



Pedro Augusto      Ulisses Andrade      Adjailson Freire(POV)

Adoradores do Xandão

<b>Contents</b>	
<b>1 Utils</b>	<b>2</b>
1.1 Files . . . . .	2
1.2 Limites . . . . .	2
1.3 Makefile . . . . .	2
1.4 Template Cpp . . . . .	2
1.5 Template Python . . . . .	3
<b>2 Informações</b>	<b>4</b>
2.1 Bitmask . . . . .	4
2.2 Priority Queue . . . . .	4
2.3 Set . . . . .	4
2.4 Sort . . . . .	5
2.5 String . . . . .	5
2.6 Vector . . . . .	5
<b>3 .vscode</b>	<b>6</b>
<b>4 Combinatoria</b>	<b>6</b>
4.1 @ Factorial . . . . .	6
4.2 @ Tabela . . . . .	6
4.3 Arranjo Com Repeticao . . . . .	6
4.4 Arranjo Simples . . . . .	6
4.5 Catalan . . . . .	6
4.6 Combinacao Com Repeticao . . . . .	6
4.7 Combinacao Simples . . . . .	7
4.8 Permutacao Circular . . . . .	7
4.9 Permutacao Com Repeticao . . . . .	7
4.10 Permutacao Simples . . . . .	7
<b>5 DP</b>	<b>7</b>
5.1 Dp . . . . .	7
5.2 Livro Caixa . . . . .	8
5.3 Mochila . . . . .	8
5.4 Mochila Eduardo . . . . .	8
<b>6 Estruturas</b>	<b>9</b>
6.1 Bittree . . . . .	9
6.2 Fenwick Tree . . . . .	9
6.3 Seg Tree . . . . .	10
6.4 Sparse Table Disjunta . . . . .	11
6.5 Tabuleiro . . . . .	11
6.6 Union Find . . . . .	13
<b>7 Geometria</b>	<b>13</b>
7.1 3D - Distancia Entre 2 Poliedros . . . . .	13
7.2 Andrew . . . . .	14
7.3 Circulo . . . . .	15
7.4 Closestpair Otimizado . . . . .	15
7.5 Geometricosgerai . . . . .	16
7.6 Leis . . . . .	17

7.7	Linha . . . . .	17	<b>10 Matematica</b>	<b>35</b>
7.8	Maior Poligono Convexo . . . . .	17	10.1 Casas . . . . .	35
7.9	Minkowski Sum . . . . .	19	10.2 Ciclo Em Funcao . . . . .	35
7.10	Ponto . . . . .	20	10.3 Contar Quanti Solucoes Eq 2 Variaveis . . . . .	36
7.11	Triangulos . . . . .	20	10.4 Conversao De Bases . . . . .	36
7.12	Vetor . . . . .	21	10.5 Decimal Para Fracao . . . . .	36
<b>8</b>	<b>Grafos</b>	<b>21</b>	10.6 Dois Primos Somam Num . . . . .	36
8.1	Bfs - Matriz . . . . .	21	10.7 Factorial . . . . .	36
8.2	Bfs - Por Niveis . . . . .	22	10.8 Fast Exponentiation . . . . .	36
8.3	Bfs - String . . . . .	22	10.9 Fast Fibonacci . . . . .	37
8.4	Bfs - Tradicional . . . . .	22	10.10Fatorial Grande . . . . .	37
8.5	Dfs . . . . .	23	10.11Fibonacci Modulo . . . . .	37
8.6	Articulation . . . . .	23	10.12Mmc Mdc - Euclides Extendido . . . . .	38
8.7	Bipartido . . . . .	24	10.13Mmc Mdc - Mdc . . . . .	38
8.8	Caminho Minimo - @Tabela . . . . .	24	10.14Mmc Mdc - Mdc Multiplo . . . . .	38
8.9	Caminho Minimo - Bellman Ford . . . . .	25	10.15Mmc Mdc - Mmc . . . . .	38
8.10	Caminho Minimo - Checar I J (In)Diretamente Conectados . . . . .	25	10.16Mmc Mdc - Mmc Multiplo . . . . .	38
8.11	Caminho Minimo - Diametro Do Grafo . . . . .	25	10.17Modulo - @Info . . . . .	38
8.12	Caminho Minimo - Dijkstra . . . . .	26	10.18Modulo - Divisao E Potencia Mod M . . . . .	38
8.13	Caminho Minimo - Floyd Warshall . . . . .	26	10.19Modulo - Fibonacci Modulo . . . . .	39
8.14	Caminho Minimo - Minimax . . . . .	27	10.20N Fibonacci . . . . .	39
8.15	Cycle Check . . . . .	27	10.21Numeros Grandes . . . . .	39
8.16	Encontrar Ciclo . . . . .	28	10.22Primos - Divisores De N - Listar . . . . .	40
8.17	Euler Tree . . . . .	28	10.23Primos - Divisores De N - Somar . . . . .	40
8.18	Fortemente Conexo . . . . .	28	10.24Primos - Fatores Primos - Contar Diferentes . . . . .	40
8.19	Isomorfia . . . . .	29	10.25Primos - Fatores Primos - Listar . . . . .	40
8.20	Kosaraju . . . . .	30	10.26Primos - Fatores Primos - Somar . . . . .	40
8.21	Kruskal . . . . .	30	10.27Primos - Is Prime . . . . .	40
8.22	Labirinto . . . . .	31	10.28Primos - Lowest Prime Factor . . . . .	41
8.23	Pontos Articulaao . . . . .	31	10.29Primos - Miller Rabin . . . . .	41
8.24	Prufer Code To Tree . . . . .	32	10.30Primos - Numero Fatores Primos De N . . . . .	41
8.25	Successor Graph . . . . .	32	10.31Primos - Primo Grande . . . . .	41
8.26	Topological Sort . . . . .	33	10.32Primos - Primos Relativos De N . . . . .	41
<b>9</b>	<b>Grafos Especiais</b>	<b>33</b>	10.33Primos - Sieve . . . . .	41
9.1	Arvore - @Info . . . . .	33	10.34Primos - Sieve Linear . . . . .	42
9.2	Bipartido - @Info . . . . .	33	10.35Tabela Verdade . . . . .	42
9.3	Dag - @Info . . . . .	34	<b>11 Matriz</b>	<b>42</b>
9.4	Dag - Sslp . . . . .	34	11.1 Fibonacci Matricial . . . . .	42
9.5	Dag - Sssp . . . . .	34	11.2 Maior Retangulo Binario Em Matriz . . . . .	43
9.6	Dag - Fishmonger . . . . .	34	11.3 Maxsubmatrixsum . . . . .	44
9.7	Dag - Numero De Caminhos 2 Vertices . . . . .	35	11.4 Max 2D Range Sum . . . . .	44
9.8	Eulerian - @Info . . . . .	35	11.5 Potencia Matriz . . . . .	45
9.9	Eulerian - Euler Path . . . . .	35	11.6 Verifica Se E Quadrado Magico . . . . .	45
			11.7 Verificar Se Retangulo Cabe Em Matriz Binaria . . . . .	45

<b>12 Strings</b>	<b>46</b>
12.1 Kmp . . . . .	46
12.2 Aro Corasick . . . . .	47
12.3 Calculadora Posfixo . . . . .	49
12.4 Chaves Colchetes Parenteses . . . . .	49
12.5 Infixo Para Posfixo . . . . .	49
12.6 Is Subsequence . . . . .	50
12.7 Levenshtein . . . . .	50
12.8 Lexico E Sintatico . . . . .	50
12.9 Lexicograficamente Minima . . . . .	51
12.10Longest Common Substring . . . . .	51
12.11Lower Upper . . . . .	51
12.12Numeros E Char . . . . .	52
12.13Ocorrencias . . . . .	52
12.14Palindromo . . . . .	52
12.15Permutacao . . . . .	52
12.16Remove Acento . . . . .	52
12.17Split Cria . . . . .	53
12.18String Hashing . . . . .	53
<b>13 Vector</b>	<b>53</b>
13.1 Contar Menores Elementos A Direita . . . . .	53
13.2 Contar Subarrays Somam K . . . . .	54
13.3 Elemento Mais Frequente . . . . .	54
13.4 K Maior Elemento . . . . .	54
13.5 Longest Common Subsequence . . . . .	55
13.6 Maior Retangulo Em Histograma . . . . .	55
13.7 Maior Sequencia Subsequente . . . . .	55
13.8 Maior Subsequencia Comum . . . . .	56
13.9 Maior Subsequência Crescente . . . . .	56
13.10Maior Triangulo Em Histograma . . . . .	56
13.11Remove Repetitive . . . . .	57
13.12Soma Maxima Sequencial . . . . .	57
13.13Subset Sum . . . . .	57
13.14Troco . . . . .	57
<b>14 Outros</b>	<b>58</b>
14.1 Dp . . . . .	58
14.2 Binario . . . . .	58
14.3 Binary Search . . . . .	58
14.4 Fibonacci . . . . .	58
14.5 Horario . . . . .	58
14.6 Intervalos . . . . .	59

# 1 Utils

## 1.1 Files

```
1 #!/bin/bash
2
3 for c in {a..f}; do
4     cp temp.cpp "$c.cpp"
5     echo "$c" > "$c.txt"
6     if [ "$c" = "$letter" ]; then
7         break
8     fi
9 done
```

## 1.2 Limites

```
1 // LIMITES DE REPRESENTACAO DE DADOS
```

tipo	bits	minimo .. maximo	precisao decim.
char	8	0 .. 127	2
signed char	8	-128 .. 127	2
unsigned char	8	0 .. 255	2
short	16	-32.768 .. 32.767	4
unsigned short	16	0 .. 65.535	4
int	32	-2 x 10 <sup>9</sup> .. 2 x 10 <sup>9</sup>	9
unsigned int	32	0 .. 4 x 10 <sup>9</sup>	9
int64_t	64	-9 x 10 <sup>18</sup> .. 9 x 10 <sup>18</sup>	18
uint64_t	64	0 .. 18 x 10 <sup>18</sup>	19
float	32	1.2 x 10 <sup>-38</sup> .. 3.4 x 10 <sup>38</sup>	6-9
double	64	2.2 x 10 <sup>-308</sup> .. 1.8 x 10 <sup>308</sup>	15-17
long double	80	3.4 x 10 <sup>-4932</sup> .. 1.1 x 10 <sup>4932</sup>	18-19
BigInt/Dec(java)	1 x 10 <sup>-2147483648</sup>	.. 1 x 10 <sup>2147483647</sup>	0

```
19 // LIMITES DE MEMORIA
```

```
21 1MB = 1,048,576 bool
22 1MB = 524,288 char
23 1MB = 262,144 int32_t
24 1MB = 131,072 int64_t
25 1MB = 65,536 float
26 1MB = 32,768 double
27 1MB = 16,384 long double
28 1MB = 16,384 BigInteger / BigDecimal
```

```
30 // ESTOURAR TEMPO
```

input size	complexidade para 1 s
[10,11]	0(n!), 0(n <sup>6</sup> )
[17,19]	0(2 <sup>n</sup> * n <sup>2</sup> )
[18, 22]	0(2 <sup>n</sup> * n)
[24,26]	0(2 <sup>n</sup> )
... 100	0(n <sup>4</sup> )
... 450	0(n <sup>3</sup> )
... 1500	0(n <sup>2.5</sup> )

```
41 ... 2500      | 0(n^2 * log n)
42 ... 10^4      | 0(n^2)
43 ... 2*10^5    | 0(n^1.5)
44 ... 4.5*10^6  | 0(n log n)
45 ... 10^7      | 0(n log log n)
46 ... 10^8      | 0(n), 0(log n), 0(1)
47
48
49 // FATORIAL
50
51 12! = 479.001.600 [limite do (u)int]
52 20! = 2.432.902.008.176.640.000 [limite do (u)int64_t]
```

## 1.3 Makefile

```
1 CXX = g++
2 CPXXFLAGS = -fsanitize=address,undefined -fno-omit-frame-pointer -g -Wall
               -Wshadow -std=c++17 -Wno-unused-result -Wno-sign-compare -Wno-char-
               subscripts #-fuse-ld=gold
3
4 q:
5     cp temp.cpp $(f).cpp
6     touch $(f).txt
7     code $(f).txt
8     code $(f).cpp
9     clear
10 compile:
11     g++ -g $(f).cpp $(CXXFLAGS) -o $(f)
12 exe:
13     ./$(f) < $(f).txt
14
15 runc: compile
16 runci: compile exe
17
18 clearexe:
19     find . -maxdepth 1 -type f -executable -exec rm {} +
20 cleartxt:
21     find . -type f -name "*.txt" -exec rm -f {} \;
22 clear: clearexe cleartxt
23 clear
```

## 1.4 Template Cpp

```
1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3
4 #define _ std::ios::sync_with_stdio(false); cin.tie(NULL); cout.tie(NULL);
5 #define all(a) a.begin(), a.end()
6 #define int long long int
7 #define double long double
8 #define vi vector<int>
9 #define pii pair<int,int>
10 #define endl "\n"
11 #define print_v(a) for(auto x : a) cout<<x<<" ";cout<<endl
12 #define print_vp(a) for(auto x : a) cout<<x.first<<" "<<x.second<< endl
13 #define f(i,s,e) for(int i=s;i<e;i++)
```

```

14 #define rf(i,e,s)      for(int i=e-1;i>=s;i--)
15 #define CEIL(a, b)     ((a) + (b - 1))/b
16 #define TRUNC(x, n)    floor(x * pow(10, n))/pow(10, n)
17 #define ROUND(x, n)    round(x * pow(10, n))/pow(10, n)
18 #define dbg(x) cout << #x << " = " << x << " ";
19 #define dbg1(x) cout << #x << " = " << x << endl;
20
21 const int INF = 1e9;      // 2^31-1
22 const int LLINF = 4e18;  // 2^63-1
23 const double EPS = 1e-9;
24 const int MAX = 1e6+10;  // 10^6 + 10
25
26 void solve() {
27
28 }
29
30 int32_t main() { _
31
32
33     clock_t z = clock();
34     int t = 1; // cin >> t;
35     while (t--) {
36         solve();
37     }
38     cerr << fixed << "Run Time : " << ((double)(clock() - z) /
39     CLOCKS_PER_SEC) << endl;
40     return 0;
41 }

```

## 1.5 Template Python

```

1 import sys
2 import math
3 import bisect
4 from sys import stdin, stdout
5 from math import gcd, floor, sqrt, log
6 from collections import defaultdict as dd
7 from bisect import bisect_left as bl, bisect_right as br
8
9 sys.setrecursionlimit(100000000)
10
11 inp      =lambda: int(input())
12 strng    =lambda: input().strip()
13 jn       =lambda x,l: x.join(map(str,l))
14 strl     =lambda: list(input().strip())
15 mul      =lambda: map(int, input().strip().split())
16 mulf     =lambda: map(float, input().strip().split())
17 seq      =lambda: list(map(int, input().strip().split()))
18
19 ceil     =lambda x: int(x) if(x==int(x)) else int(x)+1
20 ceildiv  =lambda x,d: x//d if(x%d==0) else x//d+1
21
22 flush    =lambda: stdout.flush()
23 stdstr   =lambda: stdin.readline()
24 stdint   =lambda: int(stdin.readline())
25 stdpr    =lambda x: stdout.write(str(x))
26

```

```

27 mod=1000000007
28
29 #main code
30
31 a = None
32 b = None
33 lista = None
34
35 def ident(*args):
36     if len(args) == 1:
37         return args[0]
38     return args
39
40
41 def parsin(*, l=1, vpl=1, s=" "):
42     if l == 1:
43         if vpl == 1: return ident(input())
44         else: return list(map(ident, input().split(s)))
45     else:
46         if vpl == 1: return [ident(input()) for _ in range(l)]
47         else: return [list(map(ident, input().split(s))) for _ in range(l)]
48
49
50 def solve():
51     pass
52
53 # if __name__ == '__main__':
54 def main():
55     st = clk()
56
57     escolha = "in"
58     #escolha = "num"
59
60     match escolha:
61         case "in":
62             # ãl infinitas linhas agrupadas de 2 em 2
63             # pra infinitos valores em 1 linha pode armazenar em uma lista
64             while True:
65                 global a, b
66                 try: a, b = input().split()
67                 except (EOFError): break #permite ler todas as linhas
68             dentro do .txt
69             except (ValueError): pass # consegue ler éat linhas em
70             branco
71             else:
72                 a, b = int(a), int(b)
73                 solve()
74
75         case "num":
76             global lista
77             # int l; cin >> l; while(l--){for(i=0; i<vpl; i++)}
78             # retorna listas com inputs de cada linha
79             # leia l linhas com vpl valores em cada uma delas
80             # caseo seja mais de uma linha, retorna lista com listas
81             de inputs
82             lista = parsin(l=2, vpl=5)

```

```

80         solve()
81
82     sys.stderr.write(f"Run Time : {(clk() - st):.6f} seconds\n")
83
84 main()

```

## 2 Informações

### 2.1 Bitmask

```

1  int n = 11, ans = 0, k = 3;
2
3  // Operacoes com bits
4  ans = n & k; // AND bit a bit
5  ans = n | k; // OR bit a bit
6  ans = n ^ k; // XOR bit a bit
7  ans = ~n;    // NOT bit a bit
8
9  // Operacoes com 2^k em O(1)
10 ans = n << k; // ans = n * 2^k
11 ans = n >> k; // ans = n / 2^k
12
13 int j;
14
15 // Ativa j-esimo bit (0-based)
16 ans |= (1<<j);
17
18 // Desativa j-esimo bit (0-based)
19 ans &= (1<<j);
20
21 // Inverte j-esimo bit (0-based)
22 ans ^= (1<<j);
23
24 // checar se j-esimo bit esta ativo (0-based)
25 ans = n & (1<<j);
26
27 // Pegar valor do bit menos significativo | Retorna o maior divisor
28 ans = n & -n;
29
30 // Ligar todos on n bits
31 ans = (1<<n) - 1;
32
33 // Contar quantos 1's tem no binario de n
34 ans = __builtin_popcount(n);
35
36 // Contar quantos 0's tem no final do binario de n
37 ans = __builtin_ctz(n);

```

### 2.2 Priority Queue

```

1 // HEAP CRESCENTE {5,4,3,2,1}
2 priority_queue<int> pq; // max heap
3     // maior elemento:
4     pq.top();
5

```

```

6 // HEAP DECRESCENTE {1,2,3,4,5}
7 priority_queue<int, vector<int>, greater<int>> pq; // min heap
8     // menor elemento:
9     pq.top();
10
11 // REMOVER ELEMENTO
12 // Complexidade: O(n)
13 // Retorno: true se existe, false se não existe
14 pq.remove(x);
15
16 // INSERIR ELEMENTO
17 // Complexidade: O(log(n))
18 pq.push(x);
19
20 // REMOVER TOP
21 // Complexidade: O(log(n))
22 pq.pop();
23
24 // TAMANHO
25 // Complexidade: O(1)
26 pq.size();
27
28 // VAZIO
29 // Complexidade: O(1)
30 pq.empty();
31
32 // LIMPAR
33 // Complexidade: O(n)
34 pq.clear();
35
36 // ITERAR
37 // Complexidade: O(n)
38 for (auto x : pq) {}
39
40 // çãOrdenao por çãfuno customizada passada por parametro ao criar a pq
41 // Complexidade: O(n log(n))
42 auto cmp = [](int a, int b) { return a > b; };
43 priority_queue<int, vector<int>, decltype(cmp)> pq(cmp);

```

### 2.3 Set

```

1 set<int> st;
2
3 // Complexidade: O(log(n))
4 st.insert(x);
5 st.erase(x);
6 st.find(x);
7 st.erase(st.find(x));
8
9
10 // Complexidade: O(1)
11 st.size();
12 st.empty();
13
14 // Complexidade: O(n)
15 st.clear();
16 for (auto x : st) {}

```

17						
18		priority_queue		set		
19						
20	op	call	compl	call	compl	melhor
21						
22	insert	push	log(n)	insert	log(n)	pq
23	erase_menor	pop	log(n)	erase	log(n)	pq
24	get_menor	top	1	begin	1	set
25	get_maior	-	-	rbegin	1	set
26	erase_number	remove	n	erase	log(n)	set
27	find_number	-	-	find	log(n)	set
28	find_>=	-	-	lower	log(n)	set
29	find_<=	-	-	upper	log(n)	set
30	iterate	for	n	for	n	set
31						

## 2.4 Sort

```

1 vector<int> v;
2 // Sort Crescente:
3 sort(v.begin(), v.end());
4 sort(all(v));
5
6 // Sort Decrescente:
7 sort(v.rbegin(), v.rend());
8 sort(all(v), greater<int>());
9
10 // Sort por uma função:
11 auto cmp = [](int a, int b) { return a > b; }; // { 2, 3, 1 } -> { 3,
2, 1 }
12 auto cmp = [](int a, int b) { return a < b; }; // { 2, 3, 1 } -> { 1,
2, 3 }
13 sort(v.begin(), v.end(), cmp);
14 sort(all(v), cmp);
15
16 // Sort por uma função (comparação de pares):
17 auto cmp = [](pair<int, int> a, pair<int, int> b) { return a.second >
b.second; };
18
19 // Sort parcial:
20 partial_sort(v.begin(), v.begin() + n, v.end()); // sorta com n menos
elementos
21 partial_sort(v.rbegin(), v.rbegin() + n, s.rend()) // sorta com n
maiores elementos
22
23 // SORT VS SET
24 * para um input com elementos distintos, sort é mais rápido que set

```

## 2.5 String

```

1 // INICIALIZAR
2 string s; // string vazia
3 string s(n, c); // n cópias de c
4 string s(s); // cópia de s
5 string s(s, i, n); // cópia de s[i..i+n-1]
6

```

```

7 // SUBSTRING
8 // Complexidade: O(n)
9 s.substr(i, n); // substring de s[i..i+n-1]
10 s.substr(i, j - i + 1); // substring de s[i..j]
11
12 // TAMANHO
13 // Complexidade: O(1)
14 s.size(); // tamanho da string
15 s.empty(); // true se vazia, false se não vazia
16
17 // MODIFICAR
18 // Complexidade: O(n)
19 s.push_back(c); // adiciona c no final
20 s.pop_back(); // remove o último
21 s += t; // concatena t no final
22 s.insert(i, t); // insere t a partir da posição i
23 s.erase(i, n); // remove n caracteres a partir da posição i
24 s.replace(i, n, t); // substitui n caracteres a partir da posição i por t
25 s.swap(t); // troca o conteúdo com t
26
27 // COMPARAR
28 // Complexidade: O(n)
29 s == t; // igualdade
30 s != t; // diferença
31 s < t; // menor que
32 s > t; // maior que
33 s <= t; // menor ou igual
34 s >= t; // maior ou igual
35
36 // BUSCA
37 // Complexidade: O(n)
38 s.find(t); // posição da primeira ocorrência de t, ou string::npos se não
existe
39 s.rfind(t); // posição da última ocorrência de t, ou string::npos se não
existe
40 s.find_first_of(t); // posição da primeira ocorrência de um caractere de t
, ou string::npos se não existe
41 s.find_last_of(t); // posição da última ocorrência de um caractere de t,
ou string::npos se não existe
42 s.find_first_not_of(t); // posição do primeiro caractere que não está em t
, ou string::npos se não existe
43 s.find_last_not_of(t); // posição do último caractere que não está em t, ou
string::npos se não existe
44
45 // SUBSTITUIR
46 // Complexidade: O(n)
47 s.replace(i, n, t); // substitui n caracteres a partir da posição i por t
48 s.replace(s.begin() + i, s.begin() + i + n, t.begin(), t.end()); //
substitui n caracteres a partir da posição i por t
49 s.replace(s.begin() + i, s.begin() + i + n, t); // substitui n caracteres
a partir da posição i por t
50 s.replace(s.begin() + i, s.begin() + i + n, n, c); // substitui n
caracteres a partir da posição i por n cópias de c

```

## 2.6 Vector

```

1 // INICIALIZAR

```

```

2 vector<int> v (n); // n ócpias de 0
3 vector<int> v (n, v); // n ócpias de v
4
5 // PUSH_BACK
6 // Complexidade: O(1) amortizado (O(n) se realocar)
7 v.push_back(x);
8
9 // REMOVER
10 // Complexidade: O(n)
11 v.erase(v.begin() + i);
12
13 // INSERIR
14 // Complexidade: O(n)
15 v.insert(v.begin() + i, x);
16
17 // ORDENAR
18 // Complexidade: O(n log(n))
19 sort(v.begin(), v.end());
20 sort(all(v));
21
22 // BUSCA BINARIA
23 // Complexidade: O(log(n))
24 // Retorno: true se existe, false se ão existe
25 binary_search(v.begin(), v.end(), x);
26
27 // FIND
28 // Complexidade: O(n)
29 // Retorno: iterador para o elemento, v.end() se ão existe
30 find(v.begin(), v.end(), x);
31
32 // CONTAR
33 // Complexidade: O(n)
34 // Retorno: úmnero de êocorrncias
35 count(v.begin(), v.end(), x);

```

## 3 .vscode

# 4 Combinatoria

## 4.1 @ Factorial

```

1 // Calcula o fatorial de um úmnero n
2 // Complexidade: O(n)
3
4 int factdp[20];
5
6 int fact(int n) {
7     if (n < 2) return 1;
8     if (factdp[n] != 0) return factdp[n];
9     return factdp[n] = n * fact(n - 1);
10 }

```

## 4.2 @ Tabela

```

1 // Sequencia de p elementos de um total de n
2
3 ORDEM \ REPETIC | COM | SEM
4 -----+-----+-----
5 IMPORTA | ARRANJO COM REPETICAO | ARRANJO SIMPLES
6 NAO | COMBINACAO COM REPETICAO | COMBINACAO SIMPLES

```

## 4.3 Arranjo Com Repeticao

```

1 int arranjoComRepeticao(int p, int n) {
2     return pow(n, p);
3 }

```

## 4.4 Arranjo Simples

```

1 int arranjoSimples(int p, int n) {
2     return fact(n) / fact(n - p);
3 }

```

## 4.5 Catalan

```

1 const int MAX_N = 100010;
2 const int p = 1e9+7; // p is a prime > MAX_N
3
4 int mod(int a, int m) {
5     return ((a%m) + m) % m;
6 }
7
8 int inv(int a) {
9     return modPow(a, p-2, p);
10 }
11
12 int modPow(int b, int p, int m) {
13     if (p == 0) return 1;
14     int ans = modPow(b, p/2, m);
15     ans = mod(ans*ans, m);
16     if (p&1) ans = mod(ans*b, m);
17     return ans;
18 }
19
20 int Cat[MAX_N];
21
22 void solve() {
23     Cat[0] = 1;
24     for (int n = 0; n < MAX_N-1; ++n) // O(MAX_N * log p)
25         Cat[n+1] = ((4*n+2)%p * Cat[n]%p * inv(n+2)) % p;
26     cout << Cat[100000] << "\n"; // the answer is
27                                     945729344
28 }

