escrevemos as variáveis em $\mathcal{B}$ em termos da variáveis em $\mathcal{N}$

$$\begin{cases} 0,5x_1 + 0,3x_2 + x_3 & = 3 \\ 0,1x_1 + 0,2x_2 \qquad + x_4 & = 1 \\ 0,4x_1 + 0,5x_2 \qquad\qquad + x_5 & = 3 \end{cases} \sim \begin{cases} x_2 & = 10 - \frac{0,5}{0,3}x_1 - \frac{1}{0,3}x_3 \\ x_4 & = 1 - 0,1x_1 - 0,2x_2 \\ x_5 & = 3 - 0,4x_1 - 0,5x_2 \end{cases}$$

Testando uma nova escolha com $\mathcal{N} = \{1, 3\}$ e $\mathcal{B} = \{2, 4, 5\}$

Escrevemos as variáveis em $\mathcal{B}$ em termos da variáveis em $\mathcal{N}$

$$\begin{cases} 0,5x_1 + 0,3x_2 + x_3 & = 3 \\ 0,1x_1 + 0,2x_2 \quad + x_4 & = 1 \\ 0,4x_1 + 0,5x_2 \qquad + x_5 & = 3 \end{cases} \sim \begin{cases} x_2 & = 10 - \frac{0{,}5}{0{,}3}x_1 - \frac{1}{0{,}3}x_3 \\ x_4 & = 1 - 0,1x_1 - 0,2\left(10 - \frac{0{,}5}{0{,}3}x_1 - \frac{1}{0{,}3}x_3\right) \\ x_5 & = 3 - 0,4x_1 - 0,5\left(10 - \frac{0{,}5}{0{,}3}x_1 - \frac{1}{0{,}3}x_3\right) \end{cases}$$

Testando uma nova escolha com $\mathcal{N} = \{1, 3\}$ e $\mathcal{B} = \{2, 4, 5\}$

Escrevemos as variáveis em $\mathcal{B}$ em termos da variáveis em $\mathcal{N}$

$$\begin{cases} 0,5x_1 + 0,3x_2 + x_3 & = 3 \\ 0,1x_1 + 0,2x_2 \quad + x_4 & = 1 \\ 0,4x_1 + 0,5x_2 \qquad + x_5 & = 3 \end{cases} \sim \begin{cases} x_2 & = 10 - \frac{0{,}5}{0{,}3}x_1 - \frac{1}{0{,}3}x_3 \\ x_4 & = -1 + \frac{0{,}07}{0{,}3}x_1 + \frac{0{,}2}{0{,}3}x_3 \\ x_5 & = -2 + \frac{0{,}13}{0{,}3}x_1 + \frac{0{,}5}{0{,}3}x_3 \end{cases}$$

Testando uma nova escolha com $\mathcal{N} = \{1, 3\}$ e $\mathcal{B} = \{2, 4, 5\}$

Escrevemos as variáveis em $\mathcal{B}$ em termos da variáveis em $\mathcal{N}$

$$\begin{cases} 0,5x_1 + 0,3x_2 + x_3 & = 3 \\ 0,1x_1 + 0,2x_2 \quad + x_4 & = 1 \\ 0,4x_1 + 0,5x_2 \qquad + x_5 & = 3 \end{cases} \sim \begin{cases} x_2 & = 10 - 1,67x_1 - 3,33x_3 \\ x_4 & = -1 + 0,23x_1 + 0,67x_3 \\ x_5 & = -2 + 0,43x_1 + 1,67x_3 \end{cases}$$

Testando uma nova escolha com $\mathcal{N} = \{1, 3\}$ e $\mathcal{B} = \{2, 4, 5\}$

Escrevemos as variáveis em $\mathcal{B}$ em termos da variáveis em $\mathcal{N}$

$$\begin{cases} 0,5x_1 + 0,3x_2 + x_3 & = 3 \\ 0,1x_1 + 0,2x_2 \quad + x_4 & = 1 \\ 0,4x_1 + 0,5x_2 \quad\quad + x_5 & = 3 \end{cases} \sim \begin{cases} x_2 & = 10 - \cancel{1,67x_1} - \cancel{3,33x_3} \\ x_4 & = -1 + \cancel{0,23x_1} + \cancel{0,67x_3} \\ x_5 & = -2 + \cancel{0,43x_1} + \cancel{1,67x_3} \end{cases}$$

Solução básica: $\bar{x}_{\mathcal{N}} = (0, 0) \Rightarrow \bar{x}_{\mathcal{B}} = (10, -1, -2)$

Testando uma nova escolha com $\mathcal{N} = \{1, 3\}$ e $\mathcal{B} = \{2, 4, 5\}$

Escrevemos as variáveis em $\mathcal{B}$ em termos da variáveis em $\mathcal{N}$

$$\begin{cases} 0,5x_1 + 0,3x_2 + x_3 & = 3 \\ 0,1x_1 + 0,2x_2 \quad + x_4 & = 1 \\ 0,4x_1 + 0,5x_2 \qquad + x_5 & = 3 \end{cases} \sim \begin{cases} x_2 & = 10 - \cancel{1,67x_1} - \cancel{3,33x_3} \\ x_4 & = -1 + \cancel{0,23x_1} + \cancel{0,67x_3} \\ x_5 & = -2 + \cancel{0,43x_1} + \cancel{1,67x_3} \end{cases}$$

Solução básica: $\bar{x}_{\mathcal{N}} = (0, 0) \Rightarrow \bar{x}_{\mathcal{B}} = (10, -1, -2)$

$\bar{x} = (0, 10, 0, -1, -2)$ é infactível. Não é ponto extremo.

Em notação matricial

$$\begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Em notação matricial

$$\begin{bmatrix} 0,5 \\ 0,1 \\ 0,4 \end{bmatrix} x_1 + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} x_3 + \begin{bmatrix} 0,3 & 0 & 0 \\ 0,2 & 1 & 0 \\ 0,5 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Em notação matricial

$$\begin{bmatrix} 0,3 & 0 & 0 \\ 0,2 & 1 & 0 \\ 0,5 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,5 \\ 0,1 \\ 0,4 \end{bmatrix} x_1 - \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} x_3$$

Em notação matricial

$$\begin{bmatrix} 0,3 & 0 & 0 \\ 0,2 & 1 & 0 \\ 0,5 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \left(\begin{bmatrix} 0,3 & 0 & 0 \\ 0,2 & 1 & 0 \\ 0,5 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,5 \\ 0,1 \\ 0,4 \end{bmatrix} x_1 - \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} x_3 \right)$$

Em notação matricial

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1,67 \\ -0,23 \\ -0,43 \end{bmatrix} x_1 - \begin{bmatrix} 3,33 \\ -0,67 \\ -1,67 \end{bmatrix} x_3$$

Em notação matricial

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1,67 \\ -0,23 \\ -0,43 \end{bmatrix} \cancel{x_1} - \begin{bmatrix} 3,33 \\ -0,67 \\ -1,67 \end{bmatrix} \cancel{x_3}$$

Solução básica: $\bar{x}_{\mathcal{N}} = (0,0) \Rightarrow \bar{x}_{\mathcal{B}} = (10,-1,-2)$

Em notação matricial

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix}$$

Solução básica: $\bar{x}_{\mathcal{N}} = (0, 0) \Rightarrow \bar{x}_{\mathcal{B}} = (10, -1, -2)$

$\bar{x} = (0, 10, 0, -1, -2)$ é infactível. Não é ponto extremo.

Vejamos se podemos definir algum algoritmo.

1. Definir $\mathcal{B}$ e $\mathcal{N}$ de modo a se obter ponto extremo $\bar{x}$, isto é, solução básica factível;
2. Escrever $x_{\mathcal{B}}$ (variáveis básicas) e $f(x)$ em função de $x_{\mathcal{N}}$ (variáveis não básicas);
3. Determinar $x_{\mathcal{B}}$ fazendo $x_{\mathcal{N}} = 0$;
4. Verificar se é possível modificar $\mathcal{B}$ e $\mathcal{N}$ de modo a obter outro ponto extremo com melhor valor para a função objetivo;
5. Se for possível, mantemos esse ponto e voltamos para 2;
6. Senão, $\bar{x}$ é solução ótima do problema.

Aplicando o algoritmo no problema das ligas metálicas.

Problema na forma padrão

$$
\begin{aligned}
-\text{ min} \quad & -3x_1 - 2x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5 \\
\text{s.a} \quad & 0,5x_1 + 0,3x_2 + x_3 = 3 \\
& 0,1x_1 + 0,2x_2 + x_4 = 1 \\
& 0,4x_1 + 0,5x_2 + x_5 = 3 \\
& x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0
\end{aligned}
$$

Iteração 1

- $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,5 \\ 0,1 \\ 0,4 \end{bmatrix} x_1 - \begin{bmatrix} 0,3 \\ 0,2 \\ 0,5 \end{bmatrix} x_2$$

$$f(x) = -3x_1 - 2x_2$$

Iteração 1

- $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,5 \\ 0,1 \\ 0,4 \end{bmatrix} \cancel{x_1} - \begin{bmatrix} 0,3 \\ 0,2 \\ 0,5 \end{bmatrix} \cancel{x_2}$$

$$f(x) = -\cancel{3x_1} - \cancel{2x_2}$$

- Solução $\bar{x} = (0, 0, 3, 1, 3)$
- $f(\bar{x}) = 0$
- Teria como melhorar a solução?

