

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA NAVAL E OCEÂNICA

Grupo 5

Felipe de Sá Proença, NUSP 9424893

Pedro Henrique Lopes da Silva, NUSP 11353186

Pedro Pasto Xavier de Oliveira, NUSP 10823390

DETERMINAÇÃO DE PROPRIEDADES HIDROSTÁTICAS DE EMBARCAÇÕES

SÃO PAULO - SP  
2022



Felipe de Sá Proença  
Pedro Henrique Lopes da Silva  
Pedro Pasto Xavier de Oliveira

## DETERMINAÇÃO DE PROPRIEDADES HIDROSTÁTICAS DE EMBARCAÇÕES

Relatório de trabalho realizado como avaliação parcial da disciplina PNV3315 - Hidrostática e Estabilidade, do curso de Engenharia Naval da Escola Politécnica da USP.

Professor responsável: Prof. Dr. Marcelo Martins

SÃO PAULO - SP  
2022

## **RESUMO**

No presente relatório, de projeto de trabalho da disciplina PNV3315 - Hidrostática e Estabilidade, é descrita a utilização de métodos computacionais para a determinação de propriedades hidrostáticas de embarcações, por meio da interpolação de splines cúbicas, encontrando pontos intermediários situados entre as balizas e linhas d'água.

**Palavras-chaves:** Hidrostática, Casco, Spline.

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO . . . . .</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>DESCRIÇÃO DA EMBARCAÇÃO . . . . .</b>	<b>7</b>
<b>3</b>	<b>RESUMO TEÓRICO . . . . .</b>	<b>9</b>
<b>3.1</b>	<b>Interpolação por splines . . . . .</b>	<b>9</b>
<b>3.2</b>	<b>Método dos painéis . . . . .</b>	<b>10</b>
<b>3.3</b>	<b>Vetores área, centro e norma dos painéis . . . . .</b>	<b>11</b>
<b>3.4</b>	<b>Propriedades hidrostáticas . . . . .</b>	<b>11</b>
<b>4</b>	<b>RESULTADOS . . . . .</b>	<b>15</b>
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES . . . . .</b>	<b>23</b>
	<b>REFERÊNCIAS . . . . .</b>	<b>25</b>
	<b>ANEXO A – TABELA DE COTAS . . . . .</b>	<b>27</b>



## 1 INTRODUÇÃO

É de extrema importância para a engenharia naval a compreensão das propriedades hidrostáticas de uma embarcação, para a perfeita execução de um projeto naval, já que essas características estão diretamente ligadas com a estabilidade e flutuabilidade do casco projetado para o navio.

Dada a complexidade desse processo analítico, devido a geometria complexa dos cascos dos navios, é necessária a utilização de ferramentas computacionais que possibilitem o cálculo desses atributos. Para o trabalho descrito, foi desenvolvido um código na linguagem Python, capaz de realizar a interpolação dos dados encontrados na tabela de cotas, para a geração de painéis menores, possibilitando o cálculo mais preciso das propriedades requeridas.

Foram calculadas as seguintes propriedades hidrostáticas:

- Área molhada do casco ( $A_{molhada}$ );
- Volume submerso ( $\nabla$ );
- Área do plano de flutuação ( $A_{wl}$ );
- Deslocamento ( $\Delta$ );
- Posição transversal do centro de flutuação (TCF);
- Posição longitudinal do centro de flutuação (LCF);
- Momentos de inércia longitudinal ( $I_L$ ) e transversal ( $I_T$ ) do plano de flutuação;
- Posição transversal do centro de carena (TCB);
- Posição longitudinal do centro de carena (LCB);
- Altura do centro de carena (KB);
- Raio metacêntrico longitudinal ( $BM_L$ ) e transversal ( $BM_T$ );

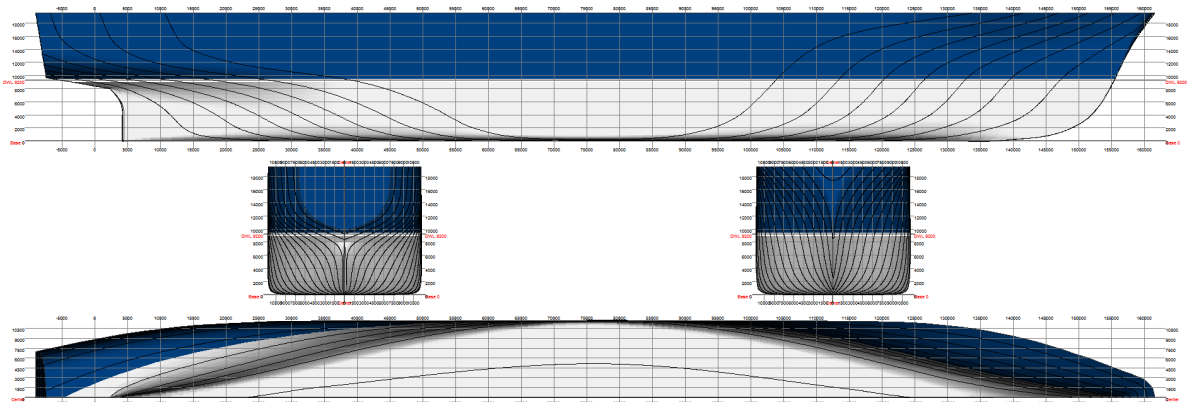




## 2 DESCRIÇÃO DA EMBARCAÇÃO

A plano de linhas e tabela de cotas para a execução da tarefa é referente a um navio de carga geral, conforme pode ser notado abaixo:

Figura 1 – Plano de linhas da embarcação escolhida



Fonte: Repositório online de arquivos referentes a engenharia naval dos alunos da EPUSP

Tabela 1 – Medidas da embarcação

	Medidas (m)
Comprimento (LOA)	155,4
Boca (B)	23,3
Calado (T)	9,2

Fonte: Elaboração própria



### 3 RESUMO TEÓRICO

#### 3.1 Interpolação por splines

Neste trabalho, o uso desse método de interpolação permitiu a geração de novas linhas d'água e balizas, possibilitando a análise das propriedades requeridas.

A função *spline* possibilita a obtenção de polinômios de graus menores para a geração de um conjunto também menor de pontos, a partir de um conjunto fornecido. Uma *spline*  $S_p(x)$  de grau  $p$  com os nós nos pontos  $x_i (i = 0, 1, \dots, n)$  é definida da seguinte forma:

- $S_p(x)$  passa pelos pontos do intervalo;
- É contínua e, no intervalo em que é considerada, tem derivada contínua até ordem  $(p-1)$ ;
- Em cada subintervalo de pontos  $[x_i, x_{i+1}]$ , com  $i = 0, 1, \dots, (n-1)$ ,  $S_p(x)$  é um polinômio de grau  $p$ .

No programa desenvolvido, foi utilizada uma *spline* de grau 3 (cúbica), pois apresenta duas derivadas. Dessa forma, garantindo linearidade na forma do casco, pois não apresenta picos ou mudanças abruptas na função interpoladora. Assim pode ser descrito como:

$$S_k(x) = a_k (x - x_k)^3 + b_k (x - x_k)^2 + c_k (x - x_k) + d_k$$

Para encontrar os valores de  $a_k, b_k, c_k, d_k$ , consideraremos  $k = 1, 2, 3, \dots, n-1$ :

Denota-se:

$$g_k = S''_k(x_k)$$

$$h_k = x_k - x_{k-1}$$

E são utilizadas as seguintes expressões:

$$a_k = \frac{g_k - g_{k-1}}{6h_k}$$

$$b_k = \frac{g_k}{2}$$

$$c_k = \frac{y_k - y_{k-1}}{h_k} + \frac{2h_k g_k - g_{k-1} h_k}{6}$$

$$d_k = y_k$$

Sendo os valores de  $g_k$  encontrados pela solução do seguinte sistema  $Ax = b$

$$A = \begin{pmatrix} h_1 & 2(h_1 + h_2) & h_2 & 0 & 0 \\ 0 & h_2 & 2(h_2 + h_3) & h_3 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & h_{n-1} & 2(h_{n-1} + h_n) & h_n \end{pmatrix}_{(n-1) \times 1}$$

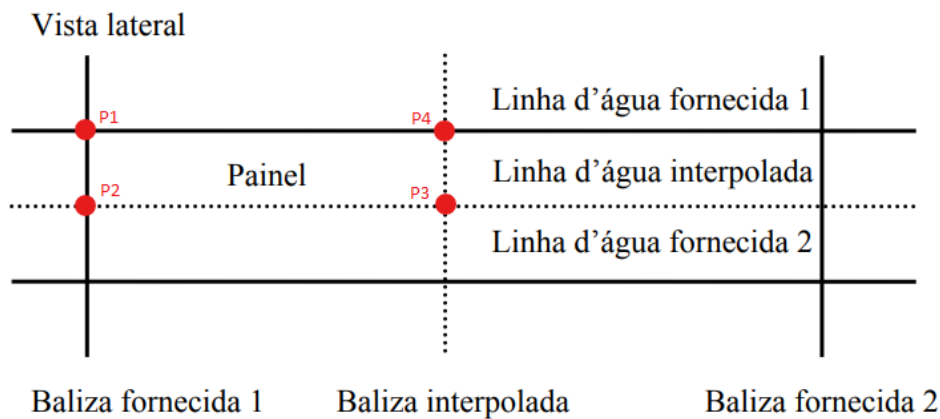
$$b = 6 \cdot \begin{pmatrix} \left( \frac{y_2 - y_1}{h_2} - \frac{y_1 - y_0}{h_1} \right) \\ \left( \frac{y_3 - y_2}{h_3} - \frac{y_2 - y_1}{h_2} \right) \\ \vdots \\ \left( \frac{y_n - y_{n-1}}{h_n} - \frac{y_{n-1} - y_{n-2}}{h_{n-1}} \right) \end{pmatrix}_{(n-1) \times 1}$$

$$x = (g_0, g_1, \dots, g_n)^T$$

### 3.2 Método dos painéis

Para representar a superfície do casco de forma que seja possível realizar a análise das propriedades hidrostáticas, foi utilizado o método dos painéis. Os painéis são formados por quatro pontos próximos entre si, dispostos entre as balizas e as linhas d'água, como pode ser visto na imagem abaixo:

Figura 2 – Representação dos painéis



Fonte: Alvarez, 2004

Nota-se que, quanto maior o número de balizas e linhas d'água, maior será o número de painéis e, conseqüentemente, maior será a precisão na descrição da embarcação.