```

## 4.6 Combinacao Com Repeticao

```

1 int combinacaoComRepeticao(int p, int n) {
2     return fact(n + p - 1) / (fact(p) * fact(n - 1));
3 }

```



## 4.7 Combinacao Simples

```
1 // Description: Calcula o valor de comb(n, k) % p, onde p é um primo > n.
2 // Complexidade: O(n)
3 const int MAX_N = 100010;
4 const int p = 1e9+7; // p is a prime > MAX_N
5
6 int mod(int a, int m) {
7     return ((a%m) + m) % m;
8 }
9
10 int modPow(int b, int p, int m) {
11     if (p == 0) return 1;
12     int ans = modPow(b, p/2, m);
13     ans = mod(ans*ans, m);
14     if (p&1) ans = mod(ans*b, m);
15     return ans;
16 }
17
18 int inv(int a) {
19     return modPow(a, p-2, p);
20 }
21
22 int fact[MAX_N];
23
24 int comb(int n, int k) {
25     if (n < k) return 0;
26     return (((fact[n] * inv(fact[k])) % p) * inv(fact[n-k])) % p;
27 }
28
29 void solve() {
30     fact[0] = 1;
31     for (int i = 1; i < MAX_N; ++i)
32         fact[i] = (fact[i-1]*i) % p;
33     cout << comb(3, 3) << "\n";
34 }
```

## 4.8 Permutacao Circular

```
1 // Permutacao objetos em posicao simetrica em um circulo
2
3 int permutacaoCircular(int n) {
4     return fact(n - 1);
5 }
```

## 4.9 Permutacao Com Repeticao

```
1 // Trocar elementos de lugar quando ha termos repetidos (ANAGRAMA)
2 int permutacaoComRepeticao(string s) {
3     int n = s.size();
4     int ans = fact(n);
5     map<char, int> freq;
6     for (char c : s) {
7         freq[c]++;
8     }
9     for (auto [c, f] : freq) {
```

```
10         ans /= fact(f);
11     }
12     return ans;
13 }
```

## 4.10 Permutacao Simples

```
1 // Agrupamentos distintos entre si pela ordem (FILA)
2 // Diferenca do arranjo: usa todos os elementos para o calculo
3 // SEM repeticao
4
5 int permutacaoSimples(int n) {
6     return fact(n);
7 }
```

## 5 DP

### 5.1 Dp

```
1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3
4 const int MAX_gm = 30; // up to 20 garments at most and 20 models/garment
5 const int MAX_M = 210; // maximum budget is 200
6
7 int M, C, price[MAX_gm][MAX_gm]; // price[g (<= 20)][k (<= 20)]
8 int memo[MAX_gm][MAX_M]; // TOP-DOWN: dp table [g (< 20)][money
9                             (<= 200)]
10
11 int dp(int g, int money) {
12     if (money < 0) return -1e9;
13     if (g == C) return M - money;
14     if (memo[g][money] != -1)
15         return memo[g][money]; // avaliar linha g com dinheiro money (cada
16                                 caso pensavel)
17     int ans = -1;
18     for (int k = 1; k <= price[g][0]; ++k)
19         ans = max(ans, dp(g + 1, money - price[g][k]));
20     return memo[g][money] = ans;
21 }
22
23 int main() {
24     int TC;
25     scanf("%d", &TC);
26     while (TC--)
27     {
28         scanf("%d %d", &M, &C);
29         for (int g = 0; g < C; ++g)
30         {
31             scanf("%d", &price[g][0]); // store k in price[g][0]
32             for (int k = 1; k <= price[g][0]; ++k)
33                 scanf("%d", &price[g][k]);
34         }
35         memset(memo, -1, sizeof memo); // TOP-DOWN: init memo
```

```

35     if (dp(0, M) < 0)
36         printf("no solution\n"); // start the top-down DP
37     else
38         printf("%d\n", dp(0, M));
39 }
40 return 0;
41 }

```

## 5.2 Livro Caixa

```

1 // Description: Problema do livro caixa: retorna a expressao que resulta
  em f
2 // Complexidade: O(n*f)
3 // Explicacao: parecido com mochila => dados n numeros, dita se existe uma
  expressao que resulta em f, dado que cada numero pode ser positivo,
  negativo ou nao utilizado
4 /*
5 5 7
6 1 2 3 4 5
7 => ?+??+
8 */
9
10 int f=1, n=1, entrada[MAX];
11 map<pii, bool> memo;
12 bool positivo[MAX], negativo[MAX];
13
14 bool dp(int id, int soma) {
15
16     if(id == n) return soma == f;
17     if(memo.count({soma, id})) return memo[{soma, id}];
18
19     bool pos = dp(id+1, soma+entrada[id]);
20     bool neg = dp(id+1, soma-entrada[id]);
21
22     if(pos and !neg) positivo[id] = true;
23     else if(!pos and neg) negativo[id] = true;
24     else if(pos and neg) positivo[id] = negativo[id] = true;
25     return memo[{soma, id}] = (pos or neg);
26 }
27
28 void solve() {
29
30     cin >> n >> f;
31     memo.clear();
32
33     f(i, 0, n) {
34         positivo[i] = negativo[i] = false;
35         cin >> entrada[i];
36     }
37
38     bool ans = dp(0, 0);
39
40     if(!ans) cout << "*";
41     else {
42         f(i, 0, n) {
43             bool pos = positivo[i], neg = negativo[i];
44             if(pos and neg) cout << "?";

```

```

45         else if(pos) cout << "+";
46         else cout << "-";
47     }
48 }
49 }

```

## 5.3 Mochila

```

1 // Description: Problema da mochila 0-1: retorna o valor maximo que pode
  ser carregado
2 // Complexidade: O(n*capacidade)
3
4 const int MAX_QNT_OBJETOS = 60; // 50 + 10
5 const int MAX_PESO_OBJETO = 1010; // 1000 + 10
6
7 int n, memo[MAX_QNT_OBJETOS][MAX_PESO_OBJETO];
8 vi valor, peso;
9
10 int mochila(int id, int remW) {
11     if ((id == n) || (remW == 0)) return 0;
12     int &ans = memo[id][remW];
13     if (ans != -1) return ans;
14     if (peso[id] > remW) return ans = mochila(id+1, remW);
15     return ans = max(mochila(id+1, remW), valor[id]+mochila(id+1, remW-
  peso[id]));
16 }
17
18 void solve() {
19
20     memset(memo, -1, sizeof memo);
21
22     int capacidadeMochila; cin >> capacidadeMochila;
23
24     f(i, 0, capacidadeMochila) { memo[0][i] = 0; } // testar com e sem essa
  linha
25
26     cin >> n;
27
28     valor.assign(n, 0);
29     peso.assign(n, 0);
30
31     f(i, 0, n) {
32         cin >> peso[i] >> valor[i];
33     }
34
35     cout << mochila(0, capacidadeMochila) << endl;
36 }

```

## 5.4 Mochila Eduardo

```

1 // Description: çãImplementao da mochila com çãreconstruo de çãsoluo
2 // Complexidade: O(n*capacidade)
3
4 int t[100][100]; // Defina os tamanhos conforme seu problema, pode usar
  vector
5

```

```

6 unordered_set<int> selecionados; // conjunto dos indices do itens que
   asero selecionados
7 int numItens;
8
9 // ps = pesos, vals = valores, fiz isso por legibilidade
10 int knapsack(int i, int cap, int ps[], int vals[]) {
11     if(cap < 0) return -0x3f3f3f3f;
12     if(i == numItens) return 0;
13     if(t[i][cap] > -1) return t[i][cap];
14
15     int x = knapsack(i + 1, cap, ps, vals);
16     int y = knapsack(i + 1, cap - ps[i], ps, vals) + vals[i];
17     return t[i][cap] = max(x, y);
18 }
19
20 // ps = pesos, vals = valores, fiz isso por legibilidade
21 void retrieve(int i, int cap, int ps[], int vals[]) {
22     if(i == numItens) return;
23
24     if(cap >= ps[i]) { // Dividi o if para legibilidade
25         if(knapsack(i + 1, cap, ps, vals) < knapsack(i + 1, cap - ps[i],
26 ps, vals) + vals[i]){
27             selecionados.insert(i);
28             return retrieve(i + 1, cap - ps[i], ps, vals);
29         }
30
31     return retrieve(i + 1, cap, ps, vals);
32 }
33
34 int main() {
35     memset(t, -1, sizeof t);
36
37     int capacidade = 6;
38     int pesos[] = {5, 4, 2}, valores[] = {500, 300, 250};
39     numItens = 3;
40
41     cout << knapsack(0, capacidade, pesos, valores) << endl;
42
43     retrieve(0, 6, pesos, valores);
44     for(auto i : selecionados) cout << i << ' ';
45     cout << endl;
46 }

```

## 6 Estruturas

### 6.1 Bittree

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3
4 /*      n --> No. of elements present in input array.
5     BITree[0..n] --> Array that represents Binary Indexed Tree.
6     arr[0..n-1] --> Input array for which prefix sum is evaluated. */
7
8 // Returns sum of arr[0..index]. This function assumes

```

```

9 // that the array is preprocessed and partial sums of
10 // array elements are stored in BITree[].
11 int getSum(vector<int>& BITree, int index) {
12     int sum = 0;
13     index = index + 1;
14     while (index > 0) {
15         sum += BITree[index];
16         index -= index & (-index);
17     }
18     return sum;
19 }
20
21 void updateBIT(vector<int>& BITree, int n, int index, int val) {
22     index = index + 1;
23
24     while (index <= n) {
25         BITree[index] += val;
26         index += index & (-index);
27     }
28 }
29
30 vector<int> constructBITree(vector<int>& arr, int n) {
31     vector<int> BITree(n+1, 0);
32
33     for (int i=0; i<n; i++)
34         updateBIT(BITree, n, i, arr[i]);
35
36     return BITree;
37 }
38
39 void solve() {
40     vector<int> freq = {2, 1, 1, 3, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9};
41     int n = freq.size();
42     vector<int> BITree = constructBITree(freq, n);
43     cout << "Sum of elements in arr[0..5] is" << getSum(BITree, 5);
44     // Let use test the update operation
45     freq[3] += 6;
46     updateBIT(BITree, n, 3, 6); // BIT[4] = 6
47
48     cout << "\nSum of elements in arr[0..5] after update is "
49         << getSum(BITree, 5);
50 }
51
52 int main() {
53     solve();
54     return 0;
55 }

```

### 6.2 Fenwick Tree

```

1 // BIT com update em range (Binary Indexed Tree)
2 //
3 // Operacoes 0-based
4 // query(l, r) retorna a soma de v[l..r]
5 // update(l, r, x) soma x em v[l..r]
6 //
7 // Complexidades:

```

```

8 // build - O(n)
9 // query - O(log(n))
10 // update - O(log(n))
11 namespace bit {
12     int bit[2][MAX+2];
13     int n;
14
15     void build(int n2, vector<int>& v) {
16         n = n2;
17         for (int i = 1; i <= n; i++)
18             bit[1][min(n+1, i+(i&-i))] += bit[1][i] += v[i];
19     }
20     int get(int x, int i) {
21         int ret = 0;
22         for (; i; i -= i&-i) ret += bit[x][i];
23         return ret;
24     }
25     void add(int x, int i, int val) {
26         for (; i <= n; i += i&-i) bit[x][i] += val;
27     }
28     int get2(int p) {
29         return get(0, p) * p + get(1, p);
30     }
31     int query(int l, int r) { // zero-based
32         return get2(r+1) - get2(l);
33     }
34     void update(int l, int r, int x) {
35         add(0, l+1, x), add(0, r+2, -x);
36         add(1, l+1, -x*l), add(1, r+2, x*(r+1));
37     }
38 };
39
40 void solve() {
41
42     vector<int> v {0,1,2,3,4,5}; // v[0] eh inutilizada
43     bit::build(v.size(), v);
44
45     int a = 0, b = 3;
46     bit::query(a, b); // v[a] + v[a+1] + ... + v[b] = 6 | 1+2+3 = 6 |
47     // zero-based
48     bit::update(a, b, 2); // v[a...b] += 2 | zero-based
49 }

```

## 6.3 Seg Tree

```

1 // SegTree
2 //
3 // Recursiva com Lazy Propagation
4 // Query: soma do range [a, b]
5 // Update: soma x em cada elemento do range [a, b]
6 // Pode usar a seguinte funcao para indexar os nohs:
7 // f(l, r) = (l+r)|(l!=r), usando 2N de memoria
8 //
9 // Complexidades:
10 // build - O(n)
11 // query - O(log(n))
12 // update - O(log(n))

```

```

13
14 #include<bits/stdc++.h>
15 using namespace std;
16
17 const int MAX = 1e5+10;
18
19 namespace SegTree {
20     int seg[4*MAX], lazy[4*MAX];
21     int n, *v;
22
23     int op(int a, int b) { return a + b; }
24
25     int build(int p=1, int l=0, int r=n-1) {
26         lazy[p] = 0;
27         if (l == r) return seg[p] = v[l];
28         int m = (l+r)/2;
29         return seg[p] = op(build(2*p, l, m), build(2*p+1, m+1, r));
30     }
31     void build(int n2, int* v2) {
32         n = n2, v = v2;
33         build();
34     }
35     void prop(int p, int l, int r) {
36         seg[p] += lazy[p]*(r-l+1);
37         if (l != r) lazy[2*p] += lazy[p], lazy[2*p+1] += lazy[p];
38         lazy[p] = 0;
39     }
40     int query(int a, int b, int p=1, int l=0, int r=n-1) {
41         prop(p, l, r);
42         if (a <= l and r <= b) return seg[p];
43         if (b < l or r < a) return 0;
44         int m = (l+r)/2;
45         return op(query(a, b, 2*p, l, m), query(a, b, 2*p+1, m+1, r));
46     }
47     int update(int a, int b, int x, int p=1, int l=0, int r=n-1) {
48         prop(p, l, r);
49         if (a <= l and r <= b) {
50             lazy[p] += x;
51             prop(p, l, r);
52             return seg[p];
53         }
54         if (b < l or r < a) return seg[p];
55         int m = (l+r)/2;
56         return seg[p] = op(update(a, b, x, 2*p, l, m), update(a, b, x, 2*p
57 +1, m+1, r));
58     }
59
60     // Se tiver uma seg de max, da pra descobrir em O(log(n))
61     // o primeiro e ultimo elemento >= val numa range:
62
63     // primeira posicao >= val em [a, b] (ou -1 se nao tem)
64     int get_left(int a, int b, int val, int p=1, int l=0, int r=n-1) {
65         prop(p, l, r);
66         if (b < l or r < a or seg[p] < val) return -1;
67         if (r == l) return l;
68         int m = (l+r)/2;
69         int x = get_left(a, b, val, 2*p, l, m);

```

```

69     if (x != -1) return x;
70     return get_left(a, b, val, 2*p+1, m+1, r);
71 }
72
73 // ultima posicao >= val em [a, b] (ou -1 se nao tem)
74 int get_right(int a, int b, int val, int p=1, int l=0, int r=n-1) {
75     prop(p, l, r);
76     if (b < l or r < a or seg[p] < val) return -1;
77     if (r == l) return l;
78     int m = (l+r)/2;
79     int x = get_right(a, b, val, 2*p+1, m+1, r);
80     if (x != -1) return x;
81     return get_right(a, b, val, 2*p, l, m);
82 }
83
84 // Se tiver uma seg de soma sobre um array nao negativo v, da pra
85 // descobrir em O(log(n)) o maior j tal que v[i]+v[i+1]+...+v[j-1] <
86 // val
87 int lower_bound(int i, int& val, int p, int l, int r) {
88     prop(p, l, r);
89     if (r < i) return n;
90     if (i <= l and seg[p] < val) {
91         val -= seg[p];
92         return n;
93     }
94     if (l == r) return l;
95     int m = (l+r)/2;
96     int x = lower_bound(i, val, 2*p, l, m);
97     if (x != n) return x;
98     return lower_bound(i, val, 2*p+1, m+1, r);
99 }
100
101 void solve() {
102     int n = 10;
103     int v[] = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10};
104     SegTree::build(n, v);
105
106     cout << SegTree::query(0, 9) << endl; // seg[0] + seg[1] + ... + seg
107     [9] = 55
108     SegTree::update(0, 9, 1); // seg[0,...,9] += 1
109 }

```

## 6.4 Sparse Table Disjunta

```

1 // Description: Sparse Table Disjunta para soma de intervalos
2 // Complexity Temporal: O(n log n) para construir e O(1) para consultar
3 // Complexidade Espacial: O(n log n)
4
5 #include <bits/stdc++.h>
6 using namespace std;
7
8 #define MAX 100010
9 #define MAX2 20 // log(MAX)
10
11 namespace SparseTable {
12     int m[MAX2][2*MAX], n, v[2*MAX];

```

```

13     int op(int a, int b) { return a + b; }
14     void build(int n2, int* v2) {
15         n = n2;
16         for (int i = 0; i < n; i++) v[i] = v2[i];
17         while (n&(n-1)) n++;
18         for (int j = 0; (1<<j) < n; j++) {
19             int len = 1<<j;
20             for (int c = len; c < n; c += 2*len) {
21                 m[j][c] = v[c], m[j][c-1] = v[c-1];
22                 for (int i = c+1; i < c+len; i++) m[j][i] = op(m[j][i-1],
23                     v[i]);
24                 for (int i = c-2; i >= c-len; i--) m[j][i] = op(v[i], m[j]
25                     ][i+1]);
26             }
27         }
28     int query(int l, int r) {
29         if (l == r) return v[l];
30         int j = __builtin_clz(1) - __builtin_clz(l^r);
31         return op(m[j][l], m[j][r]);
32     }
33
34 void solve() {
35     int n = 9;
36     int v[] = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9};
37     SparseTable::build(n, v);
38     cout << SparseTable::query(0, n-1) << endl; // sparse[0] + sparse[1] +
39     ... + sparse[n-1] = 45

```

## 6.5 Tabuleiro

```

1 // Description: Estrutura que simula um tabuleiro M x N, sem realmente
2 // criar uma matriz
3 // Permite atribuir valores a linhas e colunas, e consultar a
4 // çãoposio mais frequente
5 // Complexidade Atribuir: O(log(N))
6 // Complexidade Consulta: O(log(N))
7 // Complexidade verificar frequencia geral: O(N * log(N))
8 #define MAX_VAL 5 // maior valor que pode ser adicionado na matriz + 1
9
10 class BinTree {
11     protected:
12         vector<int> mBin;
13     public:
14         explicit BinTree(int n) { mBin = vector(n + 1, 0); }
15
16         void add(int p, const int val) {
17             for (auto size = mBin.size(); p < size; p += p & -p)
18                 mBin[p] += val;
19         }
20
21         int query(int p) {
22             int sumToP {0};
23             for (; p > 0; p -= p & -p)
24                 sumToP += mBin[p];

```

```

23         return sumToP;
24     }
25 };
26
27 class ReverseBinTree : public BinTree {
28     public:
29         explicit ReverseBinTree(int n) : BinTree(n) {};
30
31         void add(int p, const int val) {
32             BinTree::add(static_cast<int>(mBin.size()) - p, val);
33         }
34
35         int query(int p) {
36             return BinTree::query(static_cast<int>(mBin.size()) - p);
37         }
38 };
39
40 class Tabuleiro {
41     public:
42         explicit Tabuleiro(const int m, const int n, const int q) : mM(m),
43             mN(n), mQ(q) {
44             mLinhas = vector<pair<int, int8_t>>(m, {0, 0});
45             mColunas = vector<pair<int, int8_t>>(n, {0, 0});
46
47             mAtribuiçoesLinhas = vector(MAX_VAL, ReverseBinTree(mQ)); //
48             mAtribuiçoesColunas = vector(MAX_VAL, ReverseBinTree(mQ));
49
50         void atribuirLinha(const int x, const int8_t r) {
51             mAtribuirFileira(x, r, mLinhas, mAtribuiçoesLinhas);
52         }
53
54         void atribuirColuna(const int x, const int8_t r) {
55             mAtribuirFileira(x, r, mColunas, mAtribuiçoesColunas);
56         }
57
58         int maxPosLinha(const int x) {
59             return mMaxPosFileira(x, mLinhas, mAtribuiçoesColunas, mM);
60         }
61
62         int maxPosColuna(const int x) {
63             return mMaxPosFileira(x, mColunas, mAtribuiçoesLinhas, mN);
64         }
65
66         vector<int> frequenciaElementos() {
67             vector<int> frequenciaGlobal(MAX_VAL, 0);
68             for(int i=0; i<mM; i++) {
69                 vector<int> curr = frequenciaElementos(i,
70                     mAtribuiçoesColunas);
71                 for(int j=0; j<MAX_VAL; j++)
72                     frequenciaGlobal[j] += curr[j];
73             }
74             return frequenciaGlobal;
75         }
76

```

```

77     private:
78         int mM, mN, mQ, mMoment {0};
79
80         vector<ReverseBinTree> mAtribuiçoesLinhas, mAtribuiçoesColunas;
81         vector<pair<int, int8_t>> mLinhas, mColunas;
82
83         void mAtribuirFileira(const int x, const int8_t r, vector<pair<int
84             , int8_t>>& fileiras,
85             vector<ReverseBinTree>& atribuiçoes) {
86             if (auto& [oldQ, oldR] = fileiras[x]; oldQ)
87                 atribuiçoes[oldR].add(oldQ, -1);
88
89             const int currentMoment = ++mMoment;
90             fileiras[x].first = currentMoment;
91             fileiras[x].second = r;
92             atribuiçoes[r].add(currentMoment, 1);
93         }
94
95         int mMaxPosFileira(const int x, const vector<pair<int, int8_t>>&
96             fileiras, vector<ReverseBinTree>& atribuiçoesPerpendiculares, const
97             int& currM) const {
98             auto [momentoAtribuiçãoFileira, rFileira] = fileiras[x];
99
100             vector<int> fileiraFrequencia(MAX_VAL, 0);
101             fileiraFrequencia[rFileira] = currM;
102
103             for (int8_t r {0}; r < MAX_VAL; ++r) {
104                 const int frequenciaR = atribuiçoesPerpendiculares[r].
105                     query(momentoAtribuiçãoFileira + 1);
106                 fileiraFrequencia[rFileira] -= frequenciaR;
107                 fileiraFrequencia[r] += frequenciaR;
108             }
109
110             return MAX_VAL - 1 - (max_element(fileiraFrequencia.cbegin(),
111                 fileiraFrequencia.crend()) - fileiraFrequencia.cbegin());
112         }
113
114         vector<int> frequenciaElementos(int x, vector<ReverseBinTree>&
115             atribuiçoesPerpendiculares) const {
116             vector<int> fileiraFrequencia(MAX_VAL, 0);
117
118             auto [momentoAtribuiçãoFileira, rFileira] = mLinhas[x];
119
120             fileiraFrequencia[rFileira] = mN;
121
122             for (int8_t r {0}; r < MAX_VAL; ++r) {
123                 const int frequenciaR = atribuiçoesPerpendiculares[r].
124                     query(momentoAtribuiçãoFileira + 1);
125                 fileiraFrequencia[rFileira] -= frequenciaR;
126                 fileiraFrequencia[r] += frequenciaR;
127             }
128
129             return fileiraFrequencia;
130         }
131     };

```

```

127 void solve() {
128
129     int L, C, q; cin >> L >> C >> q;
130
131     Tabuleiro tabuleiro(L, C, q);
132
133     int linha = 0, coluna = 0, valor = 10; // linha e coluna sao 0 based
134     tabuleiro.atribuirLinha(linha, static_cast<int8_t>(valor)); // f(i,0,C
135 ) matriz[linha][i] = valor
136     tabuleiro.atribuirColuna(coluna, static_cast<int8_t>(valor)); // f(i
137 ,0,L) matriz[i][coluna] = valor
138
139     // Freuencia de todos os elementos, de 0 a MAX_VAL-1
140     vector<int> frequenciaGeral = tabuleiro.frequenciaElementos();
141
142     int a = tabuleiro.maxPosLinha(linha); // retorna a posicao do elemento
143     mais frequente na linha
144     int b = tabuleiro.maxPosColuna(coluna); // retorna a posicao do
145     elemento mais frequente na coluna

```

## 6.6 Union Find

```

1 // Description: Union-Find (Disjoint Set Union)
2 const int MAX = 5e4+10;
3
4 int p[MAX], ranking[MAX], setSize[MAX];
5
6 struct UnionFind {
7     int numSets;
8
9     UnionFind(int N) {
10         iota(p,p+N+1,0);
11         memset(ranking, 0, sizeof ranking);
12         memset(setSize, 1, sizeof setSize);
13         numSets = N;
14     }
15
16     int numDisjointSets() { return numSets; }
17     int sizeOfSet(int i) { return setSize[find(i)]; }
18
19     int find(int i) { return (p[i] == i) ? i : (p[i] = find(p[i])); }
20     bool same(int i, int j) { return find(i) == find(j); }
21     void uni(int i, int j) {
22         if (same(i, j))
23             return;
24         int x = find(i), y = find(j);
25         if (ranking[x] > ranking[y])
26             swap(x, y);
27         p[x] = y;
28         if (ranking[x] == ranking[y])
29             ++ranking[y];
30         setSize[y] += setSize[x];
31         --numSets;
32     }
33 };

```

```

34 void solve() {
35
36     int n, ed; cin >> n >> ed;
37     UnionFind uni(n);
38
39     f(i,0,ed) {
40         int a, b; cin >> a >> b; a--, b--;
41         uni.uni(a,b);
42     }
43
44     cout << uni.numDisjointSets() << endl;
45 }
46

```

## 7 Geometria

### 7.1 3D - Distancia Entre 2 Poliedros