Iteração 1

- $\mathcal{B} = \{3,4,5\}$ e $\mathcal{N} = \{1,2\}$

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,5 \\ 0,1 \\ 0,4 \end{bmatrix} \cancel{x_1} - \begin{bmatrix} 0,3 \\ 0,2 \\ 0,5 \end{bmatrix} \cancel{x_2}$$

$$f(x) = -3\cancel{x_1} - 2\cancel{x_2}$$

- Solução $\bar{x} = (0,0,3,1,3)$
- $f(\bar{x}) = 0$
- Custos relativos das variáveis nulas

Iteração 1

- $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,5 \\ 0,1 \\ 0,4 \end{bmatrix} \cancel{x_1} - \begin{bmatrix} 0,3 \\ 0,2 \\ 0,5 \end{bmatrix} \cancel{x_2}$$

$$f(x) = -3\cancel{x_1} - 2\cancel{x_2}$$

- Solução $\bar{x} = (0, 0, 3, 1, 3)$
- $f(\bar{x}) = 0$
- Podemos aumentar x_1 ou x_2

Iteração 1

- $\mathcal{B} = \{3,4,5\}$ e $\mathcal{N} = \{1,2\}$

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,5 \\ 0,1 \\ 0,4 \end{bmatrix} \cancel{x_1} - \begin{bmatrix} 0,3 \\ 0,2 \\ 0,5 \end{bmatrix} \cancel{x_2}$$

$$f(x) = -3\cancel{x_1} - 2\cancel{x_2}$$

- Solução $\bar{x} = (0,0,3,1,3)$
- $f(\bar{x}) = 0$
- Escolhemos x_1 (menor custo relativo negativo)

Método de Solução

Iteração 1

- $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,5 \\ 0,1 \\ 0,4 \end{bmatrix} \cancel{x_1} - \begin{bmatrix} 0,3 \\ 0,2 \\ 0,5 \end{bmatrix} \cancel{x_2}$$

$$f(x) = -3\cancel{x_1} - 2\cancel{x_2}$$

- Solução $\bar{x} = (0, 0, 3, 1, 3)$
- $f(\bar{x}) = 0$

- Para que as variáveis básicas não se tornem negativas e continuem factíveis, devemos determinar um limitante para o crescimento de x_1

Iteração 1

- $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,5 \\ 0,1 \\ 0,4 \end{bmatrix} \cancel{x_1} - \begin{bmatrix} 0,3 \\ 0,2 \\ 0,5 \end{bmatrix} \cancel{x_2}$$

$$f(x) = -3\cancel{x_1} - 2\cancel{x_2}$$

- Solução $\bar{x} = (0, 0, 3, 1, 3)$
- $f(\bar{x}) = 0$
- Maior valor para x_1
- $x_1 = \min\left\{\frac{3}{0,5}, \frac{1}{0,1}, \frac{3}{0,4}\right\}$

Iteração 1

- $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,5 \\ 0,1 \\ 0,4 \end{bmatrix} \cancel{x_1} - \begin{bmatrix} 0,3 \\ 0,2 \\ 0,5 \end{bmatrix} \cancel{x_2}$$

$$f(x) = -3\cancel{x_1} - 2\cancel{x_2}$$

- Solução $\bar{x} = (0, 0, 3, 1, 3)$
- $f(\bar{x}) = 0$

- Maior valor para x_1
- $x_1 = \min\{6;\ 10;\ 7,5\}$

Método de Solução

Iteração 1

- $\mathcal{B} = \{3,4,5\}$ e $\mathcal{N} = \{1,2\}$

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,5 \\ 0,1 \\ 0,4 \end{bmatrix} \cancel{x_1} - \begin{bmatrix} 0,3 \\ 0,2 \\ 0,5 \end{bmatrix} \cancel{x_2}$$

$$f(x) = -3\cancel{x_1} - 2\cancel{x_2}$$

- Solução $\bar{x} = (0,0,3,1,3)$
- $f(\bar{x}) = 0$
- x_3 se tornará zero (sairá da base)

Iteração 1

- $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 \\ 0,6 \\ 2,4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,3 \\ 0,2 \\ 0,5 \end{bmatrix} \cancel{x_2}$$

$$f(x) = -18 - 2\cancel{x_2}$$

- $x_1 = 6$

- Solução $\bar{x} = (6;\ 0;\ 0;\ 0,4;\ 0,6)$
- $f(\bar{x}) = -18$

Iteração 1

- $\mathcal{B} = \{1, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 2\}$

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 \\ 0,6 \\ 2,4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,3 \\ 0,2 \\ 0,5 \end{bmatrix} \cancel{x_2}$$

$$f(x) = -18 - 2\cancel{x_2}$$

- Solução $\bar{x} = (6;\ 0;\ 0;\ 0,4;\ 0,6)$
- $f(\bar{x}) = -18$

- Atualização da base

Iteração 1

- $\mathcal{B} = \{1, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 2\}$

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 \\ 0,6 \\ 2,4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,3 \\ 0,2 \\ 0,5 \end{bmatrix} \cancel{x_2}$$

$$f(x) = -18 - 2\cancel{x_2}$$

- Solução $\bar{x} = (6;\ 0;\ 0;\ 0,4;\ 0,6)$
- $f(\bar{x}) = -18$
- Atualização da base
- Nova iteração!

Iteração 2

- $\mathcal{B} = \{1, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 2\}$

$$\begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0 \\ 0,1 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} x_3 - \begin{bmatrix} 0,3 \\ 0,2 \\ 0,5 \end{bmatrix} x_2$$

Iteração 2

- $\mathcal{B} = \{1, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 2\}$

$$\begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0 \\ 0,1 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \left(\begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0 \\ 0,1 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} x_3 - \begin{bmatrix} 0,3 \\ 0,2 \\ 0,5 \end{bmatrix} x_2 \right)$$

Iteração 2

- $\mathcal{B} = \{1, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 2\}$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 0,4 \\ 0,6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ -0,2 \\ -0,8 \end{bmatrix} x_3 - \begin{bmatrix} 0,6 \\ 0,14 \\ 0,26 \end{bmatrix} x_2$$

$$f(x) = -3x_1 - 2x_2$$

Iteração 2

- $\mathcal{B} = \{1, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 2\}$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 0,4 \\ 0,6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ -0,2 \\ -0,8 \end{bmatrix} x_3 - \begin{bmatrix} 0,6 \\ 0,14 \\ 0,26 \end{bmatrix} x_2$$

$$f(x) = -3(6 - 2x_3 - 0,6x_2) - 2x_2$$

Iteração 2

- $\mathcal{B} = \{1,4,5\}$ e $\mathcal{N} = \{3,2\}$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 0,4 \\ 0,6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ -0,2 \\ -0,8 \end{bmatrix} x_3 - \begin{bmatrix} 0,6 \\ 0,14 \\ 0,26 \end{bmatrix} x_2$$

$$f(x) = -18 + 6x_3 - 0,2x_2$$

Iteração 2

- $\mathcal{B} = \{1,4,5\}$ e $\mathcal{N} = \{3,2\}$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 0,4 \\ 0,6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ -0,2 \\ -0,8 \end{bmatrix} \cancel{x_3} - \begin{bmatrix} 0,6 \\ 0,14 \\ 0,26 \end{bmatrix} \cancel{x_2}$$

$$f(x) = -18 + 6\cancel{x_3} - 0,2\cancel{x_2}$$

- Solução $\bar{x} = (6;\ 0;\ 0;\ 0,4;\ 0,6)$
- $f(\bar{x}) = -18$

Iteração 2

- $\mathcal{B} = \{1, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 2\}$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 0,4 \\ 0,6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ -0,2 \\ -0,8 \end{bmatrix} \cancel{x_3} - \begin{bmatrix} 0,6 \\ 0,14 \\ 0,26 \end{bmatrix} \cancel{x_2}$$

$$f(x) = -18 + 6\cancel{x_3} - 0,2\cancel{x_2}$$

- Solução $\bar{x} = (6;\ 0;\ 0;\ 0,4;\ 0,6)$
- $f(\bar{x}) = -18$
- Teria como melhorar essa solução?

Iteração 2

- $\mathcal{B} = \{1, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 2\}$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 0,4 \\ 0,6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ -0,2 \\ -0,8 \end{bmatrix} \cancel{x_3} - \begin{bmatrix} 0,6 \\ 0,14 \\ 0,26 \end{bmatrix} \cancel{x_2}$$

$$f(x) = -18 + 6\cancel{x_3} - 0,2\cancel{x_2}$$

- Solução $\bar{x} = (6;\ 0;\ 0;\ 0,4;\ 0,6)$
- $f(\bar{x}) = -18$
- Custos relativos das variáveis nulas

Método de Solução

Iteração 2

- $\mathcal{B} = \{1, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 2\}$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 0,4 \\ 0,6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ -0,2 \\ -0,8 \end{bmatrix} \cancel{x_3} - \begin{bmatrix} 0,6 \\ 0,14 \\ 0,26 \end{bmatrix} \cancel{x_2}$$

$$f(x) = -18 + 6\cancel{x_3} - 0,2\cancel{x_2}$$

- Solução $\bar{x} = (6;\ 0;\ 0;\ 0,4;\ 0,6)$
- $f(\bar{x}) = -18$
- Podemos aumentar x_2 ou x_3

Iteração 2

- $\mathcal{B} = \{1, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 2\}$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 0,4 \\ 0,6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ -0,2 \\ -0,8 \end{bmatrix} \cancel{x_3} - \begin{bmatrix} 0,6 \\ 0,14 \\ 0,26 \end{bmatrix} \cancel{x_2}$$

$$f(x) = -18 + 6\cancel{x_3} - 0,2\cancel{x_2}$$

- Solução $\bar{x} = (6;\ 0;\ 0;\ 0,4;\ 0,6)$
- $f(\bar{x}) = -18$
- Apenas x_2 irá melhorar a função objetivo

