



Universidade Estadual de Campinas
Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica
MS960 - Aprendizado de Máquinas: Aspectos Teóricos e Práticos - Prof.: João Florindo
Alunos:
Júlia Machado Moretto, RA: 176953
Pedro Gabriel Martins Ono, RA: 158336

# Projeto 1

Campinas
2020

# Sumário

# 1 Introdução

O objetivo desse projeto consistiu em - na parte 1 - implementar regressão linear multivariável (com algumas variações descritas em suas especificidades nas próximas secções) e aplicar a dados do número de cados de covid 19 no Brasil e - na parte 2 - regressão logística multivariável e regularizada a imagens do banco MNIST para classificar os dígitos manuscritos.

Realizamos esse projeto em Python-3 em um Jupyter Notebook que pode ser acessado por link disponível no fim desse documento no apêndice.

# 2 Regressão Linear

Nessa seção utilizamos os dados fornecido pela disciplina no arquivo casesBrazil.csv com dados dos números oficiais de casos de do COVID-19 no Brasil de 100 dias a partir de 25 de fevereiro de 2020.

Utilizamos para essa parte as seguintes bibliotecas: pandas, numpy, matplotlib.pyplot.

## 2.1 Regressão linear ajuste a função polinomial

Implementamos o algoritomo de regressão linear chamado de Gradiente Descendente e o aplicamos para o ajuste de polinomiais de ordem 3,5,10.

Definimos os dados de entrada (dias) como X, adicionado de uma coluna de 1's e os dados de saída (números de casos) como Y.

Inicialmente normalizamos e padronizamos os nossos dados de entrada seguindo duas fórmulas:

Normalização(scaling):

$$x = x - min(dias)/(max(dias) - min(dias)) \tag{1}$$

Padronização(z-score):

$$x = x - média(dias)/devioPadrão(dias) \tag{2}$$

Para os polinômios só elevamos a ordem relativa os dados já normalizados/padronizados.

Testamos nosso modelo com ambas possibilidades. Além disso variamos nossa taxa de aprendizado( $\alpha$) e números de iterações para observar as variações no resultado.

Veja tabela 1.

## 2.2 Regressão linear ajuste a função exponencial

Nessa parte tentamos aproximar( com regressão linear e gradiente descendente) os mesmos dados do item 1 mas a uma curva exponencial:

$$\theta_0 e^{\theta_1 x} = y \tag{3}$$

| Tipo | Grau polinômio | # Iterações | $\alpha$ | Custo | erro medio |
|---|---|---|---|---|---|
| Padr | 5 | 5000 | 0.03 | 2.80E+07 | 39.49 |
| Padr | 5 | 5000 | 0.01 | 4.10E+07 | 47.78 |
| Norm | 10 | 5000 | 1 | 5.60E+07 | 55.85 |
| Norm | 10 | 5000 | 0.3 | 7.60E+07 | 65.06 |
| Norm | 10 | 1000 | 1 | 8.40E+07 | 68.40 |

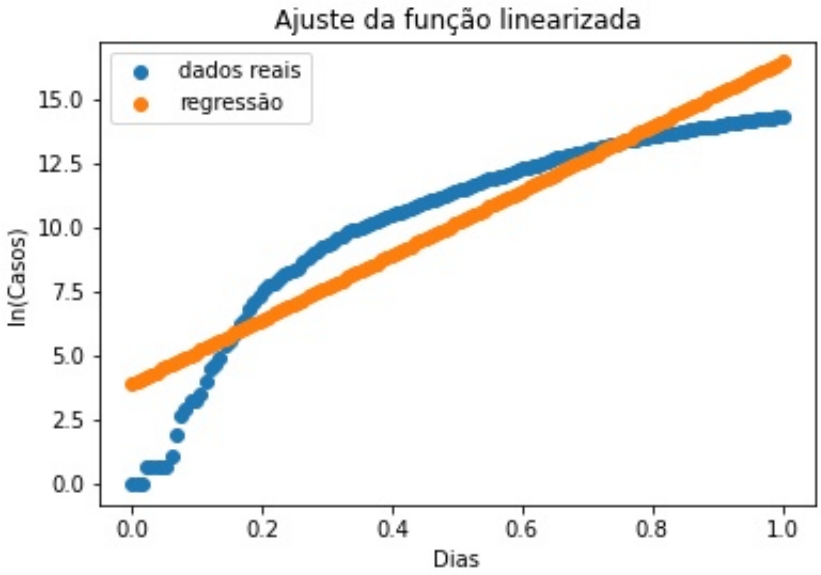
Tabela 1: Melhores valores de custo para regressão linear ajuste a função polinomial

. Que linearizamos para aplicar gradiente descendente:

$$ln(\theta_0) + \theta_1 x = ln(y) \tag{4}$$

. Onde $ln(\theta_0)$ virou o primeiro coeficiente, $x$ permaneceu sendo a entrada e a saída passou a ser $ln(y)$. Também padronizamos e normalizamos os dados de entrada conforme o item anterior. Veja figuras 1 e 2.