```

1 // Description: Calcula a menor distancia entre dois poliedros convexos
2 // Complexidade:  $O(n^2 * m^2)$ , onde n e m sao o numero de vertices dos
3 // poliedros
4 // OBS: apenas testado para tetraedros
5 const double EPS = 1e-9;
6 const double INF = 1e50;
7
8 int cmpD(double a, double b = 0.0) { return a+EPS < b ? -1 : a-EPS > b; }
9
10 struct Point {
11     double x, y, z;
12     Point(double a=0.0, double b=0.0, double c=0.0){x=a,y=b,z=c;}
13     Point operator+(const Point &P) const {return Point(x+P.x,y+P.y,z+P.z);}
14     Point operator-(const Point &P) const {return Point(x-P.x,y-P.y,z-P.z);}
15     Point operator*(double c) const {return Point(x*c,y*c,z*c);}
16     Point operator/(double c) const {return Point(x/c,y/c,z/c);}
17     double operator!() const {return sqrt(x*x+y*y+z*z);} // modulo
18 };
19
20 double produtoEscalar(Point A, Point B) { return A.x*B.x + A.y*B.y + A.z*B.z; }
21
22 Point produtoVetorial(Point A, Point B) { return Point(A.y*B.z-A.z*B.y, A.z*B.x-A.x*B.z, A.x*B.y-A.y*B.x); }
23
24 Point projWEmV(Point W, Point V) { return V * produtoEscalar(W,V) / produtoEscalar(V,V); }
25
26 // check if segments AB and CD have an intersection
27 bool checkIfSegmentsIntercept(Point A, Point B, Point C, Point D) {
28     return cmpD(produtoEscalar(produtoVetorial(A-B,C-B),produtoVetorial(A-B,D-B))) <= 0 &&
29     cmpD(produtoEscalar(produtoVetorial(C-D,A-D),produtoVetorial(C-D,B-D))) <= 0;
30 }
31

```

```

31 // distance between point P and segment AB
32 double dist_Point_seg(Point P, Point A, Point B) {
33     Point PP = A + projWEmV(P-A,B-A);
34     if (cmpD(!(A-PP)+!(PP-B),!(A-B)) == 0) return !(P-PP); //distance Point
35     -line!
36     return min(!(P-A),!(P-B));
37 }
38
39 // distance between segments AB and CD
40 double dist_seg_seg(Point A, Point B, Point C, Point D) {
41     Point E = projWEmV(A-D,produtoVetorial(B-A,D-C));
42     if (checkIfSegmentsIntercept(A,B,C+E,D+E)) return !E;
43     return min( min( dist_Point_seg(A,C,D), dist_Point_seg(B,C,D) ),
44     min( dist_Point_seg(C,A,B), dist_Point_seg(D,A,B) ) );
45 }
46
47 // distance between point P and triangle ABC
48 double dist_Point_tri(Point P, Point A, Point B, Point C) {
49     Point N = produtoVetorial(A-C,B-C);
50     Point PP = P + projWEmV(C-P,N);
51     Point V1 = produtoVetorial(PP-A,B-A);
52     Point V2 = produtoVetorial(PP-B,C-B);
53     Point V3 = produtoVetorial(PP-C,A-C);
54     if (cmpD(produtoEscalar(V1,V2)) >= 0 && cmpD(produtoEscalar(V1,V3)) >=
55     0 && cmpD(produtoEscalar(V2,V3)) >= 0)
56     return !(PP-P); // distance Point-plane!
57     return min(dist_Point_seg(P,A,B),min(dist_Point_seg(P,A,C),
58     dist_Point_seg(P,B,C)));
59 }
60 // Calcula a menor distancia entre dois poliedros
61 // Complexidade: O(sz1^2 * sz2^2), onde sz1 e sz2 sao o numero de vertices
62 dos poliedros
63 double distanciaPoliedroPoliedro(Point T1[], int sz1, Point T2[], int sz2)
64 {
65     double ans = INF;
66
67     // itera por todos os pares de arestas dos dois tetraedros, e calcula
68     a distancia entre os segmentos gerados por estes pares
69     for (int i=0; i < sz1; i++) // arestas -> arestas
70     for (int j=i+1; j < sz1; j++)
71     for (int ii=0; ii < sz2; ii++)
72     for (int jj=ii+1; jj < sz2; jj++)
73     ans = min( ans, dist_seg_seg(T1[i],T1[j],T2[ii],T2[jj]
74     ));
75
76     // itera por todos os pontos de um tetraedro e calcula a distancia
77     entre estes pontos e as faces triangulares do outro tetraedro
78     for (int i=0; i < sz1; i++)
79     for (int j=i+1; j < sz1; j++)
80     for (int k=j+1; k < sz1; k++)
81     for (int x=0; x < sz2; x++)
82     ans = min( ans, dist_Point_tri(T1[x],T2[i],T2[j],T2[k]
83     ));
84     ans = min( ans, dist_Point_tri(T2[x],T1[i],T1[j],T1[k]
85     ));
86 }
87
88 void solve() {
89     Point poliedro1[5], poliedro2[5];
90
91     f(i,0,4) { auto& [x,y,z] = poliedro1[i]; scanf("%lf %lf %lf", &x, &y,
92     &z); }
93     f(i,0,4) { auto& [x,y,z] = poliedro2[i]; scanf("%lf %lf %lf", &x, &y,
94     &z); }
95
96     printf("%.2lf\n",distanciaPoliedroPoliedro(poliedro1, 4, poliedro2, 4)
97     );
98 }

```

## 7.2 Andrew

```

1 // Nome: Convex Hull - Andrew's Monotone Chain
2 // Description: Calcula o perimetro do menor poligono convexo que contem
3 todos os pontos
4 // Complexidade: O(n logn)
5 int produto_vetoril(pair<int,int> a,pair<int,int> b,pair<int,int> novo){
6     return (b.first - a.first)*(novo.second-b.second) -(b.second - a.
7     second)*(novo.first - b.first);
8 }
9 double distancia(pair<int,int> a,pair<int,int> b){
10     return sqrt(pow((a.first - b.first), 2) + pow((a.second - b.second),
11     2));
12 }
13 double andrew(pair<int,int> pontos[], int n) {
14     vector<pair<int,int>> hull;
15
16     pair<int,int> ponto;
17     int k=0;
18     f(i,0,n) {
19
20         while(k>=2 and produto_vetoril(hull[k-2],hull[k-1],pontos[i]) <=
21         0) {
22             hull.pop_back();
23             k--;
24         }
25         hull.push_back(pontos[i]);
26         k++;
27     }
28     for(int i=n-1, tam = k+1 ; i>=0 ; i--) {
29         while(k>=tam && produto_vetoril(hull[k-2],hull[k-1],pontos[i])<=0)
30         {
31             hull.pop_back();
32             k--;
33         }
34         hull.push_back(pontos[i]);
35         k++;
36     }
37 }

```



```

35 }
36
37 double perimetro = 0;
38
39 f(i,1,hull.size()) {
40     perimetro += distancia(hull[i-1],hull[i]);
41 }
42
43 return perimetro;
44 }
45
46 void solve() {
47
48     int n; scanf("%lld",&n);
49     pair<int,int> pontos[n];
50
51     for(auto& [x, y] : pontos)
52         scanf("%lld %lld",&x,&y);
53
54     sort(pontos,pontos+n);
55
56     double perimetro = andrew(pontos,n);
57 }

```

## 7.3 Circulo

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2 #include "ponto.cpp"
3 using namespace std;
4
5 // Retorna se o ponto p esta dentro, fora ou na circunferencia de centro c
6 // e raio r
7 int insideCircle(const point_i &p, const point_i &c, int r) {
8     int dx = p.x-c.x, dy = p.y-c.y;
9     int Euc = dx*dx + dy*dy, rSq = r*r; // all integer
10    return Euc < rSq ? 1 : (Euc == rSq ? 0 : -1); // in/border/out
11 }
12
13 // Determina o centro e raio de um circulo que passa por 3 pontos
14 bool circle2PtsRad(point p1, point p2, double r, point &c) {
15     double d2 = (p1.x-p2.x) * (p1.x-p2.x) +
16             (p1.y-p2.y) * (p1.y-p2.y);
17     double det = r*r / d2 - 0.25;
18     if (det < 0.0) return false;
19     double h = sqrt(det);
20     c.x = (p1.x+p2.x) * 0.5 + (p1.y-p2.y) * h;
21     c.y = (p1.y+p2.y) * 0.5 + (p2.x-p1.x) * h;
22     return true;
23 }

```

## 7.4 Closestpair Otimizado

```

1
2 // A structure to represent a Point in 2D plane
3 struct Point
4 {

```

```

5     int x, y;
6 };
7 // Needed to sort array of points according to X coordinate
8 int compareX(const void* a, const void* b)
9 {
10     Point *p1 = (Point *)a, *p2 = (Point *)b;
11     return (p1->x != p2->x) ? (p1->x - p2->x) : (p1->y - p2->y);
12 }
13 // Needed to sort array of points according to Y coordinate
14 int compareY(const void* a, const void* b)
15 {
16     Point *p1 = (Point *)a, *p2 = (Point *)b;
17     return (p1->y != p2->y) ? (p1->y - p2->y) : (p1->x - p2->x);
18 }
19 // A utility function to find the distance between two points
20 float dist(Point p1, Point p2)
21 {
22     return sqrt( (p1.x - p2.x)*(p1.x - p2.x) +
23                 (p1.y - p2.y)*(p1.y - p2.y)
24                 );
25 }
26 // A Brute Force method to return the smallest distance between two points
27 // in P[] of size n
28 float bruteForce(Point P[], int n){
29     float min = FLT_MAX;
30     for (int i = 0; i < n; ++i)
31         for (int j = i+1; j < n; ++j)
32             if (dist(P[i], P[j]) < min)
33                 min = dist(P[i], P[j]);
34     return min;
35 }
36 // A utility function to find a minimum of two float values
37 float min(float x, float y)
38 {
39     return (x < y)? x : y;
40 }
41 // A utility function to find the distance between the closest points of
42 // strip of a given size. All points in strip[] are sorted according to
43 // y coordinate. They all have an upper bound on minimum distance as d.
44 // Note that this method seems to be a O(n^2) method, but it's a O(n)
45 // method as the inner loop runs at most 6 times
46 float stripClosest(Point strip[], int size, float d){
47     float min = d; // Initialize the minimum distance as d
48     // Pick all points one by one and try the next points till the
49     // difference
50     // between y coordinates is smaller than d.
51     // This is a proven fact that this loop runs at most 6 times
52     for (int i = 0; i < size; ++i)
53         for (int j = i+1; j < size && (strip[j].y - strip[i].y) < min; ++j)
54             if (dist(strip[i],strip[j]) < min)
55                 min = dist(strip[i], strip[j]);
56     return min;
57 }
58 // A recursive function to find the smallest distance. The array Px
59 // contains

```

```

59 // all points sorted according to x coordinates and Py contains all points
60 // sorted according to y coordinates
61 float closestUtil(Point Px[], Point Py[], int n){
62     // If there are 2 or 3 points, then use brute force
63     if (n <= 3)
64         return bruteForce(Px, n);
65     // Find the middle point
66     int mid = n/2;
67     Point midPoint = Px[mid];
68     // Divide points in y sorted array around the vertical line.
69     // Assumption: All x coordinates are distinct.
70     Point Pyl[mid]; // y sorted points on left of vertical line
71     Point Pyr[n-mid]; // y sorted points on right of vertical line
72     int li = 0, ri = 0; // indexes of left and right subarrays
73     for (int i = 0; i < n; i++)
74     {
75         if ((Py[i].x < midPoint.x || (Py[i].x == midPoint.x && Py[i].y <
76             midPoint.y)) && li < mid)
77             Pyl[li++] = Py[i];
78         else
79             Pyr[ri++] = Py[i];
80     }
81     // Consider the vertical line passing through the middle point
82     // calculate the smallest distance dl on left of middle point and
83     // dr on right side
84     float dl = closestUtil(Px, Pyl, mid);
85     float dr = closestUtil(Px + mid, Pyr, n-mid);
86     // Find the smaller of two distances
87     float d = min(dl, dr);
88     // Build an array strip[] that contains points close (closer than d)
89     // to the line passing through the middle point
90     Point strip[n];
91     int j = 0;
92     for (int i = 0; i < n; i++)
93         if (abs(Py[i].x - midPoint.x) < d)
94             strip[j] = Py[i], j++;
95     // Find the closest points in strip. Return the minimum of d and
96     // distance is strip[]
97     return stripClosest(strip, j, d);
98 }
99 // The main function that finds the smallest distance
100 // This method mainly uses closestUtil()
101 float closest(Point P[], int n){
102     Point Px[n];
103     Point Py[n];
104     for (int i = 0; i < n; i++)
105     {
106         Px[i] = P[i];
107         Py[i] = P[i];
108     }
109     qsort(Px, n, sizeof(Point), compareX);
110     qsort(Py, n, sizeof(Point), compareY);
111     // Use recursive function closestUtil() to find the smallest distance
112     return closestUtil(Px, Py, n);
113 }

```

```

114 int main(){
115     Point P[] = {{2, 3}, {12, 30}, {40, 50}, {5, 1}, {12, 10}, {3, 4}};
116     int n = sizeof(P) / sizeof(P[0]);
117     cout << "The smallest distance is " << closest(P, n);
118     return 0;
119 }

```

## 7.5 Geometricosgerai

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3
4 struct Point {
5     double x, y;
6 };
7 //checa se dado ponto esta dentro de um poligono.
8 //tempo O(NxM) sendo N=numero de pontos do poligono, M= a quantia de pontos
   que vc quer checar
9 bool point_in_polygon(Point point, vector<Point> polygon){
10     int num_vertices = polygon.size();
11     double x = point.x, y = point.y;
12     bool inside = false;
13     Point p1 = polygon[0], p2;
14     for (int i = 1; i <= num_vertices; i++) {
15         p2 = polygon[i % num_vertices];
16         if (y > min(p1.y, p2.y)) {
17             if (y <= max(p1.y, p2.y)) {
18                 if (x <= max(p1.x, p2.x)) {
19                     double x_intersection
20                         = (y - p1.y) * (p2.x - p1.x)
21                           / (p2.y - p1.y)
22                         + p1.x;
23                     if (p1.x == p2.x
24                         || x <= x_intersection) {
25                         inside = !inside;
26                     }
27                 }
28             }
29         }
30         p1 = p2;
31     }
32     return inside;
33 }
34 //dado N pontos ordenados, encontre a area do poligono
35 double polygonArea(vector<pair<double,double>> vec )
36 {
37     // Initialize area
38     double area = 0.0;
39     // Calculate value of shoelace formula
40     int j = vec.size() - 1;
41     for (int i = 0; i < vec.size(); i++)
42     {
43         area += (vec[j].first + vec[i].first) * (vec[j].second - vec[i].
44             second);
45         j = i; // j is previous vertex to i
46     }
47     // Return absolute value

```

```

47     return abs(area / 2.0);
48 }
49
50 //encontrar area de intersecao entre dois circulos
51 //(x,y)posicao do centro + raio
52 long long int intersectionArea(long double X1, long double Y1,
53                               long double R1, long double X2,
54                               long double Y2, long double R2){
55     long double Pi = 3.14;
56     long double d, alpha, beta, a1, a2;
57     long long int ans;
58
59     // Calculate the euclidean distance
60     // between the two points
61     d = sqrt((X2 - X1) * (X2 - X1) + (Y2 - Y1) * (Y2 - Y1));
62
63     if (d > R1 + R2)
64         ans = 0;
65
66     else if (d <= (R1 - R2) && R1 >= R2)
67         ans = floor(Pi * R2 * R2);
68
69     else if (d <= (R2 - R1) && R2 >= R1)
70         ans = floor(Pi * R1 * R1);
71
72     else {
73         alpha = acos((R1 * R1 + d * d - R2 * R2)
74                     / (2 * R1 * d))
75                 * 2;
76         beta = acos((R2 * R2 + d * d - R1 * R1)
77                   / (2 * R2 * d))
78                * 2;
79         a1 = 0.5 * beta * R2 * R2
80             - 0.5 * R2 * R2 * sin(beta);
81         a2 = 0.5 * alpha * R1 * R1
82             - 0.5 * R1 * R1 * sin(alpha);
83         ans = floor(a1 + a2);
84     }
85
86     return ans;
87 }

```

## 7.6 Leis

```

1 // Lei dos Cossenos: a^2 = b^2 + c^2 - 2bc*cos(A)
2 // Lei dos Senos: a/sen(A) = b/sen(B) = c/sen(C) = 2R
3 // Pitagoras: a^2 = b^2 + c^2

```

## 7.7 Linha

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2 #include "ponto.cpp"
3 using namespace std;
4
5 // const int EPS = 1e-9;
6

```

```

7 struct line { double a, b, c; }; // ax + by + c = 0
8
9 // Gera a equacao da reta que passa por 2 pontos
10 void pointsToLine(point p1, point p2, line &l) {
11     if (fabs(p1.x-p2.x) < EPS)
12         l = {1.0, 0.0, -p1.x};
13     else {
14         double a = -(double)(p1.y-p2.y) / (p1.x-p2.x);
15         l = {a, 1.0, -(double)(a*p1.x) - p1.y};
16     }
17 }
18
19 // Gera a equacao da reta que passa por um ponto e tem inclinacao m
20 void pointSlopeToLine(point p, double m, line &l) { // m < Inf
21     l = {m, 1.0, -((m * p.x) + p.y)};
22 }
23
24 // Checa se 2 retas sao paralelas
25 bool areParallel(line l1, line l2) {
26     return (fabs(l1.a-l2.a) < EPS) and (fabs(l1.b-l2.b) < EPS);
27 }
28
29 // Checa se 2 retas sao iguais
30 bool areSame(line l1, line l2) {
31     return areParallel(l1, l2) and (fabs(l1.c-l2.c) < EPS);
32 }
33
34 // Retorna se 2 retas se intersectam e o ponto de intersecao (referencia)
35 bool areIntersect(line l1, line l2, point &p) {
36     if (areParallel(l1, l2)) return false;
37
38     p.x = (l2.b*l1.c - l1.b*l2.c) / (l2.a*l1.b - l1.a*l2.b);
39     if (fabs(l1.b) > EPS) p.y = -(l1.a*p.x + l1.c);
40     else p.y = -(l2.a*p.x + l2.c);
41     return true;
42 }

```

## 7.8 Maior Poligono Convexo

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3
4 const double EPS = 1e-9;
5
6 double DEG_to_RAD(double d) { return d*M_PI / 180.0; }
7
8 double RAD_to_DEG(double r) { return r*180.0 / M_PI; }
9
10 struct point {
11     double x, y;
12     point() { x = y = 0.0; }
13     point(double _x, double _y) : x(_x), y(_y) {}
14     bool operator == (point other) const {
15         return (fabs(x-other.x) < EPS && (fabs(y-other.y) < EPS));
16     }
17
18     bool operator <(const point &p) const {

```

```

19     return x < p.x || (abs(x-p.x) < EPS && y < p.y);
20 }
21 };
22
23 struct vec {
24     double x, y;
25     vec(double _x, double _y) : x(_x), y(_y) {}
26 };
27
28 vec toVec(point a, point b) { return vec(b.x-a.x, b.y-a.y); }
29
30 double dist(point p1, point p2) { return hypot(p1.x-p2.x, p1.y-p2.y); }
31
32 // returns the perimeter of polygon P, which is the sum of Euclidian
33 // distances of consecutive line segments (polygon edges)
34 double perimeter(const vector<point> &P) {
35     double ans = 0.0;
36     for (int i = 0; i < (int)P.size()-1; ++i)
37         ans += dist(P[i], P[i+1]);
38     return ans;
39 }
40
41 // returns the area of polygon P
42 double area(const vector<point> &P) {
43     double ans = 0.0;
44     for (int i = 0; i < (int)P.size()-1; ++i)
45         ans += (P[i].x*P[i+1].y - P[i+1].x*P[i].y);
46     return fabs(ans)/2.0;
47 }
48
49 double dot(vec a, vec b) { return (a.x*b.x + a.y*b.y); }
50 double norm_sq(vec v) { return v.x*v.x + v.y*v.y; }
51
52 // returns angle aob in rad
53 double angle(point a, point o, point b) {
54     vec oa = toVec(o, a), ob = toVec(o, b);
55     return acos(dot(oa, ob) / sqrt(norm_sq(oa) * norm_sq(ob)));
56 }
57
58 double cross(vec a, vec b) { return a.x*b.y - a.y*b.x; }
59
60 // returns the area of polygon P, which is half the cross products of
61 // vectors defined by edge endpoints
62 double area_alternative(const vector<point> &P) {
63     double ans = 0.0; point O(0.0, 0.0);
64     for (int i = 0; i < (int)P.size()-1; ++i)
65         ans += cross(toVec(O, P[i]), toVec(O, P[i+1]));
66     return fabs(ans)/2.0;
67 }
68
69 // note: to accept collinear points, we have to change the '> 0'
70 // returns true if point r is on the left side of line pq
71 bool ccw(point p, point q, point r) { return cross(toVec(p, q), toVec(p, r)) > 0; }
72
73 // returns true if point r is on the same line as the line pq
74 bool collinear(point p, point q, point r) { return fabs(cross(toVec(p, q), toVec(p, r))) < EPS; }

```

```

73     toVec(p, r))) < EPS; }
74
75 // returns true if we always make the same turn
76 // while examining all the edges of the polygon one by one
77 bool isConvex(const vector<point> &P) {
78     int n = (int)P.size();
79     // a point/sz=2 or a line/sz=3 is not convex
80     if (n <= 3) return false;
81     bool firstTurn = ccw(P[0], P[1], P[2]); // remember one result,
82     for (int i = 1; i < n-1; ++i) // compare with the others
83         if (ccw(P[i], P[i+1], P[(i+2) == n ? 1 : i+2]) != firstTurn)
84             return false; // different -> concave
85     return true; // otherwise -> convex
86 }
87
88 // returns 1/0/-1 if point p is inside/on (vertex/edge)/outside of
89 // either convex/concave polygon P
90 int insidePolygon(point pt, const vector<point> &P) {
91     int n = (int)P.size();
92     if (n <= 3) return -1; // avoid point or line
93     bool on_polygon = false;
94     for (int i = 0; i < n-1; ++i) // on vertex/edge?
95         if (fabs(dist(P[i], pt) + dist(pt, P[i+1]) - dist(P[i], P[i+1])) < EPS)
96             on_polygon = true;
97     if (on_polygon) return 0; // pt is on polygon
98     double sum = 0.0; // first = last point
99     for (int i = 0; i < n-1; ++i) {
100         if (ccw(pt, P[i], P[i+1]))
101             sum += angle(P[i], pt, P[i+1]); // left turn/ccw
102         else
103             sum -= angle(P[i], pt, P[i+1]); // right turn/cw
104     }
105     return fabs(sum) > M_PI ? 1 : -1; // 360d->in, 0d->out
106 }
107
108 // compute the intersection point between line segment p-q and line A-B
109 point lineIntersectSeg(point p, point q, point A, point B) {
110     double a = B.y-A.y, b = A.x-B.x, c = B.x*A.y - A.x*B.y;
111     double u = fabs(a*p.x + b*p.y + c);
112     double v = fabs(a*q.x + b*q.y + c);
113     return point((p.x*v + q.x*u) / (u+v), (p.y*v + q.y*u) / (u+v));
114 }
115
116 // cuts polygon Q along the line formed by point A->point B (order matters)
117 // (note: the last point must be the same as the first point)
118 vector<point> cutPolygon(point A, point B, const vector<point> &Q) {
119     vector<point> P;
120     for (int i = 0; i < (int)Q.size(); ++i) {
121         double left1 = cross(toVec(A, B), toVec(A, Q[i])), left2 = 0;
122         if (i != (int)Q.size()-1) left2 = cross(toVec(A, B), toVec(A, Q[i+1]));
123         if (left1 > -EPS) P.push_back(Q[i]); // Q[i] is on the left
124         if (left1*left2 < -EPS) // crosses line AB
125             P.push_back(lineIntersectSeg(Q[i], Q[i+1], A, B));
126     }

```

```

126 if (!P.empty() && !(P.back() == P.front()))
127     P.push_back(P.front()); // wrap around
128 return P;
129 }
130
131 vector<point> CH_Graham(vector<point> &Pts) { // overall O(n log n)
132     vector<point> P(Pts); // copy all points
133     int n = (int)P.size();
134     if (n <= 3) { // point/line/triangle
135         if (!(P[0] == P[n-1])) P.push_back(P[0]); // corner case
136         return P; // the CH is P itself
137     }
138
139     // first, find P0 = point with lowest Y and if tie: rightmost X
140     int P0 = min_element(P.begin(), P.end())-P.begin();
141     swap(P[0], P[P0]); // swap P[P0] with P[0]
142
143     // second, sort points by angle around P0, O(n log n) for this sort
144     sort(++P.begin(), P.end(), [&](point a, point b) {
145         return ccw(P[0], a, b); // use P[0] as the pivot
146     });
147
148     // third, the ccw tests, although complex, it is just O(n)
149     vector<point> S({P[n-1], P[0], P[1]}); // initial S
150     int i = 2; // then, we check the
151     while (i < n) { // n > 3, O(n)
152         int j = (int)S.size()-1;
153         if (ccw(S[j-1], S[j], P[i])) // CCW turn
154             S.push_back(P[i++]); // accept this point
155         else // CW turn
156             S.pop_back(); // pop until a CCW turn
157     }
158     return S; // return the result
159 }
160
161 vector<point> CH_Andrew(vector<point> &Pts) { // overall O(n log n)
162     int n = Pts.size(), k = 0;
163     vector<point> H(2*n);
164     sort(Pts.begin(), Pts.end()); // sort the points by x/y
165     for (int i = 0; i < n; ++i) { // build lower hull
166         while ((k >= 2) && !ccw(H[k-2], H[k-1], Pts[i])) --k;
167         H[k++] = Pts[i];
168     }
169     for (int i = n-2, t = k+1; i >= 0; --i) { // build upper hull
170         while ((k >= t) && !ccw(H[k-2], H[k-1], Pts[i])) --k;
171         H[k++] = Pts[i];
172     }
173     H.resize(k);
174     return H;
175 }
176
177 int main() {
178     // 6(+1) points, entered in counter clockwise order, 0-based indexing
179     vector<point> P;
180     P.emplace_back(1, 1); // P0
181     P.emplace_back(3, 3); // P1
182     P.emplace_back(9, 1); // P2
183     P.emplace_back(12, 4); // P3
184     P.emplace_back(9, 7); // P4
185     P.emplace_back(1, 7); // P5
186     P.push_back(P[0]); // loop back, P6 = P0
187
188     printf("Perimeter = %.2lf\n", perimeter(P)); // 31.64
189     printf("Area = %.2lf\n", area(P)); // 49.00
190     printf("Area = %.2lf\n", area_alternative(P)); // also 49.00
191     printf("Is convex = %d\n", isConvex(P)); // 0 (false)
192
193     point p_out(3, 2); // outside this (concave) polygon
194     printf("P_out is inside = %d\n", insidePolygon(p_out, P)); // -1
195     printf("P1 is inside = %d\n", insidePolygon(P[1], P)); // 0
196     point p_on(5, 7); // on this (concave) polygon
197     printf("P_on is inside = %d\n", insidePolygon(p_on, P)); // 0
198     point p_in(3, 4); // inside this (concave) polygon
199     printf("P_in is inside = %d\n", insidePolygon(p_in, P)); // 1
200
201     P = cutPolygon(P[2], P[4], P);
202     printf("Perimeter = %.2lf\n", perimeter(P)); // smaller now, 29.15
203     printf("Area = %.2lf\n", area(P)); // 40.00
204
205     P = CH_Graham(P); // now this is a
206     // rectangle
207     printf("Perimeter = %.2lf\n", perimeter(P)); // precisely 28.00
208     printf("Area = %.2lf\n", area(P)); // precisely 48.00
209     printf("Is convex = %d\n", isConvex(P)); // true
210     printf("P_out is inside = %d\n", insidePolygon(p_out, P)); // 1
211     printf("P_in is inside = %d\n", insidePolygon(p_in, P)); // 1
212     return 0;
213 }

```

## 7.9 Minkowski Sum

