

XIII Mostra IC  
do IME

Pedro de  
Araujo  
Ribeiro

Pedro  
Franklin  
Cardoso  
Silva

Proposta

Métodos de  
quantização

Experimento

Conclusão

Referências

# Estatística em cores: Quantização a partir de métodos de agrupamento

**Pedro de Araujo Ribeiro**  
**Pedro Franklin Cardoso Silva**

Instituto de Matemática e Estatística  
Universidade Federal de Uberlândia  
XIII Mostra IC do IME

30 de Outubro a 01 de Novembro de 2024





XIII Mostra IC  
do IME

Pedro de  
Araujo  
Ribeiro

Pedro  
Franklin  
Cardoso  
Silva

Proposta

# Proposta

Métodos de  
quantização

Experimento

Conclusão

Referências

# Proposta - Considerações

XIII Mostra IC  
do IME

Pedro de  
Araujo  
Ribeiro

Pedro  
Franklin  
Cardoso  
Silva

Proposta

Métodos de  
quantização

Experimento

Conclusão

Referências

- Conteúdos abordados:
  - Aplicações de quantificação de cores
  - Agrupamento por K-médias
  - Resultados de experimentos
- Linguagem de codificação: R
- IDE: RStudio
- Link para o código utilizado: [Github](#)
- Imagem utilizada: [capa](#) do álbum *Audioslave (2002)* da banda *Audioslave*

## Introdução

Quantização de cores é uma prática comum em áreas de design gráfico e processamento de imagens, consiste em reduzir a quantidade total de cores de uma imagem mantendo o máximo possível do formato original da mesma.

É usada com frequência para mostrar imagens em displays com uma gama de cores menor que a original, reduzir o tamanho de um arquivo de imagem ou realizar detecção de bordas de objetos.

## Definição

Em displays digitais, uma cor é representada por um valor RGB, indicativo da intensidade de luz Vermelha, Verde e Azul respectivamente. Os valores referentes a intensidade dependerão da quantidade de bits alocados para armazenar a cor.

# Proposta

XIII Mostra IC  
do IME

Pedro de  
Araujo  
Ribeiro

Pedro  
Franklin  
Cardoso  
Silva

Proposta

Métodos de  
quantização

Experimento

Conclusão

Referências

## Exemplo

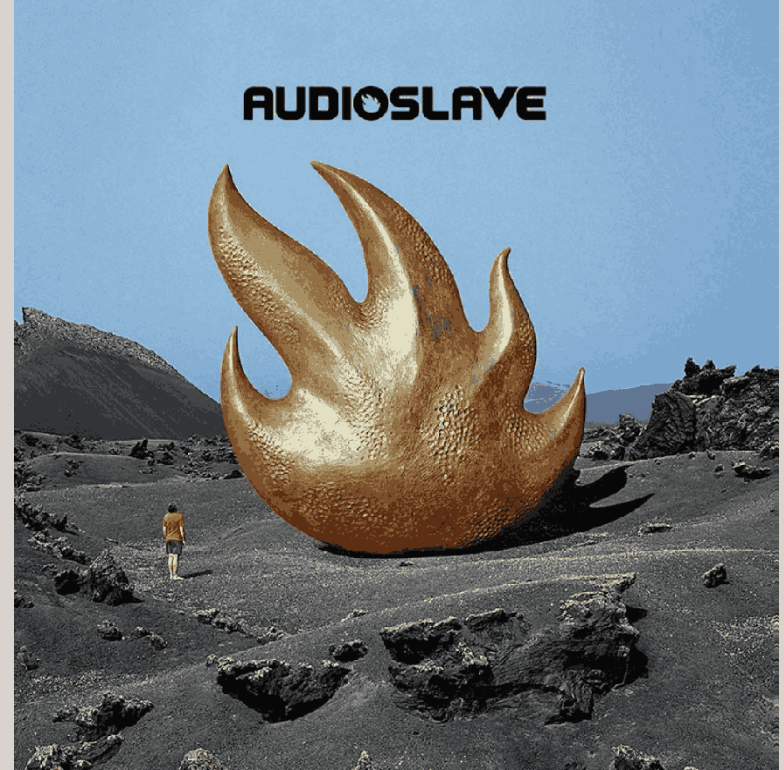


Figura 1: Imagem original (esquerda) e imagem quantizada para 20 cores (direita)