Figura 1: Gráfico da Exponencial Linearizada



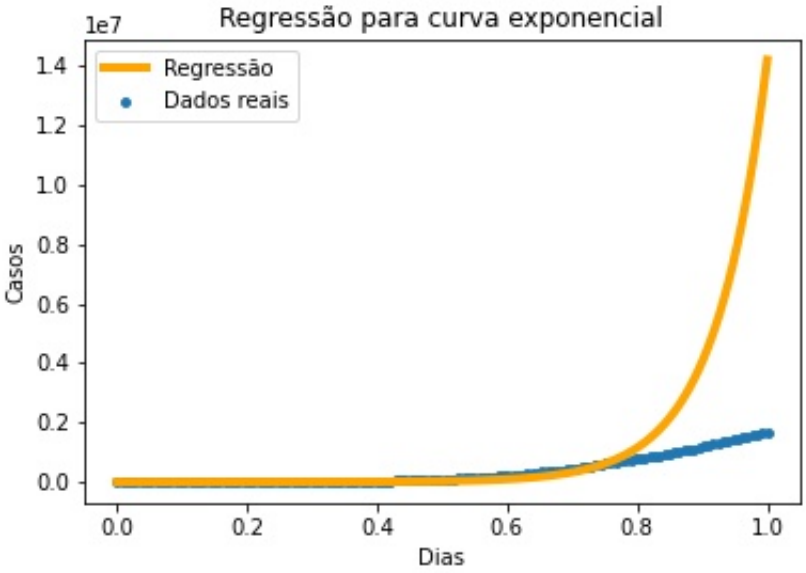

## 2.3 Diferentes valores para a taxa de aprendizado

Aqui variamos nossa taxa de aprendizado( $\alpha = 10, 3, 1, 0.3, 0.1, 0.03, 0.01, 0.003, 0.001$) e observamos o gráfico de custo $J$ Veja tabela 2 e figura 3

## 2.4 Equções normais

Aqui resolvemos o problema de aproximação da exponencial por equações normais, que nos resulta no melhor valor possível por ser resolvida analiticamente.

Figura 2: Regressão para curva exponencial




| Tipo | # Iterações | $\alpha$ | Custo |
|---|---|---|---|
| Norm | 5000 | 0.3 | 1.202645 |
| Padr | 5000 | 0.03 | 1.202645 |
| Padr | 10000 | 0.1 | 1.202645 |
| Padr | 5000 | 0.1 | 1.202645 |
| Padr | 1000 | 0.1 | 1.202645 |

Tabela 2: Melhores valores de custo para regressão linear ajuste a função exponencial

Para isso apenas resolvemos a sequinte equação matricial:

$$\theta = (X^t X)^{-1} X^t y \tag{5}$$

. Veja figura 4.