```

1 // Nome: Minkowski Sum
2 // Complexidade: O(n + m)
3
4 struct pt{
5     long long x, y;
6     pt operator + (const pt & p) const {
7         return pt{x + p.x, y + p.y};
8     }
9     pt operator - (const pt & p) const {
10        return pt{x - p.x, y - p.y};
11    }
12    long long cross(const pt & p) const {
13        return x * p.y - y * p.x;
14    }
15 };
16
17 void reorder_polygon(vector<pt> & P){
18     size_t pos = 0;
19     for(size_t i = 1; i < P.size(); i++){
20         if(P[i].y < P[pos].y || (P[i].y == P[pos].y && P[i].x < P[pos].x))
21             pos = i;

```

```

22     }
23     rotate(P.begin(), P.begin() + pos, P.end());
24 }
25
26 vector<pt> minkowski(vector<pt> P, vector<pt> Q){
27     // the first vertex must be the lowest
28     reorder_polygon(P);
29     reorder_polygon(Q);
30     // we must ensure cyclic indexing
31     P.push_back(P[0]);
32     P.push_back(P[1]);
33     Q.push_back(Q[0]);
34     Q.push_back(Q[1]);
35     // main part
36     vector<pt> result;
37     size_t i = 0, j = 0;
38     while(i < P.size() - 2 || j < Q.size() - 2){
39         result.push_back(P[i] + Q[j]);
40         auto cross = (P[i + 1] - P[i]).cross(Q[j + 1] - Q[j]);
41         if(cross >= 0 && i < P.size() - 2)
42             ++i;
43         if(cross <= 0 && j < Q.size() - 2)
44             ++j;
45     }
46     return result;
47 }

```

## 7.10 Ponto

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3 const int EPS = 1e-9;
4 // Ponto 2D
5 struct point_i {
6     int x, y;
7     point_i() { x = y = 0; }
8     point_i(int _x, int _y) : x(_x), y(_y) {}
9 };
10
11 // Ponto 2D com precisao
12 struct point {
13     double x, y;
14     point() { x = y = 0.0; }
15     point(double _x, double _y) : x(_x), y(_y) {}
16
17     bool operator < (point other) const {
18         if (fabs(x-other.x) > EPS)
19             return x < other.x;
20         return y < other.y;
21     }
22
23     bool operator == (const point &other) const {
24         return (fabs(x-other.x) < EPS) and (fabs(y-other.y) < EPS);
25     }
26 };
27
28 // Distancia entre 2 pontos

```

```

29 double dist(const point &p1, const point &p2) {
30     return hypot(p1.x-p2.x, p1.y-p2.y);
31 }
32
33 double DEG_to_RAD(double d) { return d*M_PI / 180.0; }
34 double RAD_to_DEG(double r) { return r*180.0 / M_PI; }
35
36 // Rotaciona o ponto p em theta graus em sentido anti-horario em relacao a
    origem (0, 0)
37 point rotate(const point &p, double theta) {
38     double rad = DEG_to_RAD(theta);
39     return point(p.x*cos(rad) - p.y*sin(rad),
40                 p.x*sin(rad) + p.y*cos(rad));
41 }

```

## 7.11 Triangulos

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2 #include "vetor.cpp"
3 #include "linha.cpp"
4
5 using namespace std;
6
7 // Condicao Existencia
8 bool existeTriangulo(double a, double b, double c) {
9     return (a+b > c) && (a+c > b) && (b+c > a);
10 }
11
12 // Area de um triangulo de lados a, b e c
13 int area(int a, int b, int c) {
14     if (!existeTriangulo(a, b, c)) return 0;
15     double s = (a+b+c)/2.0;
16     return sqrt(s*(s-a)*(s-b)*(s-c));
17 }
18
19 double perimeter(double ab, double bc, double ca) {
20     return ab + bc + ca;
21 }
22
23 double perimeter(point a, point b, point c) {
24     return dist(a, b) + dist(b, c) + dist(c, a);
25 }
26
27 // ===== CIRCULO INSCRITO =====
28
29 // Retorna raio de um circulo inscrito em um triangulo de lados a, b e c
30 double rInCircle(double ab, double bc, double ca) {
31     return area(ab, bc, ca) / (0.5 * perimeter(ab, bc, ca));
32 }
33
34 double rInCircle(point a, point b, point c) {
35     return rInCircle(dist(a, b), dist(b, c), dist(c, a));
36 }
37
38 // Calcula o centro e o raio do circulo inscrito em um triangulo dados
    seus pontos
39 bool inCircle(point p1, point p2, point p3, point &ctr, double &r) {
40     r = rInCircle(p1, p2, p3);

```

```

40 if (fabs(r) < EPS) return false;
41 line l1, l2;
42 double ratio = dist(p1, p2) / dist(p1, p3);
43 point p = translate(p2, scale(toVec(p2, p3), ratio / (1+ratio)));
44 pointsToLine(p1, p, l1);
45 ratio = dist(p2, p1) / dist(p2, p3);
46 p = translate(p1, scale(toVec(p1, p3), ratio / (1+ratio)));
47 pointsToLine(p2, p, l2);
48 areIntersect(l1, l2, ctr);
49 return true;
50 }
51
52 // ===== CIRCULO CIRCUNSCRITO =====
53
54 double rCircumCircle(double ab, double bc, double ca) {
55     return ab * bc * ca / (4.0 * area(ab, bc, ca));
56 }
57
58 double rCircumCircle(point a, point b, point c) {
59     return rCircumCircle(dist(a, b), dist(b, c), dist(c, a));
60 }

```

## 7.12 Vetor

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2 #include "ponto.cpp"
3 using namespace std;
4
5 struct vec {
6     double x, y;
7     vec(double _x, double _y) : x(_x), y(_y) {}
8 };
9
10 double dot(vec a, vec b) { return a.x*b.x + a.y*b.y; }
11 double norm_sq(vec v) { return v.x*v.x + v.y*v.y; }
12 double cross(vec a, vec b) { return a.x*b.y - a.y*b.x; }
13
14 // Converte 2 pontos em um vetor
15 vec toVec(const point &a, const point &b) {
16     return vec(b.x-a.x, b.y-a.y);
17 }
18
19 // Soma 2 vetores
20 vec scale(const vec &v, double s) {
21     return vec(v.x*s, v.y*s);
22 }
23
24 // Resultado do ponto p + vetor v
25 point translate(const point &p, const vec &v) {
26     return point(p.x+v.x, p.y+v.y);
27 }
28
29 // Angulo entre 2 vetores (produto escalar) em radianos
30 double angle(const point &a, const point &o, const point &b) {
31     vec oa = toVec(o, a), ob = toVec(o, b);
32     return acos(dot(oa, ob) / sqrt(norm_sq(oa) * norm_sq(ob)));
33 }
34
35 // Retorna se o ponto r esta a esquerda da linha pq (counter-clockwise)

```

```

35 bool ccw(point p, point q, point r) {
36     return cross(toVec(p, q), toVec(p, r)) > EPS;
37 }
38
39 // Retorna se sao colineares
40 bool collinear(point p, point q, point r) {
41     return fabs(cross(toVec(p, q), toVec(p, r))) < EPS;
42 }
43
44 // Distancia ponto-linha
45 double distToLine(point p, point a, point b, point &c) {
46     vec ap = toVec(a, p), ab = toVec(a, b);
47     double u = dot(ap, ab) / norm_sq(ab);
48     c = translate(a, scale(ab, u));
49     return dist(p, c);
50 }
51
52 // Distancia ponto p - segmento ab
53 double distToLineSegment(point p, point a, point b, point &c) {
54     vec ap = toVec(a, p), ab = toVec(a, b);
55     double u = dot(ap, ab) / norm_sq(ab);
56     if (u < 0.0) { // closer to a
57         c = point(a.x, a.y);
58         return dist(p, a); // dist p to a
59     }
60     if (u > 1.0) { // closer to b
61         c = point(b.x, b.y);
62         return dist(p, b); // dist p to b
63     }
64     return distToLine(p, a, b, c); // use distToLine
65 }

```

## 8 Grafos

### 8.1 Bfs - Matriz

```

1 // Description: BFS para uma matriz (n x m)
2 // Complexidade: O(n * m)
3
4 vector<vi> mat;
5 vector<vector<bool>> vis;
6 vector<pair<int,int>> mov = {{0, 1}, {0, -1}, {1, 0}, {-1, 0}};
7 int l, c;
8
9 bool valid(int x, int y) {
10     return (0 <= x and x < l and 0 <= y and y < c and !vis[x][y] /*and mat[x][y]*/);
11 }
12
13 void bfs(int i, int j) {
14
15     queue<pair<int,int>> q; q.push({i, j});
16
17     while(!q.empty()) {
18
19         auto [u, v] = q.front(); q.pop();

```

```

20     vis[u][v] = true;
21
22     for(auto [x, y]: mov) {
23         if(valid(u+x, v+y)) {
24             q.push({u+x, v+y});
25             vis[u+x][v+y] = true;
26         }
27     }
28 }
29
30 void solve() {
31     cin >> l >> c;
32     mat.resize(l, vi(c));
33     vis.resize(l, vector<bool>(c, false));
34     /*preenche matriz*/
35     bfs(0,0);
36 }

```

## 8.2 Bfs - Por Niveis

```

1 // Description: Encontrar distancia entre S e outros pontos em que pontos
  // estao agrupados (terminais)
2 // EXTRA: BFS diferenciado para armazenar distancias sem VIS
3
4 int n;
5 vi dist;
6 vector<vi> niveisDoNode, itensDoNivel;
7
8 void bfs(int s) {
9
10     queue<pair<int, int>> q; q.push({s, 0});
11
12     while (!q.empty()) {
13         auto [v, dis] = q.front(); q.pop();
14
15         for(auto nivel : niveisDoNode[v]) {
16             for(auto u : itensDoNivel[nivel]) {
17                 if (dist[u] == 0) {
18                     q.push({u, dis+1});
19                     dist[u] = dis + 1;
20                 }
21             }
22         }
23     }
24 }
25
26 void solve() {
27
28     int n, ed; cin >> n >> ed;
29     dist.clear(), itensDoNivel.clear(), niveisDoNode.clear();
30     itensDoNivel.resize(n);
31
32     f(i,0,ed) {
33         int q; cin >> q;
34         while(q--) {
35             int v; cin >> v;

```

```

36             niveisDoNode[v].push_back(i);
37             itensDoNivel[i].push_back(v);
38         }
39     }
40
41     bfs(0);
42 }

```

## 8.3 Bfs - String

```

1 // Description: BFS para listas de adjacencia por nivel
2 // Complexidade: O(V + E)
3
4 int n;
5 unordered_map<string, int> dist;
6 unordered_map<string, vector<int>> niveisDoNode;
7 vector<vector<string>> itensDoNivel;
8
9 void bfs(string s) {
10
11     queue<pair<string, int>> q; q.push({s, 0});
12
13     while (!q.empty()) {
14         auto [v, dis] = q.front(); q.pop();
15
16         for(auto linha : niveisDoNode[v]) {
17             for(auto u : itensDoNivel[linha]) {
18                 if (dist[u] == 0) {
19                     q.push({u, dis+1});
20                     dist[u] = dis + 1;
21                 }
22             }
23         }
24     }
25 }
26
27 void solve() {
28
29     int n, ed; cin >> n >> ed;
30     dist.clear(), itensDoNivel.clear(), niveisDoNode.clear();
31     itensDoNivel.resize(n);
32
33     f(i,0,ed) {
34         int q; cin >> q;
35         while(q--) {
36             string str; cin >> str;
37             niveisDoNode[str].push_back(i);
38             itensDoNivel[i].push_back(str);
39         }
40     }
41
42     string src; cin >> src;
43     bfs(src);
44 }

```

## 8.4 Bfs - Tradicional



```

1 // BFS com informacoes adicionais sobre a distancia e o pai de cada
  vertice
2 // Complexidade:  $O(V + E)$ , onde V eh o numero de vertices e E o numero de
  areqas
3
4 int n;
5 vector<bool> vis;
6 vector<int> d, p;
7 vector<vector<int>> adj;
8
9 void bfs(int s) {
10
11     queue<int> q; q.push(s);
12     vis[s] = true, d[s] = 0, p[s] = -1;
13
14     while (!q.empty()) {
15         int v = q.front(); q.pop();
16         vis[v] = true;
17
18         for (int u : adj[v]) {
19             if (!vis[u]) {
20                 vis[u] = true;
21                 q.push(u);
22                 // d[u] = d[v] + 1;
23                 // p[u] = v;
24             }
25         }
26     }
27 }
28
29 void solve() {
30     cin >> n;
31     adj.resize(n); d.resize(n, -1);
32     vis.resize(n); p.resize(n, -1);
33
34     for (int i = 0; i < n; i++) {
35         int u, v; cin >> u >> v;
36         adj[u].push_back(v);
37         adj[v].push_back(u);
38     }
39
40     bfs(0);
41 }
42
43 // OBS: Pode ser usado para encontrar o menor caminho entre dois vertices
  em um grafo sem pesos

```

## 8.5 Dfs

```

1 vector<int> adj[MAXN], parent;
2 int visited[MAXN];
3
4 // DFS com informacoes adicionais sobre o pai de cada vertice
5 // Complexidade:  $O(V + E)$ , onde V eh o numero de vertices e E o numero de
  areqas
6 void dfs(int p) {
7     memset(visited, 0, sizeof visited);

```

```

8     stack<int> st;
9     st.push(p);
10
11     while (!st.empty()) {
12         int v = st.top(); st.pop();
13
14         if (visited[v]) continue;
15         visited[v] = true;
16
17         for (int u : adj[v]) {
18             if (!visited[u]) {
19                 parent[u] = v;
20                 st.push(u);
21             }
22         }
23     }
24 }
25
26 // DFS com informacoes adicionais sobre o pai de cada vertice
27 // Complexidade:  $O(V + E)$ , onde V eh o numero de vertices e E o numero de
  areqas
28 void dfs(int v) {
29     visited[v] = true;
30     for (int u : adj[v]) {
31         if (!visited[u]) {
32             parent[u] = v;
33             dfs(u);
34         }
35     }
36 }
37
38 void solve() {
39     int n; cin >> n;
40     for (int i = 0; i < n; i++) {
41         int u, v; cin >> u >> v;
42         adj[u].push_back(v);
43         adj[v].push_back(u);
44     }
45     dfs(0);
46 }

```

## 8.6 Articulation

```

1 // Description: encontra os pontos de çãarticulao de um grafo
2 // Complexidade:  $O(V+E)$ 
3
4 const int MAX = 410;
5
6 vector <int> adj[MAX];
7
8 void APUtil(int u, bool visited[], int disc[], int low[], int& time, int
  parent, bool isAP[]) {
9     int children = 0;
10
11     visited[u] = true;
12
13     disc[u] = low[u] = ++time;

```

```

14
15 for (auto v : adj[u]) {
16     if (!visited[v]) {
17         children++;
18         APUtil(v, visited, disc, low, time, u, isAP);
19
20         low[u] = min(low[u], low[v]);
21
22         if (parent != -1 && low[v] >= disc[u])
23             isAP[u] = true;
24     }
25
26     else if (v != parent)
27         low[u] = min(low[u], disc[v]);
28 }
29
30 if (parent == -1 && children > 1)
31     isAP[u] = true;
32 }
33
34 void AP(int V) {
35     int disc[V] = { 0 };
36     int low[V];
37     bool visited[V] = { false };
38     bool isAP[V] = { false };
39     int time = 0, par = -1;
40
41     for (int u = 0; u < V; u++)
42         if (!visited[u])
43             APUtil(u, visited, disc, low, time, par, isAP);
44
45     bool printed = false;
46
47     for (int u = 0; u < V; u++) {
48         if (isAP[u] == true) {
49             cout << u+1 << " ";
50             printed = true;
51         }
52     }
53
54     if (!printed) cout << "nenhum" << endl;
55     else cout << endl;
56 }
57
58 void solve() {
59
60     int n, ed; cin >> n >> ed;
61
62     for(int i = 0; i < n; i++)
63         adj[i].clear();
64
65     while(ed--) {
66         int a, b; cin >> a >> b; a--, b--;
67         adj[a].push_back(b);
68         adj[b].push_back(a);
69     }
70

```

```

71     AP(n);
72 }

```

## 8.7 Bipartido

```

1 // Description: Determina se um grafo eh bipartido ou nao
2 // Complexidade: O(V+E)
3
4 vector<vi> AL;
5
6 bool bipartido(int n) {
7
8     int s = 0;
9     queue<int> q; q.push(s);
10
11     vi color(n, INF); color[s] = 0;
12     bool ans = true;
13     while (!q.empty() && ans) {
14         int u = q.front(); q.pop();
15
16         for (auto &v : AL[u]) {
17             if (color[v] == INF) {
18                 color[v] = 1 - color[u];
19                 q.push(v);
20             }
21             else if (color[v] == color[u]) {
22                 ans = false;
23                 break;
24             }
25         }
26     }
27
28     return ans;
29 }
30
31 void solve() {
32
33     int n, edg; cin >> n >> edg;
34     AL.resize(n, vi());
35
36     while(edg--) {
37         int a, b; cin >> a >> b;
38         AL[a].push_back(b);
39         AL[b].push_back(a);
40     }
41
42     cout << bipartido(n) << endl;
43 }

```

## 8.8 Caminho Minimo - @Tabela

1	Critério	BFS (V + E)	Dijkstra (E*log V)	Bellman-Ford (V*E)	Floyd-Warshall (V <sup>3</sup> )
2	-----+-----+-----+-----+-----				
3	Max Size	V + E <= 100M	V + E <= 1M	V * E <= 100M	V <= 450

4	Sem-Peso	CRIA	Ok	Ruim	Ruim	1 // Description: Verifica se o vertice i esta diretamente conectado ao vertice j
5	Peso	WA	Melhor	Ok	Ruim	2 // Complexity: O(n^3)
6	Peso Neg	WA	Modificado	Ok	Ruim	3
7	Neg-Cic	Nao Detecta	Nao Detecta	Detecta		4 const int INF = 1e9;
8	Grafo Peq	WA se peso	Overkill	Overkill		5 const int MAX_V = 450;
	Melhor					6 int adj[MAX_V][MAX_V];
						7
						8 void transitive_closure(int n) {
						9
						10 for (int k = 0; k < n; ++k)
						11 for (int i = 0; i < n; ++i)
						12 for (int j = 0; j < n; ++j)
						13 adj[i][j]  = (adj[i][k] & adj[k][j]);
						14 }
						15
						16 void solve() {
						17
						18 int n, ed; cin >> n >> ed;
						19 f(u,0,n) {
						20 f(v,0,n) {
						21 adj[u][v] = INF;
						22 }
						23 adj[u][u] = 0;
						24 }
						25
						26 f(i,0,ed) {
						27 int u, v, w; cin >> u >> v >> w;
						28 adj[u][v] = w;
						29 }
						30
						31 transitive_closure(n);
						32
						33 int i = 0, j = 0; cin >> i >> j;
						34 cout << (adj[i][j] == INF ? "Nao" : "Sim") << endl;
						35 }

## 8.9 Caminho Minimo - Bellman Ford

```

1 // Description: Encontra menor caminho em grafos com pesos negativos
2 /* Complexidade:
3     Conexo: O(VE)
4     Desconexo: O(EV^2)
5 */
6 // Classe: Single Source Shortest Path (SSSP)
7
8 vector<tuple<int,int,int>> edg; // edge: u, v, w
9 vi dist;
10
11 int bellman_ford(int n, int src) {
12     dist.assign(n+1, INT_MAX);
13
14     f(i,0,n+2) {
15         for(auto& [u, v, w] : edg) {
16             if(dist[u] != INT_MAX and dist[v] > w + dist[u])
17                 dist[v] = dist[u] + w;
18         }
19     }
20
21     // Possivel checar ciclos negativos (ciclo de peso total negativo)
22     for(auto& [u, v, w] : edg) {
23         if(dist[u] != INT_MAX and dist[v] > w + dist[u])
24             return 1;
25     }
26
27     return 0;
28 }
29
30 int main() {
31
32     int n, edges; cin >> n >> edges;
33     f(i,0,edges) {
34         int u, v, w; cin >> u >> v >> w;
35         edg.push_back({u, v, w});
36     }
37     bellman_ford(n, 1);
38 }

```

## 8.10 Caminho Minimo - Checar I J (In)Diretamente Conectados

```

1 // Description: Encontra o diametro de um grafo
2 // => maximum shortest path between any two vertices
3 // Complexidade: O(n^3)
4
5 int adj[MAX_V][MAX_V];
6
7 int diameter(int n) {
8     int ans = 0;
9     f(u,0,n) {
10         f(v,0,n) {
11             if (adj[u][v] != INF) {
12                 ans = max(ans, adj[u][v]);
13             }
14         }
15     }
16     return ans;
17 }
18

```

```

19 void floyd_warshall(int n) {
20
21     for (int k = 0; k < n; ++k)
22         for (int u = 0; u < n; ++u)
23             for (int v = 0; v < n; ++v)
24                 adj[u][v] = min(adj[u][v], adj[u][k]+adj[k][v]);
25 }
26
27 void solve() {
28
29     int n, ed; cin >> n >> ed;
30     f(u,0,n) {
31         f(v,0,n) {
32             adj[u][v] = INF;
33         }
34         adj[u][u] = 0;
35     }
36
37     f(i,0,ed) {
38         int u, v, w; cin >> u >> v >> w;
39         adj[u][v] = w;
40     }
41
42     floyd_warshall(n);
43     cout << diameter(n) << endl;
44 }

```

## 8.12 Caminho Minimo - Dijkstra

```

1 // Description: Algoritmo de Dijkstra para caminho imnimo em grafos.
2 // Complexity: O(E log V)
3 // Classe: Single Source Shortest Path (SSSP)
4
5 vi dist;
6 vector<vector<pii>> adj;
7
8 void dijkstra(int s) {
9
10     dist[s] = 0; // se eventualmente puder voltar pra ca, tipo ciclo |
11     salesman | remover essa linha
12
13     priority_queue<pii, vector<pii>, greater<pii>> pq; pq.push({0, s});
14
15     while (!pq.empty()) {
16         auto [d, u] = pq.top(); pq.pop();
17
18         if (d > dist[u]) continue;
19
20         // if(u == s and dist[u] < INF) break; | pra quando tiver que
21         fazer um ciclo
22
23         for (auto &[v, w] : adj[u]) {
24             if (dist[u] + w >= dist[v]) continue;
25             dist[v] = dist[u]+w;
26             pq.push({dist[v], v});
27         }
28     }
29 }

```

```

27 }
28
29 void solve() {
30
31     int n, ed; cin >> n >> ed;
32     adj.assign(n, vector<pii>());
33     dist.assign(n, INF); // INF = 1e9
34
35     while (ed--) {
36         int u, v, w; cin >> u >> v >> w;
37         adj[u].emplace_back(v, w);
38     }
39
40     int s; cin >> s;
41     dijkstra(s);
42 }

```

## 8.13 Caminho Minimo - Floyd Warshall

```

1 // Description: Caminho minimo entre todos os pares de vertices em um
2 grafo
3 // Complexity: O(n^3)
4 // Classe: All Pairs Shortest Path (APSP)
5
6 const int INF = 1e9;
7 const int MAX_V = 450;
8 int adj[MAX_V][MAX_V];
9
10 void printAnswer(int n) {
11     for (int u = 0; u < n; ++u)
12         for (int v = 0; v < n; ++v)
13             cout << "APSP("<<u<<"; "<<v<<") = " << adj[u][v] << endl;
14 }
15
16 void prepareParent() {
17     f(i,0,n) {
18         f(j,0,n) {
19             p[i][j] = i;
20         }
21     }
22
23     for (int k = 0; k < n; ++k)
24         for (int i = 0; i < n; ++i)
25             for (int j = 0; j < n; ++j)
26                 if (adj[i][k] + adj[k][j] < adj[i][j]) {
27                     adj[i][j] = adj[i][k]+adj[k][j];
28                     p[i][j] = p[k][j];
29                 }
30 }
31
32 vi restorePath(int u, int v) {
33     if (adj[u][v] == INF) return {};
34     vi path;
35     for (; v != u; v = p[u][v]) {
36         if (v == -1) return {};
37         path.push_back(v);
38     }
39 }

```

```

38     }
39     path.push_back(u);
40     reverse(path.begin(), path.end());
41     return path;
42 }
43
44 void floyd_warshall(int n) {
45     for (int k = 0; k < n; ++k)
46         for (int u = 0; u < n; ++u)
47             for (int v = 0; v < n; ++v)
48                 adj[u][v] = min(adj[u][v], adj[u][k]+adj[k][v]);
49 }
50
51 void solve() {
52
53     int n, ed; cin >> n >> ed;
54     f(u,0,n) {
55         f(v,0,n) {
56             adj[u][v] = INF;
57         }
58         adj[u][u] = 0;
59     }
60
61     f(i,0,ed) {
62         int u, v, w; cin >> u >> v >> w;
63         adj[u][v] = w;
64     }
65
66     floyd_warshall(n);
67
68     // prepareParent();
69     // vi path = restorePath(0, 3);
70 }

```

## 8.14 Caminho Minimo - Minimax

```

1 // Description: MiniMax problem: encontrar o menor caminho mais longo
  // entre todos os pares de vertices em um grafo
2 // Complexity: O(n^3)
3
4 const int INF = 1e9;
5 const int MAX_V = 450;
6 int adj[MAX_V][MAX_V];
7
8 void miniMax(int n) {
9     for (int k = 0; k < V; ++k)
10         for (int i = 0; i < V; ++i) // reverse min and max
11             for (int j = 0; j < V; ++j) // for MaxiMin problem
12                 AM[i][j] = min(AM[i][j], max(AM[i][k], AM[k][j]));
13 }
14
15 void solve() {
16
17     int n, ed; cin >> n >> ed;
18     f(u,0,n) {
19         f(v,0,n) {

