Teóricos del final-MDII-2023

Lista de cosas que pueden tomarse en los examenes de julio/agosto 2023 de la parte teórica que dio Daniel. Milagro subirá sobre su parte.

Ademas de estos teoremas, en Diciembre/Febrero/Marzo pueden agregarse otros.

1. ¿Cuál es la complejidad del algoritmo de Edmonds-Karp? Probarlo.(Nota: en la prueba se definen unas distancias, y se prueba que esas distancias no disminuyen en pasos sucesivos de EK. Ud. puede usar esto sin necesidad de probarlo)
2. Probar que si, dados vértices x, z y flujo f definimos a la distancia entre x y z relativa a f como la longitud del menor f-camino aumentante entre x y z, si es que existe tal camino, o infinito si no existe o 0 si $x = z$, denotandola por $d_f(x, z)$, y definimos $d_k(x) = d_{f_k}(s, x)$, donde f_k es el k-ésimo flujo en una corrida de Edmonds-Karp, entonces $d_k(x) \leq d_{k+1}(x)$.
3. ¿Cual es la complejidad del algoritmo de Dinic? Probarla en ambas versiones: Dinitz original y Dinic-Even. (no hace falta probar que la distancia en networks auxiliares sucesivos aumenta).
4. ¿Cual es la complejidad del algoritmo de Wave? Probarla. (no hace falta probar que la distancia en networks auxiliares sucesivos aumenta).
5. Probar que la distancia en networks auxiliares sucesivos aumenta.
6. Probar que el valor de todo flujo es menor o igual que la capacidad de todo corte y que si f es un flujo, entonces las siguientes afirmaciones son equivalentes:

   i) f es maximal.

   ii) Existe un corte S tal que $v(f) = cap(S)$. (y en este caso, S es minimal)

   iii) No existen f-caminos aumentantes.

   (puede usar sin necesidad de probarlo que si f es flujo y S es corte entonces $v(f) = f(S, \overline{S}) - f(\overline{S}, S)$)
7. Probar que 2-COLOR es polinomial.
8. Enunciar y probar el Teorema de Hall.
9. Enunciar y probar el teorema del matrimonio de Kőnig.
10. Probar que si G es bipartito entonces $\chi'(G) = \Delta$.
11. Probar la complejidad $O(n^4)$ del algoritmo Hungaro y dar una idea de como se la puede reducir a $O(n^3)$.
12. Enunciar el teorema de la cota de Hamming y probarlo.
13. Probar que si H es matriz de chequeo de C, entonces;

   $$\delta(C) = Min\{j : \exists \text{ un conjunto de } j \text{ columnas LD de } H\}$$

   (LD es "linealmente dependiente")
14. Sea C un código cíclico de dimensión k y longitud n y sea $g(x)$ su polinomio generador. Probar que:

   i) C esta formado por los multiplos de $g(x)$ de grado menor que n:

   $$C = \{p(x) : gr(p) < n \& g(x) | p(x)\}$$

   ii) $C = \{v(x) \odot g(x) : v \text{ es un polinomio cualquiera}\}$

   iii) $gr(g(x)) = n - k$.

   iv) $g(x)$ divide a $1 + x^n$
15. Probar que 3SAT es NP-completo
16. Probar que 3-COLOR es NP-completo.