

# Pedro Augusto Ulisses Andrade Lucas Andrade

Katia Volte Para Mim! Cantarei Boate Azul Para Você (>o<)

Contents					3.8	Permutacao Circular	7
					3.9	Combinação Com Repetição	7
1	Uti	s	<b>2</b>				
	1.1	Files	2	4	$\mathbf{Estr}$	ruturas	7
	1.2	Limites	2		4.1	Bittree	7
	1.3	Makefile	2		4.2	Sparse Table Disjunta	7
	1.4	Template Python	2		4.3	Fenwick Tree	8
	1.5	Mini Template Cpp	3		4.4	Union Find	9
	1.6	Template Cpp	3		4.5	Segmen Tree	6
					4.6	Seg Tree	10
2	Info	ormações	4				
	2.1	Vector	4	5	Grai	fos	11
	2.2	String	4			Euler Tree	
	2.3	Set	5			Labirinto	
	2.4	Sort	5		5.3	Dijkstra	11
	2.5	Priority Queue	5		5.4	Topological Kahn	
	2.6	Bitmask	6			Bfs	
					5.6	Floyd Warshall	13
3	Cor	nbinatoria	6		5.7	Bfs Matriz	13
	3.1	Combinação Simples	6		5.8	Kruskal	13
	3.2	Arranjo Com Repeticao	6		5.9	Encontrar Ciclo	14
	3.3	Arranjo Simples	6		5.10	Bipartido	14
	3.4	Permutacao Com Repeticao	6		5.11	Dfs	15
	3.5	@ Tabela	6		5.12	Successor Graph	15
	3.6	@ Factorial	6		5.13	Kosaraju	15
	3.7	Permutacao Simples	7		5.14	Pontos Articulação	16

6	Matematica	16	9.5 Contar Subarrays Somam K
	6.1 Decimal Para Fracao	16	9.6 Remove Repetitive
	6.2 Numeros Grandes	16	9.7 Maior Subsequencia Comum
	6.3 Sieve Linear	17	9.8 Maior Sequencia Subsequente
	6.4 Contar Quanti Solucoes Eq 2 Variaveis	17	9.9 Soma Maxima Sequencial
	6.5 Conversao De Bases	18	9.10 Maior Subsequência Crescente
	6.6 Mmc	18	9.11 K Maior Elemento
	6.7 Mdc Multiplo	18	
	6.8 Fast Exponentiation	18	10 Outros
	6.9 Mmc Multiplo	18	10.1 Fibonacci
	6.10 Fatorial Grande	18	10.2 Dp
	6.11 Numeros Grandes	18	10.3 Horario
	6.12 Primo	19	10.4 Mochila
	6.13 Factorial	19	10.5 Binario
	6.14 Mdc	19	10.6 Intervalos
	6.15 Dois Primos Somam Num	20	10.7 Binary Search
	6.16 Fatoração	20	10.8 Max Subarray Sum
	6.17 N Fibonacci	20	
	6.18 Divisores	20	
	6.19 Sieve	20	
	6.20 Miller Rabin	20	
	6.21 Tabela Verdade	$\frac{20}{21}$	
	U.D. Tarocta volunta in the second se		
7	Matriz	<b>21</b>	
	7.1 Maior Retangulo Binario Em Matriz	21	
	7.2 Max 2d Range Sum	22	
8	Strings	22	
	8.1 Lower Upper	22	
	8.2 Lexicograficamente Minima	22	
	8.3 Ocorrencias	$\frac{22}{22}$	
	8.4 Chaves Colchetes Parenteses	23	
	8.5 Numeros E Char	$\frac{23}{23}$	
	8.6 Palindromo	$\frac{23}{23}$	
		$\frac{23}{23}$	
	8.7 Calculadora Posfixo		
	8.8 Permutacao	23	
	8.9 Split Cria		
	8.10 Infixo Para Posfixo	24	
	8.11 Remove Acento	24	
9	Vector	24	
	9.1 Maior Triangulo Em Histograma	24	
	9.2 Elemento Mais Frequente	24	
	9.3 Troco	25	

. . . . . . . . . .

. . . . . . . . .

## Utils

#### 1.1 Files

```
1 #!/bin/bash
3 for c in {a..f}; do
     cp temp.cpp "$c.cpp"
     echo "$c" > "$c.txt"
     if [ "$c" = "$letter" ]; then
       break
      fi
9 done
```

1 // LIMITES DE REPRESENTAÇÃO DE DADOS

#### 1.2 Limites

```
| bits | minimo .. maximo | precisao decim.
       tipo
| 8 | 0 .. 127 | 2
                                              | 2
| 2
            8
                            -128 .. 127
6 signed char
7 unsigned char 8
                          0 .. 255
                      -32.768 .. 32.767 | 4
0 .. 65.535 | 4
8 short | 16 |
9 unsigned short 16
            | 32 | 0 ... 4 x 10 9 | 9 | 10 compile:

| 32 | 0 ... 4 x 10 9 | 9 | 11 g++ -g $(f).cpp $(CXXFLAGS) -o $(f) | 12 exe:

| 64 | 0 ... 18 x 10 18 | 19 | 13 ./$(f) < $(f).txt
10 int | 32 | -2 x 10^9 .. 2 x 10^9
11 unsigned int 32
12 int64_t | 64 | -9 x 10^18 ... 9 x 10^18
14 float
15 double
             | 64 | 2.2 x 10^-308 .. 1.8 x 10^308 | 15-17
16 long double | 80 | 3.4 x 10^-4932 .. 1.1 x 10^4932 | 18-19
17 BigInt/Dec(java) 1 x 10^-2147483648 .. 1 x 10^2147483647 | 0
19 // LIMITES DE MEMORIA
21 \text{ 1MB} = 1,048,576 bool}
22 1MB = 524,288 char
23 1MB = 262,144 int32_t
24 1MB = 131,072 int64_t
25 1MB = 65,536 float
26 1MB = 32,768 double
27 1MB = 16,384 long double
28 1MB = 16,384 BigInteger / BigDecimal
30 // ESTOURAR TEMPO
32 imput size | complexidade para 1 s
34 [10,11]
         | O(n!), O(n^6)
35 [17,19]
           | 0(2^n * n^2)
36 [18, 22]
          | 0(2^n * n)
37 [24,26]
            0(2^n)
           0(n^4)
38 ... 100
39 ... 450 | 0(n^3)
40 ... 1500
           | 0(n^2.5)
```

```
41 ... 2500
              | 0(n^2 * log n)
42 ... 10<sup>4</sup> | 0(n<sup>2</sup>)
43 \dots 2*10^5 | 0(n^1.5)
44 ... 4.5*10^6 \mid 0(n \log n)
10^7 | 0(n \log \log n)
46 ... 10^8 | 0(n), 0(\log n), 0(1)
48
49 // FATORIAL
                     479.001.600 [limite do (u)int]
52 20! = 2.432.902.008.176.640.000 [limite do (u)int64_t]
```

#### 1.3 Makefile

```
1 CXX = g++
  2 CPXXFLAGS = -fsanitize=address, undefined -fno-omit-frame-pointer -g -Wall
        -Wshadow -std=c++17 -Wno-unused-result -Wno-sign-compare -Wno-char-
        subscripts #-fuse-ld=gold
        cp temp.cpp $(f).cpp
       touch $(f).txt
code $(f).txt
        code $(f).cpp
9
 15 runc: compile
 16 runci: compile exe
 18 clearexe:
        find . -maxdepth 1 -type f -executable -exec rm {} +
 20 cleartxt:
        find . -type f -name "*.txt" -exec rm -f {} \;
 22 clear: clearexe cleartxt
        clear
```

## 1.4 Template Python

```
1 import sys
2 import math
3 import bisect
4 from sys import stdin, stdout
5 from math import gcd, floor, sqrt, log
6 from collections import defaultdict as dd
7 from bisect import bisect_left as bl,bisect_right as br
9 sys.setrecursionlimit(100000000)
10
      =lambda: int(input())
12 strng =lambda: input().strip()
13 jn =lambda x,l: x.join(map(str,l))
```

```
14 strl =lambda: list(input().strip())
15 mul
         =lambda: map(int,input().strip().split())
16 mulf =lambda: map(float,input().strip().split())
         =lambda: list(map(int,input().strip().split()))
17 seq
                                                                              7.1
1.8
        =lambda x: int(x) if (x=int(x)) else int(x)+1
ceildiv=lambda x.d: x//d if (x\%d==0) else x//d+1
2.1
22 flush =lambda: stdout.flush()
23 stdstr =lambda: stdin.readline()
24 stdint =lambda: int(stdin.readline())
25 stdpr =lambda x: stdout.write(str(x))
27 mod = 100000007
                                                                              8.1
29 #main code
                                                                              82
31 a = None
32 b = None
33 lista = None
35 def ident(*args):
     if len(args) == 1:
         return args[0]
      return args
38
41 def parsin(*, l=1, vpl=1, s=" "):
     if 1 == 1:
          if vpl == 1: return ident(input())
43
          else: return list(map(ident, input().split(s)))
      else:
45
          if vpl == 1: return [ident(input()) for in range(1)]
46
          else: return [list(map(ident, input().split(s))) for _ in range(l) #define dbg(x) cout << #x << " = " << x << endl;
      1
48
                                                                              16 }
50 def solve():
      pass
53 # if name == ' main ':
54 def main():
55
      st = clk()
                                                                              23
      escolha = "in"
      #escolha = "num"
                                                                             26 }
      match escolha:
60
          case "in":
61
              # êl infinitas linhas agrupadas de 2 em 2
              # pra infinitos valores em 1 linha pode armazenar em uma lista
63
              while True:
64
                  global a, b
                  try: a, b = input().split()
66
                  except (EOFError): break #permite ler todas as linahs
67
      dentro do .txt
                  except (ValueError): pass # consegue ler éat linhas em
```

```
branco
                  else:
                       a, b = int(a), int(b)
                   solve()
          case "num":
              global lista
              # int 1; cin >> 1; while(1--){for(i=0; i<vpl; i++)}
               # retorna listas com inputs de cada linha
               # leia l linhas com vpl valores em cada uma delas
                  # caseo seja mais de uma linha, retorna lista com listas
      de inputs
              lista = parsin(1=2, vpl=5)
               solve()
      sys.stderr.write(f"Run Time : {(clk() - st):.6f} seconds\n")
84 main()
```

## Mini Template Cpp

```
# include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
4 #define _ std::ios::sync_with_stdio(false); cin.tie(NULL); cout.tie(NULL);
5 #define all(a)
                         a.begin(), a.end()
6 #define int
                         long long int
7 #define double
                         long double
8 #define endl
                         "\n"
                         for(auto x : a) cout << x << " "; cout << endl
9 #define print_v(a)
10 #define f(i,s,e)
                        for (int i=s;i<e;i++)
                         for (int i=e-1; i>=s;i--)
11 #define rf(i,e,s)
14 void solve() {
18 int32_t main() { _
      int t = 1: // cin >> t:
      while (t--) {
          solve():
      return 0:
```

# 1.6 Template Cpp

```
1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std:
4 #define _ std::ios::sync_with_stdio(false); cin.tie(NULL); cout.tie(NULL);
5 #define all(a)
                    a.begin(), a.end()
6 #define int
                      long long int
```

```
7 #define double
                        long double
8 #define vi
                        vector<int>
9 #define pii
                        pair < int, int>
10 #define endl
                        "\n"
11 #define print_v(a) for(auto x : a)cout << x << " "; cout << endl
12 #define print_vp(a) for(auto x : a)cout<<x.first<<" "<<x.second<< endl
13 #define f(i,s,e)
                       for(int i=s:i<e:i++)
14 #define rf(i,e,s)
                        for(int i=e-1; i>=s;i--)
15 #define CEIL(a, b) ((a) + (b - 1))/b
16 #define TRUNC(x, n) floor(x * pow(10, n))/pow(10, n)
17 #define ROUND(x, n) round(x * pow(10, n))/pow(10, n)
18 #define dbg(x) cout << #x << " = " << x << " ";
19 #define dbgl(x) cout << #x << " = " << x << endl;</pre>
21 const int INF = 1e9; // 2^31-1
22 const int LLINF = 4e18; // 2^63-1
23 const double EPS = 1e-9;
24 const int MAX = 1e6+10; // 10^6 + 10
26 void solve() {
29 }
31 int32 t main() {
      clock_t z = clock();
3.3
     int t = 1; // cin >> t;
34
     while (t--) {
35
          solve();
36
37
      cerr << fixed << "Run Time : " << ((double)(clock() - z) /</pre>
      CLOCKS_PER_SEC) << endl;
      return 0;
40 }
```