Iteração 2

- $\mathcal{B} = \{1, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 2\}$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 0,4 \\ 0,6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ -0,2 \\ -0,8 \end{bmatrix} \cancel{x_3} - \begin{bmatrix} 0,6 \\ 0,14 \\ 0,26 \end{bmatrix} \cancel{x_2}$$

$$f(x) = -18 + 6\cancel{x_3} - 0,2\cancel{x_2}$$

- Solução $\bar{x} = (6;\ 0;\ 0;\ 0,4;\ 0,6)$
- $f(\bar{x}) = -18$
- Apenas x_2 irá melhorar a função objetivo
- Maior valor para x_2

Iteração 2

- $\mathcal{B} = \{1, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 2\}$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 0,4 \\ 0,6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ -0,2 \\ -0,8 \end{bmatrix} \cancel{x_3} - \begin{bmatrix} 0,6 \\ 0,14 \\ 0,26 \end{bmatrix} \cancel{x_2}$$

$$f(x) = -18 + 6\cancel{x_3} - 0,2\cancel{x_2}$$

- Solução $\bar{x} = (6;\ 0;\ 0;\ 0,4;\ 0,6)$
- $f(\bar{x}) = -18$
- Apenas x_2 irá melhorar a função objetivo
- Maior valor para x_2
- $x_2 = \min\left\{\frac{6}{0,6}, \frac{0,4}{0,14}, \frac{0,6}{0,26}\right\}$

Método de Solução

Iteração 2

- $\mathcal{B} = \{1, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 2\}$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 0,4 \\ 0,6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ -0,2 \\ -0,8 \end{bmatrix} \cancel{x_3} - \begin{bmatrix} 0,6 \\ 0,14 \\ 0,26 \end{bmatrix} \cancel{x_2}$$

$$f(x) = -18 + 6\cancel{x_3} - 0,2\cancel{x_2}$$

- Solução $\bar{x} = (6;\ 0;\ 0;\ 0,4;\ 0,6)$
- $f(\bar{x}) = -18$
- Apenas x_2 irá melhorar a função objetivo
- Maior valor para x_2
- $x_2 = \min\{10;\ 2,86;\ 2,3\}$

Iteração 2

- $\mathcal{B} = \{1, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 2\}$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 0,4 \\ 0,6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ -0,2 \\ -0,8 \end{bmatrix} \cancel{x_3} - \begin{bmatrix} 0,6 \\ 0,14 \\ 0,26 \end{bmatrix} 2,3$$

$$f(x) = -18 + 6\cancel{x_3} - 0,2.2,3$$

- Solução $\bar{x} = (6;\ 0;\ 0;\ 0,4;\ 0,6)$
- $f(\bar{x}) = -18,46$
- x_5 se tornará zero

Iteração 2

- $\mathcal{B} = \{1, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 2\}$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 0,4 \\ 0,6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ -0,2 \\ -0,8 \end{bmatrix} \cancel{x_3} - \begin{bmatrix} 0,6 \\ 0,14 \\ 0,26 \end{bmatrix} 2,3$$

$$f(x) = -18 + 6\cancel{x_3} - 0,2.2,3$$

- Solução $\bar{x} = (6;\ 0;\ 0;\ 0,4;\ 0,6)$
- $f(\bar{x}) = -18,46$
- x_5 se tornará zero
- $x_2 = 2,3$

Iteração 2

- $\mathcal{B} = \{1, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 2\}$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 0,4 \\ 0,6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ -0,2 \\ -0,8 \end{bmatrix} \cancel{x_3} - \begin{bmatrix} 1,38 \\ 0,32 \\ 0,6 \end{bmatrix}$$

$$f(x) = -18 + 6\cancel{x_3} - 0,46$$

- Solução $\bar{x} = (4,62;\ 2,3;\ 0;\ 0,08;\ 0)$
- $f(\bar{x}) = -18,46$
- x_5 se tornará zero
- $x_2 = 2,3$

Iteração 2

- $\mathcal{B} = \{1, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 2\}$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 0,4 \\ 0,6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ -0,2 \\ -0,8 \end{bmatrix} \cancel{x_3} - \begin{bmatrix} 1,38 \\ 0,32 \\ 0,6 \end{bmatrix}$$

$$f(x) = -18 + 6\cancel{x_3} - 0,46$$

- Solução $\bar{x} = (4,62;\ 2,3;\ 0;\ 0,08;\ 0)$
- $f(\bar{x}) = -18,46$
- Atualização da base

Método de Solução

Iteração 2

- $\mathcal{B} = \{1, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 2\}$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 0,4 \\ 0,6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ -0,2 \\ -0,8 \end{bmatrix} \cancel{x_3} - \begin{bmatrix} 1,38 \\ 0,32 \\ 0,6 \end{bmatrix}$$

$$f(x) = -18 + 6\cancel{x_3} - 0,46$$

- Solução $\bar{x} = (4,62;\ 2,3;\ 0;\ 0,08;\ 0)$
- $f(\bar{x}) = -18,46$
- Atualização da base
- Nova iteração!

Iteração 3

- $\mathcal{B} = \{1, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 5\}$

$$\begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0,3 \\ 0,1 & 1 & 0,2 \\ 0,4 & 0 & 0,5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_4 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} x_3 - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} x_5$$

Iteração 3

- $\mathcal{B} = \{1, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 5\}$

$$\begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0,3 \\ 0,1 & 1 & 0,2 \\ 0,4 & 0 & 0,5 \end{bmatrix}^{-1} \left(\begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0,3 \\ 0,1 & 1 & 0,2 \\ 0,4 & 0 & 0,5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_4 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} x_3 - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} x_5 \right)$$

Iteração 3

- $\mathcal{B} = \{1, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 5\}$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_4 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4,62 \\ 0,08 \\ 2,31 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3,85 \\ 0,23 \\ -3,08 \end{bmatrix} x_3 - \begin{bmatrix} -2,31 \\ -0,54 \\ 3,85 \end{bmatrix} x_5$$

Iteração 3

- $\mathcal{B} = \{1, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 5\}$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_4 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4,62 \\ 0,08 \\ 2,31 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3,85 \\ 0,23 \\ -3,08 \end{bmatrix} x_3 - \begin{bmatrix} -2,31 \\ -0,54 \\ 3,85 \end{bmatrix} x_5$$

$$f(x) = -3x_1 - 2x_2$$

Iteração 3

- $\mathcal{B} = \{1, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 5\}$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_4 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4,62 \\ 0,08 \\ 2,31 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3,85 \\ 0,23 \\ -3,08 \end{bmatrix} x_3 - \begin{bmatrix} -2,31 \\ -0,54 \\ 3,85 \end{bmatrix} x_5$$

$$f(x) = -3(4,62 - 3,85x_3 + 2,31x_5) - 2(2,31 + 3,08x_3 - 3,85x_5)$$

Iteração 3

- $\mathcal{B} = \{1, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 5\}$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_4 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4,62 \\ 0,08 \\ 2,31 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3,85 \\ 0,23 \\ -3,08 \end{bmatrix} x_3 - \begin{bmatrix} -2,31 \\ -0,54 \\ 3,85 \end{bmatrix} x_5$$

$$f(x) = -18,46 + 5,36x_3 + 0,78x_5$$

Método de Solução

Iteração 3

- $\mathcal{B} = \{1, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 5\}$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_4 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4,62 \\ 0,08 \\ 2,31 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3,85 \\ 0,23 \\ -3,08 \end{bmatrix} \cancel{x_3} - \begin{bmatrix} -2,31 \\ -0,54 \\ 3,85 \end{bmatrix} \cancel{x_5}$$

$$f(x) \approx -18,46 + 5,36\cancel{x_3} + 0,78\cancel{x_5}$$

- Solução $\bar{x} = (4,62;\ 2,3;\ 0;\ 0,08;\ 0)$

Iteração 3

- $\mathcal{B} = \{1,4,2\}$ e $\mathcal{N} = \{3,5\}$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_4 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4,62 \\ 0,08 \\ 2,31 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3,85 \\ 0,23 \\ -3,08 \end{bmatrix} \cancel{x_3} - \begin{bmatrix} -2,31 \\ -0,54 \\ 3,85 \end{bmatrix} \cancel{x_5}$$

$$f(x) \approx -18,46 + 5,36\cancel{x_3} + 0,78\cancel{x_5}$$

- Solução $\bar{x} = (4,62;\ 2,3;\ 0;\ 0,08;\ 0)$
- $f(\bar{x}) = -18,46$

Iteração 3

- $\mathcal{B} = \{1, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 5\}$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_4 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4,62 \\ 0,08 \\ 2,31 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3,85 \\ 0,23 \\ -3,08 \end{bmatrix} \cancel{x_3} - \begin{bmatrix} -2,31 \\ -0,54 \\ 3,85 \end{bmatrix} \cancel{x_5}$$

$$f(x) \approx -18,46 + 5,36\cancel{x_3} + 0,78\cancel{x_5}$$

- Solução $\bar{x} = (4,62;\ 2,3;\ 0;\ 0,08;\ 0)$
- $f(\bar{x}) = -18,46$
- Teria como melhorar essa solução?

Iteração 3

- $\mathcal{B} = \{1, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 5\}$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_4 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4,62 \\ 0,08 \\ 2,31 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3,85 \\ 0,23 \\ -3,08 \end{bmatrix} \cancel{x_3} - \begin{bmatrix} -2,31 \\ -0,54 \\ 3,85 \end{bmatrix} \cancel{x_5}$$

$$f(x) \approx -18,46 + 5,36\cancel{x_3} + 0,78\cancel{x_5}$$

- Solução $\bar{x} = (4,62;\ 2,3;\ 0;\ 0,08;\ 0)$
- $f(\bar{x}) = -18,46$
- Teria como melhorar essa solução?
- Não. Custos relativos positivos.