### 3.3 Vetores área, centro e norma dos painéis

Para a formulação dos vetores dos painéis, deve-se levar em consideração a regra da mão direita. Com o vetor orientado para fora da superfície, temos que a ordem de leitura dos pontos se dá como descrito na figura 2.

a) Vetor área ( $V_a$ );

$$V_a = \frac{(P2 - P1) \times (P4 - P1) + (P4 - P3) \times (P2 - P3)}{2}$$

b) Vetor centro ( $V_c$ );

$$V_c = \frac{P1 + P2 + P3 + P4}{4}$$

c) Norma do vetor área ( $|V_a|$ ):

$$|V_a| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

### 3.4 Propriedades hidrostáticas

Após o cálculo dos painéis, foram calculadas as propriedades listadas a seguir. Essas que dependem do formato da superfície e carregamento da embarcação, que influencia a porção submersa do navio.

a) Área molhada do casco ( $A_w$ ): área da porção submersa da superfície do casco, encontrada pela somatória dos vetores área dos painéis.

$$A_w = \sum_{i=0}^n |\vec{A}_i^{(x,y,z)}|$$

b) Volume submerso ( $\nabla$ ): volume deslocado ou submerso corresponde ao volume da embarcação que se encontra abaixo da linha d'água e aumenta conforme o aumento do calado.

$$\nabla = \sum_{i=0}^n \frac{(A_x C_x + A_y C_y + A_z C_z)}{3} = v_a \cdot v_c$$

c) Área do plano de flutuação ( $A_{wl}$ ): é a área do plano do casco cortado pela linha d'água. Obtida por meio da soma de todas as projeções (componente z) das áreas dos painéis submersos no plano xy.

$$A_{wl} = \sum_{i=0}^n -\vec{A}_i^z$$

- d) Deslocamento ( $\Delta$ ): massa do volume de água deslocada pela porção submersa do navio. Dado pelo produto entre o peso específico do fluido e o volume submerso.

$$\Delta = \gamma \cdot \nabla$$

- e) Posição longitudinal do centro de flutuação (LCF): centro geométrico longitudinal do plano de flutuação.

$$LCF = \frac{\sum_{i=1}^n \left( -\vec{A}_i^z \cdot \vec{C}_i^x \right)}{\sum_{i=1}^n -\vec{A}_i^z}$$

- f) Posição transversal do centro de flutuação (TCF): centro geométrico transversal do plano de flutuação.

$$TCF = \frac{\sum_{i=1}^n \left( -\vec{A}_i^z \cdot \vec{C}_i^y \right)}{\sum_{i=1}^n -\vec{A}_i^z}$$

- g) Momentos de inércia longitudinal ( $I_L$ ) e transversal ( $I_T$ ):

$$I_L = \sum_{i=1}^n \left( -\vec{A}_i^z \left( \vec{C}_i^x - TCF \right)^2 \right) + I_L^i$$

$$I_T = \sum_{i=1}^n \left( -\vec{A}_i^z \left( \vec{C}_i^y - LCF \right)^2 \right) + I_T^i$$

- h) Raio metacêntrico longitudinal ( $BM_L$ ) e transversal ( $BM_T$ ): distância entre o centro de carena e o metacentro (ponto fixo por onde passa a componente vertical do empuxo).

$$BM_L = \frac{I_L}{\nabla}$$

$$BM_T = \frac{I_T}{\nabla}$$

i) Centro de carena (B): Centro geométrico da porção submersa do navio. Sua expressão em relação a cada eixo é:

– Posição longitudinal do centro de carena (LCB):

$$LCB = \frac{\sum_{i=1}^n \left( \vec{A}_i^x \cdot \vec{C}_i^x \right) \frac{\vec{C}_i^x}{2}}{\nabla}$$

– Posição transversal do centro de carena (TCB):

$$TCB = \frac{\sum_{i=1}^n \left( \vec{A}_i^y \cdot \vec{C}_i^y \right) \frac{\vec{C}_i^y}{2}}{\nabla}$$

– Altura do centro de carena (KB):

$$KB = \frac{\sum_{i=1}^n \left( \vec{A}_i^z \cdot \vec{C}_i^z \right) \frac{\vec{C}_i^z}{2}}{\nabla}$$

j) Coeficientes de bloco ( $C_b$ ): adimensional que indica o quanto o navio ocupa um paralelepípedo de lados L (comprimento), B (boca) e H (pontal).

$$C_b = \frac{\nabla}{B \cdot L \cdot H}$$

k) Coeficientes do plano de linha d'água ( $C_{wl}$ ): adimensional que relaciona a área do plano de flutuação com um retângulo de dimensões L (comprimento) e B (boca máxima).