# Informações

#### Vector

```
1 // INICIALIZAR
vector < int > v (n); // n ócpias de 0
s vector < int > v (n, v); // n ócpias de v
5 // PUSH_BACK
6 // Complexidade: O(1) amortizado (O(n) se realocar)
7 v.push_back(x);
9 // REMOVER
10 // Complexidade: O(n)
v.erase(v.begin() + i);
13 // INSERIR
14 // Complexidade: O(n)
15 v.insert(v.begin() + i, x);
```

```
17 // ORDENAR
18 // Complexidade: O(n log(n))
19 sort(v.begin(), v.end());
20 sort(all(v)):
22 // BUSCA BINARIA
23 // Complexidade: O(log(n))
24 // Retorno: true se existe, false se ano existe
25 binary_search(v.begin(), v.end(), x);
27 // FIND
28 // Complexidade: O(n)
29 // Retorno: iterador para o elemento, v.end() se ano existe
30 find(v.begin(), v.end(), x);
32 // CONTAR
33 // Complexidade: O(n)
34 // Retorno: únmero de êocorrncias
35 count(v.begin(), v.end(), x);
```

## 2.2 String

1 // INICIALIZAR

```
2 string s; // string vazia
3 string s (n, c); // n ócpias de c
4 string s (s); // ócpia de s
5 string s (s, i, n); // ócpia de s[i..i+n-1]
7 // SUBSTRING
 8 // Complexidade: O(n)
9 s.substr(i, n); // substring de s[i..i+n-1]
10 s.substr(i, j - i + 1); // substring de s[i..j]
12 // TAMANHO
13 // Complexidade: O(1)
14 s.size(); // tamanho da string
15 s.empty(); // true se vazia, false se ano vazia
17 // MODIFICAR
18 // Complexidade: O(n)
19 s.push_back(c); // adiciona c no final
20 s.pop_back(); // remove o último
21 s += t; // concatena t no final
22 s.insert(i, t); // insere t a partir da çãposio i
23 s.erase(i, n); // remove n caracteres a partir da çãposio i
24 s.replace(i, n, t); // substitui n caracteres a partir da çãposio i por t
25 s.swap(t); // troca o úcontedo com t
27 // COMPARAR
28 // Complexidade: O(n)
29 s == t; // igualdade
30 s != t; // cdiferena
31 s < t; // menor que
32 s > t; // maior que
33 s <= t; // menor ou igual
34 s >= t; // maior ou igual
```

```
36 // BUSCA
37 // Complexidade: O(n)
38 s.find(t); // caposio da primeira eocorrncia de t, ou string::npos se ano
39 s.rfind(t); // cãposio da última êocorrncia de t, ou string::npos se ãno
     existe
40 s.find_first_of(t); // çãposio da primeira êocorrncia de um caractere de t
      , ou string::npos se ano existe
41 s.find_last_of(t); // çãposio da última êocorrncia de um caractere de t,
     ou string::npos se ano existe
42 s.find_first_not_of(t); // caposio do primeiro caractere que ano aest em t
     , ou string::npos se ano existe
43 s.find_last_not_of(t); // çãposio do último caractere que ãno áest em t, ou
      string::npos se ano existe
45 // SUBSTITUIR
46 // Complexidade: O(n)
47 s.replace(i, n, t); // substitui n caracteres a partir da çãposio i por t
48 s.replace(s.begin() + i, s.begin() + i + n, t.begin(), t.end()); //
      substitui n caracteres a partir da çãposio i por t
49 s.replace(s.begin() + i, s.begin() + i + n, t); // substitui n caracteres
     a partir da çãposio i por t
50 s.replace(s.begin() + i, s.begin() + i + n, n, c); // substitui n
      caracteres a partir da çãposio i por n ócpias de c
  2.3 Set.
1 set < int > st;
3 // Complexidade: O(log(n))
4 st.insert(x):
5 st.erase(x):
6 st.find(x);
7 st.erase(st.find(x)):
10 // Complexidade: O(1)
11 st.size();
12 st.empty();
14 // Complexidade: O(n)
15 st.clear():
16 for (auto x : st) {}
              priority_queue
                                       set
              call compl call compl melhor
         | push | log(n) | insert | log(n) | pq
23 erase_menor | pop
                     |\log(n)| erase |\log(n)| pq
24 get_menor
                     | 1 | begin | 1
            top
25 get_maior
              _
                     | - | rbegin |
26 erase_number | remove | n | erase | log(n) | set
27 find_number -
                               find
28 find_>=
                     | - | lower | log(n) | set
29 find_<=
              | - | - | upper | log(n) | set
```

for n for n set

30 iterate

#### 2.4 Sort

```
vector<int> v;
     // Sort Crescente:
     sort(v.begin(), v.end());
     sort(all(v));
     // Sort Decrescente:
     sort(v.rbegin(), v.rend());
     sort(all(v), greater<int>());
     // Sort por uma çãfuno:
     auto cmp = [](int a, int b) { return a > b; }; // { 2, 3, 1 } -> { 3,
     2, 1 }
     auto cmp = [](int a, int b) { return a < b; }; // { 2, 3, 1 } -> { 1,
     sort(v.begin(), v.end(), cmp);
     sort(all(v), cmp);
     // Sort por uma çãfuno (çãcomparao de pares):
     auto cmp = [](pair<int, int> a, pair<int, int> b) { return a.second >
     b.second; };
     // Sort parcial:
     partial_sort(v.begin(), v.begin() + n, v.end()); // sorta com n menos
     partial_sort(v.rbegin(), v.rbegin() + n, s.rend()) // sorta com n
     maiores elementos
     // SORT VS SET
     * para um input com elementos distintos, sort é mais árpido que set
```

## 2.5 Priority Queue

```
1 // HEAP CRESCENTE {5,4,3,2,1}
priority_queue < int > pq; // max heap
      // maior elemento:
      pq.top();
6 // HEAP DECRESCENTE {1,2,3,4,5}
7 priority_queue < int, vector < int >, greater < int >> pq; // min heap
      // menor elemento:
      pq.top();
11 // REMOVER ELEMENTO
12 // Complexidade: O(n)
13 // Retorno: true se existe, false se ano existe
14 pq.remove(x);
16 // INSERIR ELEMENTO
17 // Complexidade: O(log(n))
18 pq.push(x);
20 // REMOVER TOP
```

```
21 // Complexidade: O(log(n))
22 pq.pop();
24 // TAMANHO
25 // Complexidade: O(1)
26 pq.size();
28 // VAZIO
29 // Complexidade: O(1)
30 pq.empty();
31
32 // LIMPAR
33 // Complexidade: O(n)
34 pq.clear();
35
36 // ITERAR
37 // Complexidade: O(n)
38 for (auto x : pq) {}
40 // çãOrdenao por çãfuno customizada passada por parametro ao criar a pq
41 // Complexidade: O(n log(n))
42 auto cmp = [](int a, int b) { return a > b; };
43 priority_queue < int, vector < int>, decltype(cmp)> pq(cmp);
  2.6 Bitmask
1 \text{ int } n = 11, \text{ ans } = 0, k = 3;
3 // Operacoes com bits
4 \text{ ans} = n \& k; // AND bit a bit
5 \text{ ans} = n \mid k; // OR \text{ bit a bit}
6 ans = n ^ k; // XOR bit a bit
7 ans = "n; // NOT bit a bit
9 // Operacoes com 2<sup>k</sup> em O(1)
10 ans = n << k; // ans = n * 2^k
11 ans = n >> k: // ans = n / 2^k
13 int j;
15 // Ativa j-esimo bit (0-based)
16 ans |= (1 << j);
18 // Desativa j-esimo bit (0-based)
19 ans &= (1 << j);
21 // Inverte j-esimo bit (0-based)
22 ans ^= (1<<j);
24 // checar se j-esimo bit esta ativo (0-based)
25 \text{ ans} = n \& (1 << j);
27 // Pegar valor do bit menos significativo | Retorna o maior divisor
```

28 ans = n & -n;

31 ans = (1 << n) - 1;

30 // Ligar todos on n bits

```
33 // Contar quantos 1's tem no binario de n
34 ans = __builtin_popcount(n);
35
36 // Contar quantos 0's tem no final do binario de n
37 ans = __builtin_ctz(n);
```

#### 3 Combinatoria

## 3.1 Combinação Simples

```
1 int combinacaoSimples(int p, int n) {
2     return fact(n) / (fact(p) * fact(n - p));
3 }
```

## 3.2 Arranjo Com Repeticao

```
int arranjoComRepeticao(int p, int n) {
    return pow(n, p);
}
```

# 3.3 Arranjo Simples

```
1 int arranjoSimples(int p, int n) {
2    return fact(n) / fact(n - p);
3 }
```

### 3.4 Permutacao Com Repeticao

```
// Trocar elementos de lugar quando ha termos repetidos (ANAGRAMA)
int permutacaoComRepeticao(string s) {
   int n = s.size();
   int ans = fact(n);
   map<char, int> freq;
   for (char c : s) {
      freq[c]++;
   }
   for (auto [c, f] : freq) {
      ans /= fact(f);
   }
   return ans;
}
```

#### 3.5 @ Tabela

# 3.6 @ Factorial

```
1 // Calcula o fatorial de um únmero n
2 // Complexidade: O(n)
3
4 int factdp[20];
5
6 int fact(int n) {
7    if (n < 2) return 1;
8    if (factdp[n] != 0) return factdp[n];
9    return factdp[n] = n * fact(n - 1);
10 }</pre>
```

#### 3.7 Permutação Simples

```
1 // Agrupamentos distintos entre si pela ordem (FILA)
2 // Diferenca do arranjo: usa todos os elementos para o calculo
3 // SEM repeticao
4
5 int permutacaoSimples(int n) {
6     return fact(n);
7 }
```

#### 3.8 Permutacao Circular

```
1 // Permutacao objetos em posicao simetrica em um circulo
2
3 int permutacaoCircular(int n) {
4     return fact(n - 1);
5 }
```

## 3.9 Combinacao Com Repeticao

```
int combinacaoComRepeticao(int p, int n) {
    return fact(n + p - 1) / (fact(p) * fact(n - 1));
}
```

# 4 Estruturas

#### 4.1 Bittree

```
n --> No. of elements present in input array.
      BITree[0..n] --> Array that represents Binary Indexed Tree.
      arr[0..n-1] --> Input array for which prefix sum is evaluated. */
5 // Returns sum of arr[0..index]. This function assumes
6 // that the array is preprocessed and partial sums of
7 // array elements are stored in BITree[]
8 int getSum(vector<int>& BITree, int index) {
      int sum = 0;
     index = index + 1;
     while (index>0) {
11
12
          sum += BITree[index];
          index -= index & (-index);
14
     return sum;
```

```
16 }
18 void updateBIT(vector < int > & BITree, int n, int index, int val) {
      index = index + 1:
      while (index <= n) {
           BITree[index] += val:
           index += index & (-index);
25 }
27 vector < int > constructBITree(vector < int > & arr, int n) {
      vector < int > BITree(n+1, 0);
      for (int i=0; i<n; i++)
3.1
           updateBIT(BITree, n, i, arr[i]);
      return BITree;
34 }
36 void solve() {
       vector < int > freq = \{2, 1, 1, 3, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\};
      int n = freq.size();
      vector < int > BITree = constructBITree(freq, n);
      cout << "Sum of elements in arr[0..5] is"<< getSum(BITree, 5);</pre>
      // Let use test the update operation
      freq[3] += 6;
      updateBIT(BITree, n, 3, 6); //Update BIT for above change in arr[]
      cout << "\nSum of elements in arr[0..5] after update is "</pre>
           << getSum(BITree, 5);
47 }
```