# Proposta - Aplicações da quantização

XIII Mostra IC  
do IME

Pedro de  
Araujo  
Ribeiro

Pedro  
Franklin  
Cardoso  
Silva

Proposta

Métodos de  
quantização

Experimento

Conclusão

Referências

- Displays antiquados: atualmente a maioria dos displays possuem a mesma gama de cores, 24 bits. Há exceções como filmes e fotografias profissionais que possuem 30 ou 36 bits e nestes casos a imagem tem de ser quantizada.
- Compactação: é possível reduzir o tamanho em disco de uma imagem através da redução de sua gama de cores. Um efeito parecido é aplicado pelo Youtube quando reduz a qualidade de um vídeo, porém vale ressaltar que não é usada apenas a quantização para compactar imagens e vídeos.
- Processamento de imagens: pode-se aplicar a quantização para detectar a silhueta de objetos ou reduzir a complexidade de uma análise ao reduzir a quantidade total de dados sendo analisados.

XIII Mostra IC  
do IME

Pedro de  
Araujo  
Ribeiro

Pedro  
Franklin  
Cardoso  
Silva

Proposta

Métodos de  
quantização

Experimento

Conclusão

Referências

# Métodos de quantização

# Métodos de quantização

XIII Mostra IC  
do IME

Pedro de  
Araujo  
Ribeiro

Pedro  
Franklin  
Cardoso  
Silva

Proposta

Métodos de  
quantização

Experimento

Conclusão

Referências

## Introdução

Há diversos métodos de quantização e diversas formas de implementá-los, abordaremos em detalhes um método que utiliza do conceito estatístico de agrupamento por K-médias.

Vale notar que outros métodos estatísticos de agrupamento também poderiam ser convertidos em métodos de quantização, porém estes não serão abordados nesta apresentação.

## Definição

Uma imagem será representada como uma matriz de pixels  $P_{ij}$  onde cada pixel é uma tripla  $(R_{ij}, G_{ij}, B_{ij})$  com cada valor variando de 0 a 255. Para a aplicação do K-médias, cada pixel será uma observação e os valores das cores serão as variáveis.



# Métodos de quantização - K médias

XIII Mostra IC  
do IME

Pedro de  
Araujo  
Ribeiro

Pedro  
Franklin  
Cardoso  
Silva

Proposta

Métodos de  
quantização

Experimento

Conclusão

Referências

## Definição - K médias

O método K-médias consiste de estabelecer previamente  $K$  aglomerados e preenchê-los com observações de tal modo que a variação entre elas dentro de cada aglomerado seja a mínima possível.

## Definição - K médias: passo 1

Para cada observação, atribuí-la a um grupo aleatório.

