



Pedro Augusto      Ulisses Andrade      Lucas Andrade

Katia Volte Para Mim! Cantarei Boate Azul Para Você (>o<)

## Contents

<b>1</b>	<b>Utils</b>	<b>2</b>			
1.1	Files . . . . .	2		4.8	Permutacao Circular . . . . . 7
1.2	Limites . . . . .	2		4.9	Permutacao Com Repeticao . . . . . 7
1.3	Makefile . . . . .	2		4.10	Permutacao Simples . . . . . 7
1.4	Template Cpp . . . . .	2	<b>5</b>	<b>DP</b>	<b>7</b>
1.5	Template Python . . . . .	3	5.1	Dp . . . . .	7
			5.2	Mochila . . . . .	8
<b>2</b>	<b>Informações</b>	<b>4</b>	<b>6</b>	<b>Estruturas</b>	<b>8</b>
2.1	Bitmask . . . . .	4	6.1	Bittree . . . . .	8
2.2	Priority Queue . . . . .	4	6.2	Fenwick Tree . . . . .	8
2.3	Set . . . . .	4	6.3	Seg Tree . . . . .	9
2.4	Sort . . . . .	5	6.4	Segmen Tree . . . . .	9
2.5	String . . . . .	5	6.5	Sparse Table Disjunta . . . . .	10
2.6	Vector . . . . .	5	6.6	Union Find . . . . .	10
<b>3</b>	<b>.vscode</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>Geometria</b>	<b>11</b>
<b>4</b>	<b>Combinatoria</b>	<b>6</b>	7.1	Circulo . . . . .	11
4.1	@ Factorial . . . . .	6	7.2	Graham Scan(Elastico) . . . . .	11
4.2	@ Tabela . . . . .	6	7.3	Leis . . . . .	12
4.3	Arranjo Com Repeticao . . . . .	6	7.4	Linha . . . . .	12
4.4	Arranjo Simples . . . . .	6	7.5	Maior Poligono Convexo . . . . .	12
4.5	Catalan . . . . .	6	7.6	Ponto . . . . .	14
4.6	Combinacao Com Repeticao . . . . .	6	7.7	Triangulos . . . . .	15
4.7	Combinacao Simples . . . . .	7	7.8	Vetor . . . . .	15

<b>8 Grafos</b>	<b>16</b>	<b>10.9 Fatorial Grande</b>	<b>29</b>
8.1 Bfs - Matriz	16	10.10Mmc Mdc - Euclides Extendido	29
8.2 Bfs - Por Niveis	16	10.11Mmc Mdc - Mdc	29
8.3 Bfs - String	17	10.12Mmc Mdc - Mdc Multiplo	29
8.4 Bfs - Tradicional	17	10.13Mmc Mdc - Mmc	30
8.5 Dfs	17	10.14Mmc Mdc - Mmc Multiplo	30
8.6 Articulation	18	10.15Modulo - @Info	30
8.7 Bipartido	18	10.16Modulo - Divisao E Potencia Mod M	30
8.8 Caminho Minimo - @Tabela	19	10.17N Fibonacci	30
8.9 Caminho Minimo - Bellman Ford	19	10.18Numeros Grandes	30
8.10 Caminho Minimo - Checar I J (In)Diretamente Conectados	19	10.19Primos - Divisores De N - Listar	31
8.11 Caminho Minimo - Diametro Do Grafo	20	10.20Primos - Divisores De N - Somar	31
8.12 Caminho Minimo - Dijkstra	20	10.21Primos - Fatores Primos - Contar Diferentes	31
8.13 Caminho Minimo - Floyd Warshall	20	10.22Primos - Fatores Primos - Listar	31
8.14 Caminho Minimo - Minimax	21	10.23Primos - Fatores Primos - Somar	32
8.15 Cycle Check	21	10.24Primos - Is Prime	32
8.16 Encontrar Ciclo	22	10.25Primos - Lowest Prime Factor	32
8.17 Euler Tree	22	10.26Primos - Miller Rabin	32
8.18 Kosaraju	23	10.27Primos - Numero Fatores Primos De N	32
8.19 Kruskal	23	10.28Primos - Primo Grande	32
8.20 Labirinto	24	10.29Primos - Primos Relativos De N	32
8.21 Pontos Articulacao	24	10.30Primos - Sieve	33
8.22 Successor Graph	25	10.31Primos - Sieve Linear	33
8.23 Topological Sort	25	10.32Tabela Verdade	33
<b>9 Grafos Especiais</b>	<b>26</b>	<b>11 Matriz</b>	<b>33</b>
9.1 Arvore - @Info	26	11.1 Fibonacci Matricial	33
9.2 Bipartido - @Info	26	11.2 Maior Retangulo Binario Em Matriz	34
9.3 Dag - @Info	26	11.3 Maxsubmatrixsum	35
9.4 Dag - Sslp	26	11.4 Max 2D Range Sum	36
9.5 Dag - Sssp	26	11.5 Potencia Matriz	36
9.6 Dag - Fishmonger	27	11.6 Verifica Se E Quadrado Magico	36
9.7 Dag - Numero De Caminhos 2 Vertices	27	<b>12 Strings</b>	<b>37</b>
9.8 Eulerian - @Info	27	12.1 Calculadora Posfixo	37
9.9 Eulerian - Euler Path	28	12.2 Chaves Colchetes Parenteses	37
<b>10 Matematica</b>	<b>28</b>	12.3 Infixo Para Posfixo	37
10.1 Casas	28	12.4 Is Subsequence	38
10.2 Ciclo Em Funcao	28	12.5 Lexicograficamente Minima	38
10.3 Contar Quanti Solucoes Eq 2 Variaveis	28	12.6 Longest Common Substring	38
10.4 Conversao De Bases	28	12.7 Lower Upper	38
10.5 Decimal Para Fracao	29	12.8 Numeros E Char	38
10.6 Dois Primos Somam Num	29	12.9 Ocorrencias	39
10.7 Factorial	29	12.10Palindromo	39
10.8 Fast Exponentiation	29	12.11Permutacao	39

12.12	Remove Acento . . . . .	39
12.13	Split Cria . . . . .	39
<b>13</b>	<b>Vector</b>	<b>39</b>
13.1	Contar Menores Elementos A Direita . . . . .	39
13.2	Contar Subarrays Somam K . . . . .	40
13.3	Elemento Mais Frequente . . . . .	40
13.4	K Maior Elemento . . . . .	41
13.5	Longest Common Subsequence . . . . .	41
13.6	Maior Retangulo Em Histograma . . . . .	41
13.7	Maior Sequencia Subsequente . . . . .	42
13.8	Maior Subsequencia Comum . . . . .	42
13.9	Maior Subsequência Crescente . . . . .	42
13.10	Maior Triangulo Em Histograma . . . . .	43
13.11	Remove Repetitive . . . . .	43
13.12	Soma Maxima Sequencial . . . . .	43
13.13	Subset Sum . . . . .	43
13.14	Troco . . . . .	43
<b>14</b>	<b>Outros</b>	<b>44</b>
14.1	Dp . . . . .	44
14.2	Binario . . . . .	44
14.3	Binary Search . . . . .	44
14.4	Fibonacci . . . . .	45
14.5	Horario . . . . .	45
14.6	Intervalos . . . . .	45

# 1 Utils

## 1.1 Files

```
1 #!/bin/bash
2
3 for c in {a..f}; do
4     cp temp.cpp "$c.cpp"
5     echo "$c" > "$c.txt"
6     if [ "$c" = "$letter" ]; then
7         break
8     fi
9 done
```

## 1.2 Limites

```
1 // LIMITES DE REPRESENTACAO DE DADOS
```

tipo	bits	minimo .. maximo	precisao decim.
char	8	0 .. 127	2
signed char	8	-128 .. 127	2
unsigned char	8	0 .. 255	2
short	16	-32.768 .. 32.767	4
unsigned short	16	0 .. 65.535	4
int	32	-2 x 10 <sup>9</sup> .. 2 x 10 <sup>9</sup>	9
unsigned int	32	0 .. 4 x 10 <sup>9</sup>	9
int64_t	64	-9 x 10 <sup>18</sup> .. 9 x 10 <sup>18</sup>	18
uint64_t	64	0 .. 18 x 10 <sup>18</sup>	19
float	32	1.2 x 10 <sup>-38</sup> .. 3.4 x 10 <sup>38</sup>	6-9
double	64	2.2 x 10 <sup>-308</sup> .. 1.8 x 10 <sup>308</sup>	15-17
long double	80	3.4 x 10 <sup>-4932</sup> .. 1.1 x 10 <sup>4932</sup>	18-19
BigInt/Dec(java)	1 x 10 <sup>-2147483648</sup>	.. 1 x 10 <sup>2147483647</sup>	0

```
19 // LIMITES DE MEMORIA
```

```
21 1MB = 1,048,576 bool
22 1MB = 524,288 char
23 1MB = 262,144 int32_t
24 1MB = 131,072 int64_t
25 1MB = 65,536 float
26 1MB = 32,768 double
27 1MB = 16,384 long double
28 1MB = 16,384 BigInteger / BigDecimal
```

```
30 // ESTOURAR TEMPO
```

input size	complexidade para 1 s
[10,11]	0(n!), 0(n <sup>6</sup> )
[17,19]	0(2 <sup>n</sup> * n <sup>2</sup> )
[18, 22]	0(2 <sup>n</sup> * n)
[24,26]	0(2 <sup>n</sup> )
... 100	0(n <sup>4</sup> )
... 450	0(n <sup>3</sup> )
... 1500	0(n <sup>2.5</sup> )

```
41 ... 2500      | 0(n^2 * log n)
42 ... 10^4      | 0(n^2)
43 ... 2*10^5    | 0(n^1.5)
44 ... 4.5*10^6  | 0(n log n)
45 ... 10^7      | 0(n log log n)
46 ... 10^8      | 0(n), 0(log n), 0(1)
47
48
49 // FATORIAL
50
51 12! = 479.001.600 [limite do (u)int]
52 20! = 2.432.902.008.176.640.000 [limite do (u)int64_t]
```

## 1.3 Makefile

```
1 CXX = g++
2 CXXFLAGS = -fsanitize=address,undefined -fno-omit-frame-pointer -g -Wall
               -Wshadow -std=c++17 -Wno-unused-result -Wno-sign-compare -Wno-char-
               subscripts #-fuse-ld=gold
3
4 q:
5     cp temp.cpp $(f).cpp
6     touch $(f).txt
7     code $(f).txt
8     code $(f).cpp
9     clear
10 compile:
11     g++ -g $(f).cpp $(CXXFLAGS) -o $(f)
12 exe:
13     ./$(f) < $(f).txt
14
15 runc: compile
16 runci: compile exe
17
18 clearexe:
19     find . -maxdepth 1 -type f -executable -exec rm {} +
20 cleartxt:
21     find . -type f -name "*.txt" -exec rm -f {} \;
22 clear: clearexe cleartxt
23 clear
```

## 1.4 Template Cpp

```
1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3
4 #define _ std::ios::sync_with_stdio(false); cin.tie(NULL); cout.tie(NULL);
5 #define all(a) a.begin(), a.end()
6 #define int long long int
7 #define double long double
8 #define vi vector<int>
9 #define pii pair<int,int>
10 #define endl "\n"
11 #define print_v(a) for(auto x : a) cout<<x<<" ";cout<<endl
12 #define print_vp(a) for(auto x : a) cout<<x.first<<" "<<x.second<< endl
13 #define f(i,s,e) for(int i=s;i<e;i++)
```

```

14 #define rf(i,e,s)    for(int i=e-1;i>=s;i--)
15 #define CEIL(a, b)   ((a) + (b - 1))/b
16 #define TRUNC(x, n)  floor(x * pow(10, n))/pow(10, n)
17 #define ROUND(x, n)  round(x * pow(10, n))/pow(10, n)
18 #define dbg(x) cout << #x << " = " << x << " ";
19 #define dbg1(x) cout << #x << " = " << x << endl;
20
21 const int INF = 1e9;    // 2^31-1
22 const int LLINF = 4e18; // 2^63-1
23 const double EPS = 1e-9;
24 const int MAX = 1e6+10; // 10^6 + 10
25
26 void solve() {
27
28 }
29
30 int32_t main() { _
31
32
33     clock_t z = clock();
34     int t = 1; // cin >> t;
35     while (t--) {
36         solve();
37     }
38     cerr << fixed << "Run Time : " << ((double)(clock() - z) /
39     CLOCKS_PER_SEC) << endl;
40     return 0;
41 }

```

## 1.5 Template Python

```

1 import sys
2 import math
3 import bisect
4 from sys import stdin, stdout
5 from math import gcd, floor, sqrt, log
6 from collections import defaultdict as dd
7 from bisect import bisect_left as bl, bisect_right as br
8
9 sys.setrecursionlimit(100000000)
10
11 inp      = lambda: int(input())
12 strng    = lambda: input().strip()
13 jn       = lambda x, l: x.join(map(str, l))
14 strl     = lambda: list(input().strip())
15 mul      = lambda: map(int, input().strip().split())
16 mulf     = lambda: map(float, input().strip().split())
17 seq      = lambda: list(map(int, input().strip().split()))
18
19 ceil      = lambda x: int(x) if x==int(x) else int(x)+1
20 ceildiv   = lambda x, d: x//d if (x%d==0) else x//d+1
21
22 flush     = lambda: stdout.flush()
23 stdstr    = lambda: stdin.readline()
24 stdint    = lambda: int(stdin.readline())
25 stdpr     = lambda x: stdout.write(str(x))
26

```

```

27 mod=1000000007
28
29 #main code
30
31 a = None
32 b = None
33 lista = None
34
35 def ident(*args):
36     if len(args) == 1:
37         return args[0]
38     return args
39
40
41 def parsin(*, l=1, vpl=1, s=" "):
42     if l == 1:
43         if vpl == 1: return ident(input())
44         else: return list(map(ident, input().split(s)))
45     else:
46         if vpl == 1: return [ident(input()) for _ in range(l)]
47         else: return [list(map(ident, input().split(s))) for _ in range(l)]
48
49
50 def solve():
51     pass
52
53 # if __name__ == '__main__':
54 def main():
55     st = clk()
56
57     escolha = "in"
58     #escolha = "num"
59
60     match escolha:
61         case "in":
62             # ãl infinitas linhas agrupadas de 2 em 2
63             # pra infinitos valores em 1 linha pode armazenar em uma lista
64             while True:
65                 global a, b
66                 try: a, b = input().split()
67                 except (EOFError): break #permite ler todas as linhas
68             dentro do .txt
69             except (ValueError): pass # consegue ler éat linhas em
70             branco
71             else:
72                 a, b = int(a), int(b)
73                 solve()
74
75         case "num":
76             global lista
77             # int l; cin >> l; while(l--){for(i=0; i<vpl; i++){
78             # retorna listas com inputs de cada linha
79             # leia l linhas com vpl valores em cada uma delas
80             # caseo seja mais de uma linha, retorna lista com listas
81             de inputs
82             lista = parsin(l=2, vpl=5)

```

```

80         solve()
81
82     sys.stderr.write(f"Run Time : {(clk() - st):.6f} seconds\n")
83
84 main()

```

## 2 Informações

### 2.1 Bitmask

```

1  int n = 11, ans = 0, k = 3;
2
3  // Operacoes com bits
4  ans = n & k; // AND bit a bit
5  ans = n | k; // OR bit a bit
6  ans = n ^ k; // XOR bit a bit
7  ans = ~n;    // NOT bit a bit
8
9  // Operacoes com 2^k em O(1)
10 ans = n << k; // ans = n * 2^k
11 ans = n >> k; // ans = n / 2^k
12
13 int j;
14
15 // Ativa j-esimo bit (0-based)
16 ans |= (1<<j);
17
18 // Desativa j-esimo bit (0-based)
19 ans &= (1<<j);
20
21 // Inverte j-esimo bit (0-based)
22 ans ^= (1<<j);
23
24 // verificar se j-esimo bit esta ativo (0-based)
25 ans = n & (1<<j);
26
27 // Pegar valor do bit menos significativo | Retorna o maior divisor
28 ans = n & -n;
29
30 // Ligar todos os n bits
31 ans = (1<<n) - 1;
32
33 // Contar quantos 1's tem no binario de n
34 ans = __builtin_popcount(n);
35
36 // Contar quantos 0's tem no final do binario de n
37 ans = __builtin_ctz(n);

```

### 2.2 Priority Queue

```

1 // HEAP CRESCENTE {5,4,3,2,1}
2 priority_queue<int> pq; // max heap
3     // maior elemento:
4     pq.top();
5

```

```

6 // HEAP DECRESCENTE {1,2,3,4,5}
7 priority_queue<int, vector<int>, greater<int>> pq; // min heap
8     // menor elemento:
9     pq.top();
10
11 // REMOVER ELEMENTO
12 // Complexidade: O(n)
13 // Retorno: true se existe, false se não existe
14 pq.remove(x);
15
16 // INSERIR ELEMENTO
17 // Complexidade: O(log(n))
18 pq.push(x);
19
20 // REMOVER TOP
21 // Complexidade: O(log(n))
22 pq.pop();
23
24 // TAMANHO
25 // Complexidade: O(1)
26 pq.size();
27
28 // VAZIO
29 // Complexidade: O(1)
30 pq.empty();
31
32 // LIMPAR
33 // Complexidade: O(n)
34 pq.clear();
35
36 // ITERAR
37 // Complexidade: O(n)
38 for (auto x : pq) {}
39
40 // çãOrdemao por çãfuno customizada passada por parametro ao criar a pq
41 // Complexidade: O(n log(n))
42 auto cmp = [](int a, int b) { return a > b; };
43 priority_queue<int, vector<int>, decltype(cmp)> pq(cmp);

```

### 2.3 Set

```

1 set<int> st;
2
3 // Complexidade: O(log(n))
4 st.insert(x);
5 st.erase(x);
6 st.find(x);
7 st.erase(st.find(x));
8
9
10 // Complexidade: O(1)
11 st.size();
12 st.empty();
13
14 // Complexidade: O(n)
15 st.clear();
16 for (auto x : st) {}

```

17						
18	priority_queue			set		
19	-----+-----+-----+-----+-----+-----					
20	op	call	compl	call	compl	melhor
21	-----+-----+-----+-----+-----+-----					
22	insert	push	log(n)	insert	log(n)	pq
23	erase_menor	pop	log(n)	erase	log(n)	pq
24	get_menor	top	1	begin	1	set
25	get_maior	-	-	rbegin	1	set
26	erase_number	remove	n	erase	log(n)	set
27	find_number	-	-	find	log(n)	set
28	find_>=	-	-	lower	log(n)	set
29	find_<=	-	-	upper	log(n)	set
30	iterate	for	n	for	n	set
31	-----+-----+-----+-----+-----+-----					

## 2.4 Sort

```

1 vector<int> v;
2 // Sort Crescente:
3 sort(v.begin(), v.end());
4 sort(all(v));
5
6 // Sort Decrescente:
7 sort(v.rbegin(), v.rend());
8 sort(all(v), greater<int>());
9
10 // Sort por uma função:
11 auto cmp = [](int a, int b) { return a > b; }; // { 2, 3, 1 } -> { 3,
2, 1 }
12 auto cmp = [](int a, int b) { return a < b; }; // { 2, 3, 1 } -> { 1,
2, 3 }
13 sort(v.begin(), v.end(), cmp);
14 sort(all(v), cmp);
15
16 // Sort por uma função (comparação de pares):
17 auto cmp = [](pair<int, int> a, pair<int, int> b) { return a.second >
b.second; };
18
19 // Sort parcial:
20 partial_sort(v.begin(), v.begin() + n, v.end()); // sorta com n menos
elementos
21 partial_sort(v.rbegin(), v.rbegin() + n, s.rend()) // sorta com n
maiores elementos
22
23 // SORT VS SET
24 * para um input com elementos distintos, sort é mais rápido que set

```

## 2.5 String

```

1 // INICIALIZAR
2 string s; // string vazia
3 string s(n, c); // n cópias de c
4 string s(s); // cópia de s
5 string s(s, i, n); // cópia de s[i..i+n-1]
6