## 4.2 Sparse Table Disjunta

```
1 // Sparse Table Disjunta
3 // Resolve qualquer operacao associativa
4 // MAX2 = log(MAX)
6 // Complexidades:
7 // build - O(n log(n))
8 // query - 0(1)
10 namespace SparseTable {
      int m[MAX2][2*MAX], n, v[2*MAX];
      int op(int a, int b) { return min(a, b); }
      void build(int n2, int* v2) {
          for (int i = 0; i < n; i++) v[i] = v2[i];
          while (n&(n-1)) n++;
          for (int j = 0; (1<<j) < n; j++) {
              int len = 1<<i:
              for (int c = len; c < n; c += 2*len) {
                  m[j][c] = v[c], m[j][c-1] = v[c-1];
                  for (int i = c+1; i < c+len; i++) m[j][i] = op(m[j][i-1],
       v[i]);
```

```
for (int i = c-2; i >= c-len; i--) m[j][i] = op(v[i], m[j 44])
                                                                                    void update(int i, int v) {
      ][i+1]);
                                                                                        for (; i < (int)ft.size(); i += LSOne(i))</pre>
              }
                                                                                             ft[i] += v:
                                                                              47
                                                                              48
      int querv(int 1. int r) {
                                                                                    // n-th element >= k
          if (1 == r) return v[1]:
                                                                                    int select(int k) {
          int j = __builtin_clz(1) - __builtin_clz(1^r);
                                                                                     int p = 1;
                                                                              51
                                                                                         while (p * 2 < (int)ft.size())
          return op(m[j][1], m[j][r]);
      }
                                                                              53
                                                                                            p *= 2;
                                                                              54
                                                                                        int i = 0;
                                                                                         while (p) {
  4.3 Fenwick Tree
                                                                                             if (k > ft[i + p]) {
                                                                                                 k = ft[i + p];
                                                                                                 i += p;
1 #define LSOne(S) ((S) & -(S)) // the key operation
                                                                                             p /= 2;
3 class FenwickTree { // index 0 is not used
                                                                              60
      private:
                                                                                         return i + 1:
          vi ft:
                                                                                    }
                                                                              63
                                                                              64 };
          void build(const vi &f) {
              int m = (int)f.size() - 1; // note f[0] is always 0
                                                                             66 // Range Update Point Query
              ft.assign(m + 1, 0);
              for (int i = 1; i <= m; ++i) {
                                                                             67 class RUPQ {
                                                                                    private:
                  ft[i] += f[i];
                  if (i + LSOne(i) <= m)</pre>
                                                                                         FenwickTree ft;
                                                                                    public:
                      ft[i + LSOne(i)] += ft[i];
              }
          }
                                                                                         // empty FT
                                                                              72
                                                                                         RUPQ(int m) : ft(FenwickTree(m)) {}
17 public:
                                                                                        // v[ui,...,uj] += v
      // empty FT
                                                                                         void range_update(int ui, int uj, int v) {
      FenwickTree(int m) { ft.assign(m + 1, 0); }
                                                                                            ft.update(ui, v);
                                                                                             ft.update(ui + 1. -v):
      // FT based on f
      FenwickTree(const vi &f) { build(f); }
                                                                                         // \operatorname{rsg}(i) = v[1] + v[2] + \dots + v[i]
      // FT based on s, and m = max(s)
                                                                                         int point_query(int i) { return ft.rsq(i); }
      FenwickTree(int m. const vi &s) {
                                                                              83 }:
          vi f(m + 1, 0):
          for (int i = 0; i < (int)s.size(); ++i)</pre>
                                                                              85 // Range Update Range Query
              ++f[s[i]]:
                                                                              86 class RURO {
          build(f);
      }
                                                                                    private:
                                                                                         RUPQ rupq;
                                                                                         FenwickTree purq;
      // RSQ(1, j)
      int rsq(int j)
                                                                              90
                                                                                    public:
                                                                                        // empty structures
          int sum = 0;
                                                                              91
                                                                                         RURQ(int m) : rupq(RUPQ(m)), purq(FenwickTree(m)) {}
          for (; j; j -= LSOne(j))
              sum += ft[j];
                                                                                        // v[ui,...,uj] += v
          return sum;
                                                                              94
      }
                                                                                         void range_update(int ui, int uj, int v) {
                                                                                             rupq.range_update(ui, uj, v);
                                                                                             purq.update(ui, v * (ui - 1));
      int rsq(int i, int j) { return rsq(j) - rsq(i - 1); }
                                                                                             purq.update(uj + 1, -v * uj);
      // v[i] += v
```

25

28

30

9

15

18

20

21

24

29

30

31

33

34

36

37

39

40

43

31 }

```
// rsq(j) = v[1]*j - (v[1] + ... + v[j])
                                                                                  int sizeOfSet(int i) { return setSize[find(i)]; }
                                                                            20
          int rsq(int j) {
                                                                            2.1
              return rupq.point_query(j) * j -
                                                                                  int find(int i) { return (p[i] == i) ? i : (p[i] = find(p[i])); }
                                                                            22
                                                                                  bool same(int i, int j) { return find(i) == find(j); }
                  purq.rsq(j);
                                                                            23
                                                                                  void uni(int i, int j) {
          }
                                                                            24
                                                                                      if (same(i, j))
          // \operatorname{rsq}(i, j) = \operatorname{rsq}(j) - \operatorname{rsq}(i - 1)
                                                                                          return:
          int rsq(int i, int j) { return rsq(j) - rsq(i - 1); }
                                                                                      int x = find(i), y = find(j);
109 };
                                                                                      if (rank[x] > rank[y])
110
                                                                            20
                                                                                          swap(x, y);
111 int32_t main() {
                                                                                      y = [x]q
                                                                                      if (rank[x] == rank[y])
      vi f = {0, 0, 1, 0, 1, 2, 3, 2, 1, 1, 0}; // index 0 is always 0
                                                                                          ++rank[v];
      FenwickTree ft(f):
                                                                                      setSize[y] += setSize[x];
                                                                            33
      printf("%11i\n", ft.rsq(1, 6)); //7 \Rightarrow ft[6]+ft[4] = 5+2 = 7
                                                                                      --numSets:
      116
      is >= 7
      ft.update(5, 1);
                            // update demo
      printf("%lli\n", ft.rsq(1, 10)); // now 12
                                                                           38 void solve() {
118
      printf("=====\n"):
                                                                                  int n; cin >> n;
      RUPQ rupq(10);
                                                                                  UnionFind UF(n);
120
      RURO rura(10):
                                                                                  UF.uni(0, 1):
      rupq.range_update(2, 9, 7); // indices in [2, 3, ..., 9] updated by +7 42 }
122
      rurq.range_update(2, 9, 7); // same as rupq above
      rupq.range_update(6, 7, 3); // indices 6&7 are further updated by +3 4.5 Segmen Tree
124
      (10)
      rurq.range_update(6, 7, 3); // same as rupq above
                                                                          1 // Segment Tree with Lazy Propagation
      // idx = 0 (unused) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10
                                                                          2 // Update Range: O(log(n))
      // val = - | 0 | 7 | 7 | 7 | 10 | 10 | 7 | 7 | 0
                                                                            3 // Querry Range: O(log(n))
      for (int i = 1; i <= 10; i++)
                                                                            4 // Memory: O(n)
          printf("%11d -> %11i\n", i, rupq.point_query(i));
                                                                            5 // Build: O(n)
      printf("RSQ(1, 10) = %11i\n", rurq.rsq(1, 10)); // 62
      printf("RSQ(6, 7) = \%11i\n", rurq.rsq(6, 7)); // 20
                                                                            7 typedef vector < int > vi;
      return 0;
133 }
                                                                            9 class SegmentTree {
                                                                                  private:
  4.4 Union Find
                                                                                      int n:
                                                                                      vi A, st, lazy;
1 // Description: Union-Find (Disjoint Set Union)
                                                                                      int defaultVar; // min: INT_MIN | max: INT_MIN | sum: 0 | multiply
                                                                                  : 1
s typedef vector < int > vi;
                                                                            14
                                                                                      int l(int p) { return p<<1; }</pre>
                                                                            1.5
                                                                                      int r(int p) { return (p<<1)+1; }
5 struct UnionFind {
                                                                            16
      vi p, rank, setSize;
                                                                                      int conquer(int a, int b) {
      int numSets:
      UnionFind(int N) {
                                                                                          if(a == defaultVar) return b;
                                                                            19
                                                                                          if(b == defaultVar) return a:
          p.assign(N, 0);
          for (int i = 0; i < N; ++i)
                                                                                          return min(a, b);
                                                                            2.1
             p[i] = i;
                                                                                      }
                                                                            22
          rank.assign(N, 0);
                                                                            23
          setSize.assign(N, 1);
                                                                                      void build(int p, int L, int R) {
                                                                            24
                                                                                          if (L == R) st[p] = A[L];
          numSets = N;
      }
                                                                                          else {
                                                                                              int m = (L+R)/2;
      // Retorna o numero de sets disjuntos (separados)
                                                                                              build(1(p), L , m);
      int numDisjointSets() { return numSets; }
                                                                           29
                                                                                              build(r(p), m+1, R);
      // Retorna o tamanho do set que contem o elemento i
                                                                                              st[p] = conquer(st[l(p)], st[r(p)]);
```

103

104

105

108

113

114

128

130

132

10

12

13

15

1.6

19

```
}
                                                                                 int querry(int i, int j) { return querry(1, 0, n-1, i, j); }
                                                                      83 } :
    void propagate(int p, int L, int R) {
                                                                      85 void solve() {
                                                                             vi A = {18, 17, 13, 19, 15, 11, 20, 99}; // make n a power of 2
       if (lazy[p] != defaultVar) {
                                                                      86
                                                                             int defaultVar = INT MIN: // default value for max guery
            st[p] = lazv[p]:
            if (L != R) lazy[l(p)] = lazy[r(p)] = lazy[p];
                                                                             SegmentTree st(A, defaultVar):
                                                                      88
            else
                     A[L] = lazv[p];
                                                                             int i = 1, j = 3;
                                                                      89
            lazy[p] = defaultVar;
                                                                             int ans = st.querry(i, j);
                                                                      9.0
       }
                                                                      91
                                                                             int newVal = 77;
   }
                                                                      92
                                                                             st.update(i, j, newVal);
                                                                             ans = st.querry(i, j);
                                                                      93
    int querry(int p, int L, int R, int i, int j) {
                                                                      94 }
        propagate(p, L, R);
                                                                         4.6 Seg Tree
        if (i > j) return defaultVar;
       if ((L >= i) && (R <= j)) return st[p];
       int m = (L+R)/2:
                                                                       1 // Query: soma do range [a, b]
        return conquer(querry(l(p), L , m, i, min(m, j)),
                                                                       2 // Update: soma x em cada elemento do range [a. b]
                       querry(r(p), m+1, R, max(i, m+1), j));
                                                                       3 //
   }
                                                                       4 // Complexidades:
                                                                       5 // build - O(n)
    void update(int p, int L, int R, int i, int j, int val) {
                                                                       6 // query - O(log(n))
       propagate(p, L, R);
                                                                       7 // update - O(log(n))
       if (i > j) return;
                                                                       8 namespace SegTree {
       if ((L >= i) && (R <= i)) {
                                                                       9
            lazv[p] = val;
                                                                             int seg[4*MAX];
            propagate(p, L, R);
                                                                             int n, *v;
       }
       else {
                                                                             int op(int a. int b) { return a + b: }
            int m = (L+R)/2:
                                       , min(m, j), val);
            update(l(p), L , m, i
                                                                             int build(int p=1, int l=0, int r=n-1) {
            update(r(p), m+1, R, max(i, m+1), j , val);
                                                                                 if (1 == r) return seg[p] = v[1];
            int lsubtree = (lazy[l(p)] != defaultVar) ? lazy[l(p)] :
                                                                                 int m = (1+r)/2:
st[1(p)];
                                                                                 return seg[p] = op(build(2*p. 1. m), build(2*p+1. m+1. r)):
            int rsubtree = (lazv[r(p)] != defaultVar) ? lazv[r(p)] :
st[r(p)];
            st[p] = conquer(lsubtree, rsubtree);
                                                                             void build(int n2, int* v2) {
       }
                                                                                 n = n2, v = v2;
   }
                                                                                 build():
                                                                      23
                                                                             }
                                                                       24
public:
    SegmentTree(int sz, int defaultVal) : n(sz), A(n), st(4*n), lazy
                                                                             int query(int a, int b, int p=1, int l=0, int r=n-1) {
(4*n. defaultVal), defaultVar(defaultVal) {}
                                                                                 if (a <= l and r <= b) return seg[p];</pre>
                                                                                 if (b < 1 or r < a) return 0:
    // vetor referencia, valor default (min: INT_MIN | max: INT_MIN | 20
                                                                                 int m = (1+r)/2:
sum: 0 | multiply: 1)
                                                                                 return op(query(a, b, 2*p, 1, m), query(a, b, 2*p+1, m+1, r));
    SegmentTree(const vi &initialA, int defaultVal) : SegmentTree((int.,
)initialA.size(), defaultVal) {
       A = initial A:
                                                                             int update(int a, int b, int x, int p=1, int l=0, int r=n-1) {
                                                                      3.3
        build(1, 0, n-1);
                                                                                 if (a \le 1 \text{ and } r \le b) \text{ return seg}[p]:
                                                                      34
   }
                                                                                 if (b < 1 or r < a) return seg[p];</pre>
                                                                                 int m = (1+r)/2:
   // A[i..j] = val | 0 <= i <= j < n | O(log(n))
                                                                                 return seg[p] = op(update(a, b, x, 2*p, 1, m), update(a, b, x, 2*p)
    void update(int i, int j, int val) { update(1, 0, n-1, i, j, val);
                                                                             +1, m+1, r));
                                                                             }
                                                                      39 };
   // \max(A[i..j]) | 0 \le i \le j \le n | O(\log(n))
```