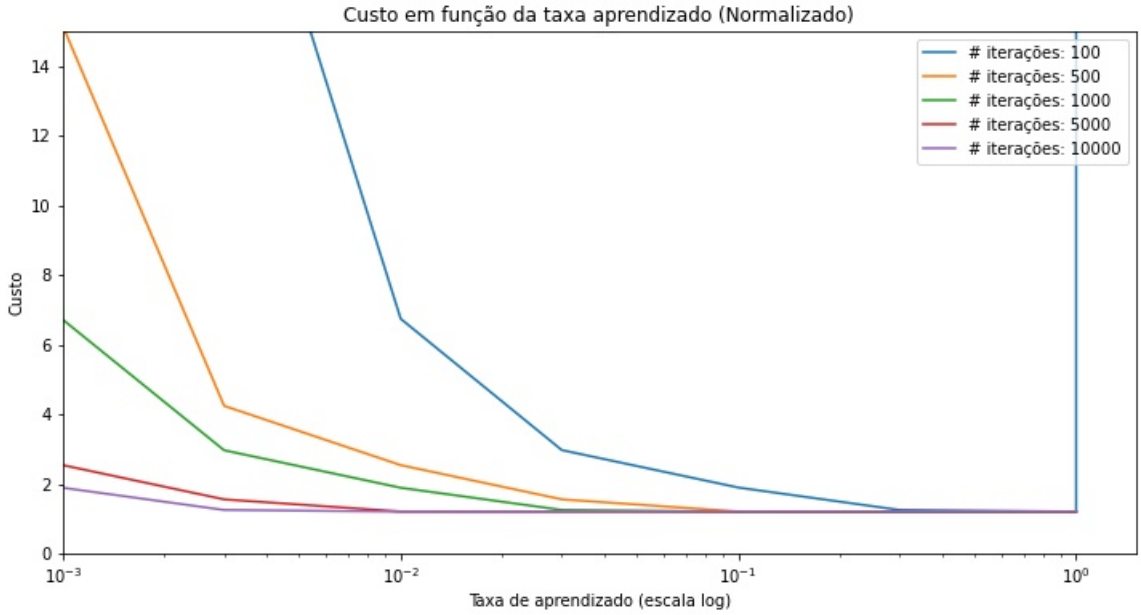
# 3 Regressão Logística

Usando 5000 dados de imagens do MNIST escritas como um vetor de tamanho 400 (arquivo dado pela disciplina imageMNIST.csv) e um arquivo com os dígitos correspondentes(labelMNIST.csv) utilizamos o algoritmo de regressão logística para classificação desses números.

Além das bibliotecas da secção de regressão linear utilizamos: cv2 e random.

Utilizamos os seguintes parâmetros: taxa de aprendizado $\alpha = 0.04$ e $número de iterações = 3000$

Figura 3: Custo por taxa de aprendizado




## 3.1 Regressão logística multi-classes

Implementamos a regressão logística multi-classes utilizando a função sigmóide e adaptando o algoritmo do gradiente descendente descrito pela parte 1.

Nessa regressão obtivemos uma porcentagem de acertos 90.2 %

Alguns dos dígitos identificados errado estão nesse relatório, para ver todos acesse o repositório do github informado no apêndice. Veja figura 5.

## 3.2 Regressão logística multi-classes regularizada

Nessa parte implementamos a regressão logístics multi-classes com regularização. A regularização funciona como uma função de penalidade. Segue abaixo nosso resultado com nosso fator de regularização $\lambda = 0.5$ Nessa regressão obtivemos uma porcentagem de acertos de 89.7 % Veja figura 6.

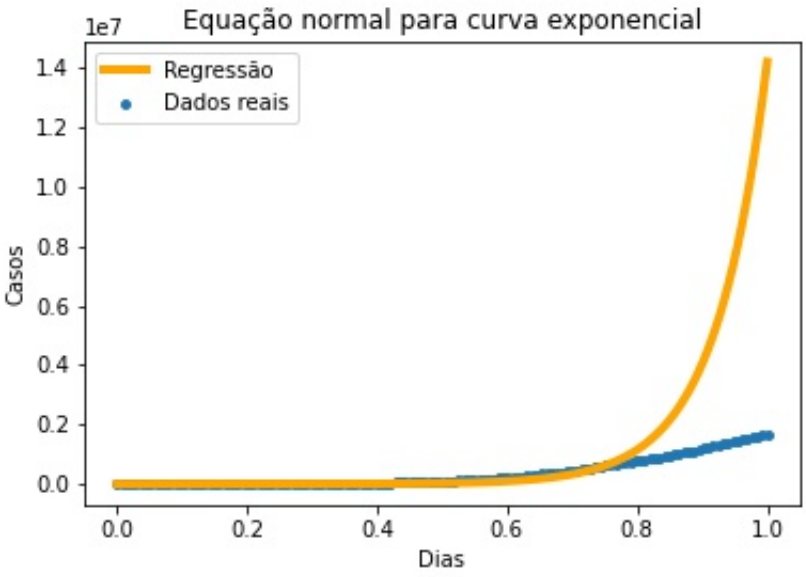
# 4 Conclusão

Obtivemos bons resultados mesmo com a simplicidade do método.

# 5 Referências


- `https://www.ime.unicamp.br/~friedlan/livro.pdf`

Figura 4: Equação normal para curva exponencial





- `https://pandas.pydata.org/docs`
- `https://matplotlib.org/3.3.2/contents.html`
- `http://yann.lecun.com/exdb/mnist/`

Acessos em 10/2020.


# 6 Apêndice

Link para o código do projeto: `https://github.com/PedroOno/ms960`

Sim, o cachorro Ziko codou a maior parte desse projeto. Veja figura 7.