$$C_{wl} = \frac{A_{wl}}{B \cdot L}$$



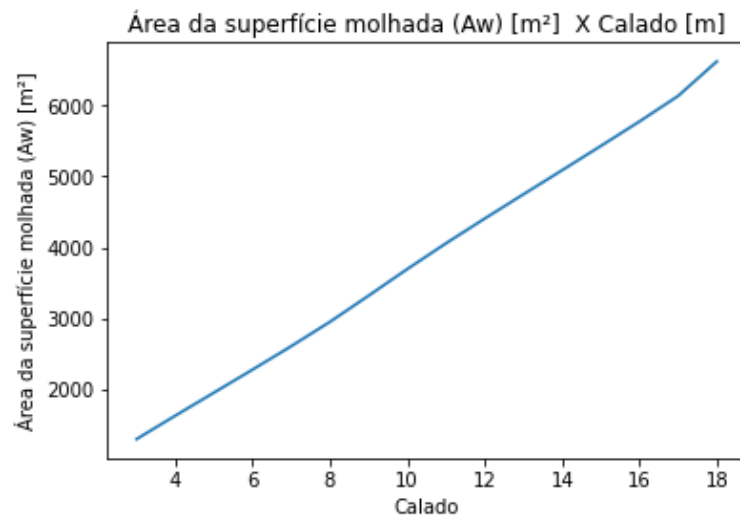


## 4 RESULTADOS

Para análise, foram calculadas por meio do código escrito em Python, as propriedades hidrostáticas para um intervalo de calado de 3 a 18 metros.

a) Área molhada do casco ( $A_w$ ):

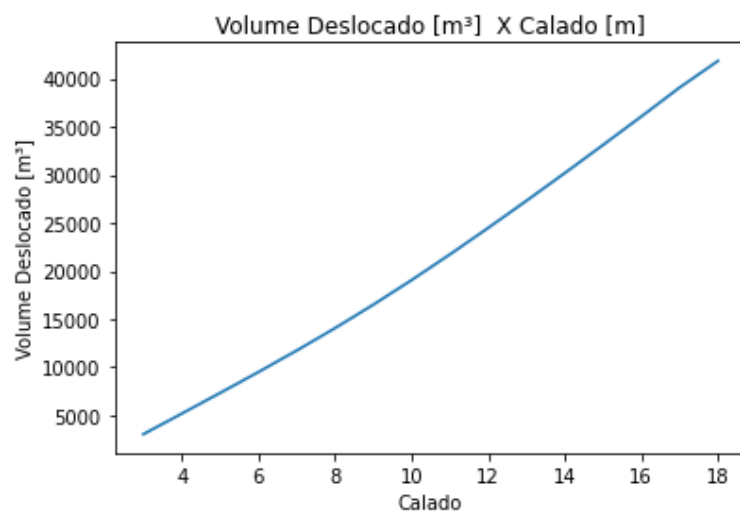
Figura 3 – Gráfico 1: Área molhada x Calado



Fonte: Elaboração própria

b) Volume submerso ( $\nabla$ ):

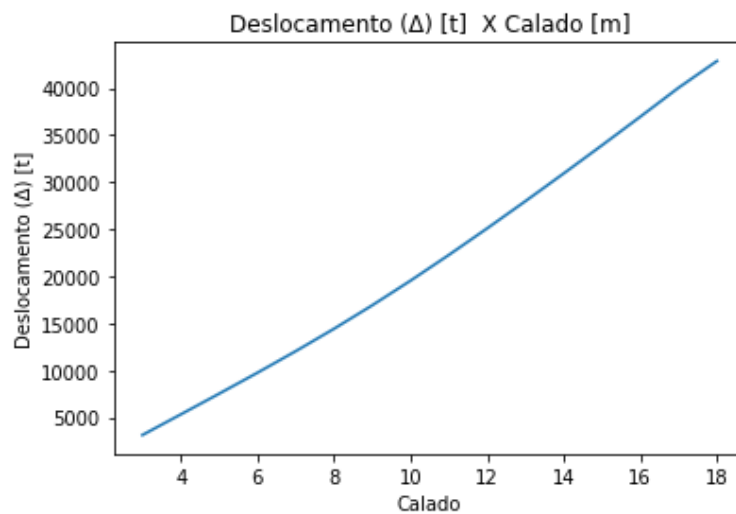
Figura 4 – Gráfico 2: Volume submerso x Calado



Fonte: Elaboração própria

c) Deslocamento ( $\Delta$ ):