```

```

7 // SUBSTRING
8 // Complexidade: O(n)
9 s.substr(i, n); // substring de s[i..i+n-1]
10 s.substr(i, j - i + 1); // substring de s[i..j]
11
12 // TAMANHO
13 // Complexidade: O(1)
14 s.size(); // tamanho da string
15 s.empty(); // true se vazia, false se não vazia
16
17 // MODIFICAR
18 // Complexidade: O(n)
19 s.push_back(c); // adiciona c no final
20 s.pop_back(); // remove o último
21 s += t; // concatena t no final
22 s.insert(i, t); // insere t a partir da posição i
23 s.erase(i, n); // remove n caracteres a partir da posição i
24 s.replace(i, n, t); // substitui n caracteres a partir da posição i por t
25 s.swap(t); // troca o conteúdo com t
26
27 // COMPARAR
28 // Complexidade: O(n)
29 s == t; // igualdade
30 s != t; // diferença
31 s < t; // menor que
32 s > t; // maior que
33 s <= t; // menor ou igual
34 s >= t; // maior ou igual
35
36 // BUSCA
37 // Complexidade: O(n)
38 s.find(t); // posição da primeira ocorrência de t, ou string::npos se não
existe
39 s.rfind(t); // posição da última ocorrência de t, ou string::npos se não
existe
40 s.find_first_of(t); // posição da primeira ocorrência de um caractere de t
, ou string::npos se não existe
41 s.find_last_of(t); // posição da última ocorrência de um caractere de t,
ou string::npos se não existe
42 s.find_first_not_of(t); // posição do primeiro caractere que não está em t
, ou string::npos se não existe
43 s.find_last_not_of(t); // posição do último caractere que não está em t, ou
string::npos se não existe
44
45 // SUBSTITUIR
46 // Complexidade: O(n)
47 s.replace(i, n, t); // substitui n caracteres a partir da posição i por t
48 s.replace(s.begin() + i, s.begin() + i + n, t.begin(), t.end()); //
substitui n caracteres a partir da posição i por t
49 s.replace(s.begin() + i, s.begin() + i + n, t); // substitui n caracteres
a partir da posição i por t
50 s.replace(s.begin() + i, s.begin() + i + n, n, c); // substitui n
caracteres a partir da posição i por n cópias de c

```

## 2.6 Vector

```

1 // INICIALIZAR

```

```

2 vector<int> v (n); // n cópias de 0
3 vector<int> v (n, v); // n cópias de v
4
5 // PUSH_BACK
6 // Complexidade: O(1) amortizado (O(n) se realocar)
7 v.push_back(x);
8
9 // REMOVER
10 // Complexidade: O(n)
11 v.erase(v.begin() + i);
12
13 // INSERIR
14 // Complexidade: O(n)
15 v.insert(v.begin() + i, x);
16
17 // ORDENAR
18 // Complexidade: O(n log(n))
19 sort(v.begin(), v.end());
20 sort(all(v));
21
22 // BUSCA BINARIA
23 // Complexidade: O(log(n))
24 // Retorno: true se existe, false se não existe
25 binary_search(v.begin(), v.end(), x);
26
27 // FIND
28 // Complexidade: O(n)
29 // Retorno: iterador para o elemento, v.end() se não existe
30 find(v.begin(), v.end(), x);
31
32 // CONTAR
33 // Complexidade: O(n)
34 // Retorno: número de ocorrências
35 count(v.begin(), v.end(), x);

```

## 3 .vscode

## 4 Combinatoria

### 4.1 @ Factorial

```

1 // Calcula o fatorial de um número n
2 // Complexidade: O(n)
3
4 int factdp[20];
5
6 int fact(int n) {
7     if (n < 2) return 1;
8     if (factdp[n] != 0) return factdp[n];
9     return factdp[n] = n * fact(n - 1);
10 }

```

### 4.2 @ Tabela

```

1 // Sequencia de p elementos de um total de n
2
3 ORDEM \ REPETIC | COM | SEM
4 -----+-----+-----
5 IMPORTA | ARRANJO COM REPETICAO | ARRANJO SIMPLES
6 NAO | COMBINACAO COM REPETICAO | COMBINACAO SIMPLES

```

### 4.3 Arranjo Com Repeticao

```

1 int arranjoComRepeticao(int p, int n) {
2     return pow(n, p);
3 }

```

### 4.4 Arranjo Simples

```

1 int arranjoSimples(int p, int n) {
2     return fact(n) / fact(n - p);
3 }

```

### 4.5 Catalan

```

1 const int MAX_N = 100010;
2 const int p = 1e9+7; // p is a prime > MAX_N
3
4
5 int mod(int a, int m) {
6     return ((a%m) + m) % m;
7 }
8
9 int inv(int a) {
10     return modPow(a, p-2, p);
11 }
12
13 int modPow(int b, int p, int m) {
14     if (p == 0) return 1;
15     int ans = modPow(b, p/2, m);
16     ans = mod(ans*ans, m);
17     if (p&1) ans = mod(ans*b, m);
18     return ans;
19 }
20
21 int Cat[MAX_N];
22
23 void solve() {
24     Cat[0] = 1;
25     for (int n = 0; n < MAX_N-1; ++n) // O(MAX_N * log p)
26         Cat[n+1] = ((4*n+2)%p * Cat[n]%p * inv(n+2)) % p;
27     cout << Cat[100000] << "\n"; // the answer is
28     945729344
29 }

```

### 4.6 Combinacao Com Repeticao

```

1 int combinacaoComRepeticao(int p, int n) {
2     return fact(n + p - 1) / (fact(p) * fact(n - 1));
3 }

```



## 4.7 Combinacao Simples

```
1 const int MAX_N = 100010;
2 const int p = 1e9+7; // p is a prime > MAX_N
3
4 int mod(int a, int m) {
5     return ((a%m) + m) % m;
6 }
7
8 int modPow(int b, int p, int m) {
9     if (p == 0) return 1;
10    int ans = modPow(b, p/2, m);
11    ans = mod(ans*ans, m);
12    if (p&1) ans = mod(ans*b, m);
13    return ans;
14 }
15
16 int inv(int a) {
17     return modPow(a, p-2, p);
18 }
19
20 int fact[MAX_N];
21
22 int comb(int n, int k) {
23     // O(log p)
24     if (n < k) return 0;
25     // clearly
26     return (((fact[n] * inv(fact[k])) % p) * inv(fact[n-k])) % p;
27 }
28
29 void solve() {
30     fact[0] = 1;
31     for (int i = 1; i < MAX_N; ++i)
32         fact[i] = (fact[i-1]*i) % p;
33     cout << C(100000, 50000) << "\n";
34 }
```

## 4.8 Permutacao Circular

```
1 // Permutacao objetos em posicao simetrica em um circulo
2
3 int permutacaoCircular(int n) {
4     return fact(n - 1);
5 }
```

## 4.9 Permutacao Com Repeticao

```
1 // Trocar elementos de lugar quando ha termos repetidos (ANAGRAMA)
2 int permutacaoComRepeticao(string s) {
3     int n = s.size();
4     int ans = fact(n);
5     map<char, int> freq;
6     for (char c : s) {
7         freq[c]++;
8     }
9     for (auto [c, f] : freq) {
```

```
10         ans /= fact(f);
11     }
12     return ans;
13 }
```

## 4.10 Permutacao Simples

```
1 // Agrupamentos distintos entre si pela ordem (FILA)
2 // Diferenca do arranjo: usa todos os elementos para o calculo
3 // SEM repeticao
4
5 int permutacaoSimples(int n) {
6     return fact(n);
7 }
```

# 5 DP

## 5.1 Dp

```
1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3
4 const int MAX_gm = 30; // up to 20 garments at most and 20 models/garment
5 const int MAX_M = 210; // maximum budget is 200
6
7 int M, C, price[MAX_gm][MAX_gm]; // price[g (<= 20)][k (<= 20)]
8 int memo[MAX_gm][MAX_M]; // TOP-DOWN: dp table [g (< 20)][money
9                             (<= 200)]
10
11 int dp(int g, int money) {
12     if (money < 0) return -1e9;
13     if (g == C) return M - money;
14     if (memo[g][money] != -1)
15         return memo[g][money]; // avaliar linha g com dinheiro money (cada
16                                 caso pensavel)
17     int ans = -1;
18     for (int k = 1; k <= price[g][0]; ++k)
19         ans = max(ans, dp(g + 1, money - price[g][k]));
20     return memo[g][money] = ans;
21 }
22
23 int main() {
24     int TC;
25     scanf("%d", &TC);
26     while (TC--)
27     {
28         scanf("%d %d", &M, &C);
29         for (int g = 0; g < C; ++g)
30         {
31             scanf("%d", &price[g][0]); // store k in price[g][0]
32             for (int k = 1; k <= price[g][0]; ++k)
33                 scanf("%d", &price[g][k]);
34         }
35         memset(memo, -1, sizeof memo); // TOP-DOWN: init memo
```

```

35     if (dp(0, M) < 0)
36         printf("no solution\n"); // start the top-down DP
37     else
38         printf("%d\n", dp(0, M));
39 }
40 return 0;
41 }

```

## 5.2 Mochila

```

1 // Description: Problema da mochila 0-1: retorna o valor maximo que pode
  ser carregado
2 // Complexidade: O(n*capacidade)
3
4 const int MAX_QNT_OBJETOS = 60; // 50 + 10
5 const int MAX_PESO_OBJETO = 1010; // 1000 + 10
6
7 int n, memo[MAX_QNT_OBJETOS][MAX_PESO_OBJETO];
8 vi valor, peso;
9
10 int mochila(int id, int remW) {
11     if ((id == n) || (remW == 0)) return 0;
12     int &ans = memo[id][remW];
13     if (ans != -1) return ans;
14     if (peso[id] > remW) return ans = mochila(id+1, remW);
15     return ans = max(mochila(id+1, remW), valor[id]+mochila(id+1, remW-
peso[id]));
16 }
17
18 void solve() {
19
20     memset(memo, -1, sizeof memo);
21
22     int capacidadeMochila; cin >> capacidadeMochila;
23
24     f(i,0,capacidadeMochila) { memo[0][i] = 0; } // testar com e sem essa
linha
25
26     cin >> n;
27
28     valor.assign(n, 0);
29     peso.assign(n, 0);
30
31     f(i,0,n) {
32         cin >> peso[i] >> valor[i];
33     }
34
35     cout << mochila(0, capacidadeMochila) << endl;
36
37 }

```

## 6 Estruturas

### 6.1 Bittree

```

1 /*      n --> No. of elements present in input array.
2     BITree[0..n] --> Array that represents Binary Indexed Tree.
3     arr[0..n-1] --> Input array for which prefix sum is evaluated. */
4
5 // Returns sum of arr[0..index]. This function assumes
6 // that the array is preprocessed and partial sums of
7 // array elements are stored in BITree[].
8 int getSum(vector<int>& BITree, int index) {
9     int sum = 0;
10    index = index + 1;
11    while (index>0) {
12        sum += BITree[index];
13        index -= index & (-index);
14    }
15    return sum;
16 }
17
18 void updateBIT(vector<int>& BITree, int n, int index, int val) {
19     index = index + 1;
20
21     while (index <= n) {
22         BITree[index] += val;
23         index += index & (-index);
24     }
25 }
26
27 vector<int> constructBITree(vector<int>& arr, int n) {
28     vector<int> BITree(n+1, 0);
29
30     for (int i=0; i<n; i++)
31         updateBIT(BITree, n, i, arr[i]);
32
33     return BITree;
34 }
35
36 void solve() {
37     vector<int> freq = {2, 1, 1, 3, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9};
38     int n = freq.size();
39     vector<int> BITree = constructBITree(freq, n);
40     cout << "Sum of elements in arr[0..5] is" << getSum(BITree, 5);
41     // Let use test the update operation
42     freq[3] += 6;
43     updateBIT(BITree, n, 3, 6); //Update BIT for above change in arr[]
44
45     cout << "\nSum of elements in arr[0..5] after update is "
46         << getSum(BITree, 5);
47 }

```

### 6.2 Fenwick Tree

```

1 // BIT com update em range (Binary Indexed Tree)
2 //
3 // Operacoes 0-based
4 // query(l, r) retorna a soma de v[l..r]
5 // update(l, r, x) soma x em v[l..r]
6 //
7 // Complexidades:

```

```

8 // build - O(n)
9 // query - O(log(n))
10 // update - O(log(n))
11
12 namespace bit {
13     int bit[2][MAX+2];
14     int n;
15
16     void build(int n2, vector<int>& v) {
17         n = n2;
18         for (int i = 1; i <= n; i++)
19             bit[1][min(n+1, i+(i&-i))] += bit[1][i] += v[i];
20     }
21     int get(int x, int i) {
22         int ret = 0;
23         for (; i; i -= i&-i) ret += bit[x][i];
24         return ret;
25     }
26     void add(int x, int i, int val) {
27         for (; i <= n; i += i&-i) bit[x][i] += val;
28     }
29     int get2(int p) {
30         return get(0, p) * p + get(1, p);
31     }
32     int query(int l, int r) {
33         return get2(r+1) - get2(l);
34     }
35     void update(int l, int r, int x) {
36         add(0, l+1, x), add(0, r+2, -x);
37         add(1, l+1, -x*l), add(1, r+2, x*(r+1));
38     }
39 };

```

## 6.3 Seg Tree

```

1 // Query: soma do range [a, b]
2 // Update: soma x em cada elemento do range [a, b]
3 //
4 // Complexidades:
5 // build - O(n)
6 // query - O(log(n))
7 // update - O(log(n))
8 namespace SegTree {
9
10     int seg[4*MAX];
11     int n, *v;
12
13     int op(int a, int b) { return a + b; }
14
15     int build(int p=1, int l=0, int r=n-1) {
16         if (l == r) return seg[p] = v[l];
17         int m = (l+r)/2;
18         return seg[p] = op(build(2*p, l, m), build(2*p+1, m+1, r));
19     }
20
21     void build(int n2, int* v2) {
22         n = n2, v = v2;

```

```

23         build();
24     }
25
26     int query(int a, int b, int p=1, int l=0, int r=n-1) {
27         if (a <= l and r <= b) return seg[p];
28         if (b < l or r < a) return 0;
29         int m = (l+r)/2;
30         return op(query(a, b, 2*p, l, m), query(a, b, 2*p+1, m+1, r));
31     }
32
33     int update(int a, int b, int x, int p=1, int l=0, int r=n-1) {
34         if (a <= l and r <= b) return seg[p];
35         if (b < l or r < a) return seg[p];
36         int m = (l+r)/2;
37         return seg[p] = op(update(a, b, x, 2*p, l, m), update(a, b, x, 2*p
+1, m+1, r));
38     }
39 };

```

## 6.4 Segmen Tree

```

1 // Segment Tree with Lazy Propagation
2 // Update Range: O(log(n))
3 // Query Range: O(log(n))
4 // Memory: O(n)
5 // Build: O(n)
6
7 typedef vector<int> vi;
8
9 class SegmentTree {
10     private:
11         int n;
12         vi A, st, lazy;
13         int defaultVar; // min: INT_MIN | max: INT_MAX | sum: 0 | multiply
: 1
14
15         int l(int p) { return p<<1; }
16         int r(int p) { return (p<<1)+1; }
17
18         int conquer(int a, int b) {
19             if(a == defaultVar) return b;
20             if(b == defaultVar) return a;
21             return min(a, b);
22         }
23
24         void build(int p, int L, int R) {
25             if (L == R) st[p] = A[L];
26             else {
27                 int m = (L+R)/2;
28                 build(l(p), L, m);
29                 build(r(p), m+1, R);
30                 st[p] = conquer(st[l(p)], st[r(p)]);
31             }
32         }
33
34         void propagate(int p, int L, int R) {
35             if (lazy[p] != defaultVar) {

```

```

36     st[p] = lazy[p];
37     if (L != R) lazy[l(p)] = lazy[r(p)] = lazy[p];
38     else A[L] = lazy[p];
39     lazy[p] = defaultVar;
40 }
41 }
42
43 int query(int p, int L, int R, int i, int j) {
44     propagate(p, L, R);
45     if (i > j) return defaultVar;
46     if ((L >= i) && (R <= j)) return st[p];
47     int m = (L+R)/2;
48     return conquer(query(l(p), L, m, i, min(m, j)),
49                    query(r(p), m+1, R, max(i, m+1), j));
50 }
51
52 void update(int p, int L, int R, int i, int j, int val) {
53     propagate(p, L, R);
54     if (i > j) return;
55     if ((L >= i) && (R <= j)) {
56         lazy[p] = val;
57         propagate(p, L, R);
58     }
59     else {
60         int m = (L+R)/2;
61         update(l(p), L, m, i, min(m, j), val);
62         update(r(p), m+1, R, max(i, m+1), j, val);
63         int lsubtree = (lazy[l(p)] != defaultVar) ? lazy[l(p)] :
64 st[l(p)];
65         int rsubtree = (lazy[r(p)] != defaultVar) ? lazy[r(p)] :
66 st[r(p)];
67         st[p] = conquer(lsubtree, rsubtree);
68     }
69 }
70
71 public:
72     SegmentTree(int sz, int defaultVal) : n(sz), A(n), st(4*n), lazy
73 (4*n, defaultVal), defaultVar(defaultVal) {}
74
75     // vetor referencia, valor default (min: INT_MIN | max: INT_MIN |
76 sum: 0 | multiply: 1)
77     SegmentTree(const vi &initialA, int defaultVal) : SegmentTree((int)
78 initialA.size(), defaultVal) {
79         A = initialA;
80         build(1, 0, n-1);
81     }
82
83     // A[i..j] = val | 0 <= i <= j < n | O(log(n))
84     void update(int i, int j, int val) { update(1, 0, n-1, i, j, val); }
85
86     // max(A[i..j]) | 0 <= i <= j < n | O(log(n))
87     int query(int i, int j) { return query(1, 0, n-1, i, j); }
88 };
89
90 void solve() {
91     vi A = {18, 17, 13, 19, 15, 11, 20, 99}; // make n a power of 2

```

```

87     int defaultVar = INT_MIN; // default value for max query
88     SegmentTree st(A, defaultVar);
89     int i = 1, j = 3;
90     int ans = st.query(i, j);
91     int newVal = 77;
92     st.update(i, j, newVal);
93     ans = st.query(i, j);
94 }

```

## 6.5 Sparse Table Disjunta

```

1 // Sparse Table Disjunta
2 //
3 // Resolve qualquer operacao associativa
4 // MAX2 = log(MAX)
5 //
6 // Complexidades:
7 // build - O(n log(n))
8 // query - O(1)
9
10 namespace SparseTable {
11     int m[MAX2][2*MAX], n, v[2*MAX];
12     int op(int a, int b) { return min(a, b); }
13     void build(int n2, int* v2) {
14         n = n2;
15         for (int i = 0; i < n; i++) v[i] = v2[i];
16         while (n&(n-1)) n++;
17         for (int j = 0; (1<<j) < n; j++) {
18             int len = 1<<j;
19             for (int c = len; c < n; c += 2*len) {
20                 m[j][c] = v[c], m[j][c-1] = v[c-1];
21                 for (int i = c+1; i < c+len; i++) m[j][i] = op(m[j][i-1],
22 v[i]);
23                 for (int i = c-2; i >= c-len; i--) m[j][i] = op(v[i], m[j
24 ][i+1]);
25             }
26         }
27     }
28     int query(int l, int r) {
29         if (l == r) return v[l];
30         int j = __builtin_clz(1) - __builtin_clz(1^r);
31         return op(m[j][l], m[j][r]);
32     }
33 }

```

## 6.6 Union Find

```

1 // Description: Union-Find (Disjoint Set Union)
2
3 typedef vector<int> vi;
4
5 struct UnionFind {
6     vi p, rank, setSize;
7     int numSets;
8     UnionFind(int N) {
9         p.assign(N, 0);

```

```

10     for (int i = 0; i < N; ++i)
11         p[i] = i;
12     rank.assign(N, 0);
13     setSize.assign(N, 1);
14     numSets = N;
15 }
16
17 // Retorna o numero de sets disjuntos (separados)
18 int numDisjointSets() { return numSets; }
19 // Retorna o tamanho do set que contem o elemento i
20 int sizeofSet(int i) { return setSize[find(i)]; }
21
22 int find(int i) { return (p[i] == i) ? i : (p[i] = find(p[i])); }
23 bool same(int i, int j) { return find(i) == find(j); }
24 void uni(int i, int j) {
25     if (same(i, j))
26         return;
27     int x = find(i), y = find(j);
28     if (rank[x] > rank[y])
29         swap(x, y);
30     p[x] = y;
31     if (rank[x] == rank[y])
32         ++rank[y];
33     setSize[y] += setSize[x];
34     --numSets;
35 }
36 };
37
38 void solve() {
39     int n; cin >> n;
40     UnionFind UF(n);
41     UF.uni(0, 1);
42 }