34

35

38

40

41

43

45

46

47

49

50

51

52

53

54

5.7

59

60

63

64

67

68

69

70

72

74

75

76

79

## 5 Grafos

#### 5.1 Euler Tree

```
1 // Descricao: Encontra a euler tree de um grafo
2 // Complexidade: O(n)
3 vector < vector < int >> adj(MAX);
4 vector < int > vis(MAX, 0);
5 vector < int > euTree (MAX);
void eulerTree(int u, int &index) {
      vis[u] = 1:
      euTree[index++] = u;
      for (auto it : adj[u]) {
          if (!vis[it]) {
              eulerTree(it, index);
               euTree[index++] = u;
13
14
      }
16 }
1.7
18 void solve() {
20
      f(i,0,n-1) {
          int a, b; cin >> a >> b;
          adi[a].push_back(b);
          adj[b].push_back(a);
      }
      int index = 0; eulerTree(1, index);
```

#### 5.2 Labirinto

```
1 // Verifica se eh possivel sair de um labirinto
_2 // Complexidade: O(4^{(n*m)})
4 \text{ vector} < \text{pair} < \text{int}, \text{int} >> \text{mov} = \{\{1,0\}, \{0,1\}, \{-1,0\}, \{0,-1\}\};
5 vector < vector < int >> labirinto. sol:
6 vector < vector < bool >> visited;
7 int L, C;
9 bool valid(const int& x, const int& y) {
       return x \ge 0 and x \le L and y \ge 0 and y \le C and labirinto [x][y] != 0 10
       and !visited[x][v];
11 }
12
13 bool condicaoSaida(const int& x, const int& y) {
       return labirinto[x][y] == 2;
15 }
17 bool search(const int& x, const int& y) {
18
       if(!valid(x, y))
           return false;
20
21
```

```
if(condicaoSaida(x,y)) {
           sol[x][y] = 2;
23
           return true;
24
25
26
      sol[x][y] = 1;
      visited[x][y] = true;
28
29
      for(auto [dx, dy] : mov)
          if(search(x+dx, y+dy))
31
32
               return true;
      sol[x][v] = 0;
34
      return false;
36 }
38 int main() {
      labirinto = {
          {1, 0, 0, 0},
          {1, 1, 0, 0},
          {0, 1, 0, 0}.
          {1, 1, 1, 2}
44
      };
45
46
      L = labirinto.size(), C = labirinto[0].size();
47
48
      sol.resize(L, vector<int>(C, 0));
      visited.resize(L, vector < bool > (C, false));
       cout << search(0, 0) << endl:
51
52 }
```

# 5.3 Dijkstra

```
1 // Encontra o menor caminho de um évrtice s para todos os outros évrtices
2 //Complexidade: O((V + E)logV)
4 int n;
5 vector < vector < pair < int , int >>> adj; // adj[a] = [{b, w}]
6 vector <int > dist, parent; /*dist[a] = dist(source -> a)*/
7 vector < bool > vis:
9 void dijkstra(int s) {
      dist.resize(n+1, LINF-10);
      vis.resize(n+1, false):
      parent.resize(n+1, -1);
      dist[s] = 0;
14
15
      priority_queue < pair < int , int >> q;
16
17
      q.push({0, s});
18
19
      while (!q.empty()) {
          int a = q.top().second; q.pop();
20
21
           if (vis[a]) continue;
```

```
vis[a] = true:
24
          for (auto [b, w] : adj[a]) {
               if (dist[a] + w < dist[b]) {</pre>
26
                   dist[b] = dist[a] + w;
27
                   parent[b] = a;
                   q.push({-dist[b], b});
29
3.0
          }
      }
32
33 }
35 //Complexidade: O(V)
36 vector<int> restorePath(int v) {
      vector < int > path;
      for (int u = v; u != -1; u = parent[u])
          path.push_back(u);
39
      reverse(path.begin(), path.end());
40
      return path;
41
44 void solve() {
      adj.resize(n); /*n = nodes*/
46
      f(i,0,n) {
47
          int a, b, w; cin >> a >> b >> w;
          adj[a].push_back({b, w});
49
           adj[b].push_back({a, w});
      }
      dijkstra(0);
52
        Topological Kahn
```

```
1 // Description: Ordenamento topologico usando o algoritmo de Kahn.
2 // Complexidade: O(V+E)
3 vector < vector < int >> adi:
5 vector < int > topological Sort(int V) {
      vector<int> indegree(V);
      for (int i = 0; i < V; i++) {
           for (auto it : adj[i]) {
10
               indegree [it]++;
11
      }
12
13
      queue < int > q;
14
      for (int i = 0; i < V; i++) {
15
           if (indegree[i] == 0) {
               q.push(i);
17
          }
      }
19
      vector<int> result;
20
      while (!q.empty()) {
23
          int node = q.front(); q.pop();
```

```
result.push_back(node);
24
           for (auto it : adj[node]) {
26
               indegree[it] --;
27
               if (indegree[it] == 0)
28
                   q.push(it);
           }
30
      }
3.1
      if (result.size() != V) {
33
           cout << "Graph contains cycle!" << endl;</pre>
34
           return {};
35
      }
36
3.7
      return result;
38
39 }
41 void solve() {
42
       int n = 4; adj.resize(n);
       vector < pair < int, int >> edges = { { 0, 1 }, { 1, 2 }, { 3, 1 }, { 3, 2
      for (auto& [a,b] : edges) {
           adj[a].push_back(b);
46
47
48
49
       vector < int > ans = topologicalSort(n);
50 }
52 int main() {
       solve();
54 }
  5.5 Bfs
1 // BFS com informacoes adicionais sobre a distancia e o pai de cada
2 // Complexidade: O(V + E), onde V eh o numero de vertices e E o numero de
      areqas
4 int n; // n = numero de vertices
5 vector < bool > vis:
6 vector < int > d, p;
vector < vector < int >> adj;
9 void bfs(int s) {
10
       queue < int > q; q.push(s);
       vis[s] = true, d[s] = 0, p[s] = -1;
12
13
      while (!q.empty()) {
14
           int v = q.front(); q.pop();
           vis[v] = true;
16
           for (int u : adj[v]) {
               if (!vis[u]) {
19
                   vis[u] = true;
```

```
q.push(u);
                   // d[u] = d[v] + 1;
                   // p[u] = v;
              }
24
          }
25
      }
27 }
28
29 void solve() {
      cin >> n;
30
      adj.resize(n); d.resize(n, -1);
31
      vis.resize(n); p.resize(n, -1);
33
      for (int i = 0; i < n; i++) {
34
           int u, v; cin >> u >> v;
35
36
          adj[u] push_back(v);
37
          adj[v].push_back(u);
      }
38
39
40
      bfs(0);
       Floyd Warshall
```

```
1 // Floyd-Warshall
3 // encontra o menor caminho entre todo
4 // par de vertices e detecta ciclo negativo
5 // returna 1 sse ha ciclo negativo
6 // d[i][i] deve ser 0
7 // para i != j, d[i][j] deve ser w se ha uma aresta
8 // (i, j) de peso w, INF caso contrario
9 //
10 // O(n^3)
12 int n;
13 int d[MAX][MAX]:
15 bool floyd_warshall() {
      for (int k = 0; k < n; k++)
16
      for (int i = 0; i < n; i++)
17
      for (int j = 0; j < n; j++)
18
19
          d[i][j] = min(d[i][j], d[i][k] + d[k][j]);
20
      for (int i = 0; i < n; i++)
21
22
          if (d[i][i] < 0) return 1;
23
24
      return 0;
25
26
27 void solve() {
      cin >> n; int edg; cin >> edg;
      for (int i = 0; i < edg; i++) {
29
30
          int u, v, w;
          cin >> u >> v >> w;
31
32
          d[u][v] = w;
33
      }
```

#### 5.7 Bfs Matriz

34 }

```
1 // Description: BFS para uma matriz (n x m)
2 // Complexidade: O(n * m)
4 vector < vi> mat;
5 vector<vector<bool>> vis:
6 vector \langle pair \langle int, int \rangle \rangle mov = \{\{0, 1\}, \{0, -1\}, \{1, 0\}, \{-1, 0\}\}\}
7 int 1, c;
9 bool valid(int x, int y) {
       return (0 <= x and x < 1 and 0 <= y and y < c and !vis[x][y] /*and mat
       \lceil x \rceil \lceil v \rceil * / ):
11 }
13 void bfs(int i, int j) {
14
       queue < pair < int , int >> q; q.push({i, j});
15
16
       while(!q.empty()) {
17
1.8
           auto [u, v] = q.front(); q.pop();
19
           vis[u][v] = true;
20
2.1
           for(auto [x, y]: mov) {
22
                if(valid(u+x, v+y)) {
23
                    q.push({u+x,v+y});
24
                    vis[u+x][v+y] = true;
                }
26
27
           }
       }
28
29 }
31 void solve() {
       cin >> 1 >> c;
       mat.resize(1, vi(c));
       vis.resize(l, vector<bool>(c, false));
34
       /*preenche matriz*/
35
       bfs(0,0);
36
37 }
  5.8
        Kruskal
1 // DEscricao: Encontra a arvore geradora minima de um grafo
2 // Complexidade: O(E log V)
4 vector <int> id. sz:
6 int find(int a){ // O(a(N)) amortizado
       return id[a] = (id[a] == a ? a : find(id[a]));
8 }
10 void uni(int a, int b) { // O(a(N)) amortizado
       a = find(a), b = find(b);
```

```
if(a == b) return:
                                                                                           p[u] = v;
                                                                                           if(dfs(u, p[u]))
                                                                                20
1.3
      if(sz[a] > sz[b]) swap(a,b);
                                                                                               return true;
14
                                                                                21
      id[a] = b, sz[b] += sz[a];
15
                                                                                22
16 }
                                                                                23
                                                                                      return false;
18 pair < int, vector < tuple < int, int, int>>> kruskal (vector < tuple < int, int, int25
      >>& edg) {
                                                                                26 vector < int > find_cycle() {
                                                                                       cycle_start = -1;
      sort(edg.begin(), edg.end());
20
                                                                                28
                                                                                29
                                                                                       for (int v = 0; v < n; v++)
21
      int cost = 0;
                                                                                           if (!vis[v] and dfs(v, p[v]))
      vector<tuple<int, int, int>> mst; // opcional
                                                                                               break:
23
                                                                                31
      for (auto [w,x,y]: edg) if (find(x) != find(y)) {
24
                                                                                      if (cycle_start == -1) return {};
           mst.emplace_back(w, x, y); // opcional
                                                                                33
26
           cost += w:
                                                                                34
          uni(x,y);
                                                                                      vector < int > cycle;
27
                                                                                35
      }
                                                                                      cycle.push_back(cycle_start);
28
                                                                                36
      return {cost, mst};
                                                                                       for (int v = cycle_end; v != cycle_start; v = p[v])
29
                                                                                37
                                                                                38
                                                                                           cycle.push_back(v);
                                                                                      cycle.push_back(cycle_start);
31
                                                                                39
32 void solve() {
                                                                                40
                                                                                       return cvcle:
                                                                                41 }
33
      int n/*nodes*/, ed/*edges*/;
34
                                                                                42
                                                                                43 void solve() {
35
      id.resize(n); iota(all(id), 0);
                                                                                      int edg; cin >> n >> edg;
36
      sz.resize(n, -1);
                                                                                       adj.assign(n, vector<int>());
37
                                                                                4.5
      vector<tuple<int, int, int>> edg;
                                                                                      vis.assign(n, false), p.assign(n, -1);
38
                                                                                46
                                                                                      while(edg--) {
      f(i.0.ed) {
                                                                                           int a, b; cin >> a >> b;
40
                                                                                48
          int a, b, w; cin >> a >> b >> w;
                                                                                           adj[a].push_back(b);
41
           edg.push_back({w, a, b});
                                                                                           adj[b].push_back(a);
                                                                                5.0
      }
43
                                                                                51
                                                                                       vector<int> ans = find_cycle();
      auto [cost, mst] = kruskal(edg);
                                                                                53
45
46
                                                                                  5.10 Bipartido
        Encontrar Ciclo
                                                                                1 // Description: Determina se um grafo eh bipartido ou nao
1 // Description: Encontrar ciclo em grafo nao direcionado
                                                                                2 // Complexidade: O(V+E)
_2 // Complexidade: O(n + m)
                                                                                4 vector < vi> AL:
                                                                                6 bool bipartido(int n) {
5 vector < vector < int >> adj;
6 vector<bool> vis:
7 vector < int > p;
                                                                                      int s = 0;
8 int cycle_start, cycle_end;
                                                                                       queue < int > q; q.push(s);
                                                                                1.0
                                                                                      vi color(n, INF); color[s] = 0;
10 bool dfs(int v, int par) {
     vis[v] = true;
                                                                                      bool ans = true:
                                                                                12
      for (int u : adj[v]) {
                                                                                      while (!q.empty() && ans) {
                                                                                13
12
          if(u == par) continue;
                                                                                14
                                                                                          int u = q.front(); q.pop();
          if(vis[u]) {
14
                                                                                15
              cvcle_end = v;
                                                                                16
                                                                                           for (auto &v : AL[u]) {
1.5
                                                                                               if (color[v] == INF) {
               cycle_start = u;
```

return true;

