MATEMATICA DISCRETA II-2023

PRÁCTICO de Códigos cíclicos

(1) Dados los siguientes polinomios $g(x)$, junto con la longitud n, sea C el código de longitud n generado por $g(x)$. Hacer en cada caso los siguientes items. Para el codigo iv), solo hacer los 2 primeros items, pero para el segundo, codificar 3 palabras no nulas en vez de 2. Para el codigo iii), no hace falta hacer el ultimo item.
   (a) Dar la dimension de C.
   (b) Elejir dos palabras no nulas de la dimension adecuada, y codificarlas, usando ambos metodos enseñados en clase.
   (c) Dar la matriz generadora de C correspondiente a g(x) correspondiente al “metodo 1”de codificacin dado en clase.
   (d) Dar una matriz generadora de C con la identidad a derecha (correspondiente al “metodo 2”dado en clase).
   (e) Dar una matriz de chequeo de C con la identidad a izquierda.
   (f) Probar que $g(x)$ divide a $x^n + 1$.
   (g) Hallar el polinomio chequeador.

   i) $g(x) = 1 + x + x^3$; $n = 7$.   ii) $g(x) = 1 + x + x^4$; $n = 15$
   (los anteriores generan códigos de Hamming)
   iii) $g(x) = 1 + x^4 + x^6 + x^7 + x^8$; $n = 15$.
   (este genera un código que corrige 2 errores)
   iv) $g(x) = 1 + x + x^5 + x^6 + x^7 + x^9 + x^{11}$; $n = 23$.
   (nota: este ultimo genera el código **Golay**. Corrige 3 errores, pues tiene $\delta = 7$. (no hace falta que pruebe esto)).

(2) Probar que el código Golay dado en el ejercicio anterior es perfecto.

(3) a) ¿Cuántos códigos binarios de longitud n hay? (con al menos 2 palabras)
   b) ¿Cuántos códigos binarios de longitud 3 con exactamente 5 palabras hay?
   c) ¿Cuántos de esos códigos son lineales?
   d) ¿Cuántos códigos binarios de longitud 3 con exactamente 4 palabras hay?
   e) ¿Cuántos de esos códigos son lineales?
   f) ¿Cuántos de esos códigos son cíclicos?

(4) $g(x) = 1 + x^4 + x^6 + x^7 + x^8$ con $n = 15$ genera un código de longitud 15 que corrije 2 errores. Use el algoritmo de “error trapping” para corregir los errores de las siguientes palabras:
   a) 001000001110110   b) 110010011110111
   c) 001111101001001   d) 001000000110000
   e) 110001101000101   f) 001001000100110

(5) Sean C_1, C_2 códigos cíclicos con generadores g_1, g_2. Probar que $C_1 + C_2$ tambien es cíclico y tiene generador $\mathrm{mcd}(g_1, g_2)$.