Figura 5: Erros - não regularizado

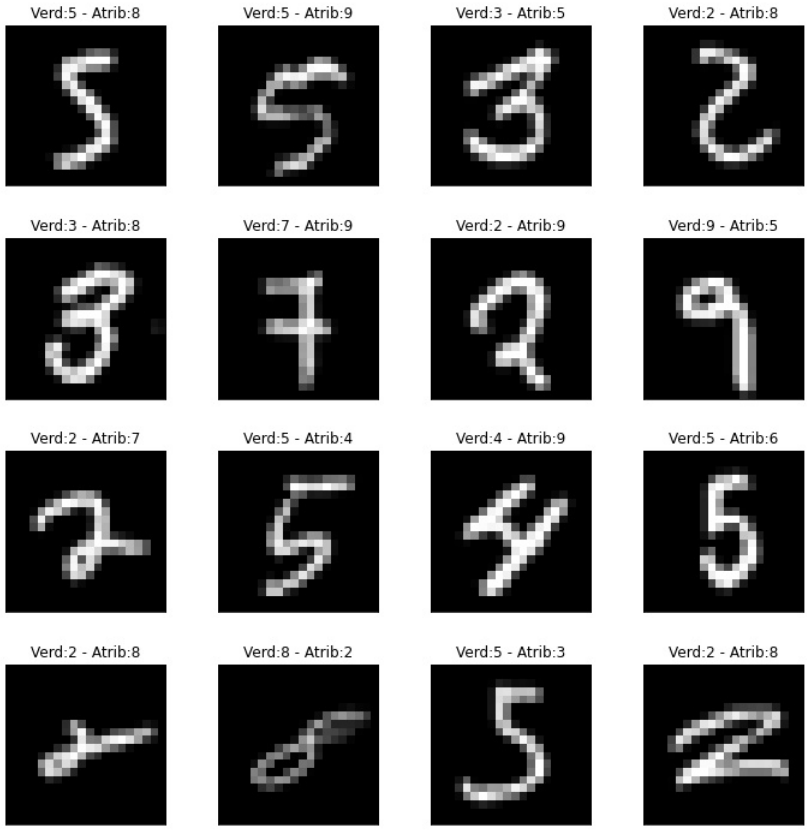


Figura 6: Erros - regularizado

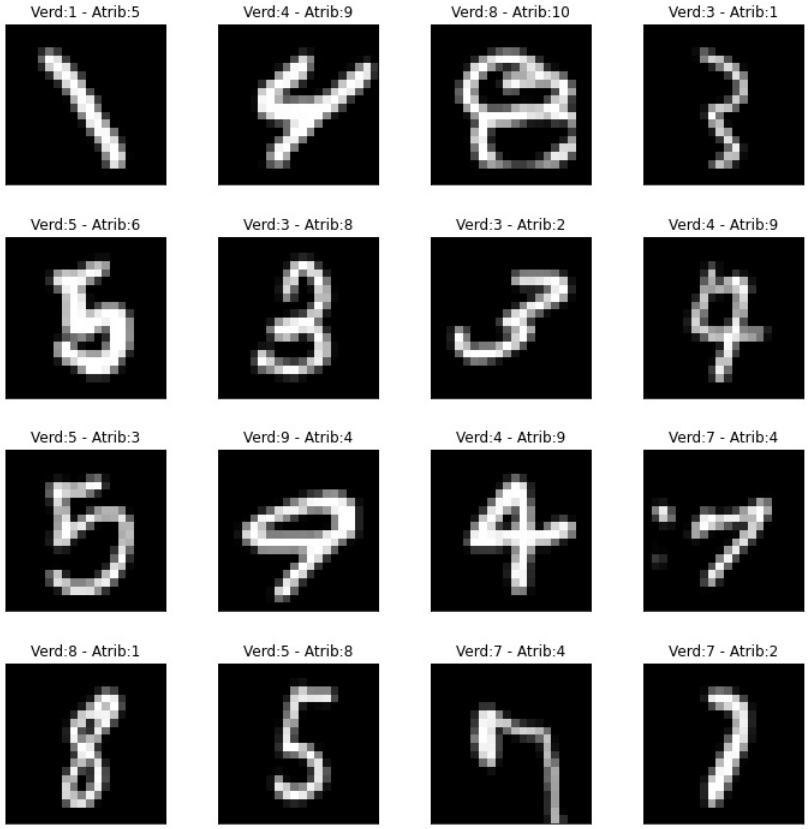



Figura 7: Foto de equipe