Figura 5 – Gráfico 3: Deslocamento x Calado

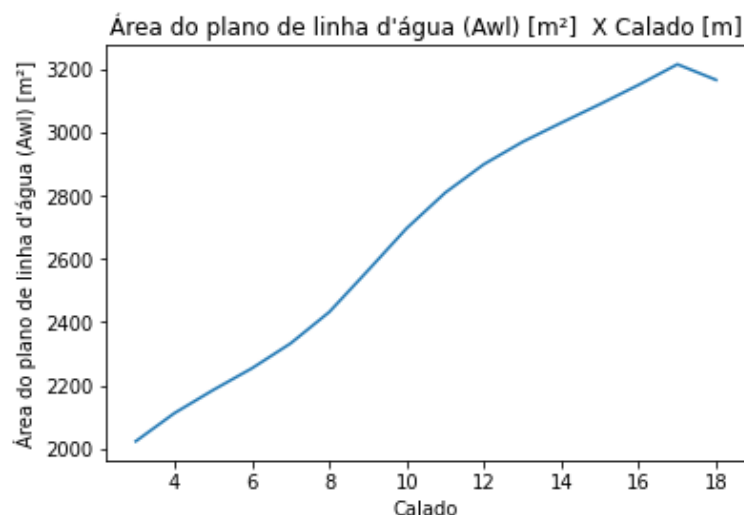


Fonte: Elaboração própria

Nota-se, para os gráficos de área molhada, volume deslocado e deslocamento, um aumento muito próximo de um perfil linear, que se deve provavelmente ao afilamento apresentado pela quilha e o costado retilíneo da embarcação, além da curvatura da proa que cresce em direção a vante da meia-nau.

d) Área do plano de flutuação ( $A_{wl}$ ):

Figura 6 – Gráfico 4: Área do plano da linha d'água x Calado

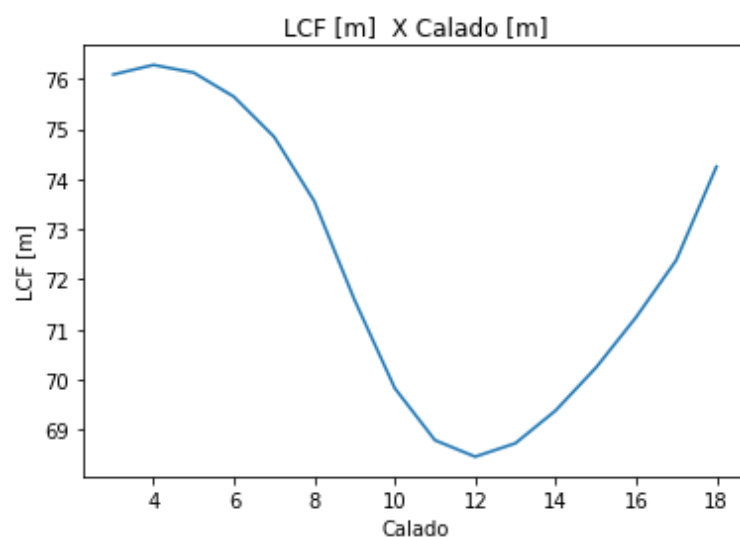


Fonte: Elaboração própria

É possível observar que para o intervalo de 8 a 12 metros de calado há um crescimento mais acentuado da área da linha d'água. Isso se deve a rápida mudança do perfil da embarcação, indo de mais afilado para mais rombudo.

e) Posição longitudinal do centro de flutuação (LCF):

Figura 7 – Gráfico 5: Posição longitudinal do centro de flutuação x Calado

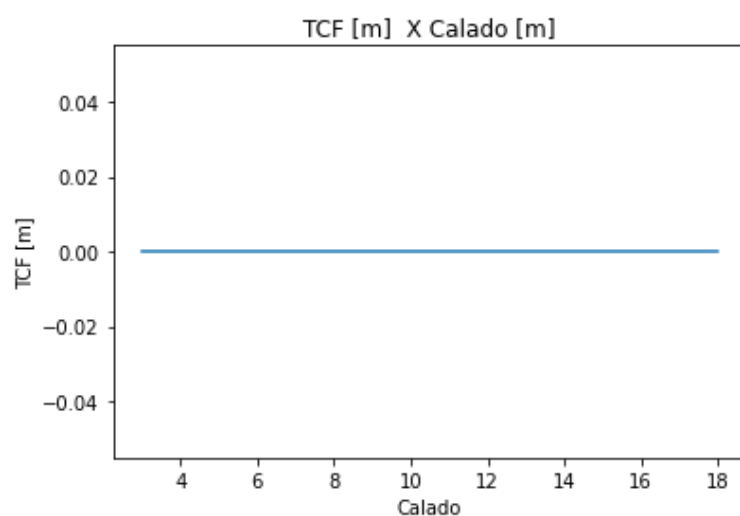


Fonte: Elaboração própria

A posição do centro longitudinal de flutuação decresce do calado de 4 ao calado de 12 metros pois a popa se torna menos afilada e a porção a ré da meia-nau ganha volume conforme o crescimento do calado. Após o calado de 12 metros, o navio vai ganhando mais área na porção da proa, o que justifica o avanço do LCF em direção a vante da meia-nau.

f) Posição transversal do centro de flutuação (TCF):