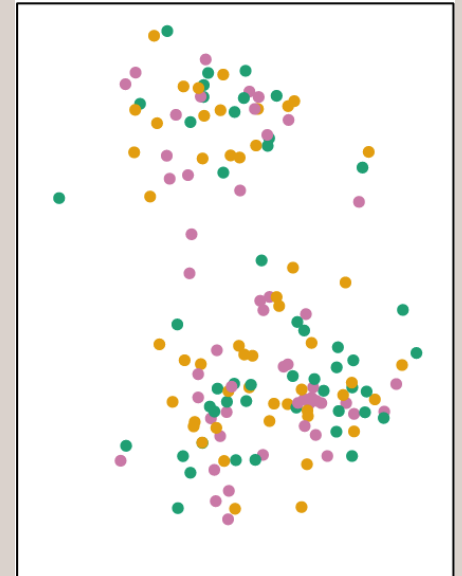


Figura 2: Passo 1 - An Introduction to Statistical Learning  
página 520

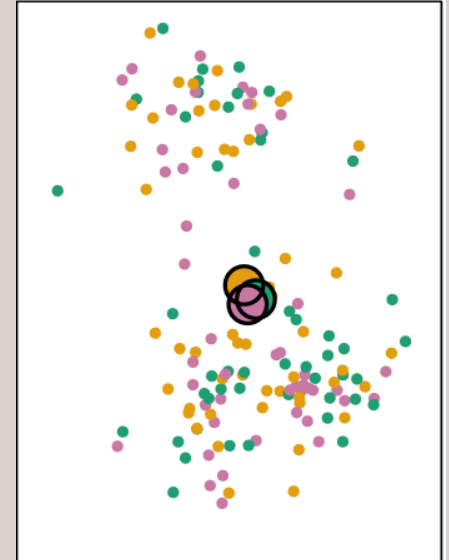
# Métodos de quantização - K médias

## Definição - K médias: passo 2

Calcular o centroide de cada um dos grupos. O centroide  $C_k$  de um dado grupo  $k$  será, assim como os pixels, uma tripla com valores RGB e é obtido a partir da fórmula abaixo:

$$C_K = \frac{P_{11} + P_{12} + \dots + P_{ij}}{n}$$

Figura 3: Passo 2 - An Introduction to Statistical Learning  
página 520



# Métodos de quantização - K médias

## Definição - K médias: passo 3

Calcular a semelhança entre todas as observações e os centroides calculados. Há diversas medidas de semelhança e a distância euclidiana, dada pela fórmula abaixo, foi escolhida.

$$d(P_{ab}, P_{ij}) = \sqrt{(R_{ab} - R_{ij})^2 + (G_{ab} - G_{ij})^2 + (B_{ab} - B_{ij})^2}$$

Tendo as distâncias, cada observação será atribuída ao grupo do centroide mais próximo, garantindo que ela será mais semelhante a ele.

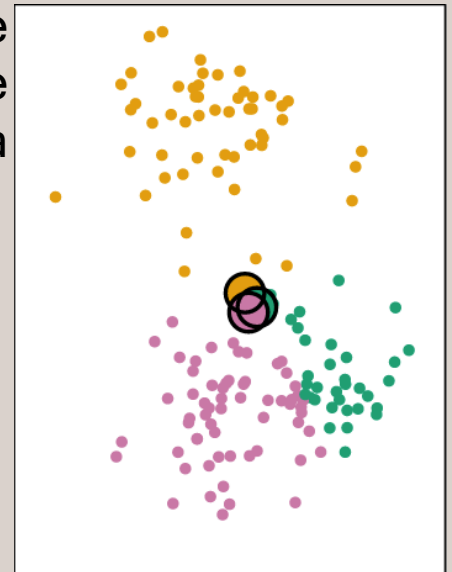


Figura 4: Passo 3 - An Introduction to Statistical Learning página 520

# Métodos de quantização - K médias

## Definição - K médias: passo 4

Atribuir um novo centroide aos grupos recém formados.

Calcular a soma das taxas de variação interna de cada grupo, que se dá a partir da média da soma dos quadrados das distâncias entre todas as observações:

$$\sum_k^K \frac{1}{|C_K|} \sum_{i,l \in C_K} \sum_{j=i}^p (P_{ij} - P_{lj})^2$$

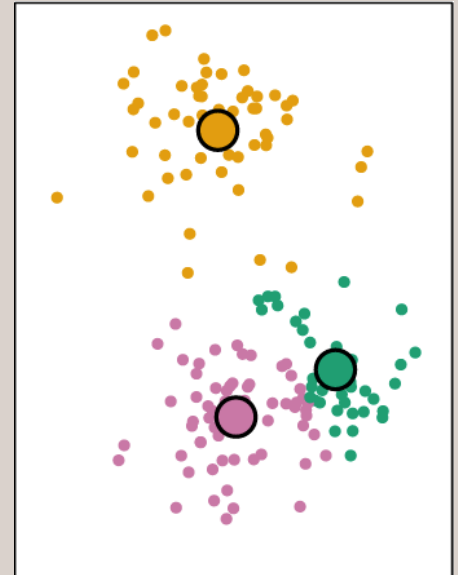


Figura 5: Passo 4 - An Introduction to Statistical Learning página 520

# Métodos de quantização - K médias

## Definição - K médias: passo 5

Repetir os passos 2 a 4 e analisar as taxas de variação interna, se ela diminuir o processo está funcionando. No momento em que ela parar de diminuir ou a diferença entre as iterações se tornar irrelevante, a menor variação possível foi atingida.

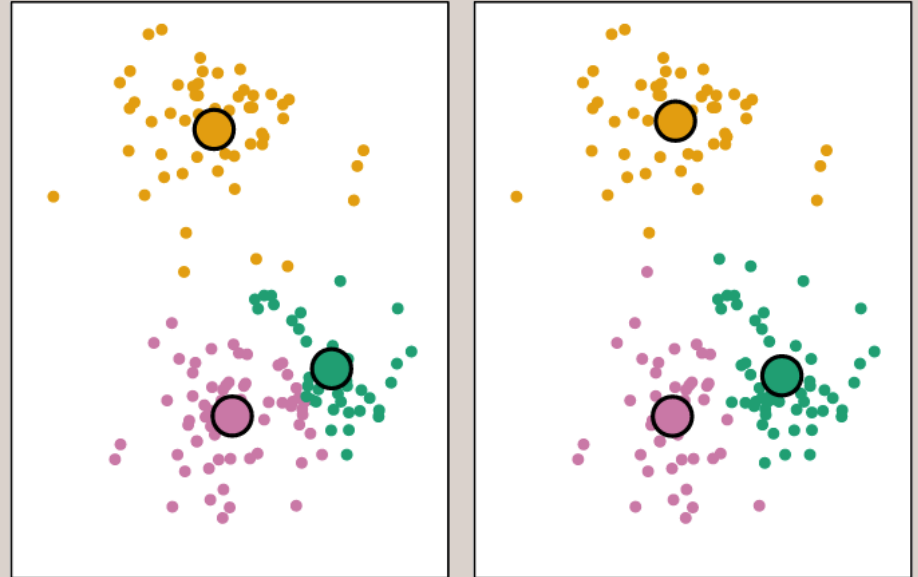


Figura 6: Passo 5 - An Introduction to Statistical Learning página 520

## Definição - K médias: passo 6

Atribuir a cada grupo a cor representada pelo valor RGB do seu centroide. Alternativamente, é possível atribuir uma cor de uma seleção específica pré determinada.

XIII Mostra IC  
do IME

Pedro de  
Araujo  
Ribeiro

Pedro  
Franklin  
Cardoso  
Silva

Proposta

Métodos de  
quantização

Experimento

Conclusão

Referências

# Experimento

# Experimento - Metodologia

XIII Mostra IC  
do IME

Pedro de  
Araujo  
Ribeiro

Pedro  
Franklin  
Cardoso  
Silva

Proposta

Métodos de  
quantização

Experimento

Conclusão

Referências

- A codificação e implementação do método descrito não está no escopo desta apresentação.
- Os experimentos consistem de aplicar a quantização em uma mesma imagem para diferentes valores de  $K$ , observar sua nova aparência e seu espaço no disco.
- Foram geradas imagens para  $K= 500, 20, 5$  e  $2$ . Estas foram salvas pela função “Export > Save as image” do RStudio com dimensões  $1024 \times 1024$ .
- Dado que essas imagens possuem as mesmas dimensões é possível verificar seu tamanho em disco para confirmar se a quantização foi capaz de reduzir a memória ocupada.