```

## 7 Geometria

### 7.1 Circulo

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2 #include "ponto.cpp"
3 using namespace std;
4
5 // Retorna se o ponto p esta dentro, fora ou na circunferencia de centro
   e raio r
6 int insideCircle(const point_i &p, const point_i &c, int r) {
7     int dx = p.x-c.x, dy = p.y-c.y;
8     int Euc = dx*dx + dy*dy, rSq = r*r; // all integer
9     return Euc < rSq ? 1 : (Euc == rSq ? 0 : -1); // in/border/out
10 }
11
12 // Determina o centro e raio de um circulo que passa por 3 pontos
13 bool circle2PtsRad(point p1, point p2, double r, point &c) {
14     double d2 = (p1.x-p2.x) * (p1.x-p2.x) +
15             (p1.y-p2.y) * (p1.y-p2.y);
16     double det = r*r / d2 - 0.25;
17     if (det < 0.0) return false;

```

```

18     double h = sqrt(det);
19     c.x = (p1.x+p2.x) * 0.5 + (p1.y-p2.y) * h;
20     c.y = (p1.y+p2.y) * 0.5 + (p2.x-p1.x) * h;
21     return true;
22 }

```

### 7.2 Graham Scan(Elastico)

```

1 // çãFunco para calcular o produto vetorial de dois vetores
2 int cross_product(const pair<int, int>& o, const pair<int, int>& a, const
   pair<int, int>& b) {
3     return (a.first - o.first) * (b.second - o.second) - (a.second - o.
   second) * (b.first - o.first);
4 }
5
6 // çãFunco para encontrar o ponto mais baixo (esquerda mais baixo)
7 pair<int, int> find_lowest_point(const vector<pair<int, int>>& points) {
8     pair<int, int> lowest = points[0];
9     for (const auto& point : points) {
10         if (point.second < lowest.second || (point.second == lowest.second
11             && point.first < lowest.first)) {
12             lowest = point;
13         }
14     }
15     return lowest;
16 }
17
18 // çãFunco para ordenar pontos por ângulo polar em çãrelao ao ponto mais
   baixo
19 bool compare(const pair<int, int>& a, const pair<int, int>& b, const pair<
   int, int>& lowest_point) {
20     int cross = cross_product(lowest_point, a, b);
21     if (cross != 0) {
22         return cross > 0;
23     }
24     return (a.first != b.first) ? (a.first < b.first) : (a.second < b.
   second);
25 }
26
27 // çãFunco para encontrar o óenvoltrio convexo usando o algoritmo de
   Varredura de Graham
28 vector<pair<int, int>> convex_hull(vector<pair<int, int>>& points) {
29     vector<pair<int, int>> convex_polygon;
30
31     if (points.size() < 3) return convex_polygon;
32
33     pair<int, int> lowest_point = find_lowest_point(points);
34     sort(points.begin(), points.end(), [&lowest_point](const pair<int, int>
35         &a, const pair<int, int>& b) {
36         return compare(a, b, lowest_point);
37     });
38
39     convex_polygon.push_back(points[0]);
40     convex_polygon.push_back(points[1]);
41
42     for (int i = 2; i < points.size(); ++i) {

```

```

41     while (convex_polygon.size() >= 2 && cross_product(convex_polygon[21
convex_polygon.size() - 2], convex_polygon.back(), points[i]) <= 0) { 22 }
42         convex_polygon.pop_back();
43     }
44     convex_polygon.push_back(points[i]);
45 }
46
47 return convex_polygon;
48 }
49
50 void solve() {
51     int n, turma = 0;
52
53     vector<pair<int, int>> points(n);
54     for (int i = 0; i < n; ++i) {
55         cin >> points[i].first >> points[i].second; // x y
56     }
57
58     vector<pair<int, int>> convex_polygon = convex_hull(points);
59     int num_vertices = convex_polygon.size();
60
61     cout << num_vertices << endl; // qnt de vertices , se quiser os
62     pontos so usar o vi convex_polygon
63
64     cout << endl;
65 }

```

## 7.3 Leis

```

1 // Lei dos Cossenos: a^2 = b^2 + c^2 - 2bc*cos(A)
2 // Lei dos Senos: a/sen(A) = b/sen(B) = c/sen(C) = 2R
3 // Pitagoras: a^2 = b^2 + c^2

```

## 7.4 Linha

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2 #include "ponto.cpp"
3 using namespace std;
4
5 // const int EPS = 1e-9;
6
7 struct line { double a, b, c; }; // ax + by + c = 0
8
9 // Gera a equacao da reta que passa por 2 pontos
10 void pointsToLine(point p1, point p2, line &l) {
11     if (fabs(p1.x-p2.x) < EPS)
12         l = {1.0, 0.0, -p1.x};
13     else {
14         double a = -(double)(p1.y-p2.y) / (p1.x-p2.x);
15         l = {a, 1.0, -(double)(a*p1.x) - p1.y};
16     }
17 }
18
19 // Gera a equacao da reta que passa por um ponto e tem inclinacao m
20 void pointSlopeToLine(point p, double m, line &l) { // m < Inf

```

```

1 = {m, 1.0, -((m * p.x) + p.y)};
23
24 // Checa se 2 retas sao paralelas
25 bool areParallel(line l1, line l2) {
26     return (fabs(l1.a-l2.a) < EPS) and (fabs(l1.b-l2.b) < EPS);
27 }
28
29 // Checa se 2 retas sao iguais
30 bool areSame(line l1, line l2) {
31     return areParallel(l1, l2) and (fabs(l1.c-l2.c) < EPS);
32 }
33
34 // Retorna se 2 retas se intersectam e o ponto de interseccao (referencia)
35 bool areIntersect(line l1, line l2, point &p) {
36     if (areParallel(l1, l2)) return false;
37
38     p.x = (l2.b*l1.c - l1.b*l2.c) / (l2.a*l1.b - l1.a*l2.b);
39     if (fabs(l1.b) > EPS) p.y = -(l1.a*p.x + l1.c);
40     else p.y = -(l2.a*p.x + l2.c);
41     return true;
42 }

```

## 7.5 Maior Poligono Convexo

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3
4 const double EPS = 1e-9;
5
6 double DEG_to_RAD(double d) { return d*M_PI / 180.0; }
7
8 double RAD_to_DEG(double r) { return r*180.0 / M_PI; }
9
10 struct point {
11     double x, y;
12     point() { x = y = 0.0; }
13     point(double _x, double _y) : x(_x), y(_y) {}
14     bool operator == (point other) const {
15         return (fabs(x-other.x) < EPS && (fabs(y-other.y) < EPS));
16     }
17
18     bool operator <(const point &p) const {
19         return x < p.x || (abs(x-p.x) < EPS && y < p.y);
20     }
21 };
22
23 struct vec {
24     double x, y;
25     vec(double _x, double _y) : x(_x), y(_y) {}
26 };
27
28 vec toVec(point a, point b) { return vec(b.x-a.x, b.y-a.y); }
29
30 double dist(point p1, point p2) { return hypot(p1.x-p2.x, p1.y-p2.y); }
31

```

```

32 // returns the perimeter of polygon P, which is the sum of Euclidian
    distances of consecutive line segments (polygon edges)
33 double perimeter(const vector<point> &P) {
34     double ans = 0.0;
35     for (int i = 0; i < (int)P.size()-1; ++i)
36         ans += dist(P[i], P[i+1]);
37     return ans;
38 }
39
40 // returns the area of polygon P
41 double area(const vector<point> &P) {
42     double ans = 0.0;
43     for (int i = 0; i < (int)P.size()-1; ++i)
44         ans += (P[i].x*P[i+1].y - P[i+1].x*P[i].y);
45     return fabs(ans)/2.0;
46 }
47
48 double dot(vec a, vec b) { return (a.x*b.x + a.y*b.y); }
49 double norm_sq(vec v) { return v.x*v.x + v.y*v.y; }
50
51 // returns angle aob in rad
52 double angle(point a, point o, point b) {
53     vec oa = toVec(o, a), ob = toVec(o, b);
54     return acos(dot(oa, ob) / sqrt(norm_sq(oa) * norm_sq(ob)));
55 }
56
57 double cross(vec a, vec b) { return a.x*b.y - a.y*b.x; }
58
59 // returns the area of polygon P, which is half the cross products of
    vectors defined by edge endpoints
60 double area_alternative(const vector<point> &P) {
61     double ans = 0.0; point O(0.0, 0.0);
62     for (int i = 0; i < (int)P.size()-1; ++i)
63         ans += cross(toVec(O, P[i]), toVec(O, P[i+1]));
64     return fabs(ans)/2.0;
65 }
66
67 // note: to accept collinear points, we have to change the '> 0'
68 // returns true if point r is on the left side of line pq
69 bool ccw(point p, point q, point r) { return cross(toVec(p, q), toVec(p, r
    )) > 0; }
70
71 // returns true if point r is on the same line as the line pq
72 bool collinear(point p, point q, point r) { return fabs(cross(toVec(p, q),
    toVec(p, r))) < EPS; }
73
74 // returns true if we always make the same turn
75 // while examining all the edges of the polygon one by one
76 bool isConvex(const vector<point> &P) {
77     int n = (int)P.size();
78     // a point/sz=2 or a line/sz=3 is not convex
79     if (n <= 3) return false;
80     bool firstTurn = ccw(P[0], P[1], P[2]); // remember one result,
81     for (int i = 1; i < n-1; ++i) // compare with the others
82         if (ccw(P[i], P[i+1], P[(i+2) == n ? 1 : i+2]) != firstTurn)
83             return false; // different -> concave
84     return true; // otherwise -> convex
85 }
86
87 // returns 1/0/-1 if point p is inside/on (vertex/edge)/outside of
88 // either convex/concave polygon P
89 int insidePolygon(point pt, const vector<point> &P) {
90     int n = (int)P.size();
91     if (n <= 3) return -1; // avoid point or line
92     bool on_polygon = false;
93     for (int i = 0; i < n-1; ++i) // on vertex/edge?
94         if (fabs(dist(P[i], pt) + dist(pt, P[i+1]) - dist(P[i], P[i+1])) < EPS
95             )
96             on_polygon = true;
97     if (on_polygon) return 0; // pt is on polygon
98     double sum = 0.0; // first = last point
99     for (int i = 0; i < n-1; ++i) {
100         if (ccw(pt, P[i], P[i+1]))
101             sum += angle(P[i], pt, P[i+1]); // left turn/ccw
102         else
103             sum -= angle(P[i], pt, P[i+1]); // right turn/cw
104     }
105     return fabs(sum) > M_PI ? 1 : -1; // 360d->in, 0d->out
106 }
107
108 // compute the intersection point between line segment p-q and line A-B
109 point lineIntersectSeg(point p, point q, point A, point B) {
110     double a = B.y-A.y, b = A.x-B.x, c = B.x*A.y - A.x*B.y;
111     double u = fabs(a*p.x + b*p.y + c);
112     double v = fabs(a*q.x + b*q.y + c);
113     return point((p.x*v + q.x*u) / (u+v), (p.y*v + q.y*u) / (u+v));
114 }
115
116 // cuts polygon Q along the line formed by point A->point B (order matters
117 // (note: the last point must be the same as the first point))
118 vector<point> cutPolygon(point A, point B, const vector<point> &Q) {
119     vector<point> P;
120     for (int i = 0; i < (int)Q.size(); ++i) {
121         double left1 = cross(toVec(A, B), toVec(A, Q[i])), left2 = 0;
122         if (i != (int)Q.size()-1) left2 = cross(toVec(A, B), toVec(A, Q[i+1]))
123         ;
124         if (left1 > -EPS) P.push_back(Q[i]); // Q[i] is on the left
125         if (left1*left2 < -EPS) // crosses line AB
126             P.push_back(lineIntersectSeg(Q[i], Q[i+1], A, B));
127     }
128     if (!P.empty() && !(P.back() == P.front()))
129         P.push_back(P.front()); // wrap around
130     return P;
131 }
132
133 vector<point> CH_Graham(vector<point> &Pts) { // overall O(n log n)
134     vector<point> P(Pts); // copy all points
135     int n = (int)P.size();
136     if (n <= 3) {
137         if (!(P[0] == P[n-1])) P.push_back(P[0]); // point/line/triangle
138         return P; // corner case
139     } // the CH is P itself
140 }

```

```

139 // first, find P0 = point with lowest Y and if tie: rightmost X
140 int P0 = min_element(P.begin(), P.end())-P.begin();
141 swap(P[0], P[P0]); // swap P[P0] with P[0]
142
143 // second, sort points by angle around P0, O(n log n) for this sort
144 sort(++P.begin(), P.end(), [&](point a, point b) {
145     return ccw(P[0], a, b); // use P[0] as the pivot
146 });
147
148 // third, the ccw tests, although complex, it is just O(n)
149 vector<point> S({P[n-1], P[0], P[1]}); // initial S
150 int i = 2; // then, we check the
151     rest
152 while (i < n) { // n > 3, O(n)
153     int j = (int)S.size()-1;
154     if (ccw(S[j-1], S[j], P[i])) // CCW turn
155         S.push_back(P[i++]); // accept this point
156     else // CW turn
157         S.pop_back(); // pop until a CCW turn
158 }
159 return S; // return the result
160
161 vector<point> CH_Andrew(vector<point> &Pts) { // overall O(n log n)
162     int n = Pts.size(), k = 0;
163     vector<point> H(2*n);
164     sort(Pts.begin(), Pts.end()); // sort the points by x/y
165     for (int i = 0; i < n; ++i) { // build lower hull
166         while ((k >= 2) && !ccw(H[k-2], H[k-1], Pts[i])) --k;
167         H[k++] = Pts[i];
168     }
169     for (int i = n-2, t = k+1; i >= 0; --i) { // build upper hull
170         while ((k >= t) && !ccw(H[k-2], H[k-1], Pts[i])) --k;
171         H[k++] = Pts[i];
172     }
173     H.resize(k);
174     return H;
175 }
176
177 int main() {
178     // 6(+1) points, entered in counter clockwise order, 0-based indexing
179     vector<point> P;
180     P.emplace_back(1, 1); // P0
181     P.emplace_back(3, 3); // P1
182     P.emplace_back(9, 1); // P2
183     P.emplace_back(12, 4); // P3
184     P.emplace_back(9, 7); // P4
185     P.emplace_back(1, 7); // P5
186     P.push_back(P[0]); // loop back, P6 = P0
187
188     printf("Perimeter = %.2lf\n", perimeter(P)); // 31.64
189     printf("Area = %.2lf\n", area(P)); // 49.00
190     printf("Area = %.2lf\n", area_alternative(P)); // also 49.00
191     printf("Is convex = %d\n", isConvex(P)); // 0 (false)
192
193     point p_out(3, 2); // outside this (concave) polygon
194     printf("P_out is inside = %d\n", insidePolygon(p_out, P)); // -1
195
196     printf("P1 is inside = %d\n", insidePolygon(P[1], P)); // 0
197     point p_on(5, 7); // on this (concave) polygon
198     printf("P_on is inside = %d\n", insidePolygon(p_on, P)); // 0
199     point p_in(3, 4); // inside this (concave) polygon
200     printf("P_in is inside = %d\n", insidePolygon(p_in, P)); // 1
201
202     P = cutPolygon(P[2], P[4], P);
203     printf("Perimeter = %.2lf\n", perimeter(P)); // smaller now, 29.15
204     printf("Area = %.2lf\n", area(P)); // 40.00
205
206     P = CH_Graham(P); // now this is a
207         rectangle
208     printf("Perimeter = %.2lf\n", perimeter(P)); // precisely 28.00
209     printf("Area = %.2lf\n", area(P)); // precisely 48.00
210     printf("Is convex = %d\n", isConvex(P)); // true
211     printf("P_out is inside = %d\n", insidePolygon(p_out, P)); // 1
212     printf("P_in is inside = %d\n", insidePolygon(p_in, P)); // 1
213     return 0;
214 }

```

## 7.6 Ponto

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3 const int EPS = 1e-9;
4 // Ponto 2D
5 struct point_i {
6     int x, y;
7     point_i() { x = y = 0; }
8     point_i(int _x, int _y) : x(_x), y(_y) {}
9 };
10
11 // Ponto 2D com precisao
12 struct point {
13     double x, y;
14     point() { x = y = 0.0; }
15     point(double _x, double _y) : x(_x), y(_y) {}
16
17     bool operator < (point other) const {
18         if (fabs(x-other.x) > EPS)
19             return x < other.x;
20         return y < other.y;
21     }
22
23     bool operator == (const point &other) const {
24         return (fabs(x-other.x) < EPS) and (fabs(y-other.y) < EPS);
25     }
26 };
27
28 // Distancia entre 2 pontos
29 double dist(const point &p1, const point &p2) {
30     return hypot(p1.x-p2.x, p1.y-p2.y);
31 }
32
33 double DEG_to_RAD(double d) { return d*M_PI / 180.0; }
34 double RAD_to_DEG(double r) { return r*180.0 / M_PI; }

```



```

35
36 // Rotaciona o ponto p em theta graus em sentido anti-horario em relacao
    origem (0, 0)
37 point rotate(const point &p, double theta) {
38     double rad = DEG_to_RAD(theta);
39     return point(p.x*cos(rad) - p.y*sin(rad),
40                 p.x*sin(rad) + p.y*cos(rad));
41 }

```

## 7.7 Triangulos

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2 #include "vetor.cpp"
3 #include "linha.cpp"
4
5 using namespace std;
6
7 // Condicao Existencia
8 bool existeTriangulo(double a, double b, double c) {
9     return (a+b > c) && (a+c > b) && (b+c > a);
10 }
11
12 // Area de um triangulo de lados a, b e c
13 int area(int a, int b, int c) {
14     if (!existeTriangulo(a, b, c)) return 0;
15     double s = (a+b+c)/2.0;
16     return sqrt(s*(s-a)*(s-b)*(s-c));
17 }
18
19 double perimeter(double ab, double bc, double ca) {
20     return ab + bc + ca;
21 }
22
23 double perimeter(point a, point b, point c) {
24     return dist(a, b) + dist(b, c) + dist(c, a);
25 }
26
27 // ===== CIRCULO INSCRITO =====
28
29 // Retorna raio de um circulo inscrito em um triangulo de lados a, b e c
30 double rInCircle(double ab, double bc, double ca) {
31     return area(ab, bc, ca) / (0.5 * perimeter(ab, bc, ca));
32 }
33
34 double rInCircle(point a, point b, point c) {
35     return rInCircle(dist(a, b), dist(b, c), dist(c, a));
36 }
37
38 // Calcula o centro e o raio do circulo inscrito em um triangulo dados
    seus pontos
39 bool inCircle(point p1, point p2, point p3, point &ctr, double &r) {
40     r = rInCircle(p1, p2, p3);
41     if (fabs(r) < EPS) return false;
42     line l1, l2;
43     double ratio = dist(p1, p2) / dist(p1, p3);
44     point p = translate(p2, scale(toVec(p2, p3), ratio / (1+ratio)));
45     pointsToLine(p1, p, l1);
46     ratio = dist(p2, p1) / dist(p2, p3);

```