Figura 8 – Gráfico 6: Posição transversal do centro de flutuação x Calado

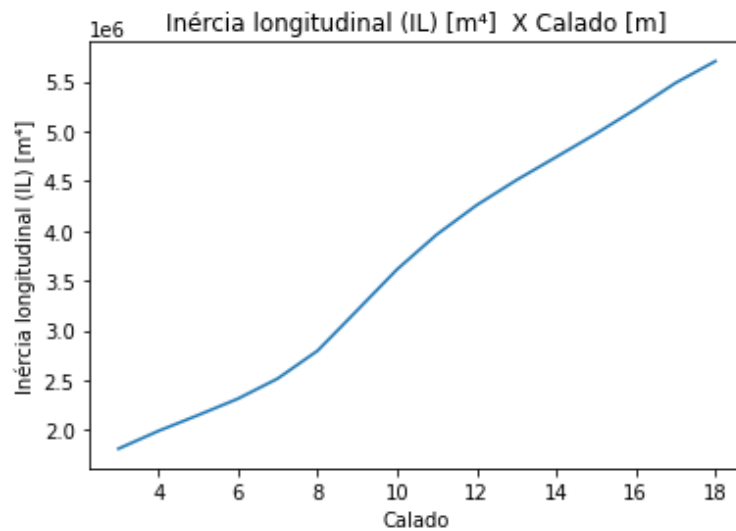


Fonte: Elaboração própria

Devido a simetria da embarcação o navio não apresenta mudança no centro transversal de flutuação, provavelmente não apresentando banda também.

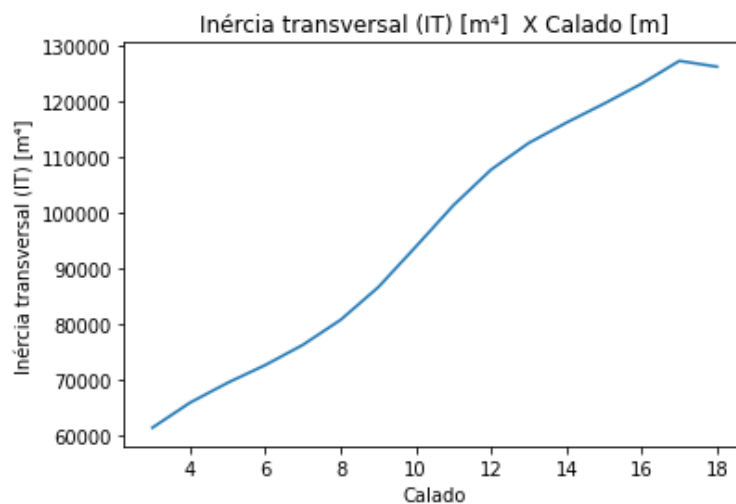
g) Momentos de inércia longitudinal ( $I_L$ ) e transversal ( $I_T$ ):

Figura 9 – Gráfico 7: Momentos de inércia longitudinal x Calado



Fonte: Elaboração própria

Figura 10 – Gráfico 8: Momentos de inércia transversal x Calado

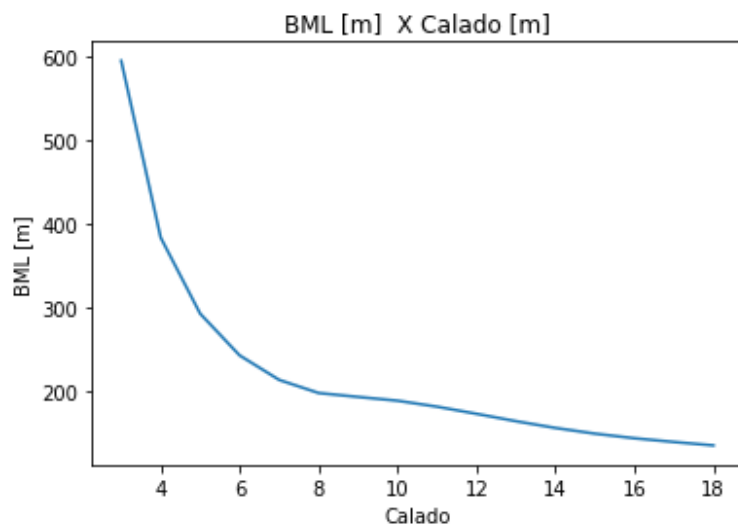


Fonte: Elaboração própria

Conforme o afundamento do casco, suas dimensões na linha d'água aumentam, influenciando no aumento dos momentos de inércia.

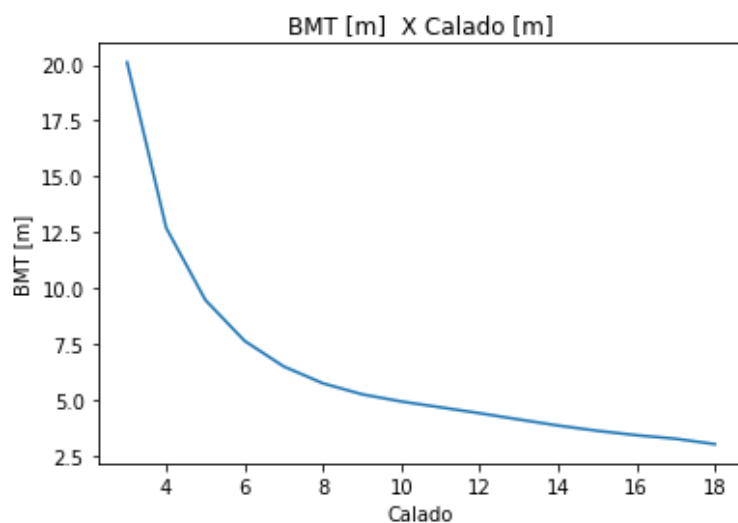
h) Raio metacêntrico longitudinal ( $BM_L$ ) e transversal ( $BM_T$ ):