```

```

20             adj[u][v] = INF;
21         }
22         adj[u][u] = 0;
23     }
24
25     f(i,0,ed) {
26         int u, v, w; cin >> u >> v >> w;
27         adj[u][v] = w;
28     }
29
30     transitive_closure(n);
31
32     int i = 0, j = 0; cin >> i >> j;
33     cout << (adj[i][j] == INF ? "Nao" : "Sim") << endl;
34 }

```

## 8.15 Cycle Check

```

1 // Descriptionn: Checa se um grafo direcionado possui ciclos e imprime os
  // tipos de arestas.
2 // Complexidade: O(V + E)
3
4 vector<vector<pii>> adj;
5 vi dfs_num, dfs_parent;
6
7 void cycleCheck(int u) {
8     dfs_num[u] = -2;
9     for (auto &[v, w] : adj[u]) {
10         if (dfs_num[v] == -1) {
11             dfs_parent[v] = u;
12             cycleCheck(v);
13         }
14         else if (dfs_num[v] == -2) {
15             if (v == dfs_parent[u])
16                 cout << " Bidirectional Edge (" << u << ", " << v << ")-("
17                 << v << ", " << u << ")\n";
18             else
19                 cout << "Back Edge (" << u << ", " << v << ") (Cycle)\n";
20         }
21         else if (dfs_num[v] == -3)
22             cout << " Forward/Cross Edge (" << u << ", " << v << ")\n";
23     }
24     dfs_num[u] = -3;
25 }
26
27 void solve() {
28     int n, ed; cin >> n >> ed;
29     adj.assign(ed, vector<pii>());
30
31     for (int i = 0; i < ed; ++i) {
32         int u, v, w; cin >> u >> v >> w;
33         adj[u].emplace_back(v, w);
34     }
35
36     cout << "Graph Edges Property Check\n";
37     dfs_num.assign(ed, -1);
38     dfs_parent.assign(ed, -1);

```

```

38     for (int u = 0; u < n; ++u)
39         if (dfs_num[u] == -1)
40             cycleCheck(u);
41 }

```

## 8.16 Encontrar Ciclo

```

1 // Description: Encontrar ciclo em grafo nao direcionado
2 // Complexidade: O(n + m)
3
4 int n;
5 vector<vector<int>> adj;
6 vector<bool> vis;
7 vector<int> p;
8 int cycle_start, cycle_end;
9
10 bool dfs(int v, int par) {
11     vis[v] = true;
12     for (int u : adj[v]) {
13         if(u == par) continue;
14         if(vis[u]) {
15             cycle_end = v;
16             cycle_start = u;
17             return true;
18         }
19         p[u] = v;
20         if(dfs(u, p[u]))
21             return true;
22     }
23     return false;
24 }
25
26 vector<int> find_cycle() {
27     cycle_start = -1;
28
29     for (int v = 0; v < n; v++)
30         if (!vis[v] and dfs(v, p[v]))
31             break;
32
33     if (cycle_start == -1) return {};
34
35     vector<int> cycle;
36     cycle.push_back(cycle_start);
37     for (int v = cycle_end; v != cycle_start; v = p[v])
38         cycle.push_back(v);
39     cycle.push_back(cycle_start);
40     return cycle;
41 }
42
43 void solve() {
44     int edg; cin >> n >> edg;
45     adj.assign(n, vector<int>());
46     vis.assign(n, false), p.assign(n, -1);
47     while(edg--) {
48         int a, b; cin >> a >> b;
49         adj[a].push_back(b);
50         adj[b].push_back(a);

```

```

51     }
52     vector<int> ans = find_cycle();
53 }

```

## 8.17 Euler Tree

```

1 // Descricao: Encontra a euler tree de um grafo
2 // Complexidade: O(n)
3 vector<vector<int>> adj(MAX);
4 vector<int> vis(MAX, 0);
5 vector<int> euTree(MAX);
6
7 void eulerTree(int u, int &index) {
8     vis[u] = 1;
9     euTree[index++] = u;
10    for (auto it : adj[u]) {
11        if (!vis[it]) {
12            eulerTree(it, index);
13            euTree[index++] = u;
14        }
15    }
16 }
17
18 void solve() {
19
20     f(i,0,n-1) {
21         int a, b; cin >> a >> b;
22         adj[a].push_back(b);
23         adj[b].push_back(a);
24     }
25
26     int index = 0; eulerTree(1, index);
27 }

```

## 8.18 Fortemente Conexo

```

1 // Description: Checa se um grafo direcionado eh fortemente conexo
2 // Complexidade: O(V + E)
3
4 const int MAX = 10010;
5
6 vector<int> adj[MAX], transp[MAX];
7 bool visited[MAX];
8
9 void bfs(int v, vector<int> adj[]) {
10
11     queue<int> q; q.push(v);
12     visited[v] = true;
13
14     while (!q.empty()) {
15         v = q.front(); q.pop();
16
17         for(auto i : adj[v]) {
18             if (!visited[i]) {
19                 visited[i] = true;
20                 q.push(i);

```

```

21     }
22 }
23 }
24 }
25
26 bool isSC(int n) {
27     bfs(0, adj);
28
29     f(i,0,n) {
30         if (!visited[i])
31             return false;
32     }
33
34     f(i,0,n) {
35         visited[i] = false;
36     }
37
38     bfs(0, transp);
39
40     f(i,0,n) {
41         if (!visited[i])
42             return false;
43     }
44
45     return true;
46 }
47
48 void solve() {
49
50     int n; cin >> n;
51
52     f(i,0,n) {
53         int a, b; cin >> a >> b; a--, b--;
54         adj[a].push_back(b);
55         transp[b].push_back(a);
56     }
57
58     cout << (isSC(n) ? "S" : "N") << endl;
59 }
60

```

## 8.19 Isomorfia

```

1 // Descricao: Verifica se dois grafos sao isomorfos (possuem a mesma
   estrutura)
2 // Complexidade:  $O(n^2)$ 
3
4 struct Node {
5     unordered_map<int, int> edges;
6     int grau;
7 };
8
9 Node adj1[MAX], adj2[MAX];
10
11 bool verify(int a, int b, int origemA, int origemB) {
12
13     Node& node1 = adj1[a], node2 = adj2[b];

```

```

14
15     if (node1.grau != node2.grau)
16         return false;
17
18     int n = node1.grau;
19     bool usedA[n], usedB[n];
20
21     f(i,0,n) {
22         usedA[i] = (node1.edges[i] == origemA);
23         usedB[i] = (node2.edges[i] == origemB);
24     }
25
26     f(i,0,n) {
27
28         if (usedA[i]) continue;
29
30         f(j,0,n) {
31             if (usedB[j]) continue;
32
33             if (verify(node1.edges[i], node2.edges[j], a, b)) {
34                 usedA[i] = usedB[j] = true;
35                 break;
36             }
37         }
38         if (!usedA[i])
39             return false;
40     }
41     return true;
42 }
43
44 bool areIsomorphic(int n) {
45
46     f(i,0,n) {
47         if (verify(0, i, -1, -1))
48             return true;
49     }
50
51     return false;
52 }
53
54 void solve(int n) {
55
56     f(i,0,n) {
57         adj1[i].edges.clear(), adj2[i].edges.clear();
58         adj1[i].grau = 0, adj2[i].grau = 0;
59     }
60
61     f(i,0,n-1) {
62         int a, b; cin >> a >> b; a--, b--;
63         adj1[a].edges[adj1[a].grau++] = b;
64         adj1[b].edges[adj1[b].grau++] = a;
65     }
66
67     f(i,0,n-1) {
68         int a, b; cin >> a >> b; a--, b--;
69         adj2[a].edges[adj2[a].grau++] = b;
70         adj2[b].edges[adj2[b].grau++] = a;

```

```

71     }
72
73     bool ans = areIsomorphic(n);
74 }

```

## 8.20 Kosaraju

```

1 // Description: Encontra o numero de componentes fortemente conexas em um
  grafo direcionado
2 // Complexidade:  $O(V + E)$ 
3
4 int dfsNumberCounter, numSCC;
5 vector<vii> adj, adj_t;
6 vi dfs_num, dfs_low, S, visited;
7 stack<int> St;
8
9 void kosarajuUtil(int u, int pass) {
10     dfs_num[u] = 1;
11     vii &neighbor = (pass == 1) ? adj[u] : adj_t[u];
12     for (auto &[v, w] : neighbor)
13         if (dfs_num[v] == -1)
14             kosarajuUtil(v, pass);
15     S.push_back(u);
16 }
17
18 bool kosaraju(int n) {
19
20     S.clear();
21     dfs_num.assign(n, -1);
22
23     f(u,0,n) {
24         if (dfs_num[u] == -1)
25             kosarajuUtil(u, 1);
26     }
27
28     int numSCC = 0;
29     dfs_num.assign(n, -1);
30     f(i,n-1,-1) {
31         if (dfs_num[S[i]] == -1)
32             numSCC++, kosarajuUtil(S[i], 2);
33     }
34
35     return numSCC == 1;
36 }
37
38 void solve() {
39
40     int n, ed; cin >> n >> ed;
41     adj.assign(n, vii());
42     adj_t.assign(n, vii());
43
44     while (ed--) {
45         int u, v, w; cin >> u >> v >> w;
46         AL[u].emplace_back(v, 1);
47         adj_t[v].emplace_back(u, 1);
48     }
49

```

```

50     // Printa se o grafo eh fortemente conexo
51     cout << kosaraju(n) << endl;
52
53     // Printa o numero de componentes fortemente conexas
54     cout << numSCC << endl;
55
56     // Printa os vertices de cada componente fortemente conexa
57     f(i,0,n){
58         if (dfs_num[i] == -1) cout << i << ": " << "Nao visitado" << endl;
59         else cout << i << ": " << dfs_num[i] << endl;
60     }
61 }

```

## 8.21 Kruskal

```

1 // DEscricao: Encontra a arvore geradora minima de um grafo
2 // Complexidade:  $O(E \log V)$ 
3
4 vector<int> id, sz;
5
6 int find(int a){ //  $O(a(N))$  amortizado
7     return id[a] = (id[a] == a ? a : find(id[a]));
8 }
9
10 void uni(int a, int b) { //  $O(a(N))$  amortizado
11     a = find(a), b = find(b);
12     if(a == b) return;
13
14     if(sz[a] > sz[b]) swap(a,b);
15     id[a] = b, sz[b] += sz[a];
16 }
17
18 pair<int, vector<tuple<int, int, int>>> kruskal(vector<tuple<int, int, int>
19 >>& edg) {
20
21     sort(edg.begin(), edg.end()); // Minimum Spanning Tree
22
23     int cost = 0;
24     vector<tuple<int, int, int>> mst; // opcional
25     for (auto [w,x,y] : edg) if (find(x) != find(y)) {
26         mst.emplace_back(w, x, y); // opcional
27         cost += w;
28         uni(x,y);
29     }
30     return {cost, mst};
31 }
32
33 void solve() {
34
35     int n, ed;
36
37     id.resize(n); iota(all(id), 0);
38     sz.resize(n, -1);
39     vector<tuple<int, int, int>> edg;
40
41     f(i,0,ed) {
42         int a, b, w; cin >> a >> b >> w;

```



```

42     edg.push_back({w, a, b});
43 }
44
45     auto [cost, mst] = kruskal(edg);
46 }
47
48 // VARIANTES
49
50 // Maximum Spanning Tree: sort(edg.rbegin(), edg.rend());
51
52 /* 'Minimum' Spanning Subgraph:
53 - Algumas arestas ja foram adicionadas (maior prioridade - Questao das
54   rodovias)
55 - Arestas que nao foram adicionadas (menor prioridade - ferrovias)
56   -> kruskal(rodovias); kruskal(ferrovias);
57 */
58 /* Minimum Spanning Forest:
59 - Queremos uma floresta com k componentes
60   -> kruskal(edg); if(mst.sizer() == k) break;
61 */
62 /* MiniMax
63 - Encontrar menor caminho entre dous vertices com maior quantidade de
64   arestas
65   -> kruskal(edg); dijsktra(mst);
66 */
67
68 /* Second Best MST
69 - Encontrar a segunda melhor arvore geradora minima
70   -> kruskal(edg);
71   -> flag mst[i] = 1;
72   -> sort(cmp(edg.flag != -1)) => da prioridade para outras arestas
73 */

```

## 8.22 Labirinto

```

1 // Verifica se eh possivel sair de um labirinto
2 // Complexidade: O(4^(n*m))
3
4 vector<pair<int,int>> mov = {{1,0}, {0,1}, {-1,0}, {0,-1}};
5 vector<vector<int>> labirinto, sol;
6 vector<vector<bool>> visited;
7 int L, C;
8
9 bool valid(const int& x, const int& y) {
10     return x >= 0 and x < L and y >= 0 and y < C and labirinto[x][y] != 0
11     and !visited[x][y];
12 }
13
14 bool condicaoSaida(const int& x, const int& y) {
15     return labirinto[x][y] == 2;
16 }
17
18 bool search(const int& x, const int& y) {
19     if(!valid(x, y))

```

```

20         return false;
21
22     if(condicaoSaida(x,y)) {
23         sol[x][y] = 2;
24         return true;
25     }
26
27     sol[x][y] = 1;
28     visited[x][y] = true;
29
30     for(auto [dx, dy] : mov)
31         if(search(x+dx, y+dy))
32             return true;
33
34     sol[x][y] = 0;
35     return false;
36 }
37
38 int main() {
39
40     labirinto = {
41         {1, 0, 0, 0},
42         {1, 1, 0, 0},
43         {0, 1, 0, 0},
44         {1, 1, 1, 2}
45     };
46
47     L = labirinto.size(), C = labirinto[0].size();
48     sol.resize(L, vector<int>(C, 0));
49     visited.resize(L, vector<bool>(C, false));
50
51     cout << search(0, 0) << endl;
52 }

```

## 8.23 Pontos Articulacao

```

1 // Description: Encontra os pontos de çãarticulao de um grafo ão
2 // direcionado
3 // Complexidade: O(V*(V+E))
4
5 int V;
6 vector<vi> adj;
7 vi ans;
8
9 void dfs(vector<bool>& vis, int i, int curr) {
10     vis[curr] = 1;
11     for (auto x : adj[curr]) {
12         if (x != i) {
13             if (!vis[x]) {
14                 dfs(vis, i, x);
15             }
16         }
17     }
18 }
19
20 void AP() {

```

```

21 f(i,1,V+1) {
22     int components = 0;
23     vector<bool> vis(V + 1, 0);
24     f(j,1, V+1) {
25         if (j != i) {
26             if (!vis[j]) {
27                 components++;
28                 dfs(vis, i, j);
29             }
30         }
31     }
32     if (components > 1) {
33         ans.push_back(i);
34     }
35 }
36 }
37
38 void solve() {
39
40     V = n;
41     adj.clear(), ans.clear();
42     adj.resize(V+1);
43
44     while(edg--) {
45         int a, b; cin >> a >> b;
46         adj[a].push_back(b);
47         adj[b].push_back(a);
48     }
49
50     AP();
51
52     // Vertices articulacao: ans
53 }

```

## 8.24 Prufer Code To Tree

```

1 bool vis [MAX];
2 vector<int> adj [MAX];
3 int freq [MAX];
4
5 void dfs (int a) {
6     vis[a] = true;
7     cout << "(" << a;
8     for (const auto& p : adj[a]) {
9         if (!vis[p]) {
10             cout << " ";
11             dfs(p);
12         }
13     }
14
15     cout << ")";
16 }
17
18 // Description: Dado um código de Prufer, construir a árvore
19 // correspondente, preenchendo a lista de adjacência
20 // Complexidade:  $O(V^2)$ 
21 void pruferCodeToTree(queue<int>& q, int V) {

```

```

21 f(j,1,V) {
22     f(i,1,V+1) {
23         if (freq[i] == 0) {
24
25             int front = q.front(); q.pop();
26
27             freq[i] = -1; // mark as visited
28             freq[front]--; // decrease the frequency of the front
29
30             element
31
32             adj[front].push_back(i);
33             adj[i].push_back(front);
34
35             break;
36         }
37     }
38 }
39
40 void solve(string s) {
41
42     int testNum = s[0];
43
44     if(!('0' <= testNum and testNum <= '9')) {
45         cout << "(1)" << endl;
46         return;
47     }
48
49     memset(freq, 0, sizeof(freq));
50     memset(vis, 0, sizeof(vis));
51     for (int i = 0; i < MAX; i++) adj[i].clear(); //
52
53     stringstream ss(s);
54     int v;
55
56     queue<int> q;
57     while (ss >> v) {
58         freq[v]++;
59         q.push(v);
60     }
61
62     int V = q.back(); // quantidade de vertices
63
64     pruferCodeToTree(q, V);
65
66     dfs(V);
67
68     cout << endl;
69 }

```

## 8.25 Successor Graph

```

1 // Encontra sucessor de um vertice dentro de um grafo direcionado
2 // Pre calcular:  $O(n \log n)$ 
3 // Consulta:  $O(\log n)$ 
4

```

```

5 vector<vector<int>>> adj;
6
7 int succ(int x, int u) {
8     if(k == 1) return adj[x][0];
9     return succ(succ(x, k/2), k/2);
10 }

```

## 8.26 Topological Sort

```

1 // Description: Retorna ordenacao topologica de adj, e vazio se nao for
  DAG
2 // Complexidade: O(V+E)
3 // Explicacao: usado para ordenar vertices de um DAG de forma que para cada
  aresta direcionada uv, o vértice u aparece antes do vértice v na
  ordenacao
4
5 #define MAXN 50010
6
7 int grauEntrada[MAXN];
8 vi adj[MAXN];
9
10 vi topologicalSort(int n) {
11
12     priority_queue<int, vi, greater<int>>> pq;
13
14     f(i,0,n) {
15         if(!grauEntrada[i])
16             pq.push(i);
17     }
18
19     vi ans;
20
21     while (!pq.empty()) {
22         int node = pq.top(); pq.pop();
23
24         for(auto x : adj[node]) {
25             grauEntrada[x]--;
26             if (!grauEntrada[x])
27                 pq.push(x);
28         }
29
30         ans.push_back(node);
31     }
32
33     return ans.size() == n ? ans : vi();
34 }
35
36 void solve() {
37
38     int n, ed; cin >> n >> ed;
39
40     memset(grauEntrada, 0, sizeof grauEntrada);
41
42     while(ed--) {
43         int a, b; cin >> a >> b;
44         grauEntrada[b]++;
45         adj[a].push_back(b);

```

```

46     }
47
48     vi ans = topologicalSort(n);
49 }

```

## 9 Grafos Especiais

### 9.1 Arvore - @Info

```

1 Arvore (NDAG):
2
3 * Definicao
4     - contém V vertices e V-1 arestas (E = V-1)
5     - todo algoritmo O(V+E) numa arvore eh O(V)
6     - nao direcionado
7     - sem ciclo
8     - conexa
9     - um unico caminho para todo par de vertices
10
11 * Aplicacoes
12
13     -> TREE TRAVERSAL
14         pre-order(v):                in-order(v):                post-order(v):
15             visit(v)                  in-order(left(v))          post-order(
16 left(v))
17             pre-order(left(v))        visit(v)                  post-order(
18 right(v))
19             pre-order(right(v))       in-order(right(v))        visit(v)
20
21     -> Pontos de Articulacao / Pontes
22         - todo vertice eh ponto de articulacao
23
24     -> Single Source Shortest Path (SSSP)
25         - O(V) para achar o caminho minimo de um vertice para todos os
26         outros
27         - BFS ou DFS funcionam, mesmo com pesos
28
29     -> All Pairs Shortest Path (APSP)
30         - O(V^2) para achar o caminho minimo de todos para todos
31         - V * SSSP
32
33     -> Diametro
34         - greatest 'shortest path length' between any pair of vertices
35         - 2 * SSSP:
36             1. BFS/DFS de qualquer vertice
37             2. BFS/DFS do vertice mais distante => diametro = maior
38             distancia
39
40     -> Lowest Common Ancestor (LCA)
41         - O(V) para achar o LCA de 2 vertices
42         - O(V) para pre-processar

```

### 9.2 Bipartido - @Info

```

1 Grafo Bipartido

```

```

2
3 * Definicao
4 - vertices podem ser divididos em 2 conjuntos disjuntos
5 - todas as arestas conectam vertices de conjuntos diferentes
6 - nao ha arestas entre vertices do mesmo conjunto
7 - nao ha ciclos de tamanho impar
8 > EX: arvores sao bipartidas
9
10 * Aplicacoes

```

### 9.3 Dag - @Info

```

1 Grafo Direcionado Aciclico (DAG):
2 * Definicao
3 - tem direcao
4 - nao tem ciclos
5 - problemas com ele => usar DP (estados da DP = vertices DAG)
6 - so tem um topological sort
7 * Aplicacoes
8 - Single Source (Shortest / Longest) Path na DAG => O(V + E)
9 - Numero de caminhos entre 2 vertices => O(V + E)
10 - Numero de caminhos de um vertice para todos os outros => O(V + E)
11 - DP de 'minimizacao', 'maximizacao', 'contar algo' => menor | maior
    contar numero de caminhos na recursao de DP na DAG
12 * Exemplos
13 - mochila
14 - troco

```

### 9.4 Dag - Sslp

```

1 // Description: Finds SSLP (Single Source Longest Path) in a directed
    acyclic graph.
2 // Complexity: O(V + E)
3 // OBS: Not tested
4 vector<vector<pair<int,int>>> adj;
5
6 vector<int> dagLongestPath(int s, int n) {
7
8     vector<int> topsort = topologicalSort();
9     vector<int> dist(n, INT_MIN);
10    dist[s] = 0;
11
12    for (int i = 0; i < n; i++) {
13        int nodeIndex = topsort[i];
14        if (dist[nodeIndex] != INT_MIN) {
15            auto adjacentEdges = adj[nodeIndex];
16            for (auto [u, w] : adjacentEdges) {
17                int newDist = dist[nodeIndex] + w;
18                if (dist[u] == INT_MIN) dist[u] = newDist;
19                else dist[u] = max(dist[u], newDist);
20            }
21        }
22    }
23
24    return dist;
25 }

```

### 9.5 Dag - Sssp

```

1 // Description: Encontra SSSP (Single Source Shortest Path) em um grafo
    iaclico direcionado.
2 // Complexity: O(V + E)
3 // OBS: Nao testado
4 vector<vector<pair<int,int>>> adj;
5
6 vector<int> dagShortestPath(int s, int n) {
7
8     vector<int> topsort = topologicalSort();
9     vector<int> dist(n, INT_MAX);
10    dist[s] = 0;
11
12    for (int i = 0; i < n; i++) {
13        int nodeIndex = topsort[i];
14        if (dist[nodeIndex] != nodeIndex) {
15            auto adjacentEdges = adj[nodeIndex];
16            for (auto [u, w] : adjacentEdges) {
17                int newDist = dist[nodeIndex] + w;
18                if (dist[u] == INT_MAX) dist[u] = newDist;
19                else dist[u] = min(dist[u], newDist);
20            }
21        }
22    }
23
24    return dist;
25 }

```

### 9.6 Dag - Fishmonger

```

1 // Given the number of cities 3 <= n <= 50, available time 1 <= t <= 1000,
    and two n x n matrices (one gives travel times and another gives
    tolls between two cities), choose a route from the port city (vertex
    0) in such a way that the fishmonger has to pay as little tolls as
    possible to arrive at the market city (vertex n-1) within a certain
    time t
2
3 // Cada estado eh um vertice da DAG (node, tempoRestante)
4
5 pii dp(int cur, int t_left) {
6     if (t_left < 0) return {INF, INF};
7     if (cur == n-1) return {0, 0};
8     if (memo[cur][t_left] != {-1, -1}) return memo[cur][t_left];
9     pii ans = {INF, INF};
10    for (int X = 0; X < n; ++X)
11        if (cur != X) {
12            auto &[tollpaid, timeneeded] = dp(X, t_left - travelTime[cur][X]);
13            if (tollpaid + toll[cur][X] < ans.first) {
14                ans.first = tollpaid + toll[cur][X];
15                ans.second = timeneeded + travelTime[cur][X];
16            }
17        }
18    return memo[cur][t_left] = ans;
19 }

```

## 9.7 Dag - Numero De Caminhos 2 Vertices

```
1 // Description: Encontra o número de caminhos entre dois vértices em um
  grafo iaclico direcionado.
2 // Complexity: O(V + E)
3
4 const int MAXN = 1e5 + 5;
5
6 int dp[MAXN],
7 int mod = 1e9 + 7, n;
8 vector<vector<int>> adj;
9
10 int countPaths(int s, int d) {
11     if (s == d) return 1;
12     if (dp[s] != -1) return dp[s];
13
14     int c = 0;
15     for (int& neigh : adj[s]) {
16         int x = countPaths(neigh, d);
17         if (x != -1)
18             c = (c % mod + x % mod) % mod;
19     }
20     return (dp[s] = (c == 0) ? -1 : c);
21 }
22
23 int countPossiblePaths(int s, int d) {
24     memset(dp, -1, sizeof dp);
25     int c = countPaths(s, d);
26     if (c == -1) return 0;
27     return c;
28 }
29
30 void solve() {
31     int n, ed; cin >> n >> ed;
32     adj.resize(n);
33
34     for (int i = 0; i < ed; i++) {
35         int u, v; cin >> u >> v;
36         adj[u].push_back(v);
37     }
38
39     int src, end; cin >> src >> end; // 0-based
40     cout << countPossiblePaths(src, end) << endl;
41 }
```

## 9.8 Eulerian - @Info

```
1 Eulerian Graph:
2
3 * Eulerian Path (Eulerian Tour):
4     - caminho que atravessa grafo apenas 1 vez
5     - Grafo Nao direcionado: tem um se e somente se tiver 0 ou 2 vertices
      de grau impar
6     - Grafo Direcionado: tem um se e somente se
7         1. todos os vertices tiverem o mesmo numero de arestas entrando e
          saindo
```

```
8         2. eh 'conexo' (considerando arestas bidirecionadas)
9 * Definicao
10     - nao direcionado
11     - conexo
12     - grau de todos os vertices par
```

## 9.9 Eulerian - Euler Path

```
1 // Description: Encontra um caminho euleriano em um grafo direcionado
2 // Complexidade: O(E)
3 // OBS: testar com bidirecionado / encontrar versao que aceita
  bidirecionado
4
5 int N;
6 vector<vi> adj;
7 vi hierholzer(int s) {
8     vi ans, idx(N, 0), st;
9     st.push_back(s);
10    while (!st.empty()) {
11        int u = st.back();
12        if (idx[u] < (int)adj[u].size()) {
13            st.push_back(adj[u][idx[u]]);
14            ++idx[u];
15        }
16        else {
17            ans.push_back(u);
18            st.pop_back();
19        }
20    }
21    reverse(ans.begin(), ans.end());
22    return ans;
23 }
```