```

46     p = translate(p1, scale(toVec(p1, p3), ratio / (1+ratio)));
47     pointsToLine(p2, p, l2);
48     areIntersect(l1, l2, ctr);
49     return true;
50 }
51
52 // ===== CIRCULO CIRCUNSCRITO =====
53
54 double rCircumCircle(double ab, double bc, double ca) {
55     return ab * bc * ca / (4.0 * area(ab, bc, ca));
56 }
57
58 double rCircumCircle(point a, point b, point c) {
59     return rCircumCircle(dist(a, b), dist(b, c), dist(c, a));
60 }

```

## 7.8 Vetor

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2 #include "ponto.cpp"
3 using namespace std;
4
5 struct vec {
6     double x, y;
7     vec(double _x, double _y) : x(_x), y(_y) {}
8 };
9
10 double dot(vec a, vec b) { return (a.x*b.x + a.y*b.y); }
11 double norm_sq(vec v) { return v.x*v.x + v.y*v.y; }
12 double cross(vec a, vec b) { return a.x*b.y - a.y*b.x; }
13
14 // Converte 2 pontos em um vetor
15 vec toVec(const point &a, const point &b) {
16     return vec(b.x-a.x, b.y-a.y);
17 }
18
19 // Soma 2 vetores
20 vec scale(const vec &v, double s) {
21     return vec(v.x*s, v.y*s);
22 }
23
24 // Resultado do ponto p + vetor v
25 point translate(const point &p, const vec &v) {
26     return point(p.x+v.x, p.y+v.y);
27 }
28
29 // Angulo entre 2 vetores (produto escalar) em radianos
30 double angle(const point &a, const point &o, const point &b) {
31     vec oa = toVec(o, a), ob = toVec(o, b);
32     return acos(dot(oa, ob) / sqrt(norm_sq(oa) * norm_sq(ob)));
33 }
34
35 // Retorna se o ponto r esta a esquerda da linha pq (counter-clockwise)
36 bool ccw(point p, point q, point r) {
37     return cross(toVec(p, q), toVec(p, r)) > EPS;
38 }
39
40 // Retorna se sao colineares
41 bool collinear(point p, point q, point r) {

```

```

41     return fabs(cross(toVec(p, q), toVec(p, r))) < EPS;
42 }
43
44 // Distancia ponto-linha
45 double distToLine(point p, point a, point b, point &c) {
46     vec ap = toVec(a, p), ab = toVec(a, b);
47     double u = dot(ap, ab) / norm_sq(ab);
48     c = translate(a, scale(ab, u));
49     return dist(p, c);
50 }
51
52 // Distancia ponto p - segmento ab
53 double distToLineSegment(point p, point a, point b, point &c) {
54     vec ap = toVec(a, p), ab = toVec(a, b);
55     double u = dot(ap, ab) / norm_sq(ab);
56     if (u < 0.0) { // closer to a
57         c = point(a.x, a.y);
58         return dist(p, a); // dist p to a
59     }
60     if (u > 1.0) { // closer to b
61         c = point(b.x, b.y);
62         return dist(p, b); // dist p to b
63     }
64     return distToLine(p, a, b, c); // use distToLine
65 }

```

## 8 Grafos

### 8.1 Bfs - Matriz

```

1 // Description: BFS para uma matriz (n x m)
2 // Complexidade: O(n * m)
3
4 vector<vi> mat;
5 vector<vector<bool>> vis;
6 vector<pair<int,int>> mov = {{0, 1}, {0, -1}, {1, 0}, {-1, 0}};
7 int l, c;
8
9 bool valid(int x, int y) {
10     return (0 <= x and x < l and 0 <= y and y < c and !vis[x][y] /*and mat
11     [x][y]*/);
12 }
13
14 void bfs(int i, int j) {
15     queue<pair<int,int>> q; q.push({i, j});
16
17     while(!q.empty()) {
18
19         auto [u, v] = q.front(); q.pop();
20         vis[u][v] = true;
21
22         for(auto [x, y]: mov) {
23             if(valid(u+x, v+y)) {
24                 q.push({u+x,v+y});
25                 vis[u+x][v+y] = true;

```

```

26     }
27 }
28
29 }
30
31 void solve() {
32     cin >> l >> c;
33     mat.resize(l, vi(c));
34     vis.resize(l, vector<bool>(c, false));
35     /*preenche matriz*/
36     bfs(0,0);
37 }

```

### 8.2 Bfs - Por Niveis

```

1 // Description: Encontrar distancia entre S e outros pontos em que pontos
2 // EXTRA: BFS diferenciado para armazenar distancias sem VIS
3
4 int n;
5 vi dist;
6 vector<vi> niveisDoNode, itensDoNivel;
7
8 void bfs(int s) {
9
10     queue<pair<int, int>> q; q.push({s, 0});
11
12     while (!q.empty()) {
13         auto [v, dis] = q.front(); q.pop();
14
15         for(auto nivel : niveisDoNode[v]) {
16             for(auto u : itensDoNivel[nivel]) {
17                 if (dist[u] == 0) {
18                     q.push({u, dis+1});
19                     dist[u] = dis + 1;
20                 }
21             }
22         }
23     }
24 }
25
26 void solve() {
27
28     int n, ed; cin >> n >> ed;
29     dist.clear(), itensDoNivel.clear(), niveisDoNode.clear();
30     itensDoNivel.resize(n);
31
32     f(i,0,ed) {
33         int q; cin >> q;
34         while(q--) {
35             int v; cin >> v;
36             niveisDoNode[v].push_back(i);
37             itensDoNivel[i].push_back(v);
38         }
39     }
40
41     bfs(0);

```

42 }

## 8.3 Bfs - String

```

1 // Description: BFS para listas de adjacencia por nivel
2 // Complexidade: O(V + E)
3
4 int n;
5 unordered_map<string, int> dist;
6 unordered_map<string, vector<int>> niveisDoNode;
7 vector<vector<string>> itensDoNivel;
8
9 void bfs(string s) {
10
11     queue<pair<string, int>> q; q.push({s, 0});
12
13     while (!q.empty()) {
14         auto [v, dis] = q.front(); q.pop();
15
16         for(auto linha : niveisDoNode[v]) {
17             for(auto u : itensDoNivel[linha]) {
18                 if (dist[u] == 0) {
19                     q.push({u, dis+1});
20                     dist[u] = dis + 1;
21                 }
22             }
23         }
24     }
25 }
26
27 void solve() {
28
29     int n, ed; cin >> n >> ed;
30     dist.clear(), itensDoNivel.clear(), niveisDoNode.clear();
31     itensDoNivel.resize(n);
32
33     f(i,0,ed) {
34         int q; cin >> q;
35         while(q--) {
36             string str; cin >> str;
37             niveisDoNode[str].push_back(i);
38             itensDoNivel[i].push_back(str);
39         }
40     }
41
42     string src; cin >> src;
43     bfs(src);
44 }
```

## 8.4 Bfs - Tradicional

```

1 // BFS com informacoes adicionais sobre a distancia e o pai de cada
  vertice
2 // Complexidade: O(V + E), onde V eh o numero de vertices e E o numero de
  areqas
3
```

```

4 int n;
5 vector<bool> vis;
6 vector<int> d, p;
7 vector<vector<int>> adj;
8
9 void bfs(int s) {
10
11     queue<int> q; q.push(s);
12     vis[s] = true, d[s] = 0, p[s] = -1;
13
14     while (!q.empty()) {
15         int v = q.front(); q.pop();
16         vis[v] = true;
17
18         for (int u : adj[v]) {
19             if (!vis[u]) {
20                 vis[u] = true;
21                 q.push(u);
22                 // d[u] = d[v] + 1;
23                 // p[u] = v;
24             }
25         }
26     }
27 }
28
29 void solve() {
30     cin >> n;
31     adj.resize(n); d.resize(n, -1);
32     vis.resize(n); p.resize(n, -1);
33
34     for (int i = 0; i < n; i++) {
35         int u, v; cin >> u >> v;
36         adj[u].push_back(v);
37         adj[v].push_back(u);
38     }
39
40     bfs(0);
41 }
42
43 // OBS: Pode ser usado para encontrar o menor caminho entre dois vertices
  em um grafo sem pesos
```

## 8.5 Dfs

```

1 vector<int> adj[MAXN], parent;
2 int visited[MAXN];
3
4 // DFS com informacoes adicionais sobre o pai de cada vertice
5 // Complexidade: O(V + E), onde V eh o numero de vertices e E o numero de
  areqas
6 void dfs(int p) {
7     memset(visited, 0, sizeof visited);
8     stack<int> st;
9     st.push(p);
10
11     while (!st.empty()) {
12         int v = st.top(); st.pop();
```

```

13         if (visited[v]) continue;
14         visited[v] = true;
15
16         for (int u : adj[v]) {
17             if (!visited[u]) {
18                 parent[u] = v;
19                 st.push(u);
20             }
21         }
22     }
23 }
24
25 // DFS com informacoes adicionais sobre o pai de cada vertice
26 // Complexidade: O(V + E), onde V eh o numero de vertices e E o numero de
27 // areqas
28 void dfs(int v) {
29     visited[v] = true;
30     for (int u : adj[v]) {
31         if (!visited[u]) {
32             parent[u] = v;
33             dfs(u);
34         }
35     }
36 }
37
38 void solve() {
39     int n; cin >> n;
40     for (int i = 0; i < n; i++) {
41         int u, v; cin >> u >> v;
42         adj[u].push_back(v);
43         adj[v].push_back(u);
44     }
45     dfs(0);
46 }

```

## 8.6 Articulation

```

1 // Description: Encontra pontos de articulacao e pontes em um grafo nao
2 // direcionado
3 // Complexidade: O(V + E)
4 vector<vector<pii>> adj;
5 vi dfs_num, dfs_low, dfs_parent, articulation_vertex;
6 int dfsNumberCounter, dfsRoot, rootChildren;
7 vector<pii> bridgesAns;
8
9 void articulationPointAndBridgeUtil(int u) {
10
11     dfs_low[u] = dfs_num[u] = dfsNumberCounter++;
12     for (auto &[v, w] : adj[u]) {
13         if (dfs_num[v] == -1) {
14             dfs_parent[v] = u;
15             if (u == dfsRoot) ++rootChildren;
16
17             articulationPointAndBridgeUtil(v);
18

```

```

19             if (dfs_low[v] >= dfs_num[u])
20                 articulation_vertex[u] = 1;
21             if (dfs_low[v] > dfs_num[u])
22                 bridgesAns.push_back({u, v});
23             dfs_low[u] = min(dfs_low[u], dfs_low[v]);
24         }
25         else if (v != dfs_parent[u])
26             dfs_low[u] = min(dfs_low[u], dfs_num[v]);
27     }
28 }
29
30 void articulationPointAndBridge(int n) {
31     dfsNumberCounter = 0;
32     f(u,0,n) {
33         if (dfs_num[u] == -1) {
34             dfsRoot = u; rootChildren = 0;
35             articulationPointAndBridgeUtil(u);
36             articulation_vertex[dfsRoot] = (rootChildren > 1);
37         }
38     }
39 }
40
41 void solve() {
42
43     int n, ed; cin >> n >> ed;
44     adj.assign(n, vector<pii>());
45
46     f(i,0,ed) {
47         int u, v, w; cin >> u >> v >> w;
48         adj[u].emplace_back(v, w);
49     }
50
51     dfs_num.assign(n, -1); dfs_low.assign(n, 0);
52     dfs_parent.assign(n, -1); articulation_vertex.assign(n, 0);
53
54     articulationPointAndBridge(n);
55
56     // Vertices: articulation_vertex[u] == 1
57     // Bridges: bridgesAns
58 }

```

## 8.7 Bipartido

```

1 // Description: Determina se um grafo eh bipartido ou nao
2 // Complexidade: O(V+E)
3
4 vector<vi> AL;
5
6 bool bipartido(int n) {
7
8     int s = 0;
9     queue<int> q; q.push(s);
10
11     vi color(n, INF); color[s] = 0;
12     bool ans = true;
13     while (!q.empty() && ans) {
14         int u = q.front(); q.pop();

```

```

15     for (auto &v : AL[u]) {
16         if (color[v] == INF) {
17             color[v] = 1 - color[u];
18             q.push(v);
19         }
20     }
21     else if (color[v] == color[u]) {
22         ans = false;
23         break;
24     }
25 }
26 }
27
28 return ans;
29 }
30
31 void solve() {
32
33     int n, edg; cin >> n >> edg;
34     AL.resize(n, vi());
35
36     while(edg-->0) {
37         int a, b; cin >> a >> b;
38         AL[a].push_back(b);
39         AL[b].push_back(a);
40     }
41
42     cout << bipartido(n) << endl;
43 }

```

## 8.8 Caminho Minimo - @Tabela

1	Criterio	BFS (V + E)	Dijkstra (E*log V)	Bellman-Ford (V*E)	Floyd-Warshall (V^3)
2					
3	Max Size	V + E <= 100M	V + E <= 1M	V * E <= 100M	V <= 450
4	Sem-Peso no geral	CRIA	Ok	Ruim	Ruim
5	Peso no geral	WA	Melhor	Ok	Ruim
6	Peso Neg no geral	WA	Modificado	Ok	Ruim
7	Neg-Cic Detecta	Nao Detecta	Nao Detecta	Detecta	
8	Grafo Pequeno	WA se peso Melhor	Overkill	Overkill	

## 8.9 Caminho Minimo - Bellman Ford

```

1 // Description: Encontra menor caminho em grafos com pesos negativos
2 /* Complexidade:
3     Conexo: O(VE)
4     Desconexo: O(EV^2)
5 */

```

```

6 // Classe: Single Source Shortest Path (SSSP)
7
8 vector<tuple<int,int,int>> edg; // edge: u, v, w
9 vi dist;
10
11 int bellman_ford(int n, int src) {
12     dist.assign(n+1, INT_MAX);
13
14     f(i,0,n+2) {
15         for(auto& [u, v, w] : edg) {
16             if(dist[u] != INT_MAX and dist[v] > w + dist[u])
17                 dist[v] = dist[u] + w;
18         }
19     }
20
21     // Possivel checar ciclos negativos (ciclo de peso total negativo)
22     for(auto& [u, v, w] : edg) {
23         if(dist[u] != INT_MAX and dist[v] > w + dist[u])
24             return 1;
25     }
26
27     return 0;
28 }
29
30 int main() {
31
32     int n, edges; cin >> n >> edges;
33     f(i,0,edges) {
34         int u, v, w; cin >> u >> v >> w;
35         edg.push_back({u, v, w});
36     }
37     bellman_ford(n, 1);
38 }

```

## 8.10 Caminho Minimo - Checar I J (In)Diretamente Conectados

```

1 // Description: Verifica se o vertice i esta diretamente conectado ao vertice j
2 // Complexity: O(n^3)
3
4 const int INF = 1e9;
5 const int MAX_V = 450;
6 int adj[MAX_V][MAX_V];
7
8 void transitive_closure(int n) {
9
10     for (int k = 0; k < n; ++k)
11         for (int i = 0; i < n; ++i)
12             for (int j = 0; j < n; ++j)
13                 adj[i][j] |= (adj[i][k] & adj[k][j]);
14 }
15
16 void solve() {
17
18     int n, ed; cin >> n >> ed;

```

```

19 f(u,0,n) {
20     f(v,0,n) {
21         adj[u][v] = INF;
22     }
23     adj[u][u] = 0;
24 }
25
26 f(i,0,ed) {
27     int u, v, w; cin >> u >> v >> w;
28     adj[u][v] = w;
29 }
30
31 transitive_closure(n);
32
33 int i = 0, j = 0; cin >> i >> j;
34 cout << (adj[i][j] == INF ? "Nao" : "Sim") << endl;
35 }

```

## 8.11 Caminho Minimo - Diametro Do Grafo

```

1 // Description: Encontra o diametro de um grafo
2 // => maximum shortest path between any two vertices
3 // Complexidade: O(n^3)
4
5 int adj[MAX_V][MAX_V];
6
7 int diameter(int n) {
8     int ans = 0;
9     f(u,0,n) {
10         f(v,0,n) {
11             if (adj[u][v] != INF) {
12                 ans = max(ans, adj[u][v]);
13             }
14         }
15     }
16     return ans;
17 }
18
19 void floyd_warshall(int n) {
20
21     for (int k = 0; k < n; ++k)
22     for (int u = 0; u < n; ++u)
23     for (int v = 0; v < n; ++v)
24         adj[u][v] = min(adj[u][v], adj[u][k]+adj[k][v]);
25 }
26
27 void solve() {
28
29     int n, ed; cin >> n >> ed;
30     f(u,0,n) {
31         f(v,0,n) {
32             adj[u][v] = INF;
33         }
34         adj[u][u] = 0;
35     }
36
37     f(i,0,ed) {

```

```

38         int u, v, w; cin >> u >> v >> w;
39         adj[u][v] = w;
40     }
41
42     floyd_warshall(n);
43     cout << diameter(n) << endl;
44 }

```

## 8.12 Caminho Minimo - Dijkstra

```

1 // Description: Algoritmo de Dijkstra para caminho mínimo em grafos.
2 // Complexity: O(E log V)
3 // Classe: Single Source Shortest Path (SSSP)
4
5 vi dist;
6 vector<vector<pii>> adj;
7
8 void dijkstra(int s) {
9
10     dist[s] = 0;
11
12     priority_queue<pii, vector<pii>, greater<pii>> pq; pq.push({0, s});
13
14     while (!pq.empty()) {
15         auto [d, u] = pq.top(); pq.pop();
16
17         if (d > dist[u]) continue;
18
19         for (auto &[v, w] : adj[u]) {
20             if (dist[u] + w >= dist[v]) continue;
21             dist[v] = dist[u]+w;
22             pq.push({dist[v], v});
23         }
24     }
25 }
26
27 void solve() {
28
29     int n, ed; cin >> n >> ed;
30     adj.assign(n, vector<pii>());
31     dist.assign(n, INF); // INF = 1e9
32
33     while (ed--) {
34         int u, v, w; cin >> u >> v >> w;
35         adj[u].emplace_back(v, w);
36     }
37
38     int s; cin >> s;
39     dijkstra(s);
40 }

```

## 8.13 Caminho Minimo - Floyd Warshall

```

1 // Description: Caminho minimo entre todos os pares de vertices em um
  grafo
2 // Complexity: O(n^3)

```

```

3 // Classe: All Pairs Shortest Path (APSP)
4
5 const int INF = 1e9;
6 const int MAX_V = 450;
7 int adj[MAX_V][MAX_V];
8
9 void printAnswer(int n) {
10     for (int u = 0; u < n; ++u)
11         for (int v = 0; v < n; ++v)
12             cout << "APSP("<u<<"; "<v<<") = " << adj[u][v] << endl;
13 }
14
15 void prepareParent() {
16     f(i,0,n) {
17         f(j,0,n) {
18             p[i][j] = i;
19         }
20     }
21
22     for (int k = 0; k < n; ++k)
23         for (int i = 0; i < n; ++i)
24             for (int j = 0; j < n; ++j)
25                 if (adj[i][k] + adj[k][j] < adj[i][j]) {
26                     adj[i][j] = adj[i][k] + adj[k][j];
27                     p[i][j] = p[k][j];
28                 }
29 }
30
31 vi restorePath(int u, int v) {
32
33     if (adj[u][v] == INF) return {};
34     vi path;
35     for (; v != u; v = p[u][v]) {
36         if (v == -1) return {};
37         path.push_back(v);
38     }
39     path.push_back(u);
40     reverse(path.begin(), path.end());
41     return path;
42 }
43
44 void floyd_warshall(int n) {
45
46     for (int k = 0; k < n; ++k)
47         for (int u = 0; u < n; ++u)
48             for (int v = 0; v < n; ++v)
49                 adj[u][v] = min(adj[u][v], adj[u][k] + adj[k][v]);
50 }
51
52 void solve() {
53
54     int n, ed; cin >> n >> ed;
55     f(u,0,n) {
56         f(v,0,n) {
57             adj[u][v] = INF;
58         }
59         adj[u][u] = 0;

```

```

60     }
61
62     f(i,0,ed) {
63         int u, v, w; cin >> u >> v >> w;
64         adj[u][v] = w;
65     }
66
67     floyd_warshall(n);
68
69     // prepareParent();
70     // vi path = restorePath(0, 3);
71 }