Figura 11 – Gráfico 9: Raio metacêntrico longitudinal x Calado



Fonte: Elaboração própria

Figura 12 – Gráfico 10: Raio metacêntrico longitudinal x Calado

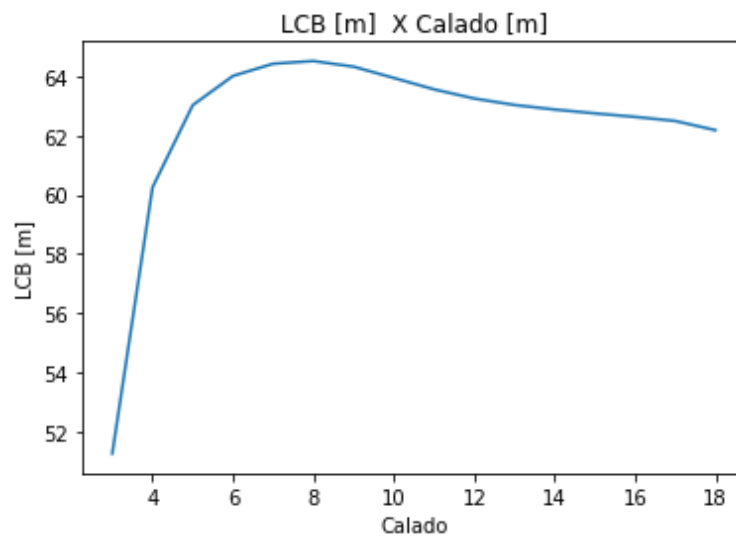


Fonte: Elaboração própria

O raio metacêntrico é a razão entre o momento de inércia e o deslocamento, sendo inversamente proporcional último. Assim, percebe-se que a massa deslocada cresce em uma razão maior que os momentos de inércia longitudinal e transversal.

## i) Centro de carena (B):

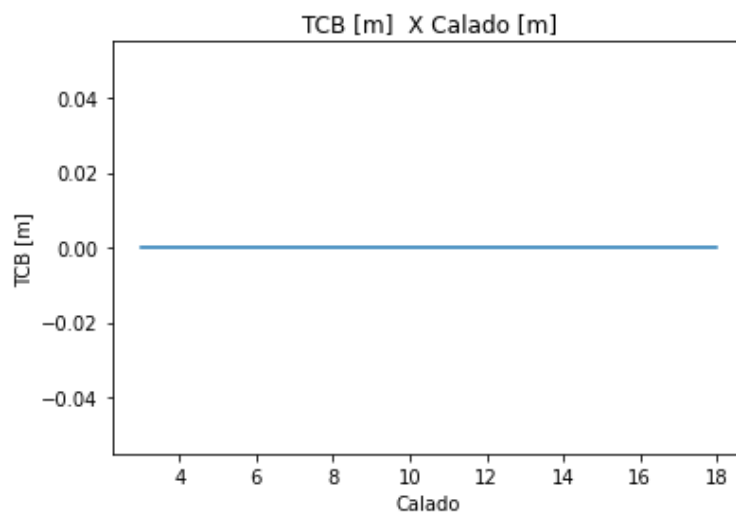
Figura 13 – Gráfico 11: Posição longitudinal do centro de carena x Calado



Fonte: Elaboração própria

Percebe-se que o LCB aumenta conforme a geometria da popa da embarcação ganha maior volume com o aumento do calado, e próximo a linha d'água de 9 metros ela se estabiliza graças a forma retilínea do costado

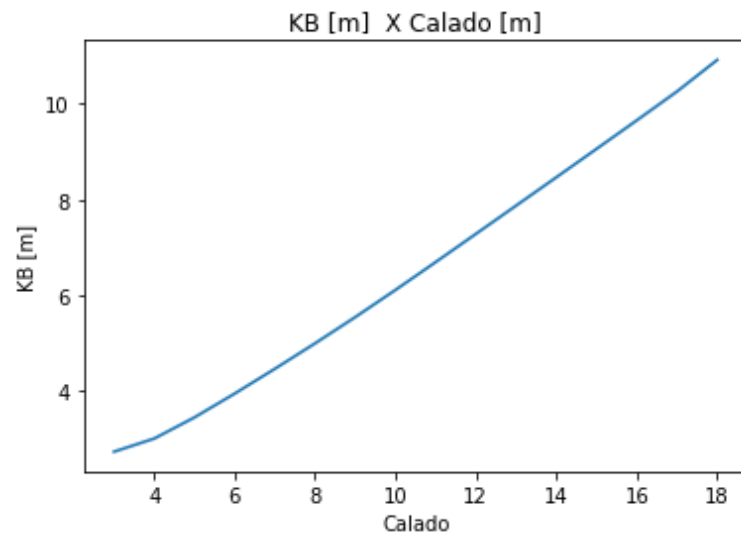
Figura 14 – Gráfico 12: Posição transversal do centro de carena x Calado



Fonte: Elaboração própria

Devido a simetria da embarcação e ausência de banda, o navio não apresenta mudança no centro transversal de carena.