# Experimento - Resultados

XIII Mostra IC  
do IME

Pedro de  
Araujo  
Ribeiro

Pedro  
Franklin  
Cardoso  
Silva

Proposta

Métodos de  
quantização

Experimento

Conclusão

Referências

## Experimento: $K = 500$



Figura 7: Imagem quantizada para 500 cores



# Experimento - Resultados

XIII Mostra IC  
do IME

Pedro de  
Araujo  
Ribeiro

Pedro  
Franklin  
Cardoso  
Silva

Proposta

Métodos de  
quantização

Experimento

Conclusão

Referências

## Experimento: $K = 20$



Figura 8: Imagem quantizada para 20 cores

# Experimento - Resultados

XIII Mostra IC  
do IME

Pedro de  
Araujo  
Ribeiro

Pedro  
Franklin  
Cardoso  
Silva

Proposta

Métodos de  
quantização

Experimento

Conclusão

Referências

## Experimento: $K = 5$



Figura 9: Imagem quantizada para 5 cores

# Experimento - Resultados

XIII Mostra IC  
do IME

Pedro de  
Araujo  
Ribeiro

Pedro  
Franklin  
Cardoso  
Silva

Proposta

Métodos de  
quantização

Experimento

Conclusão

Referências

## Experimento: $K = 2$



Figura 10: Imagem quantizada para 2 cores

# Experimento - Resultados

XIII Mostra IC  
do IME

Pedro de  
Araujo  
Ribeiro

Pedro  
Franklin  
Cardoso  
Silva

Proposta

Métodos de  
quantização

Experimento

Conclusão

Referências

## Experimento K = 500, 20, 5, 2

Figura 11:  
Resultados



# Experimento - Resultado

## Experimento - Métricas

Os valores abaixo foram obtidos ao verificar as propriedades dos arquivos de imagem gerados pelo RStudio.

K	Espaço em disco
Original	213 KB
500	1,11 MB
20	196 KB
5	87,5 KB
2	35,9 KB

Tabela 1: Espaço em disco para diferentes valores de K

## Consideração

O processo de gerar imagens através do Rstudio gera uma certa quantidade de “dados lixo” em todas as imagens, aumentando seu espaço em disco e fazendo com que  $k = 500$  seja maior que a original. Para aplicações reais da quantização é recomendado um software especializado.

XIII Mostra IC  
do IME

Pedro de  
Araujo  
Ribeiro

Pedro  
Franklin  
Cardoso  
Silva

Proposta

Métodos de  
quantização

Experimento

Conclusão

Referências

# Conclusão



# Conclusão

- Quantização de imagens é uma técnica usada para reduzir a quantidade de cores de uma imagem preservando seu formato.
- Suas aplicações incluem: efeitos estéticos, compactação de imagens, detecção de contornos e adequação a displays com capacidades diferentes.
- Há diferentes formas de realizar quantização, sendo uma delas a aplicação do método estatístico de agrupamento K-médias para reduzir uma imagem a K cores.

# Agradecimentos

XIII Mostra IC  
do IME

Pedro de  
Araujo  
Ribeiro

Pedro  
Franklin  
Cardoso  
Silva

Proposta

Métodos de  
quantização

Experimento

Conclusão

Referências

Professor orientador Pedro Franklin

Família e amigos cujo apoio me permite estar aqui

Chris Cornell (20/07/1964 - 18/05/2017)



# Referências

XIII Mostra IC  
do IME

Pedro de  
Araujo  
Ribeiro

Pedro  
Franklin  
Cardoso  
Silva



Proposta

Métodos de  
quantização

Experimento

Conclusão

Referências

-  JAMES,G;WITTEN,D;HASTIE,T;TIBSHIRANI,R; **AnIntroduction To Statistical Learning**. Segunda edição. Springer, 2021.
-  RIBEIRO, P. A.; Codificação e explicação das funções do experimento. **Mostra13Quantizacao**. Uberlândia, 2024. Disponível aqui.

XIII Mostra IC  
do IME

Pedro de  
Araujo  
Ribeiro

Pedro  
Franklin  
Cardoso  
Silva

Proposta

Métodos de  
quantização

Experimento

Conclusão

Referências

# Obrigado (a)!