18

18

1.9

color[v] = 1 - color[u];

q.push(v);

```
visited[v] = true;
               else if (color[v] == color[u]) {
                                                                                      for (int u : adj[v]) {
                                                                               3.0
21
                   ans = false;
                                                                                          if (!visited[u]) {
                                                                               31
                                                                                              parent[u] = v;
                   break;
23
                                                                               32
                                                                                              dfs(u);
24
                                                                               33
          }
                                                                                          }
      }
                                                                                      }
                                                                               35
26
27
                                                                               36 }
      return ans;
29 }
                                                                               38 void solve() {
                                                                                      int n; cin >> n;
30
31 void solve() {
                                                                                      for (int i = 0; i < n; i++) {
                                                                                          int u, v; cin >> u >> v;
32
                                                                               41
      int n, edg; cin >> n >> edg;
                                                                                          adj[u].push_back(v);
33
      AL.resize(n, vi());
                                                                                          adj[v].push_back(u);
                                                                               44
      while (edg --) {
                                                                                      dfs(0);
36
                                                                               45
          int a, b; cin >> a >> b;
                                                                               46 }
          AL[a].push_back(b);
38
                                                                                  5.12 Successor Graph
39
          AL[b].push_back(a);
      }
40
41
                                                                                1 // Encontra sucessor de um vertice dentro de um grafo direcionado
      cout << bipartido(n) << endl;</pre>
                                                                                2 // Pre calcular: O(nlogn)
                                                                                3 // Consulta: O(logn)
  5.11 Dfs
                                                                                5 vector < vector < int >> adj;
vector < int > adj [MAXN], parent;
                                                                                7 int succ(int x, int u) {
2 int visited[MAXN];
                                                                                      if(k == 1) return adj[x][0];
                                                                                      return succ(succ(x, k/2), k/2);
4 // DFS com informações adicionais sobre o pai de cada vertice
5 // Complexidade: O(V + E), onde V eh o numero de vertices e E o numero de
      aregas
                                                                                  5.13 Kosaraju
6 void dfs(int p) {
      memset(visited, 0, sizeof visited);
      stack < int > st;
                                                                                1 // Descricao: Encontra as componentes fortemente conexas de um grafo
      st.push(p);
                                                                                      direcionado
                                                                                2 // Complexidade: O(V + E)
10
      while (!st.empty()) {
                                                                                3 int n:
11
          int v = st.top(); st.pop();
                                                                                4 vector <int> g[MAX], gi[MAX]; // grafo invertido
12
                                                                                5 int vis[MAX], comp[MAX]; // componente de cada évrtice
13
          if (visited[v]) continue;
                                                                                6 stack < int > S:
14
          visited[v] = true;
1.5
                                                                                8 void dfs(int k) {
16
          for (int u : adj[v]) {
                                                                                      vis[k] = 1:
17
               if (!visited[u]) {
                                                                                      for (int i = 0; i < (int) g[k].size(); i++)</pre>
18
                   parent[u] = v;
                                                                                          if (!vis[g[k][i]]) dfs(g[k][i]);
                                                                               11
20
                   st.push(u);
                                                                               12
                                                                                      S.push(k);
21
                                                                               13
                                                                               14 }
22
23
                                                                               17 void scc(int k. int c) {
26 // DFS com informacoes adicionais sobre o pai de cada vertice
                                                                                     vis[k] = 1;
27 // Complexidade: O(V + E), onde V eh o numero de vertices e E o numero de 19
                                                                                      comp[k] = c; // componente de k eh c
      areqas
                                                                                      for (int i = 0; i < (int) gi[k].size(); i++)
28 void dfs(int v) {
                                                                                          if (!vis[gi[k][i]]) scc(gi[k][i], c);
```

```
24 void kosaraju() {
25
                                                                                  34
      memset(vis, 0, sizeof(vis));
26
                                                                                 3.5
      for(int i=0: i<n: i++) if(!vis[i]) dfs(i):</pre>
      memset(vis. 0, sizeof(vis)):
28
                                                                                  38
29
      while (S.size()) {
           int u = S.top(); S.pop();
31
                                                                                  40
           if (!vis[u]) scc(u, u);
                                                                                  41
32
      }
33
34 }
                                                                                  43
3.5
36 void solve() {
                                                                                  45
      cin >> n; int edg; cin >> edg;
                                                                                  46
      for (int i = 0; i < edg; i++) {
                                                                                  47 }
3.8
           int u, v; cin >> u >> v;
3.9
                                                                                 48
           g[u].push_back(v);
40
           gi[v].push_back(u);
43
      kosaraju():
                                                                                  54
  5.14 Pontos Articulação
1 // Description: Encontra os pontos de çãarticulao e pontes de um grafo ãno 57
        direcionado
2 // Complexidade: O(n + m)
                                                                                  60
4 vector < vector < pair < int , int >>> adj;
5 vector < int > dfs num. dfs low. dfs parent. articulation vertex:
6 int dfsCounter, dfsRoot, rootChildren;
8 vector < int > verticesAns;
                                                                                  6.5
                                                                                 66 }
9 vector < pair < int , int >> bridges Ans;
void articulationPointAndBridge(int u) {
      dfs low[u] = dfs num[u] = dfsCounter++:
      for (auto &[v, w] : adj[u]) {
1.3
          if (dfs_num[v] == -1) {
14
               dfs_parent[v] = u;
1.5
               if (u == dfsRoot) ++rootChildren;
1.6
               articulationPointAndBridge(v):
1.9
               if (dfs low[v] >= dfs num[u])
20
                   articulation_vertex[u] = 1;
21
               if (dfs_low[v] > dfs_num[u]) {
22
```

bridgesAns.emplace\_back(u, v);

else if (v != dfs\_parent[u])

dfs\_low[u] = min(dfs\_low[u], dfs\_low[v]);

dfs\_low[u] = min(dfs\_low[u], dfs\_num[v]);

23

24

26

27

29 30 }

```
32 void findArtBridges(int n) {
      for (int u = 0: u < n: ++u) {
          if (dfs_num[u] == -1) {
              dfsRoot = u: rootChildren = 0:
               articulationPointAndBridge(u):
               articulation_vertex[dfsRoot] = (rootChildren > 1);
      }
      for (int u = 0; u < n; ++u) {
          if (articulation_vertex[u]) {
               vertices Ans.push_back(u);
49 void solve() {
      int n, edg; cin >> n >> edg;
      adj.assign(n, vector<pair<int,int>>());
      while(edg--) {
          int a, b, w; cin >> a >> b >> w;
          adi[a].emplace back(b. w):
      dfs_num.assign(n, -1); dfs_parent.assign(n, -1);
      dfs_low.assign(n, 0); articulation_vertex.assign(n, 0);
      dfsCounter = 0:
      findArtBridges(n);
      // Vertices: verticesAns
      // Bridges: bridgesAns
```

# 6 Matematica

#### 6.1 Decimal Para Fração

```
1 // Converte um decimal para fracao irredutivel
2 // Complexidade: O(log n)
3 pair <int, int > toFraction(double n, unsigned p) {
4     const int tenP = pow(10, p);
5     const int t = (int) (n * tenP);
6     const int rMdc = mdc(t, tenP);
7     return {t / rMdc, tenP / rMdc};
8 }
```

#### 6.2 Numeros Grandes

```
public static void BbigInteger() {

BigInteger a = BigInteger.valueOf(1000000000);
```

```
a = new BigInteger("1000000000");
      // cõOperaes com inteiros grandes
      BigInteger arit = a.add(a):
                  arit = a.subtract(a);
                  arit = a.multiplv(a):
                  arit = a.divide(a):
                  arit = a.mod(a);
      // cãComparao
      boolean bool = a.equals(a);
              bool = a.compareTo(a) > 0;
              bool = a.compareTo(a) < 0;
              bool = a.compareTo(a) >= 0;
              bool = a.compareTo(a) <= 0;</pre>
      // ãConverso para string
      String m = a.toString();
      // ãConverso para inteiro
      int
              _int = a.intValue();
             long = a.longValue():
      double _doub = a.doubleValue();
      // êPotncia
      BigInteger _pot = a.pow(10);
      BigInteger _sqr = a.sqrt();
34 public static void BigDecimal() {
      BigDecimal a = new BigDecimal("1000000000"):
                  a = new BigDecimal("10000000000.0000000000");
                  a = BigDecimal.valueOf(1000000000. 10):
      // coOperaes com reais grandes
      BigDecimal arit = a.add(a);
                  arit = a.subtract(a);
                  arit = a.multiplv(a):
                  arit = a.divide(a);
                  arit = a.remainder(a):
      // cãComparao
      boolean bool = a.equals(a);
              bool = a.compareTo(a) > 0;
              bool = a.compareTo(a) < 0;</pre>
              bool = a.compareTo(a) >= 0;
              bool = a.compareTo(a) <= 0;</pre>
      // ãConverso para string
      String m = a.toString();
      // ãConverso para inteiro
              int = a.intValue():
      int
      long
            _long = a.longValue();
```

14

20

25

3.0

36

39

42

45

48

55

```
double _doub = a.doubleValue();
62
      // êPotncia
       BigDecimal _pot = a.pow(10);
64
65 }
       Sieve Linear
1 // Sieve de Eratosthenes com linear sieve
2 // Encontra todos os únmeros primos no intervalo [2, N]
3 // Complexidade: O(N)
5 vector<int> sieve(const int N) {
      vector < int > lp(N + 1): // lp[i] = menor fator primo de i
      vector < int > pr;
      for (int i = 2: i <= N: ++i) {
1.0
          if (lp[i] == 0) {
               lp[i] = i;
13
               pr.push_back(i);
           for (int j = 0; i * pr[j] <= N; ++j) {
1.5
               lp[i * pr[j]] = pr[j];
16
               if (pr[i] == lp[i])
17
                   break;
18
19
      }
20
2.1
      return pr;
22
```

## 6.4 Contar Quanti Solucoes Eq 2 Variaveis

```
1 // Description: Dada uma equacao de 2 variaveis, calcula quantas
      combinacoes {x.v}
2 // inteiras que resolvem essa equação
3 // Complexidade: O(sqrt(c))
4 // v = numerador / denominador
5 int numerador(int x) { return c - x; } // expressao do numerador
6 int denominador(int x) { return 2 * x + 1; } // expressao do denominador
8 int count2VariableIntegerEquationAnswers() {
      unordered_set <pair < int , int > , Pair Hash > ans; int lim = sqrt(c);
10
      for(int i=1; i <= lim; i++) {</pre>
           if (numerador(i) % denominador(i) == 0) {
               int x = i, y = numerador(i) / denominador(i);
13
               if(!ans.count({x,y}) and !ans.count({y,x}))
14
                   ans.insert({x,v}):
15
16
      }
17
18
      return ans.size();
20 }
```

23 }

#### 6.5 Conversao De Bases

```
1 // Converter um decimal (10) para base n [2, 8, 10, 16]
2 // Complexidade: O(log n)
3 char charForDigit(int digit) {
      if (digit > 9) return digit + 87;
      return digit + 48;
6 }
8 string decimalToBase(int n, int base = 10) {
      if (not n) return "0";
      stringstream ss;
1.0
      for (int i = n; i > 0; i /= base) {
          ss << charForDigit(i % base);</pre>
12
13
      string s = ss.str();
      reverse(s.begin(), s.end());
15
      return s;
16
19 // Converter um numero de base [2, 8, 10, 16] para decimal (10)
20 // Complexidade: O(n)
21 int intForDigit(char digit) {
      int intDigit = digit - 48;
      if (intDigit > 9) return digit - 87;
24
      return intDigit;
25 }
26
27 int baseToDecimal(const string& n, int base = 10) {
     int result = 0:
      int basePow =1:
29
      for (auto it = n.rbegin(); it != n.rend(); ++it, basePow *= base)
          result += intForDigit(*it) * basePow;
31
32
      return result;
  6.6 Mmc
1 // Description: Calcula o mmc de dois únmeros inteiros.
2 // Complexidade: O(logn) onde n eh o maior numero
3 int mmc(int a, int b) {
      return a / mdc(a, b) * b;
```