```

## 8.14 Caminho Minimo - Minimax

```

1 // Description: MiniMax problem: encontrar o menor caminho mais longo
  // entre todos os pares de vertices em um grafo
2 // Complexity: O(n^3)
3
4 const int INF = 1e9;
5 const int MAX_V = 450;
6 int adj[MAX_V][MAX_V];
7
8 void miniMax(int n) {
9     for (int k = 0; k < V; ++k)
10         for (int i = 0; i < V; ++i) // reverse min and max
11             for (int j = 0; j < V; ++j) // for MaxiMin problem
12                 AM[i][j] = min(AM[i][j], max(AM[i][k], AM[k][j]));
13 }
14
15 void solve() {
16
17     int n, ed; cin >> n >> ed;
18     f(u,0,n) {
19         f(v,0,n) {
20             adj[u][v] = INF;
21         }
22         adj[u][u] = 0;
23     }
24
25     f(i,0,ed) {
26         int u, v, w; cin >> u >> v >> w;
27         adj[u][v] = w;
28     }
29
30     transitive_closure(n);
31
32     int i = 0, j = 0; cin >> i >> j;
33     cout << (adj[i][j] == INF ? "Nao" : "Sim") << endl;
34 }

```

## 8.15 Cycle Check

```

1 // Descriptionn: Checa se um grafo direcionado possui ciclos e imprime os
  // tipos de arestas.
2 // Complexidade: O(V + E)

```

```

3 vector<vector<pii>> adj;
4 vi dfs_num, dfs_parent;
5
6
7 void cycleCheck(int u) {
8     dfs_num[u] = -2;
9     for (auto &[v, w] : adj[u]) {
10         if (dfs_num[v] == -1) {
11             dfs_parent[v] = u;
12             cycleCheck(v);
13         }
14         else if (dfs_num[v] == -2) {
15             if (v == dfs_parent[u])
16                 cout << " Bidirectional Edge (" << u << ", " << v << ") - (" << v << ", " << u << ") \n";
17             else
18                 cout << "Back Edge (" << u << ", " << v << ") (Cycle) \n";
19         }
20         else if (dfs_num[v] == -3)
21             cout << " Forward/Cross Edge (" << u << ", " << v << ") \n";
22     }
23     dfs_num[u] = -3;
24 }
25
26 void solve() {
27     int n, ed; cin >> n >> ed;
28     adj.assign(ed, vector<pii>());
29
30     for (int i = 0; i < ed; ++i) {
31         int u, v, w; cin >> u >> v >> w;
32         adj[u].emplace_back(v, w);
33     }
34
35     cout << "Graph Edges Property Check \n";
36     dfs_num.assign(ed, -1);
37     dfs_parent.assign(ed, -1);
38     for (int u = 0; u < n; ++u)
39         if (dfs_num[u] == -1)
40             cycleCheck(u);
41 }

```

## 8.16 Encontrar Ciclo

```

1 // Description: Encontrar ciclo em grafo nao direcionado
2 // Complexidade: O(n + m)
3
4 int n;
5 vector<vector<int>> adj;
6 vector<bool> vis;
7 vector<int> p;
8 int cycle_start, cycle_end;
9
10 bool dfs(int v, int par) {
11     vis[v] = true;
12     for (int u : adj[v]) {
13         if(u == par) continue;
14         if(vis[u]) {

```

```

15             cycle_end = v;
16             cycle_start = u;
17             return true;
18         }
19         p[u] = v;
20         if(dfs(u, p[u]))
21             return true;
22     }
23     return false;
24 }
25
26 vector<int> find_cycle() {
27     cycle_start = -1;
28
29     for (int v = 0; v < n; v++)
30         if (!vis[v] and dfs(v, p[v]))
31             break;
32
33     if (cycle_start == -1) return {};
34
35     vector<int> cycle;
36     cycle.push_back(cycle_start);
37     for (int v = cycle_end; v != cycle_start; v = p[v])
38         cycle.push_back(v);
39     cycle.push_back(cycle_start);
40     return cycle;
41 }
42
43 void solve() {
44     int edg; cin >> n >> edg;
45     adj.assign(n, vector<int>());
46     vis.assign(n, false), p.assign(n, -1);
47     while(edg--) {
48         int a, b; cin >> a >> b;
49         adj[a].push_back(b);
50         adj[b].push_back(a);
51     }
52     vector<int> ans = find_cycle();
53 }

```

## 8.17 Euler Tree

```

1 // Descricao: Encontra a euler tree de um grafo
2 // Complexidade: O(n)
3 vector<vector<int>> adj(MAX);
4 vector<int> vis(MAX, 0);
5 vector<int> euTree(MAX);
6
7 void eulerTree(int u, int &index) {
8     vis[u] = 1;
9     euTree[index++] = u;
10    for (auto it : adj[u]) {
11        if (!vis[it]) {
12            eulerTree(it, index);
13            euTree[index++] = u;
14        }
15    }

```



```

16 }
17
18 void solve() {
19     f(i,0,n-1) {
20         int a, b; cin >> a >> b;
21         adj[a].push_back(b);
22         adj[b].push_back(a);
23     }
24
25     int index = 0; eulerTree(1, index);
26 }

```

## 8.18 Kosaraju

```

1 // Description: Encontra o numero de componentes fortemente conexas em um
   grafo direcionado
2 // Complexidade: O(V + E)
3
4 int dfsNumberCounter, numSCC;
5 vector<vii> adj, adj_t;
6 vi dfs_num, dfs_low, S, visited;
7 stack<int> St;
8
9 void kosarajuUtil(int u, int pass) {
10     dfs_num[u] = 1;
11     vii &neighbor = (pass == 1) ? adj[u] : adj_t[u];
12     for (auto &[v, w] : neighbor)
13         if (dfs_num[v] == -1)
14             kosarajuUtil(v, pass);
15     S.push_back(u);
16 }
17
18 bool kosaraju(int n) {
19
20     S.clear();
21     dfs_num.assign(n, -1);
22
23     f(u,0,n) {
24         if (dfs_num[u] == -1)
25             kosarajuUtil(u, 1);
26     }
27
28     int numSCC = 0;
29     dfs_num.assign(n, -1);
30     f(i,n-1,-1) {
31         if (dfs_num[S[i]] == -1)
32             numSCC++, kosarajuUtil(S[i], 2);
33     }
34
35     return numSCC == 1;
36 }
37
38 void solve() {
39
40     int n, ed; cin >> n >> ed;
41     adj.assign(n, vii());

```

```

42     adj_t.assign(n, vii());
43
44     while (ed--) {
45         int u, v, w; cin >> u >> v >> w;
46         AL[u].emplace_back(v, 1);
47         adj_t[v].emplace_back(u, 1);
48     }
49
50     // Printa se o grafo eh fortemente conexo
51     cout << kosaraju(n) << endl;
52
53     // Printa o numero de componentes fortemente conexas
54     cout << numSCC << endl;
55
56     // Printa os vertices de cada componente fortemente conexa
57     f(i,0,n){
58         if (dfs_num[i] == -1) cout << i << " : " << "Nao visitado" << endl;
59         else cout << i << " : " << dfs_num[i] << endl;
60     }
61 }

```

## 8.19 Kruskal

```

1 // DEscricao: Encontra a arvore geradora minima de um grafo
2 // Complexidade: O(E log V)
3
4 vector<int> id, sz;
5
6 int find(int a){ // O(a(N)) amortizado
7     return id[a] = (id[a] == a ? a : find(id[a]));
8 }
9
10 void uni(int a, int b) { // O(a(N)) amortizado
11     a = find(a), b = find(b);
12     if(a == b) return;
13
14     if(sz[a] > sz[b]) swap(a,b);
15     id[a] = b, sz[b] += sz[a];
16 }
17
18 pair<int, vector<tuple<int, int, int>>> kruskal(vector<tuple<int, int, int>
   >>& edg) {
19
20     sort(edg.begin(), edg.end()); // Minimum Spanning Tree
21
22     int cost = 0;
23     vector<tuple<int, int, int>> mst; // opcional
24     for (auto [w,x,y] : edg) if (find(x) != find(y)) {
25         mst.emplace_back(w, x, y); // opcional
26         cost += w;
27         uni(x,y);
28     }
29     return {cost, mst};
30 }
31
32 void solve() {
33

```

```

34     int n, ed;
35
36     id.resize(n); iota(all(id), 0);
37     sz.resize(n, -1);
38     vector<tuple<int, int, int>> edg;
39
40     f(i,0,ed) {
41         int a, b, w; cin >> a >> b >> w;
42         edg.push_back({w, a, b});
43     }
44
45     auto [cost, mst] = kruskal(edg);
46 }
47
48 // VARIANTES
49
50 // Maximum Spanning Tree: sort(edg.rbegin(), edg.rend());
51
52 /* 'Minimum' Spanning Subgraph:
53 - Algumas arestas ja foram adicionadas (maior prioridade - Questao das
54   rodovias)
55 - Arestas que nao foram adicionadas (menor prioridade - ferrovias)
56   -> kruskal(rodovias); kruskal(ferrovias);
57 */
58 /* Minimum Spanning Forest:
59 - Queremos uma floresta com k componentes
60   -> kruskal(edg); if(mst.sizer() == k) break;
61 */
62 /* MiniMax
63 - Encontrar menor caminho entre dous vertices com maior quantidade de
64   arestas
65   -> kruskal(edg); dijsktra(mst);
66 */
67 /* Second Best MST
68 - Encontrar a segunda melhor arvore geradora minima
69   -> kruskal(edg);
70   -> flag mst[i] = 1;
71   -> sort(cmp(edg.flag != -1)) => da prioridade para outras arestas
72 */
73 */

```

## 8.20 Labirinto

```

1 // Verifica se eh possivel sair de um labirinto
2 // Complexidade: O(4^(n*m))
3
4 vector<pair<int,int>> mov = {{1,0}, {0,1}, {-1,0}, {0,-1}};
5 vector<vector<int>> labirinto, sol;
6 vector<vector<bool>> visited;
7 int L, C;
8
9 bool valid(const int& x, const int& y) {
10     return x >= 0 and x < L and y >= 0 and y < C and labirinto[x][y] != 0
11     and !visited[x][y];
12 }

```

```

12
13 bool condicaoSaida(const int& x, const int& y) {
14     return labirinto[x][y] == 2;
15 }
16
17 bool search(const int& x, const int& y) {
18
19     if(!valid(x, y))
20         return false;
21
22     if(condicaoSaida(x,y)) {
23         sol[x][y] = 2;
24         return true;
25     }
26
27     sol[x][y] = 1;
28     visited[x][y] = true;
29
30     for(auto [dx, dy] : mov)
31         if(search(x+dx, y+dy))
32             return true;
33
34     sol[x][y] = 0;
35     return false;
36 }
37
38 int main() {
39
40     labirinto = {
41         {1, 0, 0, 0},
42         {1, 1, 0, 0},
43         {0, 1, 0, 0},
44         {1, 1, 1, 2}
45     };
46
47     L = labirinto.size(), C = labirinto[0].size();
48     sol.resize(L, vector<int>(C, 0));
49     visited.resize(L, vector<bool>(C, false));
50
51     cout << search(0, 0) << endl;
52 }

```

## 8.21 Pontos Articulacao

```

1 // Description: Encontra os pontos de articulo de um grafo ão
2 // direcionado
3 // Complexidade: O(V*(V+E))
4
5 int V;
6 vector<vi> adj;
7 vi ans;
8
9 void dfs(vector<bool>& vis, int i, int curr) {
10     vis[curr] = 1;
11     for (auto x : adj[curr]) {
12         if (x != i) {
13             if (!vis[x]) {

```

```

13         dfs(vis, i, x);
14     }
15 }
16 }
17 }
18
19 void AP() {
20
21     f(i,1,V+1) {
22         int components = 0;
23         vector<bool> vis(V + 1, 0);
24         f(j,1, V+1) {
25             if (j != i) {
26                 if (!vis[j]) {
27                     components++;
28                     dfs(vis, i, j);
29                 }
30             }
31         }
32         if (components > 1) {
33             ans.push_back(i);
34         }
35     }
36 }
37
38 void solve() {
39
40     V = n;
41     adj.clear(), ans.clear();
42     adj.resize(V+1);
43
44     while(edg--) {
45         int a, b; cin >> a >> b;
46         adj[a].push_back(b);
47         adj[b].push_back(a);
48     }
49
50     AP();
51
52     // Vertices articulacao: ans
53 }

```

## 8.22 Successor Graph

```

1 // Encontra sucessor de um vertice dentro de um grafo direcionado
2 // Pre calcular:  $O(n \log n)$ 
3 // Consulta:  $O(\log n)$ 
4
5 vector<vector<int>> adj;
6
7 int succ(int x, int u) {
8     if(k == 1) return adj[x][0];
9     return succ(succ(x, k/2), k/2);
10 }

```

## 8.23 Topological Sort

```

1 // Description: Retorna ordenacao topologica de adj, e vazio se nao for
  DAG
2 // Complexidade:  $O(V+E)$ 
3 // Explicacao: usado para ordenar vertices de um DAG de forma que para cada
  aresta direcionada uv, o vértice u aparece antes do vértice v na
  ordenacao
4
5 #define MAXN 50010
6
7 int grauEntrada[MAXN];
8 vi adj[MAXN];
9
10 vi topologicalSort(int n) {
11
12     priority_queue<int, vi, greater<int>> pq;
13
14     f(i,0,n) {
15         if(!grauEntrada[i])
16             pq.push(i);
17     }
18
19     vi ans;
20
21     while (!pq.empty()) {
22         int node = pq.top(); pq.pop();
23
24         for(auto x : adj[node]) {
25             grauEntrada[x]--;
26             if (!grauEntrada[x])
27                 pq.push(x);
28         }
29
30         ans.push_back(node);
31     }
32
33     return ans.size() == n ? ans : vi();
34 }
35
36 void solve() {
37
38     int n, ed; cin >> n >> ed;
39
40     memset(grauEntrada, 0, sizeof grauEntrada);
41
42     while(ed--) {
43         int a, b; cin >> a >> b;
44         grauEntrada[b]++;
45         adj[a].push_back(b);
46     }
47
48     vi ans = topologicalSort(n);
49 }

```

## 9 Grafos Especiais

### 9.1 Arvore - @Info

```
1 Arvore (NDAG):
2
3 * Definicao
4 - contém V vertices e V-1 arestas (E = V-1)
5 - todo algoritmo O(V+E) numa arvore eh O(V)
6 - nao direcionado
7 - sem ciclo
8 - conexa
9 - um unico caminho para todo par de vertices
10
11 * Aplicacoes
12
13 -> TREE TRAVERSAL
14     pre-order(v):          in-order(v):          post-order(v):
15         visit(v)           in-order(left(v))      post-order(
16         left(v))
17         pre-order(left(v)) visit(v)              post-order(
18         right(v))
19         pre-order(right(v)) in-order(right(v))    visit(v)
20
21 -> Pontos de Articulacao / Pontes
22 - todo vertice eh ponto de articulacao
23
24 -> Single Source Shortest Path (SSSP)
25 - O(V) para achar o caminho minimo de um vertice para todos os
26   outros
27 - BFS ou DFS funcionam, mesmo com pesos
28
29 -> All Pairs Shortest Path (APSP)
30 - O(V^2) para achar o caminho minimo de todos para todos
31 - V * SSSP
32
33 -> Diametro
34 - greatest 'shortest path length' between any pair of vertices
35 - 2 * SSSP:
36     1. BFS/DFS de qualquer vertice
37     2. BFS/DFS do vertice mais distante => diametro = maior
38     distancia
39
40 -> Lowest Common Ancestor (LCA)
41 - O(V) para achar o LCA de 2 vertices
42 - O(V) para pre-processar
```

### 9.2 Bipartido - @Info

```
1 Grafo Bipartido
2
3 * Definicao
4 - vertices podem ser divididos em 2 conjuntos disjuntos
5 - todas as arestas conectam vertices de conjuntos diferentes
6 - nao ha arestas entre vertices do mesmo conjunto
7 - nao ha ciclos de tamanho impar
```

```
8 > EX: arvores sao bipartidas
9
10 * Aplicacoes
```

### 9.3 Dag - @Info

```
1 Grafo Direcionado Aciclico (DAG):
2 * Definicao
3 - tem direcao
4 - nao tem ciclos
5 - problemas com ele => usar DP (estados da DP = vertices DAG)
6 - so tem um topological sort
7 * Aplicacoes
8 - Single Source (Shortest / Longest) Path na DAG => O(V + E)
9 - Numero de caminhos entre 2 vertices => O(V + E)
10 - Numero de caminhos de um vertice para todos os outros => O(V + E)
11 - DP de 'minimizacao', 'maximizacao', 'contar algo' => menor | maior |
   contar numero de caminhos na recursao de DP na DAG
12 * Exemplos
13 - mochila
14 - troco
```

### 9.4 Dag - Sslp

```
1 // Description: Finds SSLP (Single Source Longest Path) in a directed
   acyclic graph.
2 // Complexity: O(V + E)
3 // OBS: Not tested
4 vector<vector<pair<int,int>>> adj;
5
6 vector<int> dagLongestPath(int s, int n) {
7
8     vector<int> topsort = topologicalSort();
9     vector<int> dist(n, INT_MIN);
10    dist[s] = 0;
11
12    for (int i = 0; i < n; i++) {
13        int nodeIndex = topsort[i];
14        if (dist[nodeIndex] != INT_MIN) {
15            auto adjacentEdges = adj[nodeIndex];
16            for (auto [u, w] : adjacentEdges) {
17                int newDist = dist[nodeIndex] + w;
18                if (dist[u] == INT_MIN) dist[u] = newDist;
19                else dist[u] = max(dist[u], newDist);
20            }
21        }
22    }
23
24    return dist;
25 }
```

### 9.5 Dag - Sssp

```
1 // Description: Encontra SSSP (Single Source Shortest Path) em um grafo
   iaccllico direcionado.
2 // Complexity: O(V + E)
```

```

3 // OBS: Nao testado
4 vector<vector<pair<int,int>>> adj;
5
6 vector<int> dagShortestPath(int s, int n) {
7
8     vector<int> topsort = topologicalSort();
9     vector<int> dist(n, INT_MAX);
10    dist[s] = 0;
11
12    for (int i = 0; i < n; i++) {
13        int nodeIndex = topsort[i];
14        if (dist[nodeIndex] != nodeIndex) {
15            auto adjacentEdges = adj[nodeIndex];
16            for (auto [u, w] : adjacentEdges) {
17                int newDist = dist[nodeIndex] + w;
18                if (dist[u] == INT_MAX) dist[u] = newDist;
19                else dist[u] = min(dist[u], newDist);
20            }
21        }
22    }
23
24    return dist;
25 }

```

## 9.6 Dag - Fishmonger

```

1 // Given the number of cities 3 <= n <= 50, available time 1 <= t <= 1000,
   and two n x n matrices (one gives travel times and another gives
   tolls between two cities), choose a route from the port city (vertex
   0) in such a way that the fishmonger has to pay as little tolls as
   possible to arrive at the market city (vertex n-1) within a certain
   time t
2
3 // Cada estado eh um vertice da DAG (node, tempoRestante)
4
5 pii dp(int cur, int t_left) {
6     if (t_left < 0) return {INF, INF};
7     if (cur == n-1) return {0, 0};
8     if (memo[cur][t_left] != {-1, -1}) return memo[cur][t_left];
9     pii ans = {INF, INF};
10    for (int X = 0; X < n; ++X)
11        if (cur != X) {
12            auto &[tollpaid, timeneeded] = dp(X, t_left-travelTime[cur][X]);
13            if (tollpaid+toll[cur][X] < ans.first) {
14                ans.first = tollpaid+toll[cur][X];
15                ans.second = timeneeded+travelTime[cur][X];
16            }
17        }
18    return memo[cur][t_left] = ans;
19 }

```

## 9.7 Dag - Numero De Caminhos 2 Vertices

```

1 // Description: Encontra o únmero de caminhos entre dois évrtrices em um
   grafo íacclíco direcionado.
2 // Complexity: O(V + E)

```

```

3
4 const int MAXN = 1e5 + 5;
5
6 int dp[MAXN],
7 int mod = 1e9 + 7, n;
8 vector<vector<int>> adj;
9
10 int countPaths(int s, int d) {
11     if (s == d) return 1;
12     if (dp[s] != -1) return dp[s];
13
14     int c = 0;
15     for (int& neigh : adj[s]) {
16         int x = countPaths(neigh, d);
17         if (x != -1)
18             c = (c % mod + x % mod) % mod;
19     }
20     return (dp[s] = (c == 0) ? -1 : c);
21 }
22
23 int countPossiblePaths(int s, int d) {
24     memset(dp, -1, sizeof dp);
25     int c = countPaths(s, d);
26     if (c == -1) return 0;
27     return c;
28 }
29
30 void solve() {
31     int n, ed; cin >> n >> ed;
32     adj.resize(n);
33
34     for (int i = 0; i < ed; i++) {
35         int u, v; cin >> u >> v;
36         adj[u].push_back(v);
37     }
38
39     int src, end; cin >> src >> end; // 0-based
40     cout << countPossiblePaths(src, end) << endl;
41 }