Iteração 3

- $\mathcal{B} = \{1, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 5\}$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_4 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4,62 \\ 0,08 \\ 2,31 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3,85 \\ 0,23 \\ -3,08 \end{bmatrix} \cancel{x_3} - \begin{bmatrix} -2,31 \\ -0,54 \\ 3,85 \end{bmatrix} \cancel{x_5}$$

$$f(x) \approx -18,46 + 5,36\cancel{x_3} + 0,78\cancel{x_5}$$

- Solução $\bar{x} = (4,62;\ 2,3;\ 0;\ 0,08;\ 0)$
- $f(\bar{x}) = -18,46$
- Teria como melhorar essa solução?

- Não. Custos relativos positivos.
- Aumentar x_3 ou x_5 iria piorar a função objetivo.

Iteração 3

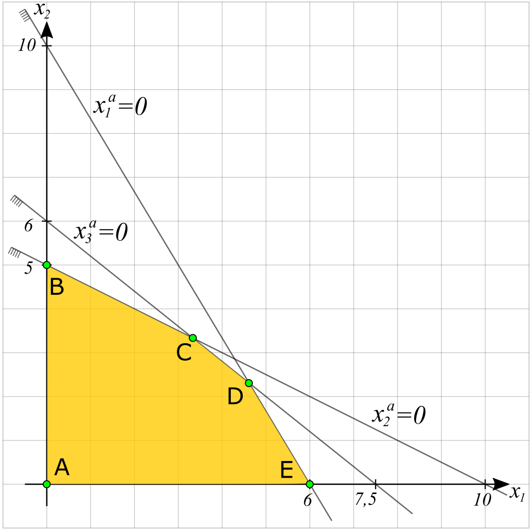
- $\mathcal{B} = \{1, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 5\}$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_4 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4,62 \\ 0,08 \\ 2,31 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3,85 \\ 0,23 \\ -3,08 \end{bmatrix} \cancel{x_3} - \begin{bmatrix} -2,31 \\ -0,54 \\ 3,85 \end{bmatrix} \cancel{x_5}$$

$$f(x) \approx -18,46 + 5,36\cancel{x_3} + 0,78\cancel{x_5}$$

- Solução $\bar{x} = (4,62;\ 2,3;\ 0;\ 0,08;\ 0)$
- $f(\bar{x}) = -18,46$
- Teria como melhorar essa solução?

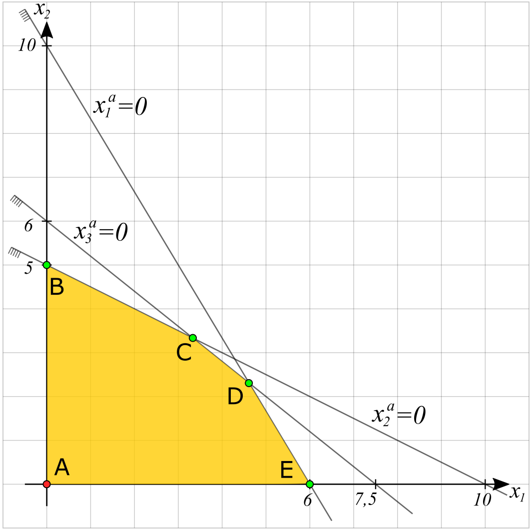
- Não. Custos relativos positivos.
- Aumentar x_3 ou x_5 iria piorar a função objetivo.
- Portanto $\bar{x}$ é solução ótima.



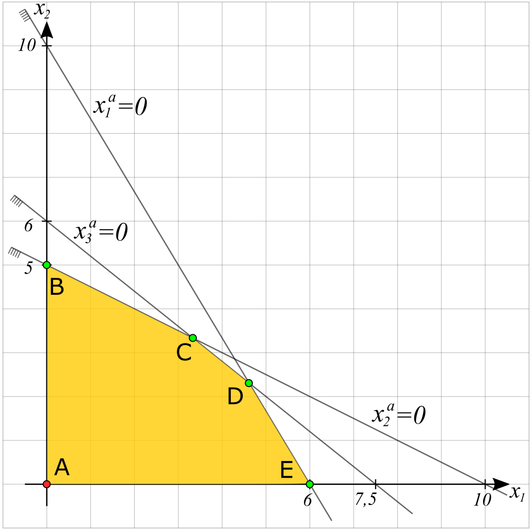
x_2
10
6
5
$x_1^a=0$
$x_3^a=0$
$x_2^a=0$
B
C
D
A
E
6
7,5
10
x_1

Método de Solução

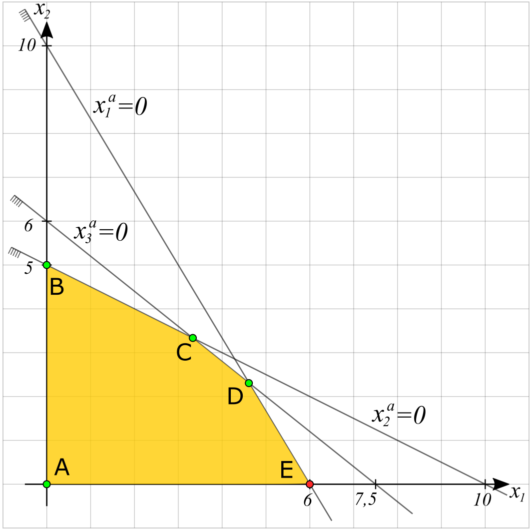
- Iteração 1



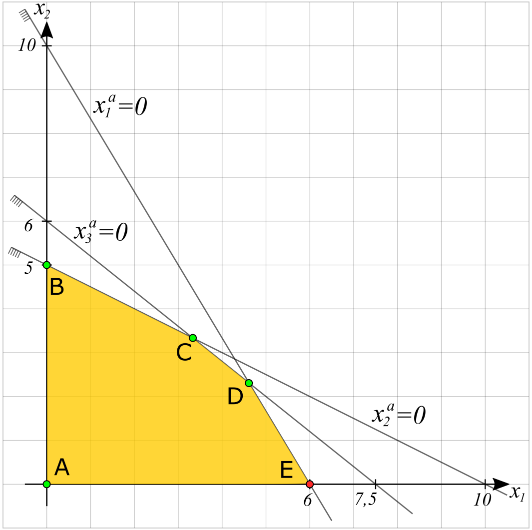
- Iteração 1
- A: $(0,\ 0,\ 3,\ 1,\ 3)$



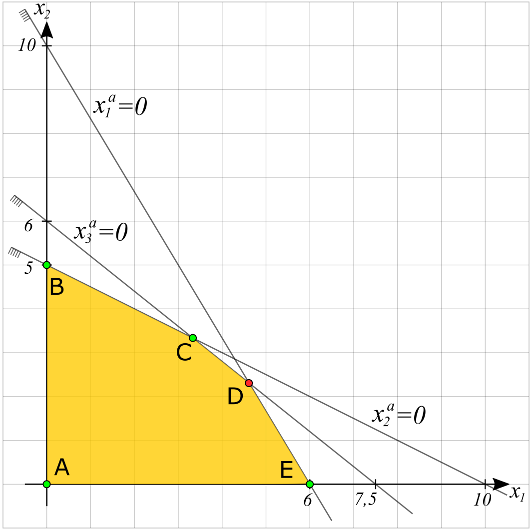
- Iteração 1
- A: $(\color{red}{0}, \color{red}{0}, 3, 1, 3)$
- Iteração 2



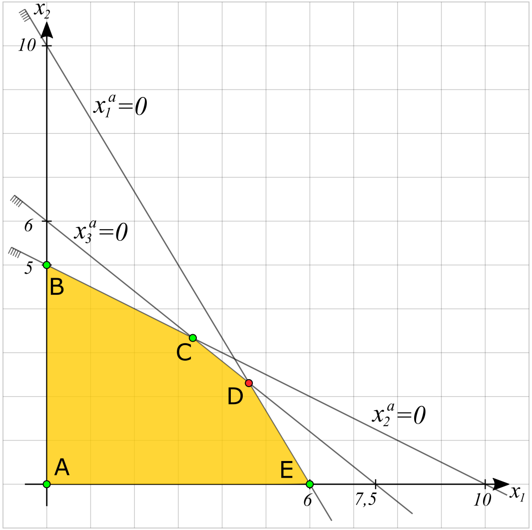
- Iteração 1
- A: $(0,\ 0,\ 3,\ 1,\ 3)$
- Iteração 2
- E: $(6;\ 0;\ 0;\ 0,4;\ 0,6)$



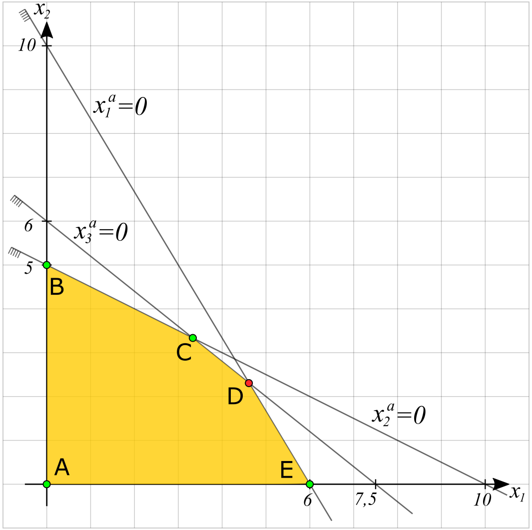
- Iteração 1
- A: $(0, 0, 3, 1, 3)$
- Iteração 2
- E: $(6; 0; 0; 0,4; 0,6)$
- Iteração 3



- Iteração 1
- A: $(\textcolor{red}{0},\ \textcolor{red}{0},\ 3,\ 1,\ 3)$
- Iteração 2
- E: $(6;\ \textcolor{red}{0};\ \textcolor{red}{0};\ 0,4;\ 0,6)$
- Iteração 3
- D: $(4,62;\ 2,3;\ \textcolor{red}{0};\ 0,08;\ \textcolor{red}{0})$



- Iteração 1
- A: $(0,\ 0,\ 3,\ 1,\ 3)$
- Iteração 2
- E: $(6;\ 0;\ 0;\ 0,4;\ 0,6)$
- Iteração 3
- D: $(4,62;\ 2,3;\ 0;\ 0,08;\ 0)$
- Solução ótima encontrada.