## 10 Matematica

### 10.1 Casas

```
1 // Descriptiuon: Conta quantas casas decimais certo numero tem
2
3 int casas(double a) {
4     return (int)floor(1 + log10((double)a))
5 }
```

### 10.2 Ciclo Em Funcao

```
1 // Description: Encontra o tamanho do ciclo de uma função f(x) = (Z*x + I)
  % M a partir de um valor inicial L.
2 // Complexidade: O(lambda + mu) | lambda = tamanho do ciclo | mu = tamanho
  do prefixo antes do ciclo.
3 // Return: pair<int, int> = {mu, lambda} | mu = tamanho do prefixo antes
  do ciclo | lambda = tamanho do ciclo.
4 // Parameters: x0 = valor inicial para encontrar o ciclo.
5 int f(int x); // f(x) do problema
6
7 pii floydCycleFinding(int x0) {
```

```

8     int t = f(x0), h = f(f(x0));
9     while (t != h) { t = f(t); h = f(f(h)); }
10    int mu = 0; h = x0;
11    while (t != h) { t = f(t); h = f(h); ++mu; }
12    int lambda = 1; h = f(t);
13    while (t != h) { h = f(h); ++lambda; }
14    return {mu, lambda};
15 }

```

## 10.3 Contar Quanti Solucoes Eq 2 Variaveis

```

1 // Description: Dada uma equacao de 2 variaveis, calcula quantas
   combinacoes {x,y}
2 // inteiras que resolvem essa equacao
3 // Complexidade: O(sqrt(c))
4 // y = numerador / denominador
5 int numerador(int x) { return c - x; } // expressao do numerador
6 int denominador(int x) { return 2 * x + 1; } // expressao do denominador
7
8 int count2VariableIntegerEquationAnswers() {
9
10    unordered_set<pair<int,int>, PairHash> ans; int lim = sqrt(c);
11    for(int i=1; i<= lim; i++) {
12        if (numerador(i) % denominador(i) == 0) {
13            int x = i, y = numerador(i) / denominador(i);
14            if(!ans.count({x,y}) and !ans.count({y,x}))
15                ans.insert({x,y});
16        }
17    }
18
19    return ans.size();
20 }

```

## 10.4 Conversao De Bases

```

1 // Converter um decimal (10) para base n [2, 8, 10, 16]
2 // Complexidade: O(log n)
3 char charForDigit(int digit) {
4     if (digit > 9) return digit + 87;
5     return digit + 48;
6 }
7
8 string decimalToBase(int n, int base = 10) {
9     if (not n) return "0";
10    stringstream ss;
11    for (int i = n; i > 0; i /= base) {
12        ss << charForDigit(i % base);
13    }
14    string s = ss.str();
15    reverse(s.begin(), s.end());
16    return s;
17 }
18
19 // Converter um numero de base [2, 8, 10, 16] para decimal (10)
20 // Complexidade: O(n)
21 int intForDigit(char digit) {

```

```

22     int intDigit = digit - 48;
23     if (intDigit > 9) return digit - 87;
24     return intDigit;
25 }
26
27 int baseToDecimal(const string& n, int base = 10) {
28     int result = 0;
29     int basePow = 1;
30     for (auto it = n.rbegin(); it != n.rend(); ++it, basePow *= base)
31         result += intForDigit(*it) * basePow;
32     return result;
33 }

```

## 10.5 Decimal Para Fracao

```

1 // Converte um decimal para fracao irredutivel
2 // Complexidade: O(log n)
3 pair<int, int> toFraction(double n, unsigned p) {
4     const int tenP = pow(10, p);
5     const int t = (int) (n * tenP);
6     const int rMdc = mdc(t, tenP);
7     return {t / rMdc, tenP / rMdc};
8 }

```

## 10.6 Dois Primos Somam Num

```

1 // Description: Verifica se dois numeros primos somam um numero n.
2 // Complexity: O(sqrt(n))
3 bool twoNumsSumPrime(int n) {
4
5     if(n % 2 == 0) return true;
6     return isPrime(n-2);
7 }

```

## 10.7 Factorial

```

1 unordered_map<int, int> memo;
2
3 // Factorial
4 // Complexidade: O(n), onde n eh o numero a ser fatorado
5 int factorial(int n) {
6     if (n == 0 || n == 1) return 1;
7     if (memo.find(n) != memo.end()) return memo[n];
8     return memo[n] = n * factorial(n - 1);
9 }

```

## 10.8 Fast Exponentiation

```

1 const int mod = 1e9 + 7;
2
3 // Fast Exponentiation: retorna a^b % mod
4 // Quando usar: quando precisar calcular a^b % mod
5 int fexp(int a, int b)
6 {
7     int ans = 1;

```

```

8     while (b)
9     {
10         if (b & 1)
11             ans = ans * a % mod;
12         a = a * a % mod;
13         b >>= 1;
14     }
15     return ans;
16 }

```

## 10.9 Fast Fibonacci

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3
4 #define _ std::ios::sync_with_stdio(false); cin.tie(NULL); cout.tie(NULL);
5 #define all(a) a.begin(), a.end()
6 #define int long long int
7 #define double long double
8 #define vi vector<int>
9 #define pii pair<int,int>
10 #define endl "\n"
11 #define print_v(a) for(auto x : a) cout<<x<<" "; cout<<endl
12 #define print_vp(a) for(auto x : a) cout<<x.first<<" "<<x.second<< endl
13 #define f(i,s,e) for(int i=s;i<=e;i++)
14 #define rf(i,e,s) for(int i=e-1;i>=s;i--)
15 #define CEIL(a, b) ((a) + (b - 1))/b
16 #define TRUNC(x, n) floor(x * pow(10, n))/pow(10, n)
17 #define ROUND(x, n) round(x * pow(10, n))/pow(10, n)
18 #define dbg(x) cout << #x << " = " << x << " ";
19 #define dbg1(x) cout << #x << " = " << x << endl;
20 using namespace std;
21
22 string decimal_to_bin(int n) {
23     string bin = bitset<sizeof(int)> * 8>(n).to_string();
24     auto loc = bin.find('1');
25     // remove leading zeros
26     if (loc != string::npos)
27         return bin.substr(loc);
28     return "0";
29 }
30
31 int fastfib(int n) {
32     string bin_of_n = decimal_to_bin(n);
33
34     int f[] = { 0, 1 };
35
36     for (auto b : bin_of_n) {
37         int f2i1 = f[1] * f[1] + f[0] * f[0];
38         int f2i = f[0] * (2 * f[1] - f[0]);
39
40         if (b == '0') {
41             f[0] = f2i;
42             f[1] = f2i1;
43         } else {
44             f[0] = f2i1;
45             f[1] = f2i1 + f2i;

```

```

46     }
47 }
48
49 return f[0];
50 }
51
52 int main() {
53     int n = 13;
54     int fib = fastfib(n);
55     cout << "F(" << n << ") = " << fib << "\n";
56 }

```

## 10.10 Fatorial Grande

```

1 static BigInteger[] dp = new BigInteger[1000000];
2
3 public static BigInteger factorialDP(BigInteger n) {
4     dp[0] = BigInteger.ONE;
5     for (int i = 1; i <= n.intValue(); i++) {
6         dp[i] = dp[i - 1].multiply(BigInteger.valueOf(i));
7     }
8     return dp[n.intValue()];
9 }

```

## 10.11 Fibonacci Modulo

```

1 long pisano(long m)
2 {
3     long prev = 0;
4     long curr = 1;
5     long res = 0;
6
7     for(int i = 0; i < m * m; i++)
8     {
9         long temp = 0;
10        temp = curr;
11        curr = (prev + curr) % m;
12        prev = temp;
13
14        if (prev == 0 && curr == 1)
15            res = i + 1;
16    }
17    return res;
18 }
19
20 // Calculate Fn mod m
21 long fibonacciModulo(long n, long m)
22 {
23
24     // Getting the period
25     long pisanoPeriod = pisano(m);
26
27     n = n % pisanoPeriod;
28
29     long prev = 0;
30     long curr = 1;

```

```

31
32     if (n == 0)
33         return 0;
34     else if (n == 1)
35         return 1;
36
37     for(int i = 0; i < n - 1; i++)
38     {
39         long temp = 0;
40         temp = curr;
41         curr = (prev + curr) % m;
42         prev = temp;
43     }
44     return curr % m;
45 }

```

## 10.12 Mmc Mdc - Euclides Extendido

```

1 // Description: Retorna mdc(a, b) e referencia inteiros x, y t.q ax + by =
    mdc(a, b).
2 // Complexidade: O(log(min(a, b)))
3
4 int extEuclid(int a, int b, int &x, int &y) {
5     int xx = y = 0;
6     int yy = x = 1;
7     while (b) {
8         int q = a/b;
9         tie(a, b) = tuple(b, a%b);
10        tie(x, xx) = tuple(xx, x-q*xx);
11        tie(y, yy) = tuple(yy, y-q*yy);
12    }
13    return a;
14 }

```

## 10.13 Mmc Mdc - Mdc

```

1 // Description: Calcula o mdc de dois numeros inteiros.
2 // Complexidade: O(logn) onde n eh o maior numero
3 int mdc(int a, int b) {
4     for (int r = a % b; r; a = b, b = r, r = a % b);
5     return b;
6 }

```

## 10.14 Mmc Mdc - Mdc Multiplo

```

1 // Description: Calcula o MDC de um vetor de inteiros.
2 // Complexidade: O(nlogn) onde n eh o tamanho do vetor
3 int mdc_many(vector<int> arr) {
4     int result = arr[0];
5
6     for (int& num : arr) {
7         result = mdc(num, result);
8
9         if(result == 1) return 1;
10    }
11    return result;

```

```

12 }

```

## 10.15 Mmc Mdc - Mmc

```

1 // Description: Calcula o mmc de dois úmmeros inteiros.
2 // Complexidade: O(logn) onde n eh o maior numero
3 int mmc(int a, int b) {
4     return a / mdc(a, b) * b;
5 }

```

## 10.16 Mmc Mdc - Mmc Multiplo

```

1 // Description: Calcula o mmc de um vetor de inteiros.
2 // Complexidade: O(nlogn) onde n eh o tamanho do vetor
3 int mmc_many(vector<int> arr)
4 {
5     int result = arr[0];
6
7     for (int &num : arr)
8         result = (num * result / mdc(num, result));
9     return result;
10 }

```

## 10.17 Modulo - @Info

```

1 SOMA
2 (a + b) % m = ((a % m) + (b % m)) % m
3
4 SUBTRAO
5 (a - b) % m = ((a % m) - (b % m) + m) % m
6
7 MULTIPLICAO
8 (a * b) % m = ((a % m) * (b % m)) % m
9
10 DIVISO
11 (a / b) % m = (a * b^-1) % m
12 // se m eh primo = ((a % m) * (b^(m-2) % m)) % m.
13 // else = (a * modInverse(b, m)) % m
14
15 POTENCIA
16 (a ^ b) % m = ((a % m) ^ b) % m = modPow(a, b, m)

```

## 10.18 Modulo - Divisao E Potencia Mod M

```

1 // Retorna a % m (garante que o resultado é positivo)
2 int mod(int a, int m) {
3     return ((a%m) + m) % m;
4 }
5
6 // Description: retorna b^(-1) mod m, ou -1 se ão existir.
7 // Complexidade: O(log(min(b, m)))
8 int modInverse(int b, int m) {
9     int x, y;
10    int d = extEuclid(b, m, x, y);
11    if (d != 1) return -1;
12    return mod(x, m);
13 }

```



```

14
15 // Description: retorna b^p mod m
16 // Complexidade: O(log(p))
17 int modPow(int b, int p, int m) {
18     if (p == 0) return 1;
19     int ans = modPow(b, p/2, m);
20     ans = mod(ans*ans, m);
21     if (p&1) ans = mod(ans*b, m);
22     return ans;
23 }

```

## 10.19 Modulo - Fibonacci Modulo

```

1 // Descricao: Calcula o n-esimo numero de Fibonacci modulo P
2 // Complexidade: O(log(n))
3
4 int mostSignificantBitPosition(int n) {
5     int msb_position = 63;
6     while (!(1 << (msb_position-1) & n)) && msb_position >= 0)
7         msb_position--;
8     return msb_position;
9 }
10
11 int fib (int n, int P) {
12
13     int msb_position = mostSignificantBitPosition(n);
14
15     int a=0, b=1;
16
17     for (int i=msb_position; i>=0;--i) {
18         int d = (a%P) * ((b%P)*2 - (a%P) + P),
19             e = (a%P) * (a%P) + (b%P)*(b%P);
20         a = d % P;
21         b = e % P;
22
23         if (((n >> i) & 1) != 0) {
24             int c = (a + b) % P;
25             a = b;
26             b = c;
27         }
28     }
29     return a;
30 }

```

## 10.20 N Fibonacci

```

1 int dp[MAX];
2
3 int fibonacciDP(int n) {
4     if (n == 0) return 0;
5     if (n == 1) return 1;
6     if (dp[n] != -1) return dp[n];
7     return dp[n] = fibonacciDP(n-1) + fibonacciDP(n-2);
8 }
9
10 int nFibonacci(int minus, int times, int n) {

```

```

11     if (n == 0) return 0;
12     if (n == 1) return 1;
13     if (dp[n] != -1) return dp[n];
14     int aux = 0;
15     for(int i=0; i<times; i++) {
16         aux += nFibonacci(minus, times, n-minus);
17     }
18 }

```

## 10.21 Numeros Grandes

```

1 public static void BbigInteger() {
2
3     BigInteger a = BigInteger.valueOf(1000000000);
4     a = new BigInteger("1000000000");
5
6     // çð0peraes com inteiros grandes
7     BigInteger arit = a.add(a);
8     arit = a.subtract(a);
9     arit = a.multiply(a);
10    arit = a.divide(a);
11    arit = a.mod(a);
12
13    // çãComparao
14    boolean bool = a.equals(a);
15    bool = a.compareTo(a) > 0;
16    bool = a.compareTo(a) < 0;
17    bool = a.compareTo(a) >= 0;
18    bool = a.compareTo(a) <= 0;
19
20    // ãConverso para string
21    String m = a.toString();
22
23    // ãConverso para inteiro
24    int _int = a.intValue();
25    long _long = a.longValue();
26    double _doub = a.doubleValue();
27
28    // êPotncia
29    BigInteger _pot = a.pow(10);
30    BigInteger _sqr = a.sqrt();
31
32 }
33
34 public static void BigDecimal() {
35
36     BigDecimal a = new BigDecimal("1000000000");
37     a = new BigDecimal("1000000000.000000000");
38     a = BigDecimal.valueOf(1000000000, 10);
39
40
41    // çð0peraes com reais grandes
42    BigDecimal arit = a.add(a);
43    arit = a.subtract(a);
44    arit = a.multiply(a);
45    arit = a.divide(a);
46    arit = a.remainder(a);

```

```

47
48 // ãComparao
49 boolean bool = a.equals(a);
50     bool = a.compareTo(a) > 0;
51     bool = a.compareTo(a) < 0;
52     bool = a.compareTo(a) >= 0;
53     bool = a.compareTo(a) <= 0;
54
55 // ãConverso para string
56 String m = a.toString();
57
58 // ãConverso para inteiro
59 int _int = a.intValue();
60 long _long = a.longValue();
61 double _doub = a.doubleValue();
62
63 // Potncia
64 BigDecimal _pot = a.pow(10);
65 }

```

## 10.22 Primos - Divisores De N - Listar

```

1 // Description: Retorna o numero de divisores de N
2 // Complexidade: O(log(N))
3 // Exemplo: numDiv(60) = 12 {1,2,3,4,5,6,10,12,15,20,30,60}
4 int numDiv(int N) {
5     int ans = 1;
6     for (int i = 0; i < p.size() and p[i]*p[i] <= N; ++i) {
7         int power = 0;
8         while (N%p[i] == 0) { N /= p[i]; ++power; }
9         ans *= power+1;
10    }
11    return (N != 1) ? 2*ans : ans;
12 }

```

## 10.23 Primos - Divisores De N - Somar

```

1 // Description: Retorna a soma dos divisores de N
2 // Complexidade: O(log(N))
3 // Exemplo: sumDiv(60) = 168 : 1+2+3+4+5+6+10+12+15+20+30+60
4 int sumDiv(int N) {
5     int ans = 1;
6     for (int i = 0; i < p.size() and p[i]*p[i] <= N; ++i) {
7         int multiplier = p[i], total = 1;
8         while (N%p[i] == 0) {
9             N /= p[i];
10            total += multiplier;
11            multiplier *= p[i];
12        }
13        ans *= total;
14    }
15    if (N != 1) ans *= (N+1);
16    return ans;
17 }

```

## 10.24 Primos - Fatores Primos - Contar Diferentes

```

1 // Description: Retorna o numero de fatores primos diferentes de N
2 // Complexidade: O(sqrt(N))
3 // Exemplo: numDiffPF(60) = 3 {2, 3, 5}
4
5 int numDiffPF(int N) {
6     int ans = 0;
7     for (int i = 0; i < p.size() && p[i]*p[i] <= N; ++i) {
8         if (N%p[i] == 0) ++ans; // count this prime
9         factor
10            while (N%p[i] == 0) N /= p[i]; // only once
11    }
12    if (N != 1) ++ans;
13    return ans;
14 }

```

## 10.25 Primos - Fatores Primos - Listar

```

1 // Fatora um únmero em seus fatores primos
2 // Complexidade: O(sqrt(n))
3 // Ex: factorize(1200) = {2: 4, 3: 1, 5: 2}
4
5 map<int, int> factorize(int n) {
6     map<int, int> factorsOfN;
7     int lpf = 2;
8
9     while (n != 1) {
10        lpf = lowestPrimeFactor(n, lpf);
11        factorsOfN[lpf] = 1;
12        n /= lpf;
13        while (not (n % lpf)) {
14            factorsOfN[lpf]++;
15            n /= lpf;
16        }
17    }
18
19    return factorsOfN;
20 }

```

## 10.26 Primos - Fatores Primos - Somar

```

1 // Description: Retorna a soma dos fatores primos de N
2 // Complexidade: O(log(N))
3 // Exemplo: sumPF(60) = sumPF(2^2 * 3^1 * 5^1) = 2 + 2 + 3 + 5 = 12
4
5 int sumPF(int N) {
6     int ans = 0;
7     for (int i = 0; i < p.size() && p[i]*p[i] <= N; ++i)
8         while (N%p[i] == 0) { N /= p[i]; ans += p[i]; }
9     if (N != 1) ans += N;
10    return ans;
11 }

```

## 10.27 Primos - Is Prime

```

1 // Descricao: Funcao que verifica se um numero n eh primo.
2 // Complexidade: O(sqrt(n))
3 bool isPrime(int n) {

```

```

4     return n > 1 and lowestPrimeFactor(n) == n;
5 }

```

## 10.28 Primos - Lowest Prime Factor

```

1 // Description: Funcao auxiliar que retorna o menor fator primo de n.
2 // Complexidade: O(sqrt(n))
3
4 int lowestPrimeFactor(int n, int startPrime = 2) {
5     if (startPrime <= 3) {
6         if (not (n & 1)) return 2;
7         if (not (n % 3)) return 3;
8         startPrime = 5;
9     }
10
11     for (int i = startPrime; i * i <= n; i += (i + 1) % 6 ? 4 : 2)
12         if (not (n % i))
13             return i;
14     return n;
15 }

```

## 10.29 Primos - Miller Rabin

```

1 // Teste de primalidade de Miller-Rabin
2 // Complexidade: O(k*log^3(n)), onde k eh o numero de testes e n eh o
   numero a ser testado
3 // Descricao: Testa se um numero eh primo com uma probabilidade de erro de
   1/4^k
4
5 int mul(int a, int b, int m) {
6     int ret = a*b - int((long double)1/m*a*b+0.5)*m;
7     return ret < 0 ? ret+m : ret;
8 }
9
10 int pow(int x, int y, int m) {
11     if (!y) return 1;
12     int ans = pow(mul(x, x, m), y/2, m);
13     return y%2 ? mul(x, ans, m) : ans;
14 }
15
16 bool prime(int n) {
17     if (n < 2) return 0;
18     if (n <= 3) return 1;
19     if (n % 2 == 0) return 0;
20     int r = __builtin_ctzint(n - 1), d = n >> r;
21
22     // com esses primos, o teste funciona garantido para n <= 2^64
23     // funciona para n <= 3*10^24 com os primos ate 41
24     for (int a : {2, 325, 9375, 28178, 450775, 9780504, 795265022}) {
25         int x = pow(a, d, n);
26         if (x == 1 or x == n - 1 or a % n == 0) continue;
27
28         for (int j = 0; j < r - 1; j++) {
29             x = mul(x, x, n);
30             if (x == n - 1) break;
31         }

```

```

32         if (x != n - 1) return 0;
33     }
34     return 1;
35 }

```

## 10.30 Primos - Numero Fatores Primos De N

```

1 // Description: Retorna o numero de fatores primos de N
2 // Complexidade: O(log(N))
3
4 vi p; // vetor de primos p (sieve(10000000))
5
6 int numPF(int N) {
7     int ans = 0;
8     for (int i = 0; i < (int)p.size() && p[i]*p[i] <= N; ++i)
9         while (N%p[i] == 0) { N /= p[i]; ++ans; }
10    return ans + (N != 1);
11 }

```

## 10.31 Primos - Primo Grande

```

1 // Description: verificar se um numero > 9e18 eh primo
2 public static boolean isProbablePrime(BigInteger num, int certainty) {
3     return num.isProbablePrime(certainty);
4 }

```

## 10.32 Primos - Primos Relativos De N

```

1 // Description: Conta o numero de primos relativos de N
2 // Complexidade: O(log(N))
3 // Exemplo: countPrimosRelativos(60) = 16
   {1,7,11,13,17,19,23,29,31,37,41,43,47,49,53,59}
4 // Definicao: Dois numeros sao primos relativos se o mdc entre eles eh 1
5
6 int countPrimosRelativos(int N) {
7     int ans = N;
8     for (int i = 0; i < (int)p.size() && p[i]*p[i] <= N; ++i) {
9         if (N%p[i] == 0) ans -= ans/p[i];
10        while (N%p[i] == 0) N /= p[i];
11    }
12    if (N != 1) ans -= ans/N;
13    return ans;
14 }

```

## 10.33 Primos - Sieve

```

1 // Description: Gera todos os primos do intervalo [1,lim]
2 // Complexidade: O(n log log n)
3
4 int _sieve_size;
5 bitset<10000010> bs;
6 vi p;
7
8 void sieve(int lim) {
9     _sieve_size = lim+1;

```

```

10 bs.set();
11 bs[0] = bs[1] = 0;
12 f(i,2,_sieve_size) {
13     if (bs[i]) {
14         for (int j = i*i; j < _sieve_size; j += i) bs[j] = 0;
15         p.push_back(i);
16     }
17 }
18 }

```

## 10.34 Primos - Sieve Linear

```

1 // Sieve de Eratosthenes com linear sieve
2 // Encontra todos os números primos no intervalo [2, N]
3 // Complexidade: O(N)
4
5 vector<int> sieve(const int N) {
6
7     vector<int> lp(N + 1); // lp[i] = menor fator primo de i
8     vector<int> pr;
9
10    for (int i = 2; i <= N; ++i) {
11        if (lp[i] == 0) {
12            lp[i] = i;
13            pr.push_back(i);
14        }
15        for (int j = 0; i * pr[j] <= N; ++j) {
16            lp[i * pr[j]] = pr[j];
17            if (pr[j] == lp[i])
18                break;
19        }
20    }
21
22    return pr;
23 }

```

## 10.35 Tabela Verdade

```

1 // Gerar tabela verdade de uma expressão booleana
2 // Complexidade: O(2^n)
3
4 vector<vector<int>> tabelaVerdade;
5 int indexTabela = 0;
6
7 void backtracking(int posicao, vector<int>& conj_bool) {
8
9     if(posicao == conj_bool.size()) { // Se chegou ao fim da BST
10         for(size_t i=0; i<conj_bool.size(); i++) {
11             tabelaVerdade[indexTabela].push_back(conj_bool[i]);
12         }
13         indexTabela++;
14     } else {
15         conj_bool[posicao] = 1;
16         backtracking(posicao+1,conj_bool);
17         conj_bool[posicao] = 0;
18     }
19 }

```

```

19         backtracking(posicao+1,conj_bool);
20     }
21 }
22
23 int main() {
24
25     int n = 3;
26
27     vector<int> linhaBool (n, false);
28     tabelaVerdade.resize(pow(2,n));
29
30     backtracking(0,linhaBool);
31 }

```

## 11 Matriz

### 11.1 Fibonacci Matricial

```

1
2
3 #include <bits/stdc++.h>
4 using namespace std;
5
6 typedef long long ll;
7
8 ll MOD;
9
10 const int MAX_N = 2;
11
12 struct Matrix { ll mat[MAX_N][MAX_N]; };
13
14 ll mod(ll a, ll m) { return ((a%m)+m) % m; }
15
16 Matrix matMul(Matrix a, Matrix b) {
17     Matrix ans;
18     for (int i = 0; i < MAX_N; ++i)
19         for (int j = 0; j < MAX_N; ++j)
20             ans.mat[i][j] = 0;
21     for (int i = 0; i < MAX_N; ++i)
22         for (int k = 0; k < MAX_N; ++k) {
23             if (a.mat[i][k] == 0) continue;
24             for (int j = 0; j < MAX_N; ++j) {
25                 ans.mat[i][j] += mod(a.mat[i][k], MOD) * mod(b.mat[k][j], MOD);
26
27                 ans.mat[i][j] = mod(ans.mat[i][j], MOD);
28             }
29         }
30     return ans;
31 }
32
33 Matrix matPow(Matrix base, int p) {
34     Matrix ans;
35     for (int i = 0; i < MAX_N; ++i)
36         for (int j = 0; j < MAX_N; ++j)
37             ans.mat[i][j] = (i == j);
38     while (p) {
39         if (p & 1) ans = matMul(ans, base);
40         base = matMul(base, base);
41         p /= 2;
42     }
43     return ans;
44 }

```

```

38     if (p&1)
39         ans = matMul(ans, base);
40         base = matMul(base, base);
41         p >>= 1;
42     }
43     return ans;
44 }
45
46 int main() {
47     int n, m;
48     while (scanf("%d %d", &n, &m) == 2) {
49         Matrix ans;
50         ans.mat[0][0] = 1;  ans.mat[0][1] = 1;
51         ans.mat[1][0] = 1;  ans.mat[1][1] = 0;
52         MOD = 1LL << m;
53         ans = matPow(ans, n);
54         printf("%lld\n", ans.mat[0][1]);
55     }
56     return 0;
57 }

```

## 11.2 Maior Retangulo Binario Em Matriz