# 6.7 Mdc Multiplo

```
1 // Description: Calcula o MDC de um vetor de inteiros.
2 // Complexidade: O(nlogn) onde n eh o tamanho do vetor
3 int mdc manv(vector<int> arr) {
   int result = arr[0];
    for (int& num : arr) {
         result = mdc(num, result);
         if(result == 1) return 1;
    }
```

```
return result;
12 }
```

## Fast Exponentiation

```
1 const int mod = 1e9 + 7;
3 // Fast Exponentiation: retorna a^b % mod
4 // Quando usar: quando precisar calcular a^b % mod
5 int fexp(int a. int b)
      int ans = 1;
      while (b)
9
          if (b & 1)
            ans = ans * a % mod;
11
12
          a = a * a \% mod;
          b >>= 1:
14
      return ans;
16 }
```

## Mmc Multiplo

```
1 // Description: Calcula o mmc de um vetor de inteiros.
2 // Complexidade: O(nlogn) onde n eh o tamanho do vetor
3 int mmc_many(vector<int> arr)
4 {
     int result = arr[0]:
     for (int & num : arr)
          result = (num * result / mdc(num, result));
     return result;
```

# 6.10 Fatorial Grande

```
static BigInteger[] dp = new BigInteger[1000000];
s public static BigInteger factorialDP(BigInteger n) {
     dp[0] = BigInteger.ONE;
     for (int i = 1; i <= n.intValue(); i++) {</pre>
          dp[i] = dp[i - 1].multiply(BigInteger.valueOf(i));
     return dp[n.intValue()];
```

#### 6.11 Numeros Grandes

```
1 // Descricao: Implementacao de operacoes com numeros grandes
_{2} // Complexidade: O(n * m), n = tamanho do primeiro numero, <math>m = tamanho do
      segundo numero
4 void normalize(vector<int>& num) {
     int carry = 0;
     for (int i = 0; i < num.size(); ++i) {</pre>
          num[i] += carry;
```

```
carry = num[i] / 10;
                                                                             60 }
          num[i] %= 10;
9
                                                                             6.1
      }
                                                                             62 int main() {
1.0
      while (carry > 0) {
                                                                                    pair < int, vector < int >> num1 = {1, {1, 2, 3}}; // Representing +321
12
                                                                             64
                                                                                    pair < int, vector < int >> num2 = {-1, {4, 5, 6}}; // Representing -654
          num.push_back(carry % 10);
          carrv /= 10:
14
                                                                             66
      }
                                                                                    cout << "Sum: "; printNumber(bigSum(num1, num2););</pre>
15
                                                                             67
                                                                                    cout << "Difference: "; printNumber(bigSub(num1, num2););</pre>
                                                                                    cout << "Product: "; printNumber(bigMult(num1, num2););</pre>
                                                                             6.0
18
19 pair < int, vector < int >> bigSum(const pair < int, vector < int >> & a, const pair < 71 }
      int. vector < int >> & b) {
                                                                                6.12 Primo
      if (a.first == b.first) {
          vector < int > result(max(a.second.size(), b.second.size()), 0);
21
          transform(a.second.begin(), a.second.end(), b.second.begin(),
22
                                                                              1 // Descricao: Funcao que verifica se um numero n eh primo.
      result.begin(), plus < int >());
                                                                              2 // Complexidade: O(sqrt(n))
          normalize(result);
23
                                                                              3 int lowestPrimeFactor(int n, int startPrime = 2) {
          return {a.first. result}:
24
                                                                                    if (startPrime <= 3) {</pre>
      } else {
25
                                                                                        if (not (n & 1))
          vector<int> result(max(a.second.size(), b.second.size()), 0);
26
                                                                                            return 2:
27
          transform(a.second.begin(), a.second.end(), b.second.begin(),
                                                                                        if (not (n % 3))
      result.begin(), minus<int>());
                                                                                            return 3;
          normalize(result);
28
                                                                                        startPrime = 5:
          return {a.first. result}:
29
                                                                                    }
                                                                             10
      }
30
31 }
                                                                                    for (int i = startPrime: i * i <= n: i += (i + 1) % 6 ? 4 : 2)
                                                                                        if (not (n % i))
33 pair<int, vector<int>> bigSub(const pair<int, vector<int>>& a, const pair<\frac{1}{14}
                                                                                            return i:
      int. vector<int>>& b) {
                                                                                    return n:
      return bigSum(a, {-b.first, b.second});
                                                                             16 }
35 }
                                                                             18 bool isPrime(int n) {
37 pair<int, vector<int>> bigMult(const pair<int, vector<int>>& a, const pair
                                                                                    return n > 1 and lowestPrimeFactor(n) == n:
      <int. vector<int>>& b) {
      vector<int> result(a.second.size() + b.second.size(). 0):
38
                                                                                6.13 Factorial
      for (int i = 0: i < a.second.size(): ++i) {
40
          for (int j = 0; j < b.second.size(); ++j) {</pre>
41
                                                                              unordered_map < int, int > memo;
              result[i + j] += a.second[i] * b.second[j];
42
43
          }
                                                                              3 // Factorial
      }
44
                                                                              4 // Complexidade: O(n), onde n eh o numero a ser fatorado
45
                                                                              5 int factorial(int n) {
46
      normalize(result);
                                                                                    if (n == 0 || n == 1) return 1;
      return {a.first * b.first, result};
47
                                                                                    if (memo.find(n) != memo.end()) return memo[n]:
48 }
                                                                                    return memo[n] = n * factorial(n - 1);
49
                                                                              9 }
51 void printNumber(const pair < int, vector < int >> & num) {
                                                                                6.14 Mdc
      if (num.first == -1) {
52
          cout << '-':
53
54
                                                                              1 // Description: Calcula o mdc de dois numeros inteiros.
                                                                              2 // Complexidade: O(logn) onde n eh o maior numero
      56
                                                                                    for (int r = a % b; r; a = b, b = r, r = a % b);
                                                                                    return b:
      cout << endl;</pre>
59
                                                                              6 }
```

#### 6.15 Dois Primos Somam Num

```
1 // Description: Verifica se dois numeros primos somam um numero n.
2 // Complexity: O(sqrt(n))
3 bool twoNumsSumPrime(int n) {
      if (n \% 2 == 0) return true:
      return isPrime(n-2);
        Fatoracao
_{1} // Fatora um \hat{\mathbf{u}}nmero em seus fatores primos
2 // Complexidade: O(sqrt(n))
3 map <int, int> factorize(int n) {
      map < int , int > factorsOfN;
      int lowestPrimeFactorOfN = 2:
```

factorsOfN[lowestPrimeFactorOfN] = 1;

n /= lowestPrimeFactorOfN;

while (not (n % lowestPrimeFactorOfN)) {

factorsOfN[lowestPrimeFactorOfN]++;

n /= lowestPrimeFactorOfN;

# 6.17 N Fibonacci

return factorsOfN;

while (n != 1) {

10

12

13 1.4

15

16

17

}

int dp[MAX];

6.18

```
3 int fibonacciDP(int n) {
     if (n == 0) return 0;
      if (n == 1) return 1;
      if (dp[n] != -1) return dp[n]:
      return dp[n] = fibonacciDP(n-1) + fibonacciDP(n-2);
int nFibonacci(int minus, int times, int n) {
     if (n == 0) return 0;
12
     if (n == 1) return 1:
     if (dp[n] != -1) return dp[n];
1.4
     int aux = 0:
15
     for(int i=0; i<times; i++) {</pre>
          aux += nFibonacci(minus, times, n-minus);
16
17
        Divisores
```

```
2 // Complexidade: O(sqrt(c))
set < int > calculaDivisores(int c) {
      int lim = sqrt(c);
      set < int > divisors;
      for(int i = 1: i <= lim: i++) {
          if (c % i == 0) {
              if(c/i != i)
                   divisors.insert(c/i);
               divisors.insert(i);
12
      }
13
14
      return divisors;
16 }
```

#### 6.19 Sieve

```
1 // Crivo de ÓEratstenes para gerar primos éat um limite 'lim'
lowestPrimeFactorOfN = lowestPrimeFactor(n, lowestPrimeFactorOfN); 2 // Complexidade: O(n log log n), onde n é o limite
                                                                    3 const int ms = 1e6 + 5;
                                                                    4 bool notPrime[ms]; // notPrime[i] é verdadeiro se i ano é um únmero
                                                                         primo
                                                                    5 int primes[ms], qnt; // primes[] armazena os únmeros primos e qnt é a
                                                                         quantidade de primos encontrados
                                                                    7 void sieve(int lim)
                                                                    8 {
                                                                       primes[qnt++] = 1; // adiciona 1 como um únmero primo se ele for ávlido
                                                                         no problema
                                                                       for (int i = 2; i <= lim; i++)
                                                                         if (notPrime[i])
                                                                           continue;
                                                                                                                // se i ano é primo, pula
                                                                   1.3
                                                                          primes[qnt++] = i;
                                                                                                                // i é primo, adiciona em primes
                                                                         for (int j = i + i; j <= lim; j += i) // marca todos os úmltiplos de i
                                                                          como ano primos
                                                                            notPrime[j] = true;
                                                                   17 }
                                                                   18 }
```

## Miller Rabin

```
1 // Teste de primalidade de Miller-Rabin
                                                                             2 // Complexidade: O(k*log^3(n)), onde k eh o numero de testes e n eh o
                                                                                   numero a ser testado
                                                                              3 // Descicao: Testa se um numero eh primo com uma probabilidade de erro de
                                                                                   1/4^k
                                                                              5 int mul(int a, int b, int m) {
                                                                                   int ret = a*b - int((long double)1/m*a*b+0.5)*m;
                                                                                   return ret < 0 ? ret+m : ret;</pre>
                                                                              8 }
1 // Descricao: Calcula os divisores de c, sem incluir c, sem ser fatorado 10 int pow(int x, int y, int m) {
```

```
if (!y) return 1;
      int ans = pow(mul(x, x, m), y/2, m);
      return y%2 ? mul(x, ans, m) : ans;
14 }
1.5
16 bool prime(int n) {
      if (n < 2) return 0:
      if (n <= 3) return 1;
18
      if (n % 2 == 0) return 0;
      int r = __builtin_ctzint(n - 1), d = n >> r;
20
21
      // com esses primos, o teste funciona garantido para n <= 2^64
      // funciona para n <= 3*10^24 com os primos ate 41
      for (int a: {2, 325, 9375, 28178, 450775, 9780504, 795265022}) {
24
          int x = pow(a, d, n);
          if (x == 1 \text{ or } x == n - 1 \text{ or a } \% n == 0) continue;
          for (int j = 0; j < r - 1; j++) {
              x = mul(x, x, n):
              if (x == n - 1) break;
          if (x != n - 1) return 0:
      return 1;
         Tabela Verdade
1 // Gerar tabela verdade de uma ãexpresso booleana
2 // Complexidade: O(2^n)
4 vector < vector < int >> tabela Verdade :
5 int indexTabela = 0;
void backtracking(int posicao, vector<int>& conj_bool) {
      if(posicao == conj_bool.size()) { // Se chegou ao fim da BST
          for(size_t i=0; i < conj_bool.size(); i++) {</pre>
10
               tabelaVerdade[indexTabela].push_back(conj_bool[i]);
          indexTabela++;
13
```

} else {

int n = 3:

23 int main() {

conj\_bool[posicao] = 1;

conj\_bool[posicao] = 0;

vector<int> linhaBool (n, false);
tabelaVerdade.resize(pow(2,n));

backtracking(posicao+1, conj\_bool);

backtracking(posicao+1,conj\_bool);