```

## 9.8 Eulerian - @Info

```

1 Eulerian Graph:
2
3 * Eulerian Path (Eulerian Tour):
4     - caminho que atravessa grafo apenas 1 vez
5     - Grafo Nao direcionado: tem um se e somente se tiver 0 ou 2 vertices
   de grau ímpar
6     - Grafo Direcionado: tem um se e somente se
7         1. todos os vertices tiverem o mesmo numero de arestas entrando e
   saindo
8         2. eh 'conexo' (considerando arestas bidirecionadas)
9 * Definicáo
10    - nao direcionado
11    - conexo
12    - grau de todos os vertices par

```

## 9.9 Eulerian - Euler Path

```
1 // Description: Encontra um caminho euleriano em um grafo direcionado
2 // Complexidade: O(E)
3 // OBS: testar com bidirecionado / encontrar versao que aceita
    bidirecionado
4
5 int N;
6 vector<vi> adj;
7 vi hierholzer(int s) {
8     vi ans, idx(N, 0), st;
9     st.push_back(s);
10    while (!st.empty()) {
11        int u = st.back();
12        if (idx[u] < (int)adj[u].size()) {
13            st.push_back(adj[u][idx[u]]);
14            ++idx[u];
15        }
16        else {
17            ans.push_back(u);
18            st.pop_back();
19        }
20    }
21    reverse(ans.begin(), ans.end());
22    return ans;
23 }
```

## 10 Matematica

### 10.1 Casas

```
1 // Descriptiuon: Conta quantas casas decimais certo numero tem
2
3 int casas(double a) {
4     return (int)floor(1 + log10((double)a))
5 }
```

### 10.2 Ciclo Em Funcao

```
1 // Description: Encontra o tamanho do ciclo de uma çãfuno f(x) = (Z*x + I)
    % M a partir de um valor inicial L.
2 // Complexidade: O(lambda + mu) | lambda = tamanho do ciclo | mu = tamanho
    do prefixo antes do ciclo.
3 // Return: pair<int, int> = {mu, lambda} | mu = tamanho do prefixo antes
    do ciclo | lambda = tamanho do ciclo.
4 // Parameters: x0 = valor inicial para encontrar o ciclo.
5 int f(int x); // f(x) do problema
6
7 pii floydCycleFinding(int x0) {
8     int t = f(x0), h = f(f(x0));
9     while (t != h) { t = f(t); h = f(f(h)); }
10    int mu = 0; h = x0;
11    while (t != h) { t = f(t); h = f(h); ++mu; }
12    int lambda = 1; h = f(t);
13    while (t != h) { h = f(h); ++lambda; }
```

```
14     return {mu, lambda};
15 }
```

### 10.3 Contar Quanti Solucoes Eq 2 Variaveis

```
1 // Description: Dada uma equacao de 2 variaveis, calcula quantas
    combinacoes {x,y}
2 // inteiras que resolvem essa equacao
3 // Complexidade: O(sqrt(c))
4 // y = numerador / denominador
5 int numerador(int x) { return c - x; } // expressao do numerador
6 int denominador(int x) { return 2 * x + 1; } // expressao do denominador
7
8 int count2VariableIntegerEquationAnswers() {
9
10    unordered_set<pair<int,int>, PairHash> ans; int lim = sqrt(c);
11    for(int i=1; i<= lim; i++) {
12        if (numerador(i) % denominador(i) == 0) {
13            int x = i, y = numerador(i) / denominador(i);
14            if(!ans.count({x,y}) and !ans.count({y,x}))
15                ans.insert({x,y});
16        }
17    }
18
19    return ans.size();
20 }
```

### 10.4 Conversao De Bases

```
1 // Converter um decimal (10) para base n [2, 8, 10, 16]
2 // Complexidade: O(log n)
3 char charForDigit(int digit) {
4     if (digit > 9) return digit + 87;
5     return digit + 48;
6 }
7
8 string decimalToBase(int n, int base = 10) {
9     if (not n) return "0";
10    stringstream ss;
11    for (int i = n; i > 0; i /= base) {
12        ss << charForDigit(i % base);
13    }
14    string s = ss.str();
15    reverse(s.begin(), s.end());
16    return s;
17 }
18
19 // Converter um numero de base [2, 8, 10, 16] para decimal (10)
20 // Complexidade: O(n)
21 int intForDigit(char digit) {
22     int intDigit = digit - 48;
23     if (intDigit > 9) return digit - 87;
24     return intDigit;
25 }
26
27 int baseToDecimal(const string& n, int base = 10) {
```

```

28     int result = 0;
29     int basePow =1;
30     for (auto it = n.rbegin(); it != n.rend(); ++it, basePow *= base)
31         result += intForDigit(*it) * basePow;
32     return result;
33 }

```

## 10.5 Decimal Para Fracao

```

1 // Converte um decimal para fracao irredutivel
2 // Complexidade: O(log n)
3 pair<int, int> toFraction(double n, unsigned p) {
4     const int tenP = pow(10, p);
5     const int t = (int) (n * tenP);
6     const int rMdc = mdc(t, tenP);
7     return {t / rMdc, tenP / rMdc};
8 }

```

## 10.6 Dois Primos Somam Num

```

1 // Description: Verifica se dois numeros primos somam um numero n.
2 // Complexity: O(sqrt(n))
3 bool twoNumsSumPrime(int n) {
4
5     if(n % 2 == 0) return true;
6     return isPrime(n-2);
7 }

```

## 10.7 Factorial

```

1 unordered_map<int, int> memo;
2
3 // Factorial
4 // Complexidade: O(n), onde n eh o numero a ser fatorado
5 int factorial(int n) {
6     if (n == 0 || n == 1) return 1;
7     if (memo.find(n) != memo.end()) return memo[n];
8     return memo[n] = n * factorial(n - 1);
9 }

```

## 10.8 Fast Exponentiation

```

1 const int mod = 1e9 + 7;
2
3 // Fast Exponentiation: retorna a^b % mod
4 // Quando usar: quando precisar calcular a^b % mod
5 int fexp(int a, int b)
6 {
7     int ans = 1;
8     while (b)
9     {
10         if (b & 1)
11             ans = ans * a % mod;
12         a = a * a % mod;
13         b >>= 1;

```

```

14     }
15     return ans;
16 }

```

## 10.9 Fatorial Grande

```

1 static BigInteger[] dp = new BigInteger[1000000];
2
3 public static BigInteger factorialDP(BigInteger n) {
4     dp[0] = BigInteger.ONE;
5     for (int i = 1; i <= n.intValue(); i++) {
6         dp[i] = dp[i - 1].multiply(BigInteger.valueOf(i));
7     }
8     return dp[n.intValue()];
9 }

```

## 10.10 Mmc Mdc - Euclides Extendido

```

1 // Description: Retorna mdc(a, b) e referencia inteiros x, y t.q ax + by =
   mdc(a, b).
2 // Complexidade: O(log(min(a, b)))
3
4 int extEuclid(int a, int b, int &x, int &y) {
5     int xx = y = 0;
6     int yy = x = 1;
7     while (b) {
8         int q = a/b;
9         tie(a, b) = tuple(b, a%b);
10        tie(x, xx) = tuple(xx, x-q*xx);
11        tie(y, yy) = tuple(yy, y-q*yy);
12    }
13    return a;
14 }

```

## 10.11 Mmc Mdc - Mdc

```

1 // Description: Calcula o mdc de dois numeros inteiros.
2 // Complexidade: O(logn) onde n eh o maior numero
3 int mdc(int a, int b) {
4     for (int r = a % b; r; a = b, b = r, r = a % b);
5     return b;
6 }

```

## 10.12 Mmc Mdc - Mdc Multiplo

```

1 // Description: Calcula o MDC de um vetor de inteiros.
2 // Complexidade: O(nlogn) onde n eh o tamanho do vetor
3 int mdc_many(vector<int> arr) {
4     int result = arr[0];
5
6     for (int& num : arr) {
7         result = mdc(num, result);
8
9         if(result == 1) return 1;
10    }
11    return result;
12 }

```

## 10.13 Mmc Mdc - Mmc

```
1 // Description: Calcula o mmc de dois números inteiros.
2 // Complexidade: O(logn) onde n eh o maior numero
3 int mmc(int a, int b) {
4     return a / mdc(a, b) * b;
5 }
```

## 10.14 Mmc Mdc - Mmc Multiplo

```
1 // Description: Calcula o mmc de um vetor de inteiros.
2 // Complexidade: O(nlogn) onde n eh o tamanho do vetor
3 int mmc_many(vector<int> arr)
4 {
5     int result = arr[0];
6
7     for (int &num : arr)
8         result = (num * result / mdc(num, result));
9     return result;
10 }
```

## 10.15 Modulo - @Info

```
1 SOMA
2 (a + b) % m = ((a % m) + (b % m)) % m
3
4 SUBTRAO
5 (a - b) % m = ((a % m) - (b % m) + m) % m
6
7 MULTIPLICAO
8 (a * b) % m = ((a % m) * (b % m)) % m
9
10 DIVISO
11 (a / b) % m = (a * b^-1) % m
12 // se m eh primo = ((a % m) * (b^(m-2) % m)) % m.
13 // else = (a * modInverse(b, m)) % m
14
15 POTENCIA
16 (a ^ b) % m = ((a % m) ^ b) % m = modPow(a, b, m)
```

## 10.16 Modulo - Divisao E Potencia Mod M

```
1 // Retorna a % m (garante que o resultado é positivo)
2 int mod(int a, int m) {
3     return ((a%m) + m) % m;
4 }
5
6 // Description: retorna b^(-1) mod m, ou -1 se não existir.
7 // Complexidade: O(log(min(b, m)))
8 int modInverse(int b, int m) {
9     int x, y;
10    int d = extEuclid(b, m, x, y);
11    if (d != 1) return -1;
12    return mod(x, m);
13 }
```

```
14
15 // Description: retorna b^p mod m
16 // Complexidade: O(log(p))
17 int modPow(int b, int p, int m) {
18     if (p == 0) return 1;
19     int ans = modPow(b, p/2, m);
20     ans = mod(ans*ans, m);
21     if (p&1) ans = mod(ans*b, m);
22     return ans;
23 }
```

## 10.17 N Fibonacci

```
1 int dp[MAX];
2
3 int fibonacciDP(int n) {
4     if (n == 0) return 0;
5     if (n == 1) return 1;
6     if (dp[n] != -1) return dp[n];
7     return dp[n] = fibonacciDP(n-1) + fibonacciDP(n-2);
8 }
9
10 int nFibonacci(int minus, int times, int n) {
11     if (n == 0) return 0;
12     if (n == 1) return 1;
13     if (dp[n] != -1) return dp[n];
14     int aux = 0;
15     for(int i=0; i<times; i++) {
16         aux += nFibonacci(minus, times, n-minus);
17     }
18 }
```

## 10.18 Numeros Grandes

```
1 public static void BbigInteger() {
2
3     BigInteger a = BigInteger.valueOf(1000000000);
4     a = new BigInteger("1000000000");
5
6     // operações com inteiros grandes
7     BigInteger arit = a.add(a);
8     arit = a.subtract(a);
9     arit = a.multiply(a);
10    arit = a.divide(a);
11    arit = a.mod(a);
12
13    // comparação
14    boolean bool = a.equals(a);
15    bool = a.compareTo(a) > 0;
16    bool = a.compareTo(a) < 0;
17    bool = a.compareTo(a) >= 0;
18    bool = a.compareTo(a) <= 0;
19
20    // converso para string
21    String m = a.toString();
22 }
```



```

23 // ãConverso para inteiro
24 int _int = a.intValue();
25 long _long = a.longValue();
26 double _doub = a.doubleValue();
27
28 // @Potncia
29 BigInteger _pot = a.pow(10);
30 BigInteger _sqr = a.sqrt();
31
32 }
33
34 public static void BigDecimal() {
35
36     BigDecimal a = new BigDecimal("10000000000");
37     a = new BigDecimal("10000000000.0000000000");
38     a = BigDecimal.valueOf(10000000000, 10);
39
40
41 // çðOperaes com reais grandes
42 BigDecimal arit = a.add(a);
43 arit = a.subtract(a);
44 arit = a.multiply(a);
45 arit = a.divide(a);
46 arit = a.remainder(a);
47
48 // çãComparao
49 boolean bool = a.equals(a);
50 bool = a.compareTo(a) > 0;
51 bool = a.compareTo(a) < 0;
52 bool = a.compareTo(a) >= 0;
53 bool = a.compareTo(a) <= 0;
54
55 // ãConverso para string
56 String m = a.toString();
57
58 // ãConverso para inteiro
59 int _int = a.intValue();
60 long _long = a.longValue();
61 double _doub = a.doubleValue();
62
63 // @Potncia
64 BigDecimal _pot = a.pow(10);
65 }

```

## 10.19 Primos - Divisores De N - Listar

```

1 // Description: Retorna o numero de divisores de N
2 // Complexidade: O(log(N))
3 // Exemplo: numDiv(60) = 12 {1,2,3,4,5,6,10,12,15,20,30,60}
4 int numDiv(int N) {
5     int ans = 1;
6     for (int i = 0; i < p.size() and p[i]*p[i] <= N; ++i) {
7         int power = 0;
8         while (N%p[i] == 0) { N /= p[i]; ++power; }
9         ans *= power+1;
10    }
11    return (N != 1) ? 2*ans : ans;

```

```

12 }

```

## 10.20 Primos - Divisores De N - Somar

```

1 // Description: Retorna a soma dos divisores de N
2 // Complexidade: O(log(N))
3 // Exemplo: sumDiv(60) = 168 : 1+2+3+4+5+6+10+12+15+20+30+60
4 int sumDiv(int N) {
5     int ans = 1;
6     for (int i = 0; i < p.size() and p[i]*p[i] <= N; ++i) {
7         int multiplier = p[i], total = 1;
8         while (N%p[i] == 0) {
9             N /= p[i];
10            total += multiplier;
11            multiplier *= p[i];
12        }
13        ans *= total;
14    }
15    if (N != 1) ans *= (N+1);
16    return ans;
17 }

```

## 10.21 Primos - Fatores Primos - Contar Diferentes

```

1 // Description: Retorna o numero de fatores primos diferentes de N
2 // Complexidade: O(sqrt(N))
3 // Exemplo: numDiffPF(60) = 3 {2, 3, 5}
4
5 int numDiffPF(int N) {
6     int ans = 0;
7     for (int i = 0; i < p.size() && p[i]*p[i] <= N; ++i) {
8         if (N%p[i] == 0) ++ans; // count this prime
9         factor while (N%p[i] == 0) N /= p[i]; // only once
10    }
11    if (N != 1) ++ans;
12    return ans;
13 }

```

## 10.22 Primos - Fatores Primos - Listar

```

1 // Fatora um únmero em seus fatores primos
2 // Complexidade: O(sqrt(n))
3 // Ex: factorize(1200) = {2: 4, 3: 1, 5: 2}
4
5 map<int, int> factorize(int n) {
6     map<int, int> factorsOfN;
7     int lpf = 2;
8
9     while (n != 1) {
10        lpf = lowestPrimeFactor(n, lpf);
11        factorsOfN[lpf] = 1;
12        n /= lpf;
13        while (not (n % lpf)) {
14            factorsOfN[lpf]++;
15            n /= lpf;
16        }

```

```

17     }
18
19     return factorsOfN;
20 }

```

## 10.23 Primos - Fatores Primos - Somar

```

1 // Description: Retorna a soma dos fatores primos de N
2 // Complexidade: O(log(N))
3 // Exemplo: sumPF(60) = sumPF(2^2 * 3^1 * 5^1) = 2 + 2 + 3 + 5 = 12
4
5 int sumPF(int N) {
6     int ans = 0;
7     for (int i = 0; i < p.size() && p[i]*p[i] <= N; ++i)
8         while (N%p[i] == 0) { N /= p[i]; ans += p[i]; }
9     if (N != 1) ans += N;
10    return ans;
11 }

```

## 10.24 Primos - Is Prime

```

1 // Descricao: Funcao que verifica se um numero n eh primo.
2 // Complexidade: O(sqrt(n))
3 bool isPrime(int n) {
4     return n > 1 and lowestPrimeFactor(n) == n;
5 }

```

## 10.25 Primos - Lowest Prime Factor

```

1 // Description: Funcao auxiliar que retorna o menor fator primo de n.
2 // Complexidade: O(sqrt(n))
3
4 int lowestPrimeFactor(int n, int startPrime = 2) {
5     if (startPrime <= 3) {
6         if (not (n & 1)) return 2;
7         if (not (n % 3)) return 3;
8         startPrime = 5;
9     }
10
11    for (int i = startPrime; i * i <= n; i += (i + 1) % 6 ? 4 : 2)
12        if (not (n % i))
13            return i;
14    return n;
15 }

```

## 10.26 Primos - Miller Rabin

```

1 // Teste de primalidade de Miller-Rabin
2 // Complexidade: O(k*log^3(n)), onde k eh o numero de testes e n eh o
   numero a ser testado
3 // Descricao: Testa se um numero eh primo com uma probabilidade de erro de
   1/4^k
4
5 int mul(int a, int b, int m) {
6     int ret = a*b - int((long double)1/m*a*b+0.5)*m;

```

```

7     return ret < 0 ? ret+m : ret;
8 }
9
10 int pow(int x, int y, int m) {
11     if (!y) return 1;
12     int ans = pow(mul(x, x, m), y/2, m);
13     return y%2 ? mul(x, ans, m) : ans;
14 }
15
16 bool prime(int n) {
17     if (n < 2) return 0;
18     if (n <= 3) return 1;
19     if (n % 2 == 0) return 0;
20     int r = __builtin_ctzint(n - 1), d = n >> r;
21
22     // com esses primos, o teste funciona garantido para n <= 2^64
23     // funciona para n <= 3*10^24 com os primos ate 41
24     for (int a : {2, 325, 9375, 28178, 450775, 9780504, 795265022}) {
25         int x = pow(a, d, n);
26         if (x == 1 or x == n - 1 or a % n == 0) continue;
27
28         for (int j = 0; j < r - 1; j++) {
29             x = mul(x, x, n);
30             if (x == n - 1) break;
31         }
32         if (x != n - 1) return 0;
33     }
34     return 1;
35 }

```

## 10.27 Primos - Numero Fatores Primos De N

```

1 // Description: Retorna o numero de fatores primos de N
2 // Complexidade: O(log(N))
3
4 vi p; // vetor de primos p (sieve(10000000))
5
6 int numPF(int N) {
7     int ans = 0;
8     for (int i = 0; i < (int)p.size() && p[i]*p[i] <= N; ++i)
9         while (N%p[i] == 0) { N /= p[i]; ++ans; }
10    return ans + (N != 1);
11 }

```

## 10.28 Primos - Primo Grande

```

1 // Description: verificar se um numero > 9e18 eh primo
2 public static boolean isProbablePrime(BigInteger num, int certainty) {
3     return num.isProbablePrime(certainty);
4 }

```

## 10.29 Primos - Primos Relativos De N

```

1 // Description: Conta o numero de primos relativos de N
2 // Complexidade: O(log(N))

```

```

3 // Exemplo: countPrimosRelativos(60) = 16
   {1,7,11,13,17,19,23,29,31,37,41,43,47,49,53,59}
4 // Definicao: Dois numeros sao primos relativos se o mdc entre eles eh 1
5
6 int countPrimosRelativos(int N) {
7     int ans = N;
8     for (int i = 0; i < (int)p.size() && p[i]*p[i] <= N; ++i) {
9         if (N%p[i] == 0) ans -= ans/p[i];
10        while (N%p[i] == 0) N /= p[i];
11    }
12    if (N != 1) ans -= ans/N;
13    return ans;
14 }