```

1 // Description: Encontra o maior âretnngulo âbinrio em uma matriz.
2 // Time: O(n*m)
3 // Space: O(n*m)
4 tuple<int, int, int> maximalRectangle(vector<vector<int>>& mat) {
5     int r = mat.size();
6     if(r == 0) return {0, 0, 0};
7     int c = mat[0].size();
8
9     vector<vector<int>> dp(r+1, vector<int>(c));
10
11     int mx = 0;
12     int area = 0, height = 0, length = 0;
13     for(int i=1; i<r; ++i) {
14         int leftBound = -1;
15         stack<int> st;
16         vector<int> left(c);
17
18         for(int j=0; j<c; ++j) {
19             if(mat[i][j] == 1) {
20                 mat[i][j] = 1+mat[i-1][j];
21                 while(!st.empty() and mat[i][st.top()] >= mat[i][j])
22                     st.pop();
23
24                 int val = leftBound;
25                 if(!st.empty())
26                     val = max(val, st.top());
27
28                 left[j] = val;
29             } else {
30                 leftBound = j;
31                 left[j] = 0;
32             }
33             st.push(j);
34 }

```

```

35     while(!st.empty()) st.pop();
36
37     int rightBound = c;
38     for(int j=c-1; j>=0; j--) {
39         if(mat[i][j] != 0) {
40
41             while(!st.empty() and mat[i][st.top()] >= mat[i][j])
42                 st.pop();
43
44             int val = rightBound;
45             if(!st.empty())
46                 val = min(val, st.top());
47
48             dp[i][j] = (mat[i][j]) * (((val-1)-(left[j]+1)+1));
49             if (dp[i][j] > mx) {
50                 mx = dp[i][j];
51                 area = mx;
52                 height = mat[i][j];
53                 length = (val-1)-(left[j]+1)+1;
54             }
55             st.push(j);
56         } else {
57             dp[i][j] = 0;
58             rightBound = j;
59         }
60     }
61 }
62
63 return {area, height, length};
64 }
65
66 int r = mat.size();
67 if(r == 0) return make_tuple(0, 0, 0);
68 int c = mat[0].size();
69
70 vector<vector<int>> dp(r+1, vector<int>(c));
71
72 int mx = 0;
73 int area = 0, height = 0, length = 0;
74 for(int i=1; i<r; ++i) {
75     int leftBound = -1;
76     stack<int> st;
77     vector<int> left(c);
78
79     for(int j=0; j<c; ++j) {
80         if(mat[i][j] == 1) {
81             mat[i][j] = 1+mat[i-1][j];
82             while(!st.empty() and mat[i][st.top()] >= mat[i][j])
83                 st.pop();
84
85             int val = leftBound;
86             if(!st.empty())
87                 val = max(val, st.top());
88
89             left[j] = val;
90         } else {
91             leftBound = j;
92             left[j] = 0;

```

```

92     }
93     st.push(j);
94 }
95 while(!st.empty()) st.pop();
96
97 int rightBound = c;
98 for(int j=c-1; j>=0; j--) {
99     if(mat[i][j] != 0) {
100
101         while(!st.empty() and mat[i][st.top()] >= mat[i][j])
102             st.pop();
103
104         int val = rightBound;
105         if(!st.empty())
106             val = min(val, st.top());
107
108         dp[i][j] = (mat[i][j]+1) * (((val-1)-(left[j]+1)+1)+1);
109         if (dp[i][j] > mx) {
110             mx = dp[i][j];
111             area = mx;
112             height = mat[i][j];
113             length = (val-1)-(left[j]+1)+1;
114         }
115         st.push(j);
116     } else {
117         dp[i][j] = 0;
118         rightBound = j;
119     }
120 }
121 }
122
123 return make_tuple(area, height, length);
124 }

```

## 11.3 Maxsubmatrixsum

```

1 // Description: Calcula a maior soma de uma submatriz MxN de uma matriz
  lxc
2 // Complexidade: O(l*c)
3
4 const int MAX = 1010; // 10^6 + 10
5
6 int mat[MAX][MAX];
7
8 int maxSubmatrixSum(int l, int c, int M, int N) {
9     int dp[l+1][c+1];
10
11     f(i,0,l+1) {
12         dp[i][0] = 0;
13         dp[0][i] = 0;
14     }
15
16     f(i,1,l+1) {
17         f(j,1,c+1) {
18             dp[i][j] = dp[i-1][j]
19                 + dp[i][j-1]
20                 - dp[i-1][j-1]

```

```

21         + mat[i][j];
22     }
23 }
24
25 int ans = 0;
26 f(i,M,l+1) {
27     f(j,N,c+1) {
28         int ponto =
29             dp[i][j]
30             - dp[i-M][j]
31             - dp[i][j-N]
32             + dp[i-M][j-N];
33         ans = max(ans, ponto);
34     }
35 }
36 return ans;
37 }
38
39 void solve() {
40     int l, c, M, N; cin >> l >> c >> M >> N;
41
42     f(i,1,l+1) {
43         f(j,1,c+1) {
44             cin >> mat[i][j];
45         }
46     }
47
48     int ans = maxSubmatrixSum(l, c, M, N);
49
50     cout << ans << endl;
51 }

```

## 11.4 Max 2D Range Sum

```

1 // Maximum Sum
2 // O(n^3) 1D DP + greedy (Kadane's) solution, 0.000s in UVa
3
4 #include <bits/stdc++.h>
5 using namespace std;
6
7 #define f(i,s,e) for(int i=s;i<e;i++)
8 #define MAX_n 110
9
10 int A[MAX_n][MAX_n];
11
12 int maxMatrixSum(vector<vector<int>> mat) {
13
14     int n = mat.size();
15     int m = mat[0].size();
16
17     f(i,0,n) {
18         f(j,0,m) {
19             if (j > 0)
20                 mat[i][j] += mat[i][j-1];
21         }
22     }
23

```

```

24     int maxSum = INT_MIN;
25     f(1,0,m) {
26         f(r,1,m) {
27             vector<int> sum(n, 0);
28             f(row,0,n) {
29                 sum[row] = mat[row][r] - (1 > 0 ? mat[row][1 - 1] : 0);
30             }
31             int maxSubRect = sum[0];
32             f(i,1,n) {
33                 if (sum[i - 1] > 0)
34                     sum[i] += sum[i - 1];
35                 maxSubRect = max(maxSubRect, sum[i]);
36             }
37             maxSum = max(maxSum, maxSubRect);
38         }
39     }
40
41     return maxSum;
42 }

```

## 11.5 Potencia Matriz

```

1 // Description: Calcula a potencia de uma matriz quadrada A elevada a um
  //             expoente n
2
3 int MOD;
4 const int MAX_N = 2;
5
6 struct Matrix { int mat[MAX_N][MAX_N]; };
7
8 int mod(int a, int m) { return ((a%m)+m) % m; }
9
10 Matrix matMul(Matrix a, Matrix b) {
11     Matrix ans;
12     for (int i = 0; i < MAX_N; ++i)
13         for (int j = 0; j < MAX_N; ++j)
14             ans.mat[i][j] = 0;
15
16     for (int i = 0; i < MAX_N; ++i)
17         for (int k = 0; k < MAX_N; ++k) {
18             if (a.mat[i][k] == 0) continue;
19             for (int j = 0; j < MAX_N; ++j) {
20                 ans.mat[i][j] += mod(a.mat[i][k], MOD) * mod(b.mat[k][j],
21                 MOD);
22             }
23             ans.mat[i][j] = mod(ans.mat[i][j], MOD);
24         }
25     return ans;
26 }
27
28 Matrix matPow(Matrix base, int p) {
29     Matrix ans;
30     for (int i = 0; i < MAX_N; ++i)
31         for (int j = 0; j < MAX_N; ++j)
32             ans.mat[i][j] = (i == j);
33     while (p) {
34         if (p&1)

```

```

34         ans = matMul(ans, base);
35         base = matMul(base, base);
36         p >>= 1;
37     }
38     return ans;
39 }
40
41 void solve() {
42
43 }

```

## 11.6 Verifica Se E Quadrado Magico

```

1 // Description: Verifica se uma matriz é um quadrado mágico.
2 // Complexidade: O(n^2)
3
4 int isMagicSquare(vector<vi> mat, int n) {
5     int i=0,j=0;
6     int sumd1 = 0, sumd2=0;
7     f(i,0,n) {
8         sumd1 += mat[i][i];
9         sumd2 += mat[i][n-1-i];
10    }
11    if(sumd1!=sumd2) return 0;
12
13    int ans = 0;
14
15    f(i,0,n) {
16        int rowSum = 0, colSum = 0;
17        f(j,0,n) {
18            rowSum += mat[i][j];
19            colSum += mat[j][i];
20        }
21        if (rowSum != colSum || colSum != sumd1) return 0;
22        ans = rowSum;
23    }
24    return ans;
25 }

```

## 11.7 Verificar Se Retangulo Cabe Em Matriz Binaria

```

1 // Description: Verifica se um retangulo C X L cabe em uma matriz binaria
  //             N X M
2 // Complexidade: O(N*M)
3 // OBS: comprimParaAltura[i] = maior comprimento de retângulo de 1's com
  //             altura i que caiba na matriz
4 void histogram(int alturasHistograma[], int colunas, int comprimParaAltura
  []) {
5     int stack_top, width;
6     stack<int> st;
7
8     int i = 0;
9     while (i < colunas) {
10         if (st.empty() || alturasHistograma[st.top()] <= alturasHistograma
11         [i]) {
12             st.push(i++);

```

```

12     } else {
13         stack_top = alturasHistograma[st.top()];
14         st.pop();
15         width = i;
16
17         if (!st.empty())
18             width = i - st.top() - 1;
19
20         if (comprimParaAltura[stack_top] < width)
21             comprimParaAltura[stack_top] = width;
22     }
23 }
24
25 while (!st.empty()) {
26     stack_top = alturasHistograma[st.top()];
27     st.pop();
28     width = i;
29
30     if (!st.empty())
31         width = i - st.top() - 1;
32
33     if (comprimParaAltura[stack_top] < width)
34         comprimParaAltura[stack_top] = width;
35 }
36 }
37
38 bool fits(int c, int l, int comprimParaAltura[], int maxRectSize) {
39     return (c <= maxRectSize and l <= comprimParaAltura[c]) or (l <=
maxRectSize and c <= comprimParaAltura[l]);
40 }
41
42 void solve() {
43
44     int n, m; cin >> n >> m; // dimensoes da matriz
45
46     int mat[n][m]; memset(mat, 0, sizeof(mat));
47
48     char str[m];
49     f(i,0,n) {
50         cin >> str;
51         f(j,0,m) {
52             if (str[j] == ',')
53                 mat[i][j] = 1;
54         }
55     }
56
57     int maxRectSize = min((int)500, max(n, m)); // ãdimenso maxima do
retangulo (max(comprimentoMaximo, larguraMaxima))
58
59     int comprimParaAltura[maxRectSize + 1];
60     memset(comprimParaAltura, -1, sizeof(comprimParaAltura));
61
62     int histogramaAux[m]; memset(histogramaAux, 0, sizeof(histogramaAux));
63
64     f(i,0,n) {
65         f(j,0,m) {
66             histogramaAux[j] = (mat[i][j] ? 1 + histogramaAux[j] : 0);

```

```

67         }
68         histogram(histogramaAux, m, comprimParaAltura);
69     }
70
71     int comprimentoRetangulo, larguraRetangulo; cin >>
comprimentoRetangulo >> larguraRetangulo;
72
73     if(fits(comprimentoRetangulo, larguraRetangulo, comprimParaAltura,
maxRectSize)) {
74         /* retangulo de comprimento comprimentoRetangulo e largura
larguraRetangulo cabe na matriz */
75     }
76 }

```

## 12 Strings

### 12.1 Kmp

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2
3 void computeLPSArray(char* pat, int M, int* lps);
4
5 // Prints occurrences of pat[] in txt[]
6 void KMPSearch(char* pat, char* txt)
7 {
8     int M = strlen(pat);
9     int N = strlen(txt);
10
11     // create lps[] that will hold the longest prefix suffix
12     // values for pattern
13     int lps[M];
14
15     // Preprocess the pattern (calculate lps[] array)
16     computeLPSArray(pat, M, lps);
17
18     int i = 0; // index for txt[]
19     int j = 0; // index for pat[]
20     while ((N - i) >= (M - j)) {
21         if (pat[j] == txt[i]) {
22             j++;
23             i++;
24         }
25
26         if (j == M) {
27             printf("Found pattern at index %d ", i - j);
28             j = lps[j - 1];
29         }
30
31         // mismatch after j matches
32         else if (i < N && pat[j] != txt[i]) {
33             // Do not match lps[0..lps[j-1]] characters,
34             // they will match anyway
35             if (j != 0)
36                 j = lps[j - 1];
37             else
38                 i = i + 1;

```



```

39     }
40 }
41 }
42
43 // Fills lps[] for given pattern pat[0..M-1]
44 void computeLPSArray(char* pat, int M, int* lps)
45 {
46     // length of the previous longest prefix suffix
47     int len = 0;
48
49     lps[0] = 0; // lps[0] is always 0
50
51     // the loop calculates lps[i] for i = 1 to M-1
52     int i = 1;
53     while (i < M) {
54         if (pat[i] == pat[len]) {
55             len++;
56             lps[i] = len;
57             i++;
58         }
59         else // (pat[i] != pat[len])
60         {
61             // This is tricky. Consider the example.
62             // AAACAAAA and i = 7. The idea is similar
63             // to search step.
64             if (len != 0) {
65                 len = lps[len - 1];
66
67                 // Also, note that we do not increment
68                 // i here
69             }
70             else // if (len == 0)
71             {
72                 lps[i] = 0;
73                 i++;
74             }
75         }
76     }
77 }
78
79 // Driver code
80 int main()
81 {
82     char txt[] = "ABABDABACDABABCABAB";
83     char pat[] = "ABABCABAB";
84     KMPSearch(pat, txt);
85     return 0;
86 }

```

## 12.2 Aro Corasick

```

1 // C++ program for implementation of Aho Corasick algorithm
2 // for string matching
3 using namespace std;
4 #include <bits/stdc++.h>
5
6 // Max number of states in the matching machine.

```

```

7 // Should be equal to the sum of the length of all keywords.
8 const int MAXS = 500;
9
10 // Maximum number of characters in input alphabet
11 const int MAXC = 26;
12
13 // OUTPUT FUNCTION IS IMPLEMENTED USING out[]
14 // Bit i in this mask is one if the word with index i
15 // appears when the machine enters this state.
16 int out[MAXS];
17
18 // FAILURE FUNCTION IS IMPLEMENTED USING f[]
19 int f[MAXS];
20
21 // GOTO FUNCTION (OR TRIE) IS IMPLEMENTED USING g[][]
22 int g[MAXS][MAXC];
23
24 // Builds the string matching machine.
25 // arr - array of words. The index of each keyword is important:
26 // "out[state] & (1 << i)" is > 0 if we just found word[i]
27 // in the text.
28 // Returns the number of states that the built machine has.
29 // States are numbered 0 up to the return value - 1, inclusive.
30 int buildMatchingMachine(string arr[], int k)
31 {
32     // Initialize all values in output function as 0.
33     memset(out, 0, sizeof out);
34
35     // Initialize all values in goto function as -1.
36     memset(g, -1, sizeof g);
37
38     // Initially, we just have the 0 state
39     int states = 1;
40
41     // Construct values for goto function, i.e., fill g[][]
42     // This is same as building a Trie for arr[]
43     for (int i = 0; i < k; ++i)
44     {
45         const string &word = arr[i];
46         int currentState = 0;
47
48         // Insert all characters of current word in arr[]
49         for (int j = 0; j < word.size(); ++j)
50         {
51             int ch = word[j] - 'a';
52
53             // Allocate a new node (create a new state) if a
54             // node for ch doesn't exist.
55             if (g[currentState][ch] == -1)
56                 g[currentState][ch] = states++;
57
58             currentState = g[currentState][ch];
59         }
60
61         // Add current word in output function
62         out[currentState] |= (1 << i);
63     }

```

```

64
65 // For all characters which don't have an edge from
66 // root (or state 0) in Trie, add a goto edge to state
67 // 0 itself
68 for (int ch = 0; ch < MAXC; ++ch)
69     if (g[0][ch] == -1)
70         g[0][ch] = 0;
71
72 // Now, let's build the failure function
73
74 // Initialize values in fail function
75 memset(f, -1, sizeof f);
76
77 // Failure function is computed in breadth first order
78 // using a queue
79 queue<int> q;
80
81 // Iterate over every possible input
82 for (int ch = 0; ch < MAXC; ++ch)
83 {
84     // All nodes of depth 1 have failure function value
85     // as 0. For example, in above diagram we move to 0
86     // from states 1 and 3.
87     if (g[0][ch] != 0)
88     {
89         f[g[0][ch]] = 0;
90         q.push(g[0][ch]);
91     }
92 }
93
94 // Now queue has states 1 and 3
95 while (q.size())
96 {
97     // Remove the front state from queue
98     int state = q.front();
99     q.pop();
100
101     // For the removed state, find failure function for
102     // all those characters for which goto function is
103     // not defined.
104     for (int ch = 0; ch <= MAXC; ++ch)
105     {
106         // If goto function is defined for character 'ch'
107         // and 'state'
108         if (g[state][ch] != -1)
109         {
110             // Find failure state of removed state
111             int failure = f[state];
112
113             // Find the deepest node labeled by proper
114             // suffix of string from root to current
115             // state.
116             while (g[failure][ch] == -1)
117                 failure = f[failure];
118
119             failure = g[failure][ch];
120             f[g[state][ch]] = failure;

```

```

121
122         // Merge output values
123         out[g[state][ch]] |= out[failure];
124
125         // Insert the next level node (of Trie) in Queue
126         q.push(g[state][ch]);
127     }
128 }
129 }
130
131 return states;
132 }
133
134 // Returns the next state the machine will transition to using goto
135 // and failure functions.
136 // currentState - The current state of the machine. Must be between
137 // 0 and the number of states - 1, inclusive.
138 // nextInput - The next character that enters into the machine.
139 int findNextState(int currentState, char nextInput)
140 {
141     int answer = currentState;
142     int ch = nextInput - 'a';
143
144     // If goto is not defined, use failure function
145     while (g[answer][ch] == -1)
146         answer = f[answer];
147
148     return g[answer][ch];
149 }
150
151 // This function finds all occurrences of all array words
152 // in text.
153 void searchWords(string arr[], int k, string text)
154 {
155     // Preprocess patterns.
156     // Build machine with goto, failure and output functions
157     buildMatchingMachine(arr, k);
158
159     // Initialize current state
160     int currentState = 0;
161
162     // Traverse the text through the built machine to find
163     // all occurrences of words in arr[]
164     for (int i = 0; i < text.size(); ++i)
165     {
166         currentState = findNextState(currentState, text[i]);
167
168         // If match not found, move to next state
169         if (out[currentState] == 0)
170             continue;
171
172         // Match found, print all matching words of arr[]
173         // using output function.
174         for (int j = 0; j < k; ++j)
175         {
176             if (out[currentState] & (1 << j))
177                 {

```

```

178         cout << "Word " << arr[j] << " appears from "
179             << i - arr[j].size() + 1 << " to " << i << endl;
180     }
181 }
182 }
183 }
184
185 // Driver program to test above
186 int main()
187 {
188     string arr[] = {"he", "she", "hers", "his"};
189     string text = "ahishers";
190     int k = sizeof(arr)/sizeof(arr[0]);
191
192     searchWords(arr, k, text);
193
194     return 0;
195 }

```

## 12.3 Calculadora Posfixo

```

1 // Description: Calculadora de expressoes posfixas
2 // Complexidade: O(n)
3 int posfixo(string s) {
4     stack<int> st;
5     for (char c : s) {
6         if (isdigit(c)) {
7             st.push(c - '0');
8         } else {
9             int b = st.top(); st.pop();
10            int a = st.top(); st.pop();
11            if (c == '+') st.push(a + b);
12            if (c == '-') st.push(a - b);
13            if (c == '*') st.push(a * b);
14            if (c == '/') st.push(a / b);
15        }
16    }
17    return st.top();
18 }

```

## 12.4 Chaves Colchetes Parenteses

```

1 // Description: Verifica se s tem uma sequência valida de {}, [] e ()
2 // Complexidade: O(n)
3 bool brackets(string s) {
4     stack<char> st;
5
6     for (char c : s) {
7         if (c == '(' || c == '[' || c == '{') {
8             st.push(c);
9         } else {
10            if (st.empty()) return false;
11            if (c == ')' and st.top() != '(') return false;
12            if (c == ']' and st.top() != '[') return false;
13            if (c == '}' and st.top() != '{') return false;
14            st.pop();

```

```

15         }
16     }
17
18     return st.empty();
19 }

```

## 12.5 Infixo Para Posfixo

```

1 // Description: Converte uma expressao matematica infixa para posfixa
2 // Complexidade: O(n)
3 int prec(char c) {
4     if (c == '^')
5         return 3;
6     else if (c == '/' || c == '*')
7         return 2;
8     else if (c == '+' || c == '-')
9         return 1;
10    else
11        return -1;
12 }
13
14 char associativity(char c) {
15     if (c == '^')
16         return 'R';
17     return 'L';
18 }
19
20 string infixToPostfix(string s) {
21     stack<char> st;
22     string result;
23
24     for (int i = 0; i < s.length(); i++) {
25         char c = s[i];
26
27         if ((c >= 'a' && c <= 'z') || (c >= 'A' && c <= 'Z') || (c >= '0'
&& c <= '9'))
28             result += c;
29
30         else if (c == '(')
31             st.push('(');
32
33         else if (c == ')') {
34             while (st.top() != '(') {
35                 result += st.top();
36                 st.pop();
37             }
38             st.pop(); // Pop '('
39         }
40
41         else {
42             while (!st.empty() && prec(s[i]) < prec(st.top()) ||
!st.empty() && prec(s[i]) == prec(st.top()) &&
associativity(s[i]) == 'L') {
43                 result += st.top();
44                 st.pop();
45             }
46             st.push(c);
47         }
48     }

```

```

49     }
50 }
51
52 while (!st.empty()) {
53     result += st.top();
54     st.pop();
55 }
56
57 return result;
58 }

```

## 12.6 Is Subsequence

```

1 // Description: Verifica se a string s eh subsequencia da string t
2 // Complexidade Temporal: O(n)
3 // Complexidade Espacial: O(n)
4 bool isSubsequence(string& s, string& t) {
5     queue<char> q;
6     int cnt = 0;
7     for (int i = 0; i < t.size(); i++) {
8         q.push(t[i]);
9     }
10    int i = 0;
11    while (!q.empty()) {
12        if (s[i] == q.front()) {
13            cnt++;
14            i++;
15        }
16        q.pop();
17    }
18
19    return cnt == s.size();
20 }

```

## 12.7 Levenshtein

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3 //a distância Levenshtein ou distância de edição entre dois "strings" é
   dada
4 //pelo número mínimo de operações necessárias para transformar um string no
   outro.
5 //Entendemos por "operações" a inserção, deleção ou substituição de um
   caractere.
6 int levenshteinDist(string word1, string word2) {
7     int size1 = word1.size();
8     int size2 = word2.size();
9     int verif[size1 + 1][size2 + 1]; // Verification matrix i.e. 2D array
   which will store the calculated distance.
10
11 // If one of the words has zero length, the distance is equal to the
   size of the other word.
12 if (size1 == 0)
13     return size2;
14 if (size2 == 0)
15     return size1;

```

```

16
17 // Sets the first row and the first column of the verification matrix
   with the numerical order from 0 to the length of each word.
18 for (int i = 0; i <= size1; i++)
19     verif[i][0] = i;
20 for (int j = 0; j <= size2; j++)
21     verif[0][j] = j;
22
23 // Verification step / matrix filling.
24 for (int i = 1; i <= size1; i++) {
25     for (int j = 1; j <= size2; j++) {
26         // Sets the modification cost.
27         // 0 means no modification (i.e. equal letters) and 1 means
   that a modification is needed (i.e. unequal letters).
28         int cost = (word2[j - 1] == word1[i - 1]) ? 0 : 1;
29
30         // Sets the current position of the matrix as the minimum
   value between a (deletion), b (insertion) and c (substitution).
31         // a = the upper adjacent value plus 1: verif[i - 1][j] + 1
32         // b = the left adjacent value plus 1: verif[i][j - 1] + 1
33         // c = the upper left adjacent value plus the modification
   cost: verif[i - 1][j - 1] + cost
34         verif[i][j] = min(
35             min(verif[i - 1][j] + 1, verif[i][j - 1] + 1),
36             verif[i - 1][j - 1] + cost
37         );
38     }
39 }
40
41 // The last position of the matrix will contain the Levenshtein
   distance.
42 return verif[size1][size2];
43 }
44
45 int main() {
46     string word1, word2;
47
48     cout << "Please input the first word: " << endl;
49     cin >> word1;
50     cout << "Please input the second word: " << endl;
51     cin >> word2;
52
53     cout << "The number of modifications needed in order to make one word
   equal to the other is: " << levenshteinDist(word1, word2) << endl;
54
55     system("pause");
56     return 0;
57 }

```

## 12.8 Lexico E Sintatico

```

1 unordered_map<char, int> precedence = {{'|', 1}, {'.', 2}, {'>', 3}, {'<',
   3}, {'=', 3}, {'#', 3}, {'+', 4}, {'-', 4}, {'*', 5}, {'/', 5}, {'^',
   6}};
2 string ops = "+-*/^<=>#.|";
3
4 bool isOp(char a) {

```