1.5

16

17 18

20

```
backtracking(0,linhaBool);
}
```

### 7 Matriz

# 7.1 Maior Retangulo Binario Em Matriz

```
1 // Description: Encontra o maior âretngulo ábinrio em uma matriz.
2 // Time: O(n*m)
3 // Space: O(n*m)
4 tuple < int, int, int > maximalRectangle(const vector < vector < int > > & mat) {
      int r = mat.size():
      if(r == 0) return make_tuple(0, 0, 0);
      int c = mat[0].size();
      vector < vector < int >> dp(r+1, vector < int >(c));
10
      int mx = 0:
      int area = 0, height = 0, length = 0;
      for(int i=1; i<r; ++i) {
          int leftBound = -1;
          stack<int> st:
          vector < int > left(c);
          for(int j=0; j<c; ++j) {
               if(mat[i][j] == 1) {
                   mat[i][j] = 1+mat[i-1][j];
                   while(!st.empty() and mat[i][st.top()] >= mat[i][j])
                       st.pop();
                   int val = leftBound:
                   if(!st.empty())
                       val = max(val, st.top());
                  left[j] = val;
              } else {
                  leftBound = j;
                   left[j] = 0;
               st.push(j);
35
          while(!st.empty()) st.pop();
          int rightBound = c;
          for(int j=c-1; j>=0; j--) {
               if(mat[i][j] != 0) {
39
40
                   while(!st.empty() and mat[i][st.top()] >= mat[i][j])
41
                       st.pop();
42
43
                   int val = rightBound;
                   if(!st.empty())
                       val = min(val, st.top());
46
                   dp[i][j] = (mat[i][j]+1) * (((val-1)-(left[j]+1)+1)+1);
48
                   if (dp[i][j] > mx) {
```

```
mx = dp[i][j];
                       area = mx;
5.1
                       height = mat[i][i];
                       length = (val-1)-(left[j]+1)+1;
53
54
                   st.push(j);
              } else {
                   dp[i][j] = 0;
                   rightBound = j;
          }
60
      }
      return make_tuple(area, height, length);
63
64 }
      Max 2d Range Sum
1 // Maximum Sum
_{2} // _{0} (n^{3}) 1D DP + greedy (Kadane's) solution, 0.000s in UVa
4 #include <bits/stdc++.h>
5 using namespace std;
7 #define f(i,s,e)
                        for(int i=s;i<e;i++)
8 #define MAX n 110
10 int A[MAX_n][MAX_n];
12 int maxMatrixSum(vector<vector<int>> mat) {
      int n = mat.size():
14
      int m = mat[0].size();
16
      f(i,0,n) {
17
          f(j,0,m) {
               if (j > 0)
19
                   mat[i][i] += mat[i][i - 1];
20
21
      }
22
23
      int maxSum = INT_MIN;
24
25
      f(1,0,m) {
26
          f(r,1,m) {
              vector < int > sum(n, 0);
27
               f(row,0,n) {
                   sum[row] = mat[row][r] - (1 > 0 ? mat[row][1 - 1] : 0);
30
              int maxSubRect = sum[0];
              f(i,1,n) {
                   if (sum[i - 1] > 0)
33
                       sum[i] += sum[i - 1];
                   maxSubRect = max(maxSubRect, sum[i]);
35
36
               maxSum = max(maxSum, maxSubRect);
39
```

```
40
41 return maxSum;
42 }
```

# 8 Strings

### 8.1 Lower Upper

```
1 // Description: çãFuno que transforma uma string em lowercase.
2 // Complexidade: O(n) onde n é o tamanho da string.
s string to_lower(string a) {
     for (int i=0; i<(int)a.size();++i)
        if (a[i]>='A' && a[i]<='Z')
           a[i]+='a'-'A':
     return a;
8 }
10 // para checar se é lowercase: islower(c);
12 // Description: cafuno que transforma uma string em uppercase.
13 // Complexidade: O(n) onde n é o tamanho da string.
14 string to_upper(string a) {
     for (int i=0; i<(int)a.size();++i)
        if (a[i]>='a' && a[i]<='z')
           a[i]-='a'-'A':
     return a;
19 }
21 // para checar se e uppercase: isupper(c);
```

## 8.2 Lexicograficamente Minima

```
1 // Descricao: Retorna a menor rotacao lexicografica de uma string.
2 // Complexidade: O(n * log(n)) onde n eh o tamanho da string
3 string minLexRotation(string str) {
4    int n = str.length();
5
6    string arr[n], concat = str + str;
7
7
8    for (int i = 0; i < n; i++)
9         arr[i] = concat.substr(i, n);
10
11    sort(arr, arr+n);
12
13    return arr[0];
14 }</pre>
```

#### 8.3 Ocorrencias

```
1 // Description: çãFuno que retorna um vetor com as çõposies de todas as
êocorrncias de uma substring em uma string.
2 // Complexidade: O(n * m) onde n é o tamanho da string e m é o tamanho da
substring.
3 vector<int> ocorrencias(string str,string sub){
4 vector<int> ret;
```

```
int index = str.find(sub);
while(index!=-1){
    ret.push_back(index);
    index = str.find(sub,index+1);
}

return ret;
}
```

#### 8.4 Chaves Colchetes Parenteses

```
1 // Description: Verifica se s tem uma êseguncia valida de {}, [] e ()
2 // Complexidade: O(n)
3 bool brackets(string s) {
      stack < char > st;
      for (char c : s) {
          if (c == '(' || c == '[' || c == '{'}) {
               st.push(c);
          } else {
              if (st.empty()) return false;
10
              if (c == ')' and st.top() != '(') return false;
11
              if (c == ']' and st.top() != '[') return false;
              if (c == '}' and st.top() != '{'} return false;
13
              st.pop();
          }
15
      }
16
      return st.empty();
18
19 }
```

#### 8.5 Numeros E Char

```
1 char num_to_char(int num) { // 0 -> '0'
2     return num + '0';
3 }
4
5 int char_to_num(char c) { // '0' -> 0
6     return c - '0';
7 }
8 9 char int_to_ascii(int num) { // 97 -> 'a'
10     return num;
11 }
12
13 int ascii_to_int(char c) { // 'a' -> 97
14     return c;
15 }
```

#### 8.6 Palindromo

```
1 // Descricao: Funcao que verifica se uma string en um palindromo.
2 // Complexidade: O(n) onde n en o tamanho da string.
3 bool isPalindrome(string str) {
4    for (int i = 0; i < str.length() / 2; i++) {
5        if (str[i] != str[str.length() - i - 1]) {</pre>
```

#### 8.7 Calculadora Posfixo

```
1 // Description: Calculadora de expressoes posfixas
2 // Complexidade: O(n)
3 int posfixo(string s) {
      stack < int > st;
      for (char c : s) {
          if (isdigit(c)) {
              st.push(c - '0');
          } else {
               int b = st.top(); st.pop();
              int a = st.top(); st.pop();
              if (c == '+') st.push(a + b);
              if (c == '-') st.push(a - b);
              if (c == '*') st.push(a * b);
              if (c == '/') st.push(a / b);
15
      return st.top();
18 }
```

#### 8.8 Permutação

```
1 // Funcao para gerar todas as permutacoes de uma string
2 // Complexidade: O(n!)
4 void permute(string& s, int l, int r) {
      if (1 == r)
          permutacoes.push_back(s);
      else f
          for (int i = 1; i <= r; i++) {
               swap(s[1], s[i]);
               permute(s, l+1, r);
1.0
               swap(s[1], s[i]);
      }
13
14 }
15
16 int main() {
      string str = "ABC";
19
      int n = str.length();
      permute(str, 0, n-1);
21 }
```

# 8.9 Split Cria

```
1 // Descricao: Funcao que divide uma string em um vetor de strings.
2 // Complexidade: O(n * m) onde n eh o tamanho da string e m eh o tamanho do delimitador.
```

```
3 vector<string> split(string s, string del = " ") {
4    vector<string> retorno;
5    int start, end = -1*del.size();
6    do {
7        start = end + del.size();
8        end = s.find(del, start);
9        retorno.push_back(s.substr(start, end - start));
10    } while (end != -1);
11    return retorno;
12 }
```

#### 8.10 Infixo Para Posfixo

```
1 // Description: Converte uma expressao matematica infixa para posfixa
2 // Complexidade: O(n)
s string infixToPostfix(string s) {
      stack < char > st;
      string res;
      for (char c : s) {
          if (isdigit(c))
              res += c;
          else if (c == '(')
              st.push(c);
          else if (c == ')') {
              while (st.top() != '(') {
12
                  res += st.top();
13
                  st.pop();
14
              st.pop();
16
          } else {
              while (!st.empty() and st.top() != '(' and
18
                     (c == '+' or c == '-' or (st.top() == '*' or st.top() 15
19
      == '/'))) {
                  res += st.top();
21
                  st.pop();
              st.push(c);
          }
24
      while (!st.empty()) {
          res += st.top();
27
           st.pop();
29
30
      return res;
```

#### 8.11 Remove Acento

```
for(int i = 0; i < str.size(); i++){
    for(int j = 0; j < comAcento.size(); j++){
        if(str[i] == comAcento[j]){
            str[i] = semAcento[j];
            break;
    }

// January Ambreak
// Struck
/
```

#### 9 Vector

#### 9.1 Maior Triangulo Em Histograma

```
1 // Calcula o maior âtringulo em um histograma
2 // Complexidade: O(n)
3 int maiorTrianguloEmHistograma(const vector<int>& histograma) {
      int n = histograma.size();
      vector < int > esquerda(n), direita(n);
      esquerda[0] = 1;
      f(i,1,n) {
           esquerda[i] = min(histograma[i], esquerda[i - 1] + 1);
11
12
      direita[n - 1] = 1;
      rf(i,n-1,0) {
           direita[i] = min(histograma[i], direita[i + 1] + 1);
17
      int ans = 0;
      f(i,0,n) {
           ans = max(ans, min(esquerda[i], direita[i]));
2.0
21
      return ans:
25 }
```

# 9.2 Elemento Mais Frequente

```
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;

// Encontra o unico elemento mais frequente em um vetor
// Complexidade: O(n)
int maxFreq1(vector<int> v) {
  int res = 0;
  int count = 1;
}

for(int i = 1; i < v.size(); i++) {</pre>
```

```
if(v[i] == v[res])
                                                                                          vector < int > ans:
                count++:
                                                                                          while(n>0) {
1.3
           else
               count --;
15
                                                                                    19
                                                                                   20
16
           if(count == 0) {
                                                                                          return ans:
               res = i:
                                                                                   22 }
               count = 1;
1.9
                                                                                   23
                                                                                   24 void solve() {
      }
       return v[res];
                                                                                   27 }
24 }
26 // Encontra os elemento mais frequente em um vetor
27 // Complexidade: O(n)
28 vector < int > maxFreqn(vector < int > v)
       unordered_map < int , int > hash;
30
       for (int i = 0; i < v.size(); i++)</pre>
31
           hash[v[i]]++;
33
       int max_count = 0, res = -1;
       for (auto i : hash) {
                                                                                          int i = 0:
           if (max count < i.second) {</pre>
               res = i.first;
               max_count = i.second;
                                                                                    12
           }
      }
40
41
                                                                                               else {
       vector < int > ans;
       for (auto i : hash) {
           if (max count == i.second) {
               ans.push_back(i.first);
46
      }
47
                                                                                    21
                                                                                    22
       return ans:
49
                                                                                   23
        Troco
_1 // Description: Retorna o menor \acute{\mathbf{u}}nmero de moedas para formar um valor n
2 // Complexidade: O(n*m)
3 vector<int> troco(vector<int> coins, int n) {
      int first[n];
                                                                                   31
       value[0] = 0:
       for(int x=1; x<=n; x++) {
                                                                                          return ans;
           value[x] = INF;
                                                                                   34 }
           for(auto c : coins) {
               if(x-c \Rightarrow 0 \text{ and } value[x-c] + 1 < value[x]) 
                                                                                   36 int main() {
                   value[x] = value[x-c]+1;
                    first[x] = c:
12
                                                                                   39 }
           }
1.5
```

```
ans.push_back(first[n]);
    n -= first[n]:
vector < int > coins = {1, 3, 4};
vector<int> ans = troco(coins, 6); // {3,3}
```

## Maior Retangulo Em Histograma

```
1 // Calcula area do maior retangulo em um histograma
2 // Complexidade: O(n)
3 int maxHistogramRect(const vector<int>& hist) {
     stack<int> s:
     int n = hist.size();
     int ans = 0, tp, area_with_top;
     while (i < n) {
          if (s.empty() || hist[s.top()] <= hist[i])</pre>
              s.push(i++);
              tp = s.top(); s.pop();
              area_with_top = hist[tp] * (s.empty() ? i : i - s.top() - 1);
              if (ans < area_with_top)</pre>
                  ans = area_with_top;
     while (!s.empty()) {
          tp = s.top(); s.pop();
          area_with_top = hist[tp] * (s.empty() ? i : i - s.top() - 1);
          if (ans < area_with_top)</pre>
              ans = area_with_top;
      vector < int > hist = { 6, 2, 5, 4, 5, 1, 6 };
      cout << maxHistogramRect(hist) << endl;</pre>
```