```

## 10.30 Primos - Sieve

```

1 // Description: Gera todos os primos do intervalo [1,lim]
2 // Complexidade: O(n log log n)
3
4 int _sieve_size;
5 bitset<10000010> bs;
6 vi p;
7
8 void sieve(int lim) {
9     _sieve_size = lim+1;
10    bs.set();
11    bs[0] = bs[1] = 0;
12    f(i,2,_sieve_size) {
13        if (bs[i]) {
14            for (int j = i*i; j < _sieve_size; j += i) bs[j] = 0;
15            p.push_back(i);
16        }
17    }
18 }

```

## 10.31 Primos - Sieve Linear

```

1 // Sieve de Eratosthenes com linear sieve
2 // Encontra todos os números primos no intervalo [2, N]
3 // Complexidade: O(N)
4
5 vector<int> sieve(const int N) {
6
7     vector<int> lp(N + 1); // lp[i] = menor fator primo de i
8     vector<int> pr;
9
10    for (int i = 2; i <= N; ++i) {
11        if (lp[i] == 0) {
12            lp[i] = i;
13            pr.push_back(i);
14        }
15        for (int j = 0; i * pr[j] <= N; ++j) {
16            lp[i * pr[j]] = pr[j];
17            if (pr[j] == lp[i])
18                break;
19        }
20    }
21 }

```

```

20     }
21
22     return pr;
23 }

```

## 10.32 Tabela Verdade

```

1 // Gerar tabela verdade de uma expressão booleana
2 // Complexidade: O(2^n)
3
4 vector<vector<int>> tabelaVerdade;
5 int indexTabela = 0;
6
7 void backtracking(int posicao, vector<int>& conj_bool) {
8
9     if(posicao == conj_bool.size()) { // Se chegou ao fim da BST
10        for(size_t i=0; i<conj_bool.size(); i++) {
11            tabelaVerdade[indexTabela].push_back(conj_bool[i]);
12        }
13        indexTabela++;
14
15    } else {
16        conj_bool[posicao] = 1;
17        backtracking(posicao+1, conj_bool);
18        conj_bool[posicao] = 0;
19        backtracking(posicao+1, conj_bool);
20    }
21 }
22
23 int main() {
24
25     int n = 3;
26
27     vector<int> linhaBool (n, false);
28     tabelaVerdade.resize(pow(2,n));
29
30     backtracking(0,linhaBool);
31 }

```

## 11 Matriz

### 11.1 Fibonacci Matricial

```

1
2
3 #include <bits/stdc++.h>
4 using namespace std;
5
6 typedef long long ll;
7
8 ll MOD;
9
10 const int MAX_N = 2;
11
12 struct Matrix { ll mat[MAX_N][MAX_N]; };

```

```

13 ll mod(ll a, ll m) { return ((a%m)+m) % m; }
14
15 Matrix matMul(Matrix a, Matrix b) {
16     Matrix ans;
17     for (int i = 0; i < MAX_N; ++i)
18         for (int j = 0; j < MAX_N; ++j)
19             ans.mat[i][j] = 0;
20     for (int i = 0; i < MAX_N; ++i)
21         for (int k = 0; k < MAX_N; ++k) {
22             if (a.mat[i][k] == 0) continue;
23             for (int j = 0; j < MAX_N; ++j) {
24                 ans.mat[i][j] += mod(a.mat[i][k], MOD) * mod(b.mat[k][j], MOD);
25             }
26             ans.mat[i][j] = mod(ans.mat[i][j], MOD);
27         }
28     }
29     return ans;
30 }

```

```

31 Matrix matPow(Matrix base, int p) {
32     Matrix ans;
33     for (int i = 0; i < MAX_N; ++i)
34         for (int j = 0; j < MAX_N; ++j)
35             ans.mat[i][j] = (i == j);
36     while (p) {
37         if (p&1)
38             ans = matMul(ans, base);
39         base = matMul(base, base);
40         p >>= 1;
41     }
42     return ans;
43 }

```

```

44 }
45
46 int main() {
47     int n, m;
48     while (scanf("%d %d", &n, &m) == 2) {
49         Matrix ans;
50         ans.mat[0][0] = 1; ans.mat[0][1] = 1;
51         ans.mat[1][0] = 1; ans.mat[1][1] = 0;
52         MOD = 1LL << m;
53         ans = matPow(ans, n);
54         printf("%lld\n", ans.mat[0][1]);
55     }
56     return 0;
57 }

```

## 11.2 Maior Retangulo Binario Em Matriz

```

1 // Description: Encontra o maior âretnngulo âbinrio em uma matriz.
2 // Time: O(n*m)
3 // Space: O(n*m)
4 tuple<int, int, int> maximalRectangle(vector<vector<int>>& mat) {
5     int r = mat.size();
6     if(r == 0) return {0, 0, 0};
7     int c = mat[0].size();
8

```

```

9     vector<vector<int>> dp(r+1, vector<int>(c));
10
11     int mx = 0;
12     int area = 0, height = 0, length = 0;
13     for(int i=1; i<r; ++i) {
14         int leftBound = -1;
15         stack<int> st;
16         vector<int> left(c);
17
18         for(int j=0; j<c; ++j) {
19             if(mat[i][j] == 1) {
20                 mat[i][j] = 1+mat[i-1][j];
21                 while(!st.empty() and mat[i][st.top()] >= mat[i][j])
22                     st.pop();
23
24                 int val = leftBound;
25                 if(!st.empty())
26                     val = max(val, st.top());
27
28                 left[j] = val;
29             } else {
30                 leftBound = j;
31                 left[j] = 0;
32             }
33             st.push(j);
34         }
35         while(!st.empty()) st.pop();
36
37         int rightBound = c;
38         for(int j=c-1; j>=0; j--) {
39             if(mat[i][j] != 0) {
40
41                 while(!st.empty() and mat[i][st.top()] >= mat[i][j])
42                     st.pop();
43
44                 int val = rightBound;
45                 if(!st.empty())
46                     val = min(val, st.top());
47
48                 dp[i][j] = (mat[i][j]) * (((val-1)-(left[j]+1)+1));
49                 if (dp[i][j] > mx) {
50                     mx = dp[i][j];
51                     area = mx;
52                     height = mat[i][j];
53                     length = (val-1)-(left[j]+1)+1;
54                 }
55                 st.push(j);
56             } else {
57                 dp[i][j] = 0;
58                 rightBound = j;
59             }
60         }
61     }
62
63     return {area, height, length};
64 }
65
66 int r = mat.size();

```

```

66 if(r == 0) return make_tuple(0, 0, 0);
67 int c = mat[0].size();
68
69 vector<vector<int>> dp(r+1, vector<int>(c));
70
71 int mx = 0;
72 int area = 0, height = 0, length = 0;
73 for(int i=1; i<r; ++i) {
74     int leftBound = -1;
75     stack<int> st;
76     vector<int> left(c);
77
78     for(int j=0; j<c; ++j) {
79         if(mat[i][j] == 1) {
80             mat[i][j] = 1+mat[i-1][j];
81             while(!st.empty() and mat[i][st.top()] >= mat[i][j])
82                 st.pop();
83
84             int val = leftBound;
85             if(!st.empty())
86                 val = max(val, st.top());
87
88             left[j] = val;
89         } else {
90             leftBound = j;
91             left[j] = 0;
92         }
93         st.push(j);
94     }
95     while(!st.empty()) st.pop();
96
97     int rightBound = c;
98     for(int j=c-1; j>=0; j--) {
99         if(mat[i][j] != 0) {
100
101             while(!st.empty() and mat[i][st.top()] >= mat[i][j])
102                 st.pop();
103
104             int val = rightBound;
105             if(!st.empty())
106                 val = min(val, st.top());
107
108             dp[i][j] = (mat[i][j]+1) * (((val-1)-(left[j]+1)+1)+1);
109             if (dp[i][j] > mx) {
110                 mx = dp[i][j];
111                 area = mx;
112                 height = mat[i][j];
113                 length = (val-1)-(left[j]+1)+1;
114             }
115             st.push(j);
116         } else {
117             dp[i][j] = 0;
118             rightBound = j;
119         }
120     }
121 }
122

```

```

123     return make_tuple(area, height, length);
124 }

```

## 11.3 Maxsubmatrixsum

```

1 // Description: Calcula a maior soma de uma submatriz MxN de uma matriz
2 // Complexidade: O(l*c)
3
4 const int MAX = 1010; // 10^6 + 10
5
6 int mat[MAX][MAX];
7
8 int maxSubmatrixSum(int l, int c, int M, int N) {
9     int dp[l+1][c+1];
10
11     f(i,0,l+1) {
12         dp[i][0] = 0;
13         dp[0][i] = 0;
14     }
15
16     f(i,1,l+1) {
17         f(j,1,c+1) {
18             dp[i][j] = dp[i-1][j]
19                 + dp[i][j-1]
20                 - dp[i-1][j-1]
21                 + mat[i][j];
22         }
23     }
24
25     int ans = 0;
26     f(i,M,l+1) {
27         f(j,N,c+1) {
28             int ponto =
29                 dp[i][j]
30                 - dp[i-M][j]
31                 - dp[i][j-N]
32                 + dp[i-M][j-N];
33             ans = max(ans, ponto);
34         }
35     }
36     return ans;
37 }
38
39 void solve() {
40     int l, c, M, N; cin >> l >> c >> M >> N;
41
42     f(i,1,l+1) {
43         f(j,1,c+1) {
44             cin >> mat[i][j];
45         }
46     }
47
48     int ans = maxSubmatrixSum(l, c, M, N);
49
50     cout << ans << endl;
51 }

```

## 11.4 Max 2D Range Sum

```
1 // Maximum Sum
2 // O(n^3) 1D DP + greedy (Kadane's) solution, 0.000s in UVa
3
4 #include <bits/stdc++.h>
5 using namespace std;
6
7 #define f(i,s,e) for(int i=s;i<e;i++)
8 #define MAX_n 110
9
10 int A[MAX_n][MAX_n];
11
12 int maxMatrixSum(vector<vector<int>> mat) {
13
14     int n = mat.size();
15     int m = mat[0].size();
16
17     f(i,0,n) {
18         f(j,0,m) {
19             if (j > 0)
20                 mat[i][j] += mat[i][j - 1];
21         }
22     }
23
24     int maxSum = INT_MIN;
25     f(l,0,m) {
26         f(r,l,m) {
27             vector<int> sum(n, 0);
28             f(row,0,n) {
29                 sum[row] = mat[row][r] - (l > 0 ? mat[row][l - 1] : 0);
30             }
31             int maxSubRect = sum[0];
32             f(i,1,n) {
33                 if (sum[i - 1] > 0)
34                     sum[i] += sum[i - 1];
35                 maxSubRect = max(maxSubRect, sum[i]);
36             }
37             maxSum = max(maxSum, maxSubRect);
38         }
39     }
40
41     return maxSum;
42 }
```

## 11.5 Potencia Matriz

```
1 // Description: Calcula a potencia de uma matriz quadrada A elevada a um
2 // expoente n
3
4 int MOD;
5 const int MAX_N = 2;
6
7 struct Matrix { int mat[MAX_N][MAX_N]; };
8
9 int mod(int a, int m) { return ((a%m)+m) % m; }
```

```
9
10 Matrix matMul(Matrix a, Matrix b) {
11     Matrix ans;
12     for (int i = 0; i < MAX_N; ++i)
13         for (int j = 0; j < MAX_N; ++j)
14             ans.mat[i][j] = 0;
15
16     for (int i = 0; i < MAX_N; ++i)
17         for (int k = 0; k < MAX_N; ++k) {
18             if (a.mat[i][k] == 0) continue;
19             for (int j = 0; j < MAX_N; ++j) {
20                 ans.mat[i][j] += mod(a.mat[i][k], MOD) * mod(b.mat[k][j],
21                 MOD);
22
23                 ans.mat[i][j] = mod(ans.mat[i][j], MOD);
24             }
25         }
26     return ans;
27 }
28
29 Matrix matPow(Matrix base, int p) {
30     Matrix ans;
31     for (int i = 0; i < MAX_N; ++i)
32         for (int j = 0; j < MAX_N; ++j)
33             ans.mat[i][j] = (i == j);
34     while (p) {
35         if (p&1)
36             ans = matMul(ans, base);
37         base = matMul(base, base);
38         p >>= 1;
39     }
40     return ans;
41 }
42
43 void solve() {
44 }
```

## 11.6 Verifica Se E Quadrado Magico

```
1 // Description: Verifica se uma matriz é um quadrado mágico.
2 // Complexidade: O(n^2)
3
4 int isMagicSquare(vector<vi> mat, int n) {
5     int i=0,j=0;
6     int sumd1 = 0, sumd2=0;
7     f(i,0,n) {
8         sumd1 += mat[i][i];
9         sumd2 += mat[i][n-1-i];
10    }
11    if(sumd1!=sumd2) return 0;
12
13    int ans = 0;
14
15    f(i,0,n) {
16        int rowSum = 0, colSum = 0;
17        f(j,0,n) {
18            rowSum += mat[i][j];
```

```

19         colSum += mat[j][i];
20     }
21     if (rowSum != colSum || colSum != sumd1) return 0;
22     ans = rowSum;
23 }
24 return ans;
25 }

```

## 12 Strings

### 12.1 Calculadora Posfixo

```

1 // Description: Calculadora de expressoes posfixas
2 // Complexidade: O(n)
3 int posfixo(string s) {
4     stack<int> st;
5     for (char c : s) {
6         if (isdigit(c)) {
7             st.push(c - '0');
8         } else {
9             int b = st.top(); st.pop();
10            int a = st.top(); st.pop();
11            if (c == '+') st.push(a + b);
12            if (c == '-') st.push(a - b);
13            if (c == '*') st.push(a * b);
14            if (c == '/') st.push(a / b);
15        }
16    }
17    return st.top();
18 }

```

### 12.2 Chaves Colchetes Parenteses

```

1 // Description: Verifica se s tem uma sequência valida de {}, [] e ()
2 // Complexidade: O(n)
3 bool brackets(string s) {
4     stack<char> st;
5
6     for (char c : s) {
7         if (c == '(' || c == '[' || c == '{') {
8             st.push(c);
9         } else {
10            if (st.empty()) return false;
11            if (c == ')' and st.top() != '(') return false;
12            if (c == ']' and st.top() != '[') return false;
13            if (c == '}' and st.top() != '{') return false;
14            st.pop();
15        }
16    }
17
18    return st.empty();
19 }

```

### 12.3 Infixo Para Posfixo

```

1 // Description: Converte uma expressao matematica infixa para posfixa
2 // Complexidade: O(n)
3 int prec(char c) {
4     if (c == '^')
5         return 3;
6     else if (c == '/' || c == '*')
7         return 2;
8     else if (c == '+' || c == '-')
9         return 1;
10    else
11        return -1;
12 }
13
14 char associativity(char c) {
15     if (c == '^')
16         return 'R';
17     return 'L';
18 }
19
20 string infixToPostfix(string s) {
21     stack<char> st;
22     string result;
23
24     for (int i = 0; i < s.length(); i++) {
25         char c = s[i];
26
27         if ((c >= 'a' && c <= 'z') || (c >= 'A' && c <= 'Z') || (c >= '0'
&& c <= '9'))
28             result += c;
29
30         else if (c == '(')
31             st.push('(');
32
33         else if (c == ')') {
34             while (st.top() != '(') {
35                 result += st.top();
36                 st.pop();
37             }
38             st.pop(); // Pop '('
39         }
40
41         else {
42             while (!st.empty() && prec(s[i]) < prec(st.top()) ||
!st.empty() && prec(s[i]) == prec(st.top()) &&
associativity(s[i]) == 'L') {
43                 result += st.top();
44                 st.pop();
45             }
46             st.push(c);
47         }
48     }
49
50 }
51
52 while (!st.empty()) {
53     result += st.top();
54     st.pop();
55 }
56

```

```

57     return result;
58 }

```

## 12.4 Is Subsequence

```

1 // Description: Verifica se a string s eh subsequencia da string t
2 // Complexidade Temporal: O(n)
3 // Complexidade Espacial: O(n)
4 bool isSubsequence(string& s, string& t) {
5     queue<char> q;
6     int cnt = 0;
7     for (int i = 0; i < t.size(); i++) {
8         q.push(t[i]);
9     }
10    int i = 0;
11    while (!q.empty()) {
12        if (s[i] == q.front()) {
13            cnt++;
14            i++;
15        }
16        q.pop();
17    }
18
19    return cnt == s.size();
20 }

```

## 12.5 Lexicograficamente Minima

```

1 // Descricao: Retorna a menor rotacao lexicografica de uma string.
2 // Complexidade: O(n * log(n)) onde n eh o tamanho da string
3 string minLexRotation(string str) {
4     int n = str.length();
5
6     string arr[n], concat = str + str;
7
8     for (int i = 0; i < n; i++)
9         arr[i] = concat.substr(i, n);
10
11    sort(arr, arr+n);
12
13    return arr[0];
14 }

```

## 12.6 Longest Common Substring

```

1 // Description: Encontra o comprimento da maior substring em comum entre 2 strings
2 // Complexidade Temporal: O(n * m)
3 // Complexidade Espacial: O(min(m,n))
4 int LCSUBSTR(string s, string t, int n, int m)
5 {
6     vector<vector<int>> dp(n + 1, vector<int>(m + 1, 0));
7     int ans = 0;
8
9     for (int i = 1; i <= n; i++) {
10        for (int j = 1; j <= m; j++) {

```

```

11        if (s[i - 1] == t[j - 1]) {
12            dp[i][j] = dp[i - 1][j - 1] + 1;
13            if (dp[i][j] > ans)
14                ans = dp[i][j];
15        }
16        else
17            dp[i][j] = 0;
18    }
19 }
20 return ans;
21 }
22
23 void solve() {
24     string x, y; cin >> x >> y;
25     cout << LCSUBSTR(x, y, x.size(), y.size()) << endl;
26 }

```

## 12.7 Lower Upper

```

1 // Description: função que transforma uma string em lowercase.
2 // Complexidade: O(n) onde n é o tamanho da string.
3 string to_lower(string a) {
4     for (int i=0;i<(int)a.size();++i)
5         if (a[i]>='A' && a[i]<='Z')
6             a[i]+='a'-'A';
7     return a;
8 }
9
10 // para checar se é lowercase: islower(c);
11
12 // Description: função que transforma uma string em uppercase.
13 // Complexidade: O(n) onde n é o tamanho da string.
14 string to_upper(string a) {
15     for (int i=0;i<(int)a.size();++i)
16         if (a[i]>='a' && a[i]<='z')
17             a[i]-='a'-'A';
18     return a;
19 }
20
21 // para checar se é uppercase: isupper(c);

```

## 12.8 Numeros E Char

```

1 char num_to_char(int num) { // 0 -> '0'
2     return num + '0';
3 }
4
5 int char_to_num(char c) { // '0' -> 0
6     return c - '0';
7 }
8
9 char int_to_ascii(int num) { // 97 -> 'a'
10    return num;
11 }
12
13 int ascii_to_int(char c) { // 'a' -> 97

```



```

14     return c;
15 }

```

## 12.9 Ocorrencias

```

1 // Description: Função que retorna um vetor com as posições de todas as
  // ocorrências de uma substring em uma string.
2 // Complexidade: O(n * m) onde n é o tamanho da string e m é o tamanho da
  // substring.
3 vector<int> ocorrencias(string str, string sub){
4     vector<int> ret;
5     int index = str.find(sub);
6     while(index != -1){
7         ret.push_back(index);
8         index = str.find(sub, index+1);
9     }
10
11     return ret;
12 }

```

## 12.10 Palindromo

```

1 // Descrição: Função que verifica se uma string é um palindromo.
2 // Complexidade: O(n) onde n é o tamanho da string.
3 bool isPalindrome(string str) {
4     for (int i = 0; i < str.length() / 2; i++) {
5         if (str[i] != str[str.length() - i - 1]) {
6             return false;
7         }
8     }
9     return true;
10 }

```

## 12.11 Permutacao

```

1 // Função para gerar todas as permutações de uma string
2 // Complexidade: O(n!)
3
4 void permute(string& s, int l, int r) {
5     if (l == r)
6         permutacoes.push_back(s);
7     else {
8         for (int i = l; i <= r; i++) {
9             swap(s[l], s[i]);
10            permute(s, l+1, r);
11            swap(s[l], s[i]);
12        }
13    }
14 }
15
16 int main() {
17
18     string str = "ABC";
19     int n = str.length();
20     permute(str, 0, n-1);
21 }