```

5     return ops.find(a) != string::npos;
6 }
7
8 bool checkIfSyntaxError(const string &str) {
9     int len = str.size();
10    stack<char> pilha;
11    for (int i = 0; i < len; i++) {
12        if (isOp(str[i])) {
13            if (i + 1 == len || i == 0) return true;
14            if (!isalnum(str[i - 1]) and str[i - 1] != '(') return true;
15            if (!isalnum(str[i + 1]) and str[i + 1] != ')') return true;
16            while (!pilha.empty() and pilha.top() != '(' and precedence[
pilha.top()] >= precedence[str[i]]) {
17                pilha.pop();
18            }
19            pilha.push(str[i]);
20        }
21        else if (str[i] == '(') {
22            if (i > 0 and (isalnum(str[i - 1]) || str[i - 1] == '('))
return true;
23            pilha.push('(');
24        }
25        else if (str[i] == ')') {
26            if (i > 0 and str[i - 1] == '(') return true;
27            if (pilha.empty()) {
28                return true;
29            }
30            while (!pilha.empty() and pilha.top() != '(') {
31                pilha.pop();
32                if (pilha.empty()) {
33                    return true;
34                }
35            }
36            if (!pilha.empty()) pilha.pop();
37        }
38        else if (isalnum(str[i])) {
39            if (i > 0 and isalnum(str[i - 1]) and !isOp(str[i - 1]) and
str[i - 1] != '(') return true;
40        }
41    }
42    while (!pilha.empty()) {
43        if (pilha.top() == '(') {
44            return true;
45        }
46        pilha.pop();
47    }
48    return false;
49 }
50
51 bool checkIfLexicalError(const string &str) {
52     for (char ch : str)
53         if (!isalnum(ch) and !isOp(ch) and ch != '(' and ch != ')')
return true;
54     return false;
55 }
56
57 void solve() {
58

```

```

59     string str; cin >> str;
60     if (checkIfLexicalError(str))
61         cout << "Lexical Error!" << endl;
62     else if (checkIfSyntaxError(str))
63         cout << "Syntax Error!" << endl;
64 }

```

## 12.9 Lexicograficamente Minima

```

1 // Descricao: Retorna a menor rotacao lexicografica de uma string.
2 // Complexidade: O(n * log(n)) onde n eh o tamanho da string
3 string minLexRotation(string str) {
4     int n = str.length();
5
6     string arr[n], concat = str + str;
7
8     for (int i = 0; i < n; i++)
9         arr[i] = concat.substr(i, n);
10
11    sort(arr, arr+n);
12
13    return arr[0];
14 }

```

## 12.10 Longest Common Substring

```

1 // Description: Encontra o comprimento da maior substring em comum entre 2
strings
2 // Complexidade Temporal: O(n * m)
3 // Complexidade Espacial: O(min(m,n))
4 int LCSubStr(string s, string t, int n, int m)
5 {
6     vector<vector<int>> dp(n + 1, vector<int>(m + 1, 0));
7     int ans = 0;
8
9     for (int i = 1; i <= n; i++) {
10        for (int j = 1; j <= m; j++) {
11            if (s[i - 1] == t[j - 1]) {
12                dp[i][j] = dp[i - 1][j - 1] + 1;
13                if (dp[i][j] > ans)
14                    ans = dp[i][j];
15            }
16            else
17                dp[i][j] = 0;
18        }
19    }
20    return ans;
21 }
22
23 void solve() {
24     string x, y; cin >> x >> y;
25     cout << LCSubStr(x, y, x.size(), y.size()) << endl;
26 }

```

## 12.11 Lower Upper

```

1 // Description: Função que transforma uma string em lowercase.
2 // Complexidade: O(n) onde n é o tamanho da string.
3 string to_lower(string a) {
4     for (int i=0; i<(int)a.size(); ++i)
5         if (a[i]>='A' && a[i]<='Z')
6             a[i]+='a'-'A';
7     return a;
8 }
9
10 // para checar se é lowercase: islower(c);
11
12 // Description: Função que transforma uma string em uppercase.
13 // Complexidade: O(n) onde n é o tamanho da string.
14 string to_upper(string a) {
15     for (int i=0; i<(int)a.size(); ++i)
16         if (a[i]>='a' && a[i]<='z')
17             a[i]-='a'-'A';
18     return a;
19 }
20
21 // para checar se é uppercase: isupper(c);

```

## 12.12 Numeros E Char

```

1 char num_to_char(int num) { // 0 -> '0'
2     return num + '0';
3 }
4
5 int char_to_num(char c) { // '0' -> 0
6     return c - '0';
7 }
8
9 char int_to_ascii(int num) { // 97 -> 'a'
10    return num;
11 }
12
13 int ascii_to_int(char c) { // 'a' -> 97
14    return c;
15 }

```

## 12.13 Ocorrencias

```

1 // Description: Função que retorna um vetor com as posições de todas as
2 // ocorrências de uma substring em uma string.
3 // Complexidade: O(n * m) onde n é o tamanho da string e m é o tamanho da
4 // substring.
5 vector<int> ocorrencias(string str, string sub){
6     vector<int> ret;
7     int index = str.find(sub);
8     while(index!=-1){
9         ret.push_back(index);
10        index = str.find(sub, index+1);
11    }
12    return ret;
13 }

```

## 12.14 Palindromo

```

1 // Descrição: Função que verifica se uma string é um palindromo.
2 // Complexidade: O(n) onde n é o tamanho da string.
3 bool isPalindrome(string str) {
4     for (int i = 0; i < str.length() / 2; i++) {
5         if (str[i] != str[str.length() - i - 1]) {
6             return false;
7         }
8     }
9     return true;
10 }

```

## 12.15 Permutacao

```

1 // Função para gerar todas as permutações de uma string
2 // Complexidade: O(n!)
3
4 void permute(string& s, int l, int r) {
5     if (l == r)
6         permutacoes.push_back(s);
7     else {
8         for (int i = l; i <= r; i++) {
9             swap(s[l], s[i]);
10            permute(s, l+1, r);
11            swap(s[l], s[i]);
12        }
13    }
14 }
15
16 int main() {
17
18     string str = "ABC";
19     int n = str.length();
20     permute(str, 0, n-1);
21 }

```

## 12.16 Remove Acento

```

1 // Descrição: Função que remove acentos de uma string.
2 // Complexidade: O(n * m) onde n é o tamanho da string e m é o tamanho
3 // do alfabeto com acento.
4 string removeAcento(string str) {
5
6     string comAcento = "áéíóúâêôãõä";
7     string semAcento = "aeiouaeoaoa";
8
9     for(int i = 0; i < str.size(); i++){
10        for(int j = 0; j < comAcento.size(); j++){
11            if(str[i] == comAcento[j]){
12                str[i] = semAcento[j];
13                break;
14            }
15        }
16    }
17 }

```

```

17     return str;
18 }

```

## 12.17 Split Cria

```

1 // Descricao: Funcao que divide uma string em um vetor de strings.
2 // Complexidade: O(n * m) onde n eh o tamanho da string e m eh o tamanho
  do delimitador.
3 vector<string> split(string s, string del = " ") {
4     vector<string> retorno;
5     int start, end = -1*del.size();
6     do {
7         start = end + del.size();
8         end = s.find(del, start);
9         retorno.push_back(s.substr(start, end - start));
10    } while (end != -1);
11    return retorno;
12 }

```

## 12.18 String Hashing

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3
4 struct Hash {
5     const int p1 = 31, m1 = 1e9 + 7;
6     const int p2 = 37, m2 = 1e9 + 9;
7     int hash1 = 0, hash2 = 0;
8     Hash(const string& s) {
9         compute_hash1(s);
10        compute_hash2(s);
11    }
12
13    void compute_hash1(const string& s) {
14        long p_pow = 1;
15        for(char ch: s) {
16            hash1 = (hash1 + (ch + 1 - 'a') * p_pow) % m1;
17            p_pow = (p_pow * p1) % m1;
18        }
19    }
20
21    void compute_hash2(const string& s) {
22        long p_pow = 1;
23        for(char ch: s) {
24            hash2 = (hash2 + (ch + 1 - 'a') * p_pow) % m2;
25            p_pow = (p_pow * p2) % m2;
26        }
27    }
28
29    // For two strings to be equal
30    // they must have same hash1 and hash2
31    bool operator==(const Hash& other) {
32        return (hash1 == other.hash1 && hash2 == other.hash2);
33    }
34 };
35

```

```

36 int main() {
37     const string s = "geeksforgeeks";
38     Hash h(s);
39     cout << "Hash values of " << s << " are: ";
40     cout << "(" << h.hash1 << ", " << h.hash2 << ")" << '\n';
41     return 0;
42 }

```

## 13 Vector

### 13.1 Contar Menores Elementos A Direita

```

1 // Description: Conta quantos elementos menores que o elemento atual
  existem a direita do mesmo.
2 // Complexity: O(nlogn)
3
4 const int MAX = 100010; // Tamanho maximo do array de entrada
5
6 int ansArr[MAX]; // Array que armazena a resposta
7
8 void merge(pair<int, int> a[], int start, int mid, int end) {
9     pair<int, int> f[mid - start + 1], s[end - mid];
10
11     int n = mid - start + 1;
12     int m = end - mid;
13
14     for(int i = start; i <= mid; i++)
15         f[i - start] = a[i];
16     for(int i = mid + 1; i <= end; i++)
17         s[i - mid - 1] = a[i];
18
19     int i = 0, j = 0, k = start;
20     int cnt = 0;
21
22     while(i < n and j < m) {
23         if (f[i].second <= s[j].second) {
24             ansArr[f[i].first] += cnt;
25             a[k++] = f[i++];
26         } else {
27             cnt++;
28             a[k++] = s[j++];
29         }
30     }
31
32     while(i < n) {
33         ansArr[f[i].first] += cnt;
34         a[k++] = f[i++];
35     }
36
37     while(j < m) {
38         a[k++] = s[j++];
39     }
40 }
41
42 void mergesort(pair<int, int> item[], int low, int high) {
43     if (low >= high) return;

```

```

44
45     int mid = (low + high) / 2;
46     mergesort(item, low, mid);
47     mergesort(item, mid + 1, high);
48     merge(item, low, mid, high);
49 }
50
51 void solve() {
52     int n; cin >> n;
53     int arr[n];
54     f(i,0,n) { cin >> arr[i]; }
55
56     pair<int, int> a[n];
57     memset(ansArr, 0, sizeof(ansArr));
58
59     f(i,0,n) {
60         a[i].second = arr[i];
61         a[i].first = i;
62     }
63
64     mergesort(a, 0, n - 1);
65
66     int ans = 0;
67     f(i,0,n) { ans += ansArr[i]; }
68     cout << ans << endl;
69 }

```

## 13.2 Contar Subarrays Somam K

```

1 // Descricao: Conta quantos subarrays de um vetor tem soma igual a k
2 // Complexidade: O(n)
3 int contarSomaSubarray(vector<int>& v, int k) {
4     unordered_map<int, int> prevSum; // map to store the previous sum
5
6     int ret = 0, currentSum = 0;
7
8     for(int& num : v) {
9         currentSum += num;
10
11         if (currentSum == k) ret++; /// Se a soma atual for igual a k,
            encontramos um subarray
12
13         if (prevSum.find(currentSum - k) != prevSum.end()) // se subarray
            com soma (currentSum - k) existir, sabe que [0:n] eh um subarray com
            soma k
14             ret += (prevSum[currentSum - k]);
15
16         prevSum[currentSum]++;
17     }
18
19     return ret;
20 }

```

## 13.3 Elemento Mais Frequente

```

1 #include <bits/stdc++.h>

```

```

2 using namespace std;
3
4 // Encontra o unico elemento mais frequente em um vetor
5 // Complexidade: O(n)
6 int maxFreq1(vector<int> v) {
7     int res = 0;
8     int count = 1;
9
10    for(int i = 1; i < v.size(); i++) {
11
12        if(v[i] == v[res])
13            count++;
14        else
15            count--;
16
17        if(count == 0) {
18            res = i;
19            count = 1;
20        }
21    }
22
23    return v[res];
24 }
25
26 // Encontra os elemento mais frequente em um vetor
27 // Complexidade: O(n)
28 vector<int> maxFreqn(vector<int> v)
29 {
30     unordered_map<int, int> hash;
31     for (int i = 0; i < v.size(); i++)
32         hash[v[i]]++;
33
34     int max_count = 0, res = -1;
35     for (auto i : hash) {
36         if (max_count < i.second) {
37             res = i.first;
38             max_count = i.second;
39         }
40     }
41
42     vector<int> ans;
43     for (auto i : hash) {
44         if (max_count == i.second) {
45             ans.push_back(i.first);
46         }
47     }
48
49     return ans;
50 }

```

## 13.4 K Maior Elemento

```

1 // Description: Encontra o k-ésimo maior elemento de um vetor
2 // Complexidade: O(n)
3
4 int Partition(vector<int>& A, int l, int r) {
5     int p = A[l];

```



```

6   int m = 1;
7   for (int k = l+1; k <= r; ++k) {
8       if (A[k] < p) {
9           ++m;
10          swap(A[k], A[m]);
11      }
12  }
13  swap(A[l], A[m]);
14  return m;
15 }

```

```

16
17 int RandPartition(vector<int>& A, int l, int r) {
18     int p = l + rand() % (r-l+1);
19     swap(A[l], A[p]);
20     return Partition(A, l, r);
21 }
22
23 int QuickSelect(vector<int>& A, int l, int r, int k) {
24     if (l == r) return A[l];
25     int q = RandPartition(A, l, r);
26     if (q+1 == k)
27         return A[q];
28     else if (q+1 > k)
29         return QuickSelect(A, l, q-1, k);
30     else
31         return QuickSelect(A, q+1, r, k);
32 }
33
34 void solve() {
35     vector<int> A = { 2, 8, 7, 1, 5, 4, 6, 3 };
36     int k = 1;
37     cout << QuickSelect(A, 0, A.size()-1, k) << endl;
38 }

```

## 13.5 Longest Common Subsequence

```

1 // Description: Encontra o tamanho da maior subsequencia comum entre duas
   strings
2 // Complexidade Temporal: O(n*m)
3 // Complexidade Espacial: O(m)
4 // Exemplo: "ABCDG" e "ADEB" => 2 ("AB")
5
6 int longestCommonSubsequence(string& text1, string& text2) {
7     int n = text1.size();
8     int m = text2.size();
9
10    vector<int> prev(m + 1, 0), cur(m + 1, 0);
11
12    for (int idx2 = 0; idx2 < m + 1; idx2++)
13        cur[idx2] = 0;
14
15    for (int idx1 = 1; idx1 < n + 1; idx1++) {
16        for (int idx2 = 1; idx2 < m + 1; idx2++) {
17            if (text1[idx1 - 1] == text2[idx2 - 1])
18                cur[idx2] = 1 + prev[idx2 - 1];
19
20            else

```

```

21                cur[idx2]
22                = 0 + max(cur[idx2 - 1], prev[idx2]);
23        }
24        prev = cur;
25    }
26
27    return cur[m];
28 }

```

## 13.6 Maior Retangulo Em Histograma

```

1 // Calcula area do maior retangulo em um histograma
2 // Complexidade: O(n)
3 int maxHistogramRect(const vector<int>& hist) {
4     stack<int> s;
5     int n = hist.size();
6
7     int ans = 0, tp, area_with_top;
8
9     int i = 0;
10    while (i < n) {
11
12        if (s.empty() || hist[s.top()] <= hist[i])
13            s.push(i++);
14
15        else {
16            tp = s.top(); s.pop();
17
18            area_with_top = hist[tp] * (s.empty() ? i : i - s.top() - 1);
19
20            if (ans < area_with_top)
21                ans = area_with_top;
22        }
23    }
24
25    while (!s.empty()) {
26        tp = s.top(); s.pop();
27        area_with_top = hist[tp] * (s.empty() ? i : i - s.top() - 1);
28
29        if (ans < area_with_top)
30            ans = area_with_top;
31    }
32
33    return ans;
34 }
35
36 void solve() {
37     vector<int> hist = { 6, 2, 5, 4, 5, 1, 6 };
38     cout << maxHistogramRect(hist) << endl;
39 }

```

## 13.7 Maior Sequencia Subsequente

```

1 // Maior sequencia subsequente
2 // {6, 2, 5, 1, 7, 4, 8, 3} => {2, 5, 7, 8}
3

```

```

4 int maiorCrescente(vector<int> v) {
5     vector<int> lenght(v.size());
6     for(int k=0; k<v.size(); k++) {
7         lenght[k] = ;
8         for(int i=0; i<k; i++) {
9             if(v[i] < v[k]) {
10                 lenght[i] = max(lenght[k], lenght[i]+1)
11             }
12         }
13     }
14     return lenght.back();
15 }

```

## 13.8 Maior Subsequencia Comum

```

1 int s1[MAXN], s2[MAXN], tab[MAXN][MAXN];
2
3 // Description: Retorna o tamanho da maior subsequencia comum entre s1 e
4 // Complexidade: O(n*m)
5 int lcs(int a, int b){
6
7     if(tab[a][b]>=0) return tab[a][b];
8     if(a==0 or b==0) return tab[a][b]=0;
9     if(s1[a]==s2[b]) return 1 + lcs(a-1, b-1);
10    return tab[a][b] = max(lcs(a-1, b), lcs(a, b-1));
11 }
12
13 void solve() {
14
15     s1 = {1, 3, 2, 5, 4, 2, 3, 4, 5};
16     s2 = {1, 2, 3, 4, 5};
17     int n = s1.size(), m = s2.size();
18     memset(tab, -1, sizeof(tab));
19     cout << lcs(n, m) << endl; // 5
20 }

```

## 13.9 Maior Subsequência Crescente

```

1 // Retorna o tamanho da maior subsequencia crescente de v
2 // Complexidade: O(n log(n))
3 int maiorSubCrescSize(vector<int> &v) {
4
5     vector<int> pilha;
6     for (int i = 0; i < v.size(); i++) {
7         auto it = lower_bound(pilha.begin(), pilha.end(), v[i]);
8         if (it == pilha.end())
9             pilha.push_back(v[i]);
10        else
11            *it = v[i];
12    }
13
14    return pilha.size();
15 }
16
17 // Retorna a maior subsequencia crescente de v

```

```

18 // Complexidade: O(n log(n))
19 vector<int> maiorSubCresc(vector<int> &v) {
20
21     vector<int> pilha, resp;
22     int pos[MAXN], pai[MAXN];
23     for (int i = 0; i < v.size(); i++) {
24         auto it = lower_bound(pilha.begin(), pilha.end(), v[i]);
25         int p = it - pilha.begin();
26         if (it == pilha.end())
27             pilha.PB(v[i]);
28         else
29             *it = x;
30         pos[p] = i;
31         if (p == 0)
32             pai[i] = -1; // seu pai áser -1
33         else
34             pai[i] = pos[p - 1];
35     }
36
37     int p = pos[pilha.size() - 1];
38     while (p >= 0) {
39         resp.PB(v[p]);
40         p = pai[p];
41     }
42     reverse(resp.begin(), resp.end());
43
44     return resp;
45 }
46
47 void solve() {
48     vector<int> v = {1, 3, 2, 5, 4, 2, 3, 4, 5};
49     cout << maiorSubCrescSize(v) << endl // 5
50     /*****
51     vector<int> ans = maiorSubCresc(v); // {1,2,3,4,5}
52 }

```

## 13.10 Maior Triangulo Em Histograma

```

1 // Calcula o maior triangulo em um histograma
2 // Complexidade: O(n)
3 int maiorTrianguloEmHistograma(const vector<int>& histograma) {
4
5     int n = histograma.size();
6     vector<int> esquerda(n), direita(n);
7
8     esquerda[0] = 1;
9     f(i,1,n) {
10         esquerda[i] = min(histograma[i], esquerda[i - 1] + 1);
11     }
12
13     direita[n - 1] = 1;
14     rf(i,n-1,0) {
15         direita[i] = min(histograma[i], direita[i + 1] + 1);
16     }
17
18     int ans = 0;
19     f(i,0,n) {

```

```

20     ans = max(ans, min(esquerda[i], direita[i]));
21 }
22
23 return ans;
24
25 }

```

## 13.11 Remove Repetitive

```

1 // Remove repetitive elements from a vector
2 // Complexity: O(n)
3 vector<int> removeRepetitive(const vector<int>& vec) {
4
5     unordered_set<int> s;
6     s.reserve(vec.size());
7
8     vector<int> ans;
9
10    for (int num : vec) {
11        if (s.insert(num).second)
12            v.push_back(num);
13    }
14
15    return ans;
16 }
17
18 void solve() {
19     vector<int> v = {1, 3, 2, 5, 4, 2, 3, 4, 5};
20     vector<int> ans = removeRepetitive(v); // {1, 3, 2, 5, 4}
21 }

```

## 13.12 Soma Maxima Sequencial

```

1 // Description: Soma maxima sequencial de um vetor
2 // Complexidade: O(n)
3 int max_sum(vector<int> s) {
4
5     int ans = 0, maior = 0;
6
7     for(int i = 0; i < s.size(); i++) {
8         maior = max(0, maior+s[i]);
9         ans = max(resp, maior);
10    }
11
12    return ans;
13 }
14
15 void solve() {
16     vector<int> v = {1,-3,5,-1,2,-1};
17     cout << max_sum(v) << endl; // 6 = {5,-1,2}
18 }

```

## 13.13 Subset Sum

```

1 // Description: Verifica se algum subset dentro do array soma igual a sum
2 // Complexidade Temporal: O(sum * n)

```

```

3 // Complexidade Espacial: O(sum * n)
4
5 bool isSubsetSum(vi set, int n, int sum) {
6     bool subset[n + 1][sum + 1];
7
8     for (int i = 0; i <= n; i++)
9         subset[i][0] = true;
10
11     for (int i = 1; i <= sum; i++)
12         subset[0][i] = false;
13
14     for (int i = 1; i <= n; i++) {
15         for (int j = 1; j <= sum; j++) {
16             if (j < set[i - 1])
17                 subset[i][j] = subset[i - 1][j];
18             if (j >= set[i - 1])
19                 subset[i][j]
20                     = subset[i - 1][j]
21                     || subset[i - 1][j - set[i - 1]];
22         }
23     }
24
25     return subset[n][sum];
26 }

```

## 13.14 Troco

```

1 // Description: Retorna o menor número de moedas para formar um valor n
2 // Complexidade: O(n*m)
3 vector<int> troco(vector<int> coins, int n) {
4     int first[n];
5     value[0] = 0;
6     for(int x=1; x<=n; x++) {
7         value[x] = INF;
8         for(auto c : coins) {
9             if(x-c >= 0 and value[x-c] + 1 < value[x]) {
10                 value[x] = value[x-c]+1;
11                 first[x] = c;
12             }
13         }
14     }
15
16     vector<int> ans;
17     while(n>0) {
18         ans.push_back(first[n]);
19         n -= first[n];
20     }
21     return ans;
22 }
23
24 void solve() {
25     vector<int> coins = {1, 3, 4};
26     vector<int> ans = troco(coins, 6); // {3,3}
27 }

```

## 14 Outros

### 14.1 Dp

```
1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3
4 const int MAX_gm = 30; // up to 20 garments at most and 20 models/garment
5 const int MAX_M = 210; // maximum budget is 200
6
7 int M, C, price[MAX_gm][MAX_gm]; // price[g (<= 20)][k (<= 20)]
8 int memo[MAX_gm][MAX_M]; // TOP-DOWN: dp table [g (< 20)][money
9                             (<= 200)]
10
11 int dp(int g, int money) {
12     if (money < 0) return -1e9;
13     if (g == C) return M - money;
14     if (memo[g][money] != -1)
15         return memo[g][money]; // avaliar linha g com dinheiro money (cada
16                                 caso pensavel)
17     int ans = -1;
18     for (int k = 1; k <= price[g][0]; ++k)
19         ans = max(ans, dp(g + 1, money - price[g][k]));
20     return memo[g][money] = ans;
21 }
22
23 int main() {
24     int TC;
25     scanf("%d", &TC);
26     while (TC--)
27     {
28         scanf("%d %d", &M, &C);
29         for (int g = 0; g < C; ++g)
30         {
31             scanf("%d", &price[g][0]); // store k in price[g][0]
32             for (int k = 1; k <= price[g][0]; ++k)
33                 scanf("%d", &price[g][k]);
34         }
35         memset(memo, -1, sizeof memo); // TOP-DOWN: init memo
36         if (dp(0, M) < 0)
37             printf("no solution\n"); // start the top-down DP
38         else
39             printf("%d\n", dp(0, M));
40     }
41     return 0;
42 }
```

### 14.2 Binario

```
1 // Descricao: conversao de decimal para binario
2 // Complexidade: O(logn) onde n eh o numero decimal
3 string decimal_to_binary(int dec) {
4     string binary = "";
5     while (dec > 0) {
6         int bit = dec % 2;
```

```
7         binary = to_string(bit) + binary;
8         dec /= 2;
9     }
10    return binary;
11 }
12
13 // Descricao: conversao de binario para decimal
14 // Complexidade: O(logn) onde n eh o numero binario
15 int binary_to_decimal(string binary) {
16     int dec = 0;
17     int power = 0;
18     for (int i = binary.length() - 1; i >= 0; i--) {
19         int bit = binary[i] - '0';
20         dec += bit * pow(2, power);
21         power++;
22     }
23     return dec;
24 }
```

### 14.3 Binary Search

```
1 // Description: Implementao do algoritmo de busca binaria.
2 // Complexidade: O(logn) onde n eh o tamanho do vetor
3 int BinarySearch(<vector>int arr, int x){
4     int k = 0;
5     int n = arr.size();
6
7     for (int b = n/2; b >= 1; b /= 2) {
8         while (k+b < n && arr[k+b] <= x) k += b;
9     }
10    if (arr[k] == x) {
11        return k;
12    }
13 }
```

### 14.4 Fibonacci

```
1 vector<int> memo(MAX, -1);
2
3 // Descricao: Funcao que retorna o n-esimo termo da sequencia de Fibonacci
4 // utilizando programacao dinamica.
5 // Complexidade: O(n) onde n eh o termo desejado
6 int fibPD(int n) {
7     if (n <= 1) return n;
8     if (memo[n] != -1) return memo[n];
9     return memo[n] = fibPD(n - 1) + fibPD(n - 2);
10 }
```

### 14.5 Horario

```
1 // Descricao: Funcoes para converter entre horas e segundos.
2 // Complexidade: O(1)
3 int cts(int h, int m, int s) {
4     int total = (h * 3600) + (m * 60) + s;
5     return total;
6 }
```

```

7
8 tuple<int, int, int> cth(int total_seconds) {
9     int h = total_seconds / 3600;
10    int m = (total_seconds % 3600) / 60;
11    int s = total_seconds % 60;
12    return make_tuple(h, m, s);
13 }

```

## 14.6 Intervalos

```

1 // Conta quantos intervalos nao tem overlap ([a,b] e [b,c] nao geram)
2
3 bool cmp(const pair<int,int>& p1, const pair<int,int>& p2) {
4     if(p1.second != p2.second) return p1.second < p2.second;
5     return p1.first < p2.first;

```

```

6 }
7
8 int countNonOverlappingIntervals(vector<pair<int,int>> intervals) {
9     sort(all(intervals), cmp);
10    int firstTermino = intervals[0].second;
11    int ans = 1;
12    f(i,1,intervals.size()) {
13        if(intervals[i].first >= firstTermino) {
14            ans++;
15            firstTermino = intervals[i].second;
16        }
17    }
18
19    return ans;
20 }

```