# 9.5 Contar Subarrays Somam K

```
1 // Descricao: Conta quantos subarrays de um vetor tem soma igual a k
2 // Complexidade: O(n)
                                                                                     if(tab[a][b]>=0) return tab[a][b];
3 int contarSomaSubarray(vector<int>& v, int k) {
                                                                                     if(a==0 or b==0) return tab[a][b]=0;
      unordered_map < int , int > prevSum; // map to store the previous sum
                                                                                     if(s1[a]==s2[b]) return 1 + lcs(a-1, b-1);
                                                                                      return tab[a][b] = \max(lcs(a-1, b), lcs(a, b-1));
      int ret = 0. currentSum = 0:
      for(int& num : v) {
                                                                               13 void solve() {
           currentSum += num;
                                                                                      s1 = \{1, 3, 2, 5, 4, 2, 3, 4, 5\};
10
          if (currentSum == k) ret++; /// Se a soma atual for igual a k,
                                                                                      s2 = \{1, 2, 3, 4, 5\};
      encontramos um subarray
                                                                                     int n = s1.size(), m = s2.size();
                                                                                      memset(tab, -1, sizeof(tab));
           if (prevSum.find(currentSum - k) != prevSum.end()) // se subarray 19
                                                                                      cout << lcs(n, m) << endl; // 5
13
      com soma (currentSum - k) existir, sabe que [0:n] eh um subarray com 20 }
      soma k
                                                                                       Maior Sequencia Subsequente
               ret += (prevSum[currentSum - k]);
14
          prevSum[currentSum]++;
16
                                                                                1 // Maior sequencia subsequente
      }
17
                                                                                _{2} // {6, 2, 5, 1, 7, 4, 8, 3} => {2, 5, 7, 8}
19
      return ret:
                                                                                4 int maiorCrescente(vector<int> v) {
                                                                                     vector < int > lenght(v.size());
                                                                                     for(int k=0; k<v.size(); k++) {</pre>
  9.6 Remove Repetitive
                                                                                          lenght[k] = ;
                                                                                          for(int i=0: i<k: i++) {
                                                                                              if(v[i] < v[k]) {
1 // Remove repetitive elements from a vector
                                                                                                  lenght[i] = max(lenght[k], lenght[i]+1)
2 // Complexity: O(n)
vector<int> removeRepetitive(const vector<int>& vec) {
                                                                               1.3
      unordered_set < int > s;
                                                                                     return lenght.back();
      s.reserve(vec.size());
                                                                               15 }
      vector<int> ans;
                                                                                       Soma Maxima Sequencial
      for (int num : vec) {
                                                                               1 // Description: Soma maxima sequencial de um vetor
          if (s.insert(num).second)
                                                                                2 // Complexidade: O(n)
12
              v.push_back(num);
                                                                                3 int max_sum(vector<int> s) {
13
14
                                                                                     int ans = 0, maior = 0;
15
      return ans;
                                                                                     for(int i = 0; i < s.size(); i++) {</pre>
17
                                                                                          maior = max(0, maior + s[i]);
18 void solve() {
                                                                                          ans = max(resp, maior);
      vector < int > v = \{1, 3, 2, 5, 4, 2, 3, 4, 5\};
                                                                               10
      vector<int> ans = removeRepetitive(v); // {1, 3, 2, 5, 4}
21 }
                                                                                      return ans;
                                                                               13 }
  9.7 Maior Subsequencia Comum
                                                                               15 void solve() {
int s1[MAXN], s2[MAXN], tab[MAXN][MAXN];
                                                                                     vector \langle int \rangle v = \{1, -3, 5, -1, 2, -1\};
                                                                                      cout << \max_{sum}(v) << end1; // 6 = {5,-1,2}
_3 // Description: Retorna o tamanho da maior \hat{f e} subsequncia comum entre s1 e _{18} \}
```

4 // Complexidade: O(n\*m)
5 int lcs(int a, int b){

# 9.10 Maior Subsequência Crescente

```
1 // Retorna o tamanho da maior êsubsequncia crescente de v
2 // Complexidade: O(n log(n))
3 int maiorSubCrescSize(vector<int> &v) {
      vector<int> pilha;
5
      for (int i = 0; i < v.size(); i++) {</pre>
           auto it = lower_bound(pilha.begin(), pilha.end(), v[i]);
          if (it == pilha.end())
              pilha.push_back(v[i]);
          else
10
               *it = v[i];
      }
13
      return pilha.size();
14
15 }
17 // Retorna a maior êsubsequncia crescente de v
18 // Complexidade: O(n log(n))
19 vector<int> maiorSubCresc(vector<int> &v) {
      vector<int> pilha, resp;
21
22
      int pos[MAXN], pai[MAXN];
      for (int i = 0; i < v.size(); i++) {</pre>
23
           auto it = lower_bound(pilha.begin(), pilha.end(), v[i]);
24
           int p = it - pilha.begin();
25
          if (it == pilha.end())
               pilha.PB(v[i]);
27
28
              *it = x;
29
          pos[p] = i;
30
           if (p == 0)
31
               pai[i] = -1; // seu pai áser -1
3.3
              pai[i] = pos[p - 1];
      }
35
36
      int p = pos[pilha.size() - 1];
37
      while (p >= 0) {
38
          resp.PB(v[p]);
39
          p = pai[p];
40
      }
41
      reverse(resp.begin(), resp.end());
42
43
      return resp;
44
45 }
46
      vector < int > v = \{1, 3, 2, 5, 4, 2, 3, 4, 5\};
      cout << maiorSubCrescSize(v) << endl // 5</pre>
49
50
      vector<int> ans = maiorSubCresc(v); // {1,2,3,4,5}
51
52
  9.11 K Major Elemento
```

```
_1 // Description: Encontra o k\acute{e}\text{-}\! simo maior elemento de um vetor _2 // Complexidade: 0(n)
```

```
4 int Partition(vector<int>& A, int 1, int r) {
      int p = A[1];
      int m = 1:
      for (int k = 1+1; k \le r; ++k) {
           if (A[k] < p) {
               ++m;
               swap(A[k], A[m]);
10
12
13
      swap(A[1], A[m]);
      return m;
14
15 }
16
int RandPartition(vector<int>& A, int 1, int r) {
       int p = 1 + rand() % (r-1+1);
18
       swap(A[1], A[p]);
       return Partition(A, 1, r);
20
21 }
23 int QuickSelect(vector<int>& A, int 1, int r, int k) {
      if (1 == r) return A[1]:
      int q = RandPartition(A, 1, r);
      if (q+1 == k)
26
        return A[a]:
       else if (q+1 > k)
28
29
           return QuickSelect(A, 1, q-1, k);
3.0
           return QuickSelect(A, q+1, r, k);
31
32 }
34 void solve() {
      vector < int > A = \{ 2, 8, 7, 1, 5, 4, 6, 3 \};
       cout << QuickSelect(A, 0, A.size()-1, k) << endl;</pre>
3.7
38 }
```

## 10 Outros

#### 10.1 Fibonacci

# 10.2 Dp

```
1 #include <bits/stdc++.h>
```

```
13 }
2 using namespace std;
4 const int MAX_gm = 30; // up to 20 garments at most and 20 models/garment 10.4 Mochila
5 const int MAX_M = 210; // maximum budget is 200
                                                                              1 #define MAXN 1010 // maior peso / valor
7 int M, C, price[MAX_gm][MAX_gm]; // price[g (<= 20)][k (<= 20)]</pre>
                                                                              2 #define MAXS 1010 // maior capacidade mochila
8 int memo[MAX_gm][MAX_M];
                             // TOP-DOWN: dp table [g (< 20)][money
      (<=200)
                                                                              4 int n, valor[MAXN], peso[MAXN], tab[MAXN][MAXS];
10 int dp(int g, int money) {
                                                                              6 // Description: Retorna o maior valor que pode ser colocado na mochila
                                                                              7 // Complexidade: O(n*capacidade)
      if (money < 0) return -1e9;
                                                                              8 int mochila(int obi=0, int aguenta=MAXS){
      if (g == C) return M - money;
13
      if (memo[g][money] != -1)
                                                                                    if(tab[obj][aguenta]>=0) return tab[obj][aguenta];
          return memo[g][money]; // avaliar linha g com dinheiro money (cada
                                                                                    if(obj==n or !aguenta) return tab[obj][aguenta]=0;
       caso pensavel)
      int ans = -1:
                                                                                    int nao_coloca = mochila(obj+1, aguenta);
      for (int k = 1; k <= price[g][0]; ++k)</pre>
17
                                                                              14
          ans = max(ans, dp(g + 1, money - price[g][k]));
                                                                                    if(peso[obj] <= aguenta){</pre>
19
      return memo[g][money] = ans;
                                                                                        int coloca = valor[obj] + mochila(obj+1, aguenta-peso[obj]);
                                                                              16
20 }
                                                                              17
                                                                                        return tab[obj][aguenta] = max(coloca, nao_coloca);
21
                                                                              18
22 int main() {
                                                                              19
      int TC;
                                                                                    return tab[obj][aguenta]=nao_coloca;
                                                                             20
      scanf("%d", &TC):
                                                                             21 }
      while (TC --)
                                                                             22
26
                                                                             23 void solve() {
          scanf("%d %d", &M, &C);
                                                                                    cin >> n; // quantidade de elementos
          for (int g = 0; g < C; ++g)
                                                                                    memset(tab, -1, sizeof(tab));
                                                                                    for (int i = 0: i < n: i++)
              scanf("%d", &price[g][0]); // store k in price[g][0]
                                                                             27
                                                                                        cin >> valor[i] >> peso[i];
              for (int k = 1; k <= price[g][0]; ++k)
                                                                             28
                                                                                    cout << mochila() << endl;</pre>
                  scanf("%d", &price[g][k]);
                                                                             29 }
          memset(memo, -1, sizeof memo): // TOP-DOWN: init memo
                                                                                10.5 Binario
          if (dp(0, M) < 0)
              printf("no solution\n"); // start the top-down DP
          else
                                                                              1 // Descicao: conversao de decimal para binario
              printf("%d\n", dp(0, M));
                                                                              2 // Complexidade: O(logn) onde n eh o numero decimal
      }
                                                                              s string decimal_to_binary(int dec) {
40
      return 0:
                                                                                    string binary = "";
                                                                                    while (dec > 0) {
                                                                                        int bit = dec % 2;
        Horario
                                                                                        binary = to_string(bit) + binary;
                                                                                        dec /= 2:
1 // Descricao: Funcoes para converter entre horas e segundos.
2 // Complexidade: O(1)
                                                                                    return binary;
3 int cts(int h, int m, int s) {
                                                                             11 }
      int total = (h * 3600) + (m * 60) + s;
      return total:
                                                                             13 // Descicao: conversao de binario para decimal
                                                                             14 // Complexidade: O(logn) onde n eh o numero binario
6 }
                                                                             int binary_to_decimal(string binary) {
8 tuple <int, int, int> cth(int total seconds) {
                                                                                    int dec = 0:
     int h = total_seconds / 3600;
                                                                             17
                                                                                    int power = 0;
      int m = (total_seconds % 3600) / 60;
                                                                                    for (int i = binary.length() - 1; i >= 0; i--) {
     int s = total_seconds % 60;
                                                                              19
                                                                                        int bit = binary[i] - '0';
12
      return make_tuple(h, m, s);
                                                                                        dec += bit * pow(2, power);
```

1.4

16

18

29

32

34

35

37

38

39

```
}
22
      return dec;
23
        Intervalos
1 // Conta quantos intervalos nao tem overlap ([a,b] e [b,c] nao geram)
s bool cmp(const pair<int,int>& p1, const pair<int,int>& p2) {
      if(p1.second != p2.second) return p1.second < p2.second;</pre>
      return p1.first < p2.first;</pre>
6 }
8 int countNonOverlappingIntervals(vector<pair<int,int>> intervals) {
      sort(all(intervals), cmp);
      int firstTermino = intervals[0].second;
10
      int ans = 1;
      f(i,1,intervals.size()) {
12
          if(intervals[i].first >= firstTermino) {
13
15
              firstTermino = intervals[i].second;
          }
16
      }
```

## 10.7 Binary Search

return ans;

power++;

```
1 // Description: çãImplementao do algoritmo de busca ábinria.
2 // Complexidade: O(logn) onde n eh o tamanho do vetor
3 int BinarySearch(<vector>int arr, int x){
4    int k = 0;
5    int n = arr.size();
6
7    for (int b = n/2; b >= 1; b /= 2) {
8        while (k+b < n && arr[k+b] <= x) k += b;
9    }
10    if (arr[k] == x) {
11        return k;
12    }
13 }</pre>
```

## 10.8 Max Subarray Sum

```
1 // Maximum Subarray Sum
2 // Descricao: Retorna a soma maxima de um subarray de um vetor.
3 // Complexidade: O(n) onde n eh o tamanho do vetor
4 int maxSubarraySum(vector<int> x) {
5    int best = 0, sum = 0;
6    for (int k = 0; k < n; k++) {
7        sum = max(x[k], sum+x[k]);
8        best = max(best, sum);
9    }
10    return best;
11 }</pre>
```