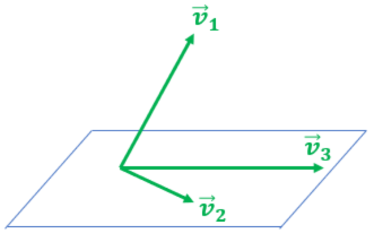
centro universitário FEI

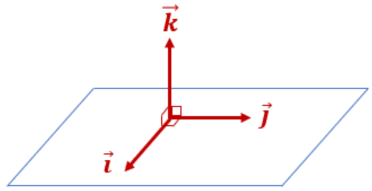
MAG 110

material cedido pela profª Silmara

BASE ORTONORMAL no espaço é um conjunto ordenado com 3 vetores que têm comprimento 1 unidade e formam ângulo de 90º entre si.



base qualquer



base ortonormal

$\vec{i} \perp \vec{j} \perp \vec{k}$

$|\vec{i}| = |\vec{j}| = |\vec{k}| = 1$

Propriedade: Se B = $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ é base, então todo vetor do espaço é uma combinação linear de $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$.

$\vec{v} = x.\vec{i} + y.\vec{j} + z.\vec{k}$ $\qquad$ $\vec{v} = (x, y, z)_B$

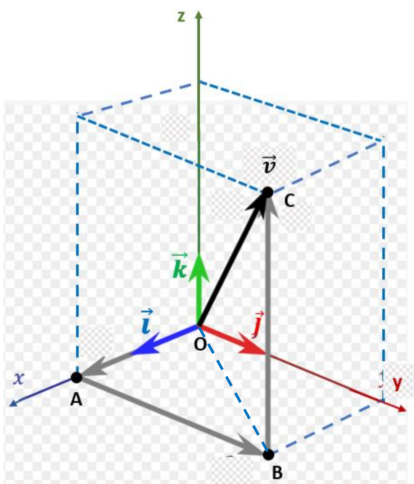
$\vec{i} = 1.\vec{i} + 0.\vec{j} + 0.\vec{k}$ $\qquad$ $\vec{\boldsymbol{i}} = (\mathbf{1}, \mathbf{0}, \mathbf{0})_{\boldsymbol{B}}$

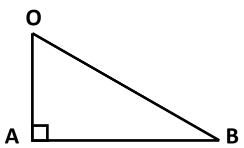
$\vec{j} = 0.\vec{i} + 1.\vec{j} + 0.\vec{k}$ $\qquad$ $\vec{\boldsymbol{j}} = (\mathbf{0}, \mathbf{1}, \mathbf{0})_{\boldsymbol{B}}$

$\vec{k} = 0.\vec{i} + 0.