Aplicando a um problema qualquer

Forma matricial

$$\min \quad f(x) = c^T x$$

$$\text{s.a} \quad Ax = b$$

$$x \geqslant 0$$

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, \quad c = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Ligas metálicas

$$
\begin{aligned}
\text{-min}\quad & f(x) = -3x_1 - 2x_2 \\
\text{s.a}\quad & 0,5x_1 + 0,3x_2 + x_3 = 3 \\
& 0,1x_1 + 0,2x_2 + x_4 = 1 \\
& 0,4x_1 + 0,5x_2 + x_5 = 3 \\
& x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geqslant 0
\end{aligned}
$$

$x =$

Ligas metálicas

$$\text{-min} \quad f(x) = -3x_1 - 2x_2$$

$$\begin{aligned} \text{s.a} \quad & 0,5x_1 + 0,3x_2 + x_3 = 3 \\ & 0,1x_1 + 0,2x_2 + x_4 = 1 \\ & 0,4x_1 + 0,5x_2 + x_5 = 3 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geqslant 0 \end{aligned}$$

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix}, \quad c =$$

Ligas metálicas

$$
\begin{aligned}
\text{-min} \quad & f(x) = -3x_1 - 2x_2 \\
\text{s.a} \quad & 0,5x_1 + 0,3x_2 + x_3 = 3 \\
& 0,1x_1 + 0,2x_2 + x_4 = 1 \\
& 0,4x_1 + 0,5x_2 + x_5 = 3 \\
& x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geqslant 0
\end{aligned}
$$

$$
x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix}, \quad c = \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad A =
$$

Ligas metálicas

$$
\begin{aligned}
\text{-min}\quad & f(x) = -3x_1 - 2x_2 \\
\text{s.a}\quad & 0,5x_1 + 0,3x_2 + x_3 = 3 \\
& 0,1x_1 + 0,2x_2 + x_4 = 1 \\
& 0,4x_1 + 0,5x_2 + x_5 = 3 \\
& x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geqslant 0
\end{aligned}
$$

$$
x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix}, \quad c = \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad b =
$$

Ligas metálicas

$$
\begin{aligned}
\text{-min} \quad & f(x) = -3x_1 - 2x_2 \\
\text{s.a} \quad & 0,5x_1 + 0,3x_2 + x_3 = 3 \\
& 0,1x_1 + 0,2x_2 + x_4 = 1 \\
& 0,4x_1 + 0,5x_2 + x_5 = 3 \\
& x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geqslant 0
\end{aligned}
$$

$$
x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix}, \quad c = \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}
$$

Método Simplex

$$\begin{cases} 0,5x_1 + 0,3x_2 + x_3 & & & = 3 \\ 0,1x_1 + 0,2x_2 & + x_4 & & = 1 \\ 0,4x_1 + 0,5x_2 & & + x_5 & = 3 \end{cases}$$

$$
\begin{cases}
0,5x_1 + 0,3x_2 + x_3 & & = 3 \\
0,1x_1 + 0,2x_2 & + x_4 & = 1 \\
0,4x_1 + 0,5x_2 & \quad + x_5 & = 3
\end{cases}
$$

$$
\Rightarrow \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
$$

$$\begin{cases} 0,5x_1 + 0,3x_2 + x_3 & = 3 \\ 0,1x_1 + 0,2x_2 \qquad + x_4 & = 1 \\ 0,4x_1 + 0,5x_2 \qquad\qquad + x_5 & = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} 0,5x_1 + 0,3x_2 + x_3 & = 3 \\ 0,1x_1 + 0,2x_2 \qquad + x_4 & = 1 \\ 0,4x_1 + 0,5x_2 \qquad\qquad + x_5 & = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} 0,5x_1 + 0,3x_2 + x_3 & = 3 \\ 0,1x_1 + 0,2x_2 \qquad + x_4 & = 1 \\ 0,4x_1 + 0,5x_2 \qquad\qquad + x_5 & = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow Ax = b$$

$$\begin{cases} 0,5x_1 + 0,3x_2 + x_3 & = 3 \\ 0,1x_1 + 0,2x_2 \quad + x_4 & = 1 \\ 0,4x_1 + 0,5x_2 \quad\quad + x_5 & = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0,5x_1 + 0,3x_2 + x_3 & = 3 \\ 0,1x_1 + 0,2x_2 \quad + x_4 & = 1 \\ 0,4x_1 + 0,5x_2 \quad\quad + x_5 & = 3 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 0,5 \\ 0,1 \\ 0,4 \end{bmatrix} x_1 + \begin{bmatrix} 0,3 \\ 0,2 \\ 0,5 \end{bmatrix} x_2 + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} x_3 + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} x_4 + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} x_5 = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} 0,5x_1 + 0,3x_2 + x_3 & = 3 \\ 0,1x_1 + 0,2x_2 \qquad + x_4 & = 1 \\ 0,4x_1 + 0,5x_2 \qquad\qquad + x_5 & = 3 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 0,5 \\ 0,1 \\ 0,4 \end{bmatrix} x_1 + \begin{bmatrix} 0,3 \\ 0,2 \\ 0,5 \end{bmatrix} x_2 + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} x_3 + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} x_4 + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} x_5 = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + a_4x_4 + a_5x_5 = b$$

Tomando uma partição básica $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$ como exemplo

$$\begin{bmatrix} 1 & 0,3 & 0 \\ 0 & 0,2 & 0 \\ 0 & 0,5 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_3 \\ x_2 \\ x_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,5 \\ 0,1 \\ 0,4 \end{bmatrix} x_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} x_4 = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Tomando uma partição básica $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$ como exemplo

$$\begin{bmatrix} 1 & 0,3 & 0 \\ 0 & 0,2 & 0 \\ 0 & 0,5 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_3 \\ x_2 \\ x_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,5 \\ 0,1 \\ 0,4 \end{bmatrix} x_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} x_4 = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$A_{\mathcal{B}} x_{\mathcal{B}} + a_1 x_1 + a_4 x_4 = b$$

Tomando uma partição básica $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$ como exemplo

$$\begin{bmatrix} 1 & 0,3 & 0 \\ 0 & 0,2 & 0 \\ 0 & 0,5 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_3 \\ x_2 \\ x_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,5 \\ 0,1 \\ 0,4 \end{bmatrix} x_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} x_4 = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$Bx_{\mathcal{B}} + a_1 x_1 + a_4 x_4 = b$$

$$B = A_{\mathcal{B}}$$

Tomando uma partição básica $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$ como exemplo

$$\begin{bmatrix} 1 & 0,3 & 0 \\ 0 & 0,2 & 0 \\ 0 & 0,5 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_3 \\ x_2 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,5 \\ 0,1 \\ 0,4 \end{bmatrix} x_1 - \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} x_4$$

$$Bx_{\mathcal{B}} = b - a_1 x_1 - a_4 x_4$$

$$B = A_{\mathcal{B}}$$

Isolando as variáveis básicas multiplicando pela matriz inversa de B

$$\begin{bmatrix} 1 & 0,3 & 0 \\ 0 & 0,2 & 0 \\ 0 & 0,5 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \left(\begin{bmatrix} 1 & 0,3 & 0 \\ 0 & 0,2 & 0 \\ 0 & 0,5 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_3 \\ x_2 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,5 \\ 0,1 \\ 0,4 \end{bmatrix} x_1 - \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} x_4 \right)$$

$$B^{-1} \left(Bx_{\mathcal{B}} = b - a_1 x_1 - a_4 x_4 \right)$$

Isolando as variáveis básicas multiplicando pela matriz inversa de B

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_2 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0,3 & 0 \\ 0 & 0,2 & 0 \\ 0 & 0,5 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0,3 & 0 \\ 0 & 0,2 & 0 \\ 0 & 0,5 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0,5 \\ 0,1 \\ 0,4 \end{bmatrix} x_1 - \begin{bmatrix} 1 & 0,3 & 0 \\ 0 & 0,2 & 0 \\ 0 & 0,5 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} x_4$$

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b - B^{-1}a_1x_1 - B^{-1}a_4x_4$$

Isolando as variáveis básicas multiplicando pela matriz inversa de B

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_2 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,5 \\ 5 \\ 0,5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,35 \\ 0,5 \\ 0,15 \end{bmatrix} x_1 - \begin{bmatrix} -1,5 \\ 5 \\ -2,5 \end{bmatrix} x_4$$

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b - B^{-1}a_1x_1 - B^{-1}a_4x_4$$

No caso geral

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b - \sum_{j \in \mathcal{N}} B^{-1}a_j x_j \quad \text{(Solução geral)}$$

No caso geral

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b - \sum_{j \in \mathcal{N}} B^{-1} a_j x_j \quad \text{(Solução geral)}$$

Solução particular, $x_{\mathcal{N}} = 0$

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b - \cancel{\sum_{j \in \mathcal{N}} B^{-1} a_j x_j}$$

No caso geral

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b - \sum_{j \in \mathcal{N}} B^{-1} a_j x_j \quad \text{(Solução geral)}$$

Solução particular, $x_{\mathcal{N}} = 0$

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b - \cancel{\sum_{j \in \mathcal{N}} B^{-1} a_j x_j}$$

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b \quad \text{(Solução particular ou solução básica)}$$

Escrevendo a função objetivo em termos de $x_{\mathcal{N}}$ $\quad (\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\})$

$$f(x) = -3x_1 - 2x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5$$

Escrevendo a função objetivo em termos de $x_{\mathcal{N}}$ $\quad (\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\})$

$$f(x) = -3x_1 - 2x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5$$

$$f(x) = [0 \;\; -2 \;\; 0] \begin{bmatrix} x_3 \\ x_2 \\ x_5 \end{bmatrix} + [-3 \;\; 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

Escrevendo a função objetivo em termos de $x_{\mathcal{N}}$ $\quad (\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\})$

$$f(x) = -3x_1 - 2x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5$$

$$f(x) = [0 \;\; -2 \;\; 0] \begin{bmatrix} x_3 \\ x_2 \\ x_5 \end{bmatrix} + [-3 \;\; 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

$$f(x) = c_{\mathcal{B}}^T x_{\mathcal{B}} + c_{\mathcal{N}}^T x_{\mathcal{N}}$$

Escrevendo a função objetivo em termos de $x_{\mathcal{N}}$

$$f(x) = c_{\mathcal{B}}^T x_{\mathcal{B}} + c_{\mathcal{N}}^T x_{\mathcal{N}}$$

Escrevendo a função objetivo em termos de $x_{\mathcal{N}}$

$$
\begin{aligned}
f(x) &= c_{\mathcal{B}}^T x_{\mathcal{B}} + c_{\mathcal{N}}^T x_{\mathcal{N}} \\
&= c_{\mathcal{B}}^T \left(B^{-1}b - \sum_{j \in \mathcal{N}} B^{-1} a_j x_j \right) + c_{\mathcal{N}}^T x_{\mathcal{N}}
\end{aligned}
$$

Escrevendo a função objetivo em termos de $x_{\mathcal{N}}$

$$
\begin{aligned}
f(x) &= c_{\mathcal{B}}^T x_{\mathcal{B}} + c_{\mathcal{N}}^T x_{\mathcal{N}} \\
&= c_{\mathcal{B}}^T \left(B^{-1}b - \sum_{j \in \mathcal{N}} B^{-1} a_j x_j \right) + c_{\mathcal{N}}^T x_{\mathcal{N}} \\
&= c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}b - \sum_{j \in \mathcal{N}} c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} a_j x_j + c_{\mathcal{N}}^T x_{\mathcal{N}}
\end{aligned}
$$

Escrevendo a função objetivo em termos de $x_{\mathcal{N}}$

$$\begin{aligned}
f(x) &= c_{\mathcal{B}}^T x_{\mathcal{B}} + c_{\mathcal{N}}^T x_{\mathcal{N}} \\
&= c_{\mathcal{B}}^T \left(B^{-1}b - \sum_{j\in\mathcal{N}} B^{-1} a_j x_j \right) + c_{\mathcal{N}}^T x_{\mathcal{N}} \\
&= c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}b - \sum_{j\in\mathcal{N}} c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} a_j x_j + c_{\mathcal{N}}^T x_{\mathcal{N}} \\
&= c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}b - \sum_{j\in\mathcal{N}} c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} a_j x_j + \sum_{j\in\mathcal{N}} c_j x_j
\end{aligned}$$

Escrevendo a função objetivo em termos de $x_{\mathcal{N}}$

$$\begin{aligned}
f(x) &= c_{\mathcal{B}}^T x_{\mathcal{B}} + c_{\mathcal{N}}^T x_{\mathcal{N}} \\
&= c_{\mathcal{B}}^T \left(B^{-1} b - \sum_{j \in \mathcal{N}} B^{-1} a_j x_j \right) + c_{\mathcal{N}}^T x_{\mathcal{N}} \\
&= c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} b - \sum_{j \in \mathcal{N}} c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} a_j x_j + c_{\mathcal{N}}^T x_{\mathcal{N}} \\
&= c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} b - \sum_{j \in \mathcal{N}} c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} a_j x_j + \sum_{j \in \mathcal{N}} c_j x_j \\
&= c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} b + \sum_{j \in \mathcal{N}} (c_j - c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} a_j) x_j
\end{aligned}$$

$$f(x) = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} b + \sum_{j \in \mathcal{N}} (c_j - c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} a_j) x_j$$

O termo $c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$ se repete. O chamaremos $p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$

Logo

$$f(x) = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} b + \sum_{j \in \mathcal{N}} (c_j - c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} a_j) x_j$$

O termo $c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$ se repete. O chamaremos $p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$

Logo

$$f(x) = p^T b + \sum_{j \in \mathcal{N}} \left(c_j - p^T a_j\right) x_j$$

$$f(x) = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} b + \sum_{j \in \mathcal{N}} (c_j - c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} a_j) x_j$$

O termo $c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$ se repete. O chamaremos $p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$

Logo

$$f(x) = p^T b + \sum_{j \in \mathcal{N}} \left(c_j - p^T a_j \right) x_j$$

Observe que $c_j - p^T a_j$ é o custo relativo da variável x_j.

Definiremos agora o maior valor que uma variável que entrará na base (deixando de ser nula) pode assumir ($\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$)

Suponhamos que x_1 seja escolhido para entrar na base

Definiremos agora o maior valor que uma variável que entrará na base (deixando de ser nula) pode assumir ($\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$)

Suponhamos que x_1 seja escolhido para entrar na base

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_2 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,5 \\ 5 \\ 0,5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,35 \\ 0,5 \\ 0,15 \end{bmatrix} x_1 - \begin{bmatrix} -1,5 \\ 5 \\ -2,5 \end{bmatrix} x_4$$

$$x_{\mathcal{B}} \quad = \quad B^{-1}b \quad - \quad (B^{-1}a_1)x_1 \quad - \quad (B^{-1}a_4)x_4$$

Definiremos agora o maior valor que uma variável que entrará na base (deixando de ser nula) pode assumir ($\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$)

Suponhamos que x_1 seja escolhido para entrar na base

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_2 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,5 \\ 5 \\ 0,5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,35 \\ 0,5 \\ 0,15 \end{bmatrix} x_1 - \begin{bmatrix} -1,5 \\ 5 \\ -2,5 \end{bmatrix} x_4$$

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b - (B^{-1}a_1)x_1 - (B^{-1}a_4)x_4$$

Maior valor para x_1: $\min\left\{\frac{1,5}{0,35}, \frac{5}{0,5}, \frac{0,5}{0,15}\right\}$

Definiremos agora o maior valor que uma variável que entrará na base (deixando de ser nula) pode assumir ($\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$)

Suponhamos que x_1 seja escolhido para entrar na base

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_2 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,5 \\ 5 \\ 0,5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,35 \\ 0,5 \\ 0,15 \end{bmatrix} x_1 - \begin{bmatrix} -1,5 \\ 5 \\ -2,5 \end{bmatrix} x_4$$

$$x_{\mathcal{B}} \quad = \quad \bar{x}_{\mathcal{B}} \quad - \quad (B^{-1}a_1)x_1 \quad - \quad (B^{-1}a_4)x_4$$

Maior valor para x_1: $\min \left\{ \dfrac{\bar{x}_{\mathcal{B}_1}}{0,35}, \dfrac{\bar{x}_{\mathcal{B}_2}}{0,5}, \dfrac{\bar{x}_{\mathcal{B}_3}}{0,15} \right\}$

Definiremos agora o maior valor que uma variável que entrará na base (deixando de ser nula) pode assumir ($\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$)

Suponhamos que x_1 seja escolhido para entrar na base

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_2 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,5 \\ 5 \\ 0,5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,35 \\ 0,5 \\ 0,15 \end{bmatrix} x_1 - \begin{bmatrix} -1,5 \\ 5 \\ -2,5 \end{bmatrix} x_4$$

$$x_{\mathcal{B}} \quad = \quad \bar{x}_{\mathcal{B}} \quad - \quad y x_1 \quad - \quad (B^{-1} a_4) x_4$$

Maior valor para x_1: $\min \left\{ \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_1}}{y_1}, \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_2}}{y_2}, \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_3}}{y_3} \right\}$, com $y = B^{-1} a_1$

Se x_4 for escolhido

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_2 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,5 \\ 5 \\ 0,5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,35 \\ 0,5 \\ 0,15 \end{bmatrix} x_1 - \begin{bmatrix} -1,5 \\ 5 \\ -2,5 \end{bmatrix} x_4$$

$$x_{\mathcal{B}} \quad = \quad \bar{x}_{\mathcal{B}} \quad - \quad (B^{-1}a_1)x_1 \quad - \quad (B^{-1}a_4)x_4$$

Maior valor para x_4: $\min\left\{\times, \frac{5}{5}, \times\right\}$

Se x_4 for escolhido

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_2 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,5 \\ 5 \\ 0,5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,35 \\ 0,5 \\ 0,15 \end{bmatrix} x_1 - \begin{bmatrix} -1,5 \\ 5 \\ -2,5 \end{bmatrix} x_4$$

$$x_{\mathcal{B}} \quad = \quad \bar{x}_{\mathcal{B}} \quad - \quad (B^{-1}a_1)x_1 \quad - \quad y x_4$$

Maior valor para x_4: $\min\left\{\times, \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_2}}{y_2}, \times\right\}$, com $y = B^{-1}a_4$

Se x_4 for escolhido

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_2 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,5 \\ 5 \\ 0,5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,35 \\ 0,5 \\ 0,15 \end{bmatrix} x_1 - \begin{bmatrix} -1,5 \\ 5 \\ -2,5 \end{bmatrix} x_4$$

$$x_{\mathcal{B}} \quad = \quad \bar{x}_{\mathcal{B}} \quad - \quad (B^{-1}a_1)x_1 \quad - \quad yx_4$$

Maior valor para x_4: $\displaystyle \min_{i=1,\ldots,m} \left\{ \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_i}}{y_i}, y_i > 0 \right\}$, com $y = B^{-1}a_4$

Acabamos de deduzir o Método simplex, que consiste dos seguintes passos:

1. Definir a matriz A e os vetores b e c do problema já na forma padrão;
2. Definir a base inicial $\mathcal{B}$ e $\mathcal{N}$ de modo a se obter solução básica factível;
3. Definir a matriz B dada por $B = A_{\mathcal{B}}$, ou seja, B é a restrição de A às colunas básicas. Em particular, se B é a matriz identidade, a solução básica inicial será factível;
4. Calcular solução básica $\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b$, onde tomamos $x_{\mathcal{N}} = 0$;
5. Calcular os custos relativos das variáveis não básicas $s_j = c_j - p^T a_j$ para todo $j \in \mathcal{N}$ onde $p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1}$ e a_j é a coluna j da matriz A;

6. Determinar $\tilde{s}_k = \min_{j \in \mathcal{N}} \{s_j\}$, ou seja, o mínimo dos custos relativos

   Se $\tilde{s}_k \geq 0$ PARE!. A solução ótima foi encontrada, caso contrário a variável x_k entrará na base;

7. Teste da razão

   Calcular $r_{min} = \min_{i \in \mathcal{B}} \left\{ \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_i}}{y_i}, \ y_i > 0 \right\}$, onde $y = B^{-1}a_k$, k o índice da variável escolhida em 6.

   A variável a deixar a base será aquela que fornece r_{min} acima

   Se $y_i \leq 0$ para todo $i \in \mathcal{B}$ PARE!, o problema é ilimitado;

8. Atualizar a base e iniciar nova iteração em 3.

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$

$$c^T = [-3 \quad -2 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Cálculos no Colab

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$c^T = [-3 \quad -2 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Cálculos no Colab

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3,4,5\}$ e $\mathcal{N} = \{1,2\}$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Solução básica factível

$$c^T = [-3 \quad -2 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Cálculos no Colab

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$c^T = [-3 \quad -2 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- Solução básica factível

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b =$$

Cálculos no Colab

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Solução básica factível

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$c^T = [-3 \quad -2 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Cálculos no Colab

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$c^T = [-3 \quad -2 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- Solução básica factível

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- Custos relativos

Cálculos no Colab

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Solução básica factível

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- Custos relativos

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = [0 \; 0 \; 0]$$

$$c^T = [-3 \quad -2 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Cálculos no Colab

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Solução básica factível

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- Custos relativos

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = [0\ 0\ 0]$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 =$$

$$s_2 = c_2 - p^T a_2 =$$

$$c^T = [-3 \quad -2 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Cálculos no Colab

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$c^T = [-3 \quad -2 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- Solução básica factível

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- Custos relativos

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = [0 \ 0 \ 0]$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = -3$$

$$s_2 = c_2 - p^T a_2 = -2$$

Cálculos no Colab

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3,4,5\}$ e $\mathcal{N} = \{1,2\}$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Solução básica factível

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- Custos relativos

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = [0\ 0\ 0]$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = -3$$

$$s_2 = c_2 - p^T a_2 = -2$$

$$c^T = [-3 \quad -2 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- $s_1 < 0 \Rightarrow x_1$ entra na base (menor dos negativos)

Cálculos no Colab

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3,4,5\}$ e $\mathcal{N} = \{1,2\}$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Solução básica factível

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- Custos relativos

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = [0 \; 0 \; 0]$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = -3$$

$$s_2 = c_2 - p^T a_2 = -2$$

$$c^T = [-3 \quad -2 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- $s_1 < 0 \Rightarrow x_1$ entra na base (menor dos negativos)
- Teste da razão

Cálculos no Colab

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Solução básica factível

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- Custos relativos

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = [0\ 0\ 0]$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = -3$$

$$s_2 = c_2 - p^T a_2 = -2$$

$$c^T = [-3 \quad -2 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- $s_1 < 0 \Rightarrow x_1$ entra na base (menor dos negativos)
- Teste da razão

$$y = B^{-1}a_1 =$$

Cálculos no Colab

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Solução básica factível

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- Custos relativos

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = [0\ 0\ 0]$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = -3$$

$$s_2 = c_2 - p^T a_2 = -2$$

$$c^T = [-3 \quad -2 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- $s_1 < 0 \Rightarrow x_1$ entra na base (menor dos negativos)

- Teste da razão

$$y = B^{-1}a_1 = \begin{bmatrix} 0,5 \\ 0,1 \\ 0,4 \end{bmatrix}$$

Cálculos no Colab

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3,4,5\}$ e $\mathcal{N} = \{1,2\}$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$c^T = [-3 \quad -2 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- Solução básica factível

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- Custos relativos

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = [0 \ 0 \ 0]$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = -3$$

$$s_2 = c_2 - p^T a_2 = -2$$

- $s_1 < 0 \Rightarrow x_1$ entra na base (menor dos negativos)

- Teste da razão

$$y = B^{-1}a_1 = \begin{bmatrix} 0,5 \\ 0,1 \\ 0,4 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_l}}{y_l} = \min\left\{\frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_i}}{y_i};\ y_i > 0\right\} =$$

Cálculos no Colab

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Solução básica factível

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- Custos relativos

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = [0\ 0\ 0]$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = -3$$

$$s_2 = c_2 - p^T a_2 = -2$$

$$c^T = [-3 \quad -2 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- $s_1 < 0 \Rightarrow x_1$ entra na base (menor dos negativos)

- Teste da razão

$$y = B^{-1}a_1 = \begin{bmatrix} 0,5 \\ 0,1 \\ 0,4 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_l}}{y_l} = \min\left\{\frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_i}}{y_i};\ y_i > 0\right\} = \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_1}}{y_1} = \frac{3}{0,5} = 6$$

Cálculos no Colab

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3,4,5\}$ e $\mathcal{N} = \{1,2\}$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Solução básica factível

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- Custos relativos

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = [0\ 0\ 0]$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = -3$$

$$s_2 = c_2 - p^T a_2 = -2$$

$$c^T = [-3 \quad -2 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- $s_1 < 0 \Rightarrow x_1$ entra na base (menor dos negativos)
- Teste da razão

$$y = B^{-1}a_1 = \begin{bmatrix} 0,5 \\ 0,1 \\ 0,4 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_l}}{y_l} = \min\left\{\frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_i}}{y_i};\ y_i > 0\right\} = \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_1}}{y_1} = \frac{3}{0,5} = 6$$

- $\mathcal{B}_1 = 3 \Rightarrow x_3$ sai da base

Cálculos no Colab

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{1, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 2\}$

$$c^T = [-3 \quad -2 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{1, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 2\}$

$$B = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0 \\ 0,1 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$c^T = [-3 \quad -2 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{1, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 2\}$

$$B = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0 \\ 0,1 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Solução básica factível

$$c^T = [-3 \quad -2 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{1, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 2\}$

$$B = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0 \\ 0,1 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Solução básica factível

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b =$$

$$c^T = [-3 \quad -2 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{1, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 2\}$

$$B = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0 \\ 0,1 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Solução básica factível

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 6 \\ 0,4 \\ 0,6 \end{bmatrix}$$

$$c^T = [-3 \quad -2 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{1,4,5\}$ e $\mathcal{N} = \{3,2\}$

$$B = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0 \\ 0,1 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Solução básica factível

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 6 \\ 0,4 \\ 0,6 \end{bmatrix}$$

- Custos relativos

$$c^T = [-3 \quad -2 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{1, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 2\}$

$$B = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0 \\ 0,1 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Solução básica factível

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 6 \\ 0,4 \\ 0,6 \end{bmatrix}$$

- Custos relativos

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = [-6 \ 0 \ 0]$$

$$c^T = [-3 \quad -2 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{1, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 2\}$

$$B = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0 \\ 0,1 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Solução básica factível

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 6 \\ 0,4 \\ 0,6 \end{bmatrix}$$

- Custos relativos

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = [-6 \; 0 \; 0]$$

$$s_2 = c_2 - p^T a_2 =$$

$$s_3 = c_3 - p^T a_3 =$$

$$c^T = [-3 \quad -2 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{1, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 2\}$

$$B = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0 \\ 0,1 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Solução básica factível

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 6 \\ 0,4 \\ 0,6 \end{bmatrix}$$

- Custos relativos

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = [-6\ 0\ 0]$$

$$s_2 = c_2 - p^T a_2 = -0,2$$

$$s_3 = c_3 - p^T a_3 = 6$$

$$c^T = [-3 \quad -2 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{1, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 2\}$

$$B = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0 \\ 0,1 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Solução básica factível

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 6 \\ 0,4 \\ 0,6 \end{bmatrix}$$

- Custos relativos

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = [-6 \; 0 \; 0]$$

$$s_2 = c_2 - p^T a_2 = -0,2$$

$$s_3 = c_3 - p^T a_3 = 6$$

$$c^T = [-3 \quad -2 \;\; 0 \;\; 0 \;\; 0]$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- $s_2 < 0 \Rightarrow x_2$ entra na base

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{1, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 2\}$

$$B = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0 \\ 0,1 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Solução básica factível

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 6 \\ 0,4 \\ 0,6 \end{bmatrix}$$

- Custos relativos

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = [-6 \; 0 \; 0]$$

$$s_2 = c_2 - p^T a_2 = -0,2$$

$$s_3 = c_3 - p^T a_3 = 6$$

$$c^T = [-3 \quad -2 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- $s_2 < 0 \Rightarrow x_2$ entra na base
- Teste da razão

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{1, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 2\}$

$$B = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0 \\ 0,1 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Solução básica factível

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 6 \\ 0,4 \\ 0,6 \end{bmatrix}$$

- Custos relativos

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = [-6\ 0\ 0]$$

$$s_2 = c_2 - p^T a_2 = -0,2$$

$$s_3 = c_3 - p^T a_3 = 6$$

$$c^T = [-3 \quad -2 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- $s_2 < 0 \Rightarrow x_2$ entra na base
- Teste da razão

$$y = B^{-1}a_2 =$$

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{1,4,5\}$ e $\mathcal{N} = \{3,2\}$

$$B = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0 \\ 0,1 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Solução básica factível

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 6 \\ 0,4 \\ 0,6 \end{bmatrix}$$

- Custos relativos

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = [-6 \;\; 0 \;\; 0]$$

$$s_2 = c_2 - p^T a_2 = -0,2$$

$$s_3 = c_3 - p^T a_3 = 6$$

$$c^T = [-3 \quad -2 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- $s_2 < 0 \Rightarrow x_2$ entra na base

- Teste da razão

$$y = B^{-1}a_2 = \begin{bmatrix} 0,6 \\ 0,14 \\ 0,26 \end{bmatrix}$$

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{1, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 2\}$

$$B = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0 \\ 0,1 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Solução básica factível

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 6 \\ 0,4 \\ 0,6 \end{bmatrix}$$

- Custos relativos

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = [-6\ 0\ 0]$$

$$s_2 = c_2 - p^T a_2 = -0,2$$

$$s_3 = c_3 - p^T a_3 = 6$$

$$c^T = [-3 \quad -2 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- $s_2 < 0 \Rightarrow x_2$ entra na base

- Teste da razão

$$y = B^{-1}a_2 = \begin{bmatrix} 0,6 \\ 0,14 \\ 0,26 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_l}}{y_l} = \min\left\{\frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_i}}{y_i};\ y_i > 0\right\} =$$

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{1, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 2\}$

$$B = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0 \\ 0,1 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Solução básica factível

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 6 \\ 0,4 \\ 0,6 \end{bmatrix}$$

- Custos relativos

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = [-6 \ 0 \ 0]$$

$$s_2 = c_2 - p^T a_2 = -0,2$$

$$s_3 = c_3 - p^T a_3 = 6$$

$$c^T = [-3 \quad -2 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- $s_2 < 0 \Rightarrow x_2$ entra na base

- Teste da razão

$$y = B^{-1}a_2 = \begin{bmatrix} 0,6 \\ 0,14 \\ 0,26 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_l}}{y_l} = \min\left\{\frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_i}}{y_i};\ y_i > 0\right\} = \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_3}}{y_3} = \frac{0,6}{0,26} = 2,307$$

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{1, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 2\}$

$$B = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0 \\ 0,1 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Solução básica factível

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 6 \\ 0,4 \\ 0,6 \end{bmatrix}$$

- Custos relativos

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = [-6\ 0\ 0]$$

$$s_2 = c_2 - p^T a_2 = -0,2$$

$$s_3 = c_3 - p^T a_3 = 6$$

$$c^T = [-3 \quad -2 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- $s_2 < 0 \Rightarrow x_2$ entra na base
- Teste da razão

$$y = B^{-1}a_2 = \begin{bmatrix} 0,6 \\ 0,14 \\ 0,26 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_l}}{y_l} = \min\left\{\frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_i}}{y_i};\ y_i > 0\right\} = \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_3}}{y_3} = \frac{0,6}{0,26} = 2,307$$

- $\mathcal{B}_3 = 5 \Rightarrow x_5$ sai da base

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{1, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 5\}$

$$c^T = [-3 \quad -2 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{1, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 5\}$

$$B = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0,3 \\ 0,1 & 1 & 0,2 \\ 0,4 & 0 & 0,5 \end{bmatrix}$$

$$c^T = [-3 \quad -2 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{1, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 5\}$

$$B = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0,3 \\ 0,1 & 1 & 0,2 \\ 0,4 & 0 & 0,5 \end{bmatrix}$$

- Solução básica factível

$$c^T = [-3 \quad -2 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{1, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 5\}$

$$B = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0,3 \\ 0,1 & 1 & 0,2 \\ 0,4 & 0 & 0,5 \end{bmatrix}$$

- Solução básica factível

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b =$$

$$c^T = [-3 \quad -2 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{1, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 5\}$

$$B = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0,3 \\ 0,1 & 1 & 0,2 \\ 0,4 & 0 & 0,5 \end{bmatrix}$$

- Solução básica factível

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 4,615 \\ 0,077 \\ 2,308 \end{bmatrix}$$

$$c^T = [-3 \quad -2 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{1, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 5\}$

$$B = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0,3 \\ 0,1 & 1 & 0,2 \\ 0,4 & 0 & 0,5 \end{bmatrix}$$

- Solução básica factível

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 4,615 \\ 0,077 \\ 2,308 \end{bmatrix}$$

- Custos relativos

$$c^T = [-3 \quad -2 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{1, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 5\}$

$$B = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0,3 \\ 0,1 & 1 & 0,2 \\ 0,4 & 0 & 0,5 \end{bmatrix}$$

- Solução básica factível

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 4,615 \\ 0,077 \\ 2,308 \end{bmatrix}$$

- Custos relativos

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = [-5,38 \quad 0 \quad -0,77]$$

$$c^T = [-3 \quad -2 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{1, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 5\}$

$$B = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0,3 \\ 0,1 & 1 & 0,2 \\ 0,4 & 0 & 0,5 \end{bmatrix}$$

- Solução básica factível

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 4,615 \\ 0,077 \\ 2,308 \end{bmatrix}$$

- Custos relativos

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = [-5,38 \quad 0 \quad -0,77]$$

$$s_3 = c_3 - p^T a_3 =$$

$$s_5 = c_5 - p^T a_5 =$$

$$c^T = [-3 \quad -2 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{1, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 5\}$

$$B = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0,3 \\ 0,1 & 1 & 0,2 \\ 0,4 & 0 & 0,5 \end{bmatrix}$$

- Solução básica factível

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 4,615 \\ 0,077 \\ 2,308 \end{bmatrix}$$

- Custos relativos

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = [-5,38 \quad 0 \quad -0,77]$$

$$s_3 = c_3 - p^T a_3 = 5,38$$

$$s_5 = c_5 - p^T a_5 = 0,77$$

$$c^T = [-3 \quad -2 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{1, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 5\}$

$$B = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0,3 \\ 0,1 & 1 & 0,2 \\ 0,4 & 0 & 0,5 \end{bmatrix}$$

- Solução básica factível

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 4,615 \\ 0,077 \\ 2,308 \end{bmatrix}$$

- Custos relativos

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = [-5,38 \quad 0 \quad -0,77]$$

$$s_3 = c_3 - p^T a_3 = 5,38$$

$$s_5 = c_5 - p^T a_5 = 0,77$$

$$c^T = [-3 \quad -2 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- Custos relativos positivos

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{1, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 5\}$

$$B = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0,3 \\ 0,1 & 1 & 0,2 \\ 0,4 & 0 & 0,5 \end{bmatrix}$$

- Solução básica factível

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 4,615 \\ 0,077 \\ 2,308 \end{bmatrix}$$

- Custos relativos

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = [-5,38 \quad 0 \quad -0,77]$$

$$s_3 = c_3 - p^T a_3 = 5,38$$

$$s_5 = c_5 - p^T a_5 = 0,77$$

$$c^T = [-3 \quad -2 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- Custos relativos positivos
- Solução ótima encontrada

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{1, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 5\}$

$$B = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0,3 \\ 0,1 & 1 & 0,2 \\ 0,4 & 0 & 0,5 \end{bmatrix}$$

- Solução básica factível

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 4,615 \\ 0,077 \\ 2,308 \end{bmatrix}$$

- Custos relativos

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = [-5,38 \quad 0 \quad -0,77]$$

$$s_3 = c_3 - p^T a_3 = 5,38$$

$$s_5 = c_5 - p^T a_5 = 0,77$$

$$c^T = [-3 \quad -2 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- Custos relativos positivos
- Solução ótima encontrada

$$x_1 = 4,615$$

$$x_2 = 2,308$$

$$x_3 = 0$$

$$x_4 = 0,077$$

$$x_5 = 0$$

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{1, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 5\}$

$$B = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0,3 \\ 0,1 & 1 & 0,2 \\ 0,4 & 0 & 0,5 \end{bmatrix}$$

- Solução básica factível

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 4,615 \\ 0,077 \\ 2,308 \end{bmatrix}$$

- Custos relativos

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = [-5,38 \quad 0 \quad -0,77]$$

$$s_3 = c_3 - p^T a_3 = 5,38$$

$$s_5 = c_5 - p^T a_5 = 0,77$$

$$c^T = [-3 \quad -2 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- Custos relativos positivos
- Solução ótima encontrada

$$x_1 = 4,615$$

$$x_2 = 2,308$$

$$x_3 = 0$$

$$x_4 = 0,077$$

$$x_5 = 0$$

Valor ótimo $\approx$ $18,46$

Exercício Resolva pelo método simplex o seguinte problema de programação linear

$$\begin{aligned} \text{max} \quad & 2x_1 + 4x_2 \\ \text{s.a} \quad & x_1 + x_2 \leq 5 \\ & 3x_1 + x_2 \leq 12 \\ & -x_1 + 3x_2 \leq 7 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Exercício Resolva pelo método simplex o seguinte problema de programação linear

$$\begin{aligned} \text{max} \quad & 2x_1 + 4x_2 \\ \text{s.a} \quad & x_1 + x_2 \leq 5 \\ & 3x_1 + x_2 \leq 12 \\ & -x_1 + 3x_2 \leq 7 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Base ótima: $\mathcal{B} = \{1,\ 4,\ 2\}$

Solução ótima: $\bar{x} = (2,\ 3,\ 0,\ 3,\ 0)$

Valor ótimo: 16