Figura 15 – Gráfico 13: Altura do centro de carena x Calado



Fonte: Elaboração própria

Quando há um aumento na porção submersa do casco, nota-se que a altura do centro de carena cresce de forma linear, se deslocando para cima.





## 5 CONCLUSÕES

Após o desenvolvimento do trabalho e obtenção de resultados, pode-se compreender de forma prática o conteúdo teórico apresentado pela disciplina Hidrotática e Estabilidade, por meio da avaliação de um projeto de embarcação.

Após o cálculo das propriedades pelo código gerado, nota-se que a precisão dos dados está ligada a geração dos painéis e sua quantidade, dessa forma sendo necessário maior tempo de processamento para que sejam gerados mais painéis e os cálculos sejam mais aproximados.



## REFERÊNCIAS

ALVAREZ, R. **Determinação das propriedades hidrostáticas de unidades flutuantes**. Dissertação (Iniciação Científica) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, 2004

BURDEN, R., FAIRES, J. **Análise Numérica** - 3ª edição. São Paulo: Cenage Learning, 2015

EV, Lewis, 1988. **Principles of Naval Architecture, Vol. 1: Stability and Strength**, Jersey: SNAME

MARTINS, P. D. M. R. **Hidrostática e Estabilidade**. PNV3315. [S.l.]: Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2020



## ANEXO A – TABELA DE COTAS

Tabela 2 – Tabela de cotas da embarcação escolhida

Balizas	Altura das Linhas d'Água									
	0,000	2,000	4,000	6,000	8,000	10,000	12,000	14,000	16,000	18,000
-5,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	2,072	5,801	7,097	7,587	7,770
0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	4,038	7,162	8,214	8,597	8,762
5,000	0,004	0,259	0,286	0,418	1,715	5,639	8,280	9,168	9,479	9,628
10,000	0,026	0,948	1,203	1,773	3,513	6,922	9,165	9,947	10,212	10,339
15,000	0,085	1,741	2,223	3,089	4,967	7,952	9,863	10,548	10,778	10,879
20,000	0,193	2,642	3,346	4,401	6,239	8,815	10,428	10,992	11,171	11,244
25,000	0,560	3,674	4,568	5,708	7,384	9,531	10,870	11,311	11,435	11,475
30,000	1,302	4,825	5,842	6,974	8,410	10,102	11,185	11,518	11,599	11,609
35,000	2,024	6,028	7,075	8,123	9,286	10,549	11,381	11,614	11,662	11,657
40,000	2,732	7,208	8,211	9,107	10,004	10,895	11,463	11,615	11,651	11,653
45,000	3,453	8,303	9,216	9,919	10,585	11,173	11,480	11,581	11,620	11,639
50,000	4,163	9,286	10,034	10,549	11,024	11,391	11,534	11,593	11,623	11,639
55,000	4,834	10,127	10,676	11,024	11,332	11,543	11,611	11,636	11,646	11,649
60,000	5,435	10,791	11,168	11,371	11,530	11,622	11,649	11,656	11,657	11,653
65,000	5,919	11,253	11,471	11,564	11,623	11,650	11,657	11,658	11,656	11,653
70,000	6,259	11,530	11,633	11,659	11,672	11,675	11,672	11,668	11,662	11,655
75,000	6,416	11,642	11,725	11,742	11,744	11,737	11,723	11,706	11,687	11,666
80,000	6,347	11,594	11,726	11,754	11,758	11,751	11,736	11,716	11,693	11,669
85,000	6,035	11,376	11,603	11,652	11,671	11,680	11,683	11,681	11,672	11,660
90,000	5,523	10,977	11,345	11,448	11,508	11,559	11,602	11,636	11,649	11,650
95,000	4,853	10,390	10,908	11,101	11,230	11,341	11,441	11,529	11,590	11,627
100,000	4,067	9,617	10,275	10,579	10,791	10,973	11,140	11,303	11,449	11,568
105,000	3,223	8,697	9,516	9,904	10,198	10,448	10,691	10,946	11,208	11,462
110,000	2,378	7,635	8,578	9,045	9,408	9,727	10,059	10,435	10,857	11,307
115,000	1,575	6,458	7,454	8,003	8,416	8,803	9,243	9,775	10,400	11,098
120,000	0,801	5,222	6,259	6,837	7,265	7,710	8,268	8,975	9,827	10,804
125,000	0,230	3,984	5,058	5,624	6,045	6,517	7,180	8,060	9,131	10,383
130,000	0,059	2,808	3,879	4,433	4,843	5,302	6,028	7,054	8,309	9,798
135,000	0,009	1,821	2,782	3,303	3,694	4,126	4,865	5,969	7,345	9,001
140,000	0,000	1,053	1,813	2,268	2,624	3,028	3,736	4,829	6,242	7,977
145,000	0,000	0,467	1,001	1,365	1,669	2,033	2,664	3,652	4,996	6,703
150,000	0,000	0,000	0,293	0,573	0,822	1,122	1,627	2,441	3,624	5,210
155,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,251	0,594	1,189	2,154	3,554
160,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,299

Fonte: Repositório online de arquivos referentes a engenharia naval dos alunos da EPUSP