```

## 12.12 Remove Acento

```

1 // Descrição: Função que remove acentos de uma string.
2 // Complexidade: O(n * m) onde n é o tamanho da string e m é o tamanho
  // do alfabeto com acento.
3 string removeAcento(string str) {
4
5     string comAcento = "áéíóúâêôãäöà";
6     string semAcento = "aeiouaeoaoa";
7
8     for(int i = 0; i < str.size(); i++){
9         for(int j = 0; j < comAcento.size(); j++){
10            if(str[i] == comAcento[j]){
11                str[i] = semAcento[j];
12                break;
13            }
14        }
15    }
16
17     return str;
18 }

```

## 12.13 Split Cria

```

1 // Descrição: Função que divide uma string em um vetor de strings.
2 // Complexidade: O(n * m) onde n é o tamanho da string e m é o tamanho
  // do delimitador.
3 vector<string> split(string s, string del = " ") {
4     vector<string> retorno;
5     int start, end = -1*del.size();
6     do {
7         start = end + del.size();
8         end = s.find(del, start);
9         retorno.push_back(s.substr(start, end - start));
10    } while (end != -1);
11    return retorno;
12 }

```

## 13 Vector

### 13.1 Contar Menores Elementos A Direita

```

1 // Description: Conta quantos elementos menores que o elemento atual
  // existem a direita do mesmo.
2 // Complexity: O(nlogn)
3
4 const int MAX = 100010; // Tamanho máximo do array de entrada
5
6 int ansArr[MAX]; // Array que armazena a resposta
7
8 void merge(pair<int, int> a[], int start, int mid, int end) {
9     pair<int, int> f[mid - start + 1], s[end - mid];
10
11     int n = mid - start + 1;
12     int m = end - mid;
13

```

```

14 for(int i = start; i <= mid; i++)
15     f[i - start] = a[i];
16 for(int i = mid + 1; i <= end; i++)
17     s[i - mid - 1] = a[i];
18
19 int i = 0, j = 0, k = start;
20 int cnt = 0;
21
22 while(i < n and j < m) {
23     if (f[i].second <= s[j].second) {
24         ansArr[f[i].first] += cnt;
25         a[k++] = f[i++];
26     } else {
27         cnt++;
28         a[k++] = s[j++];
29     }
30 }
31
32 while(i < n) {
33     ansArr[f[i].first] += cnt;
34     a[k++] = f[i++];
35 }
36
37 while(j < m) {
38     a[k++] = s[j++];
39 }
40 }
41
42 void mergesort(pair<int, int> item[], int low, int high) {
43     if (low >= high) return;
44
45     int mid = (low + high) / 2;
46     mergesort(item, low, mid);
47     mergesort(item, mid + 1, high);
48     merge(item, low, mid, high);
49 }
50
51 void solve() {
52     int n; cin >> n;
53     int arr[n];
54     f(i,0,n) { cin >> arr[i]; }
55
56     pair<int, int> a[n];
57     memset(ansArr, 0, sizeof(ansArr));
58
59     f(i,0,n) {
60         a[i].second = arr[i];
61         a[i].first = i;
62     }
63
64     mergesort(a, 0, n - 1);
65
66     int ans = 0;
67     f(i,0,n) { ans += ansArr[i]; }
68     cout << ans << endl;
69 }

```

## 13.2 Contar Subarrays Somam K

```

1 // Descricao: Conta quantos subarrays de um vetor tem soma igual a k
2 // Complexidade: O(n)
3 int contarSomaSubarray(vector<int>& v, int k) {
4     unordered_map<int, int> prevSum; // map to store the previous sum
5
6     int ret = 0, currentSum = 0;
7
8     for(int& num : v) {
9         currentSum += num;
10
11         if (currentSum == k) ret++; /// Se a soma atual for igual a k,
12         encontramos um subarray
13
14         if (prevSum.find(currentSum - k) != prevSum.end()) // se subarray
15         com soma (currentSum - k) existir, sabe que [0:n] eh um subarray com
16         soma k
17         ret += (prevSum[currentSum - k]);
18
19         prevSum[currentSum]++;
20     }
21
22     return ret;
23 }

```

## 13.3 Elemento Mais Frequente

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3
4 // Encontra o unico elemento mais frequente em um vetor
5 // Complexidade: O(n)
6 int maxFreq1(vector<int> v) {
7     int res = 0;
8     int count = 1;
9
10    for(int i = 1; i < v.size(); i++) {
11
12        if(v[i] == v[res])
13            count++;
14        else
15            count--;
16
17        if(count == 0) {
18            res = i;
19            count = 1;
20        }
21    }
22
23    return v[res];
24 }
25
26 // Encontra os elemento mais frequente em um vetor
27 // Complexidade: O(n)
28 vector<int> maxFreqn(vector<int> v)

```

```

29 {
30     unordered_map<int, int> hash;
31     for (int i = 0; i < v.size(); i++)
32         hash[v[i]]++;
33
34     int max_count = 0, res = -1;
35     for (auto i : hash) {
36         if (max_count < i.second) {
37             res = i.first;
38             max_count = i.second;
39         }
40     }
41
42     vector<int> ans;
43     for (auto i : hash) {
44         if (max_count == i.second) {
45             ans.push_back(i.first);
46         }
47     }
48
49     return ans;
50 }

```

## 13.4 K Maior Elemento

```

1 // Description: Encontra o k-ésimo maior elemento de um vetor
2 // Complexidade: O(n)
3
4 int Partition(vector<int>& A, int l, int r) {
5     int p = A[l];
6     int m = l;
7     for (int k = l+1; k <= r; ++k) {
8         if (A[k] < p) {
9             ++m;
10            swap(A[k], A[m]);
11        }
12    }
13    swap(A[l], A[m]);
14    return m;
15 }
16
17 int RandPartition(vector<int>& A, int l, int r) {
18     int p = l + rand() % (r-l+1);
19     swap(A[l], A[p]);
20     return Partition(A, l, r);
21 }
22
23 int QuickSelect(vector<int>& A, int l, int r, int k) {
24     if (l == r) return A[l];
25     int q = RandPartition(A, l, r);
26     if (q+1 == k)
27         return A[q];
28     else if (q+1 > k)
29         return QuickSelect(A, l, q-1, k);
30     else
31         return QuickSelect(A, q+1, r, k);
32 }

```

```

33
34 void solve() {
35     vector<int> A = { 2, 8, 7, 1, 5, 4, 6, 3 };
36     int k = 1;
37     cout << QuickSelect(A, 0, A.size()-1, k) << endl;
38 }

```

## 13.5 Longest Common Subsequence

```

1 // Description: Encontra o tamanho da maior subsequencia comum entre duas
  strings
2 // Complexidade Temporal: O(n*m)
3 // Complexidade Espacial: O(m)
4 // Exemplo: "ABCDG" e "ADEB" => 2 ("AB")
5
6 int longestCommonSubsequence(string& text1, string& text2) {
7     int n = text1.size();
8     int m = text2.size();
9
10    vector<int> prev(m + 1, 0), cur(m + 1, 0);
11
12    for (int idx2 = 0; idx2 < m + 1; idx2++)
13        cur[idx2] = 0;
14
15    for (int idx1 = 1; idx1 < n + 1; idx1++) {
16        for (int idx2 = 1; idx2 < m + 1; idx2++) {
17            if (text1[idx1 - 1] == text2[idx2 - 1])
18                cur[idx2] = 1 + prev[idx2 - 1];
19
20            else
21                cur[idx2]
22                    = 0 + max(cur[idx2 - 1], prev[idx2]);
23        }
24        prev = cur;
25    }
26
27    return cur[m];
28 }

```

## 13.6 Maior Retangulo Em Histograma

```

1 // Calcula area do maior retangulo em um histograma
2 // Complexidade: O(n)
3 int maxHistogramRect(const vector<int>& hist) {
4     stack<int> s;
5     int n = hist.size();
6
7     int ans = 0, tp, area_with_top;
8
9     int i = 0;
10    while (i < n) {
11
12        if (s.empty() || hist[s.top()] <= hist[i])
13            s.push(i++);
14
15        else {

```

```

16         tp = s.top(); s.pop();
17
18         area_with_top = hist[tp] * (s.empty() ? i : i - s.top() - 1);
19
20         if (ans < area_with_top)
21             ans = area_with_top;
22     }
23 }
24
25 while (!s.empty()) {
26     tp = s.top(); s.pop();
27     area_with_top = hist[tp] * (s.empty() ? i : i - s.top() - 1);
28
29     if (ans < area_with_top)
30         ans = area_with_top;
31 }
32
33 return ans;
34 }
35
36 void solve() {
37     vector<int> hist = { 6, 2, 5, 4, 5, 1, 6 };
38     cout << maxHistogramRect(hist) << endl;
39 }

```

## 13.7 Maior Sequencia Subsequente

```

1 // Maior sequencia subsequente
2 // {6, 2, 5, 1, 7, 4, 8, 3} => {2, 5, 7, 8}
3
4 int maiorCrescente(vector<int> v) {
5     vector<int> lenght(v.size());
6     for(int k=0; k<v.size(); k++) {
7         lenght[k] = ;
8         for(int i=0; i<k; i++) {
9             if(v[i] < v[k]) {
10                 lenght[i] = max(lenght[k], lenght[i]+1)
11             }
12         }
13     }
14     return lenght.back();
15 }

```

## 13.8 Maior Subsequencia Comum

```

1 int s1[MAXN], s2[MAXN], tab[MAXN][MAXN];
2
3 // Description: Retorna o tamanho da maior subsequencia comum entre s1 e
4 // Complexity: O(n*m)
5 int lcs(int a, int b){
6
7     if(tab[a][b]>=0) return tab[a][b];
8     if(a==0 or b==0) return tab[a][b]=0;
9     if(s1[a]==s2[b]) return 1 + lcs(a-1, b-1);
10    return tab[a][b] = max(lcs(a-1, b), lcs(a, b-1));

```

```

11 }
12
13 void solve() {
14
15     s1 = {1, 3, 2, 5, 4, 2, 3, 4, 5};
16     s2 = {1, 2, 3, 4, 5};
17     int n = s1.size(), m = s2.size();
18     memset(tab, -1, sizeof(tab));
19     cout << lcs(n, m) << endl; // 5
20 }

```

## 13.9 Maior Subsequência Crescente

```

1 // Retorna o tamanho da maior subsequencia crescente de v
2 // Complexidade: O(n log(n))
3 int maiorSubCrescSize(vector<int> &v) {
4
5     vector<int> pilha;
6     for (int i = 0; i < v.size(); i++) {
7         auto it = lower_bound(pilha.begin(), pilha.end(), v[i]);
8         if (it == pilha.end())
9             pilha.push_back(v[i]);
10        else
11            *it = v[i];
12    }
13
14    return pilha.size();
15 }
16
17 // Retorna a maior subsequencia crescente de v
18 // Complexidade: O(n log(n))
19 vector<int> maiorSubCresc(vector<int> &v) {
20
21     vector<int> pilha, resp;
22     int pos[MAXN], pai[MAXN];
23     for (int i = 0; i < v.size(); i++) {
24         auto it = lower_bound(pilha.begin(), pilha.end(), v[i]);
25         int p = it - pilha.begin();
26         if (it == pilha.end())
27             pilha.PB(v[i]);
28         else
29             *it = v[i];
30         pos[p] = i;
31         if (p == 0)
32             pai[i] = -1; // seu pai áser -1
33         else
34             pai[i] = pos[p - 1];
35    }
36
37    int p = pos[pilha.size() - 1];
38    while (p >= 0) {
39        resp.PB(v[p]);
40        p = pai[p];
41    }
42    reverse(resp.begin(), resp.end());
43
44    return resp;

```

```

45 }
46
47 void solve() {
48     vector<int> v = {1, 3, 2, 5, 4, 2, 3, 4, 5};
49     cout << maiorSubCrescSize(v) << endl // 5
50     /*****
51     vector<int> ans = maiorSubCresc(v); // {1,2,3,4,5}
52 }

```

## 13.10 Maior Triangulo Em Histograma

```

1 // Calcula o maior âtringulo em um histograma
2 // Complexidade: O(n)
3 int maiorTrianguloEmHistograma(const vector<int>& histograma) {
4
5     int n = histograma.size();
6     vector<int> esquerda(n), direita(n);
7
8     esquerda[0] = 1;
9     f(i,1,n) {
10         esquerda[i] = min(histograma[i], esquerda[i - 1] + 1);
11     }
12
13     direita[n - 1] = 1;
14     rf(i,n-1,0) {
15         direita[i] = min(histograma[i], direita[i + 1] + 1);
16     }
17
18     int ans = 0;
19     f(i,0,n) {
20         ans = max(ans, min(esquerda[i], direita[i]));
21     }
22
23     return ans;
24
25 }

```

## 13.11 Remove Repetitive

```

1 // Remove repetitive elements from a vector
2 // Complexity: O(n)
3 vector<int> removeRepetitive(const vector<int>& vec) {
4
5     unordered_set<int> s;
6     s.reserve(vec.size());
7
8     vector<int> ans;
9
10    for (int num : vec) {
11        if (s.insert(num).second)
12            v.push_back(num);
13    }
14
15    return ans;
16 }
17

```

```

18 void solve() {
19     vector<int> v = {1, 3, 2, 5, 4, 2, 3, 4, 5};
20     vector<int> ans = removeRepetitive(v); // {1, 3, 2, 5, 4}
21 }

```

## 13.12 Soma Maxima Sequencial

```

1 // Description: Soma maxima sequencial de um vetor
2 // Complexidade: O(n)
3 int max_sum(vector<int> s) {
4
5     int ans = 0, maior = 0;
6
7     for(int i = 0; i < s.size(); i++) {
8         maior = max(0,maior+s[i]);
9         ans = max(resp,maior);
10    }
11
12    return ans;
13 }
14
15 void solve() {
16     vector<int> v = {1,-3,5,-1,2,-1};
17     cout << max_sum(v) << endl; // 6 = {5,-1,2}
18 }

```

## 13.13 Subset Sum

```

1 // Description: Verifica se algum subset dentro do array soma igual a sum
2 // Complexidade Temporal: O(sum * n)
3 // Complexidade Espacial: O(sum * n)
4
5 bool isSubsetSum(vi set, int n, int sum) {
6     bool subset[n + 1][sum + 1];
7
8     for (int i = 0; i <= n; i++)
9         subset[i][0] = true;
10
11     for (int i = 1; i <= sum; i++)
12         subset[0][i] = false;
13
14     for (int i = 1; i <= n; i++) {
15         for (int j = 1; j <= sum; j++) {
16             if (j < set[i - 1])
17                 subset[i][j] = subset[i - 1][j];
18             if (j >= set[i - 1])
19                 subset[i][j]
20                     = subset[i - 1][j]
21                     || subset[i - 1][j - set[i - 1]];
22         }
23     }
24
25     return subset[n][sum];
26 }

```

## 13.14 Troco

```

1 // Description: Retorna o menor número de moedas para formar um valor n
2 // Complexidade: O(n*m)
3 vector<int> troco(vector<int> coins, int n) {
4     int first[n];
5     value[0] = 0;
6     for(int x=1; x<=n; x++) {
7         value[x] = INF;
8         for(auto c : coins) {
9             if(x-c >= 0 and value[x-c] + 1 < value[x]) {
10                 value[x] = value[x-c]+1;
11                 first[x] = c;
12             }
13         }
14     }
15
16     vector<int> ans;
17     while(n>0) {
18         ans.push_back(first[n]);
19         n -= first[n];
20     }
21     return ans;
22 }
23
24 void solve() {
25     vector<int> coins = {1, 3, 4};
26     vector<int> ans = troco(coins, 6); // {3,3}
27 }

```

## 14 Outros

### 14.1 Dp

```

1 #include <bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
3
4 const int MAX_gm = 30; // up to 20 garments at most and 20 models/garment
5 const int MAX_M = 210; // maximum budget is 200
6
7 int M, C, price[MAX_gm][MAX_gm]; // price[g (<= 20)][k (<= 20)]
8 int memo[MAX_gm][MAX_M]; // TOP-DOWN: dp table [g (<20)][money
9                             (<= 200)]
10
11 int dp(int g, int money) {
12     if (money < 0) return -1e9;
13     if (g == C) return M - money;
14     if (memo[g][money] != -1)
15         return memo[g][money]; // avaliar linha g com dinheiro money (cada
16         caso pensavel)
17     int ans = -1;
18     for (int k = 1; k <= price[g][0]; ++k)
19         ans = max(ans, dp(g + 1, money - price[g][k]));
20     return memo[g][money] = ans;
21 }
22
23 int main() {

```

```

23 int TC;
24 scanf("%d", &TC);
25 while (TC--)
26 {
27     scanf("%d %d", &M, &C);
28     for (int g = 0; g < C; ++g)
29     {
30         scanf("%d", &price[g][0]); // store k in price[g][0]
31         for (int k = 1; k <= price[g][0]; ++k)
32             scanf("%d", &price[g][k]);
33     }
34     memset(memo, -1, sizeof memo); // TOP-DOWN: init memo
35     if (dp(0, M) < 0)
36         printf("no solution\n"); // start the top-down DP
37     else
38         printf("%d\n", dp(0, M));
39 }
40 return 0;
41 }

```

### 14.2 Binario

```

1 // Descricao: conversao de decimal para binario
2 // Complexidade: O(logn) onde n eh o numero decimal
3 string decimal_to_binary(int dec) {
4     string binary = "";
5     while (dec > 0) {
6         int bit = dec % 2;
7         binary = to_string(bit) + binary;
8         dec /= 2;
9     }
10    return binary;
11 }
12
13 // Descricao: conversao de binario para decimal
14 // Complexidade: O(logn) onde n eh o numero binario
15 int binary_to_decimal(string binary) {
16     int dec = 0;
17     int power = 0;
18     for (int i = binary.length() - 1; i >= 0; i--) {
19         int bit = binary[i] - '0';
20         dec += bit * pow(2, power);
21         power++;
22     }
23     return dec;
24 }

```

### 14.3 Binary Search

```

1 // Description: Implementação do algoritmo de busca binária.
2 // Complexidade: O(logn) onde n eh o tamanho do vetor
3 int BinarySearch(<vector>int arr, int x){
4     int k = 0;
5     int n = arr.size();
6
7     for (int b = n/2; b >= 1; b /= 2) {

```

```

8     while (k+b < n && arr[k+b] <= x) k += b;
9 }
10 if (arr[k] == x) {
11     return k;
12 }
13 }

```

## 14.4 Fibonacci

```

1 vector<int> memo(MAX, -1);
2
3 // Descricao: Funcao que retorna o n-esimo termo da sequencia de Fibonacci
  utilizando programacao dinamica.
4 // Complexidade: O(n) onde n eh o termo desejado
5 int fibPD(int n) {
6     if (n <= 1) return n;
7     if (memo[n] != -1) return memo[n];
8     return memo[n] = fibPD(n - 1) + fibPD(n - 2);
9 }

```

## 14.5 Horario

```

1 // Descricao: Funcoes para converter entre horas e segundos.
2 // Complexidade: O(1)
3 int cts(int h, int m, int s) {
4     int total = (h * 3600) + (m * 60) + s;
5     return total;
6 }
7

```

```

8 tuple<int, int, int> cth(int total_seconds) {
9     int h = total_seconds / 3600;
10    int m = (total_seconds % 3600) / 60;
11    int s = total_seconds % 60;
12    return make_tuple(h, m, s);
13 }

```

## 14.6 Intervalos

```

1 // Conta quantos intervalos nao tem overlap ([a,b] e [b,c] nao geram)
2
3 bool cmp(const pair<int,int>& p1, const pair<int,int>& p2) {
4     if(p1.second != p2.second) return p1.second < p2.second;
5     return p1.first < p2.first;
6 }
7
8 int countNonOverlappingIntervals(vector<pair<int,int>> intervals) {
9     sort(all(intervals), cmp);
10    int firstTermino = intervals[0].second;
11    int ans = 1;
12    f(i,1,intervals.size()) {
13        if(intervals[i].first >= firstTermino) {
14            ans++;
15            firstTermino = intervals[i].second;
16        }
17    }
18
19    return ans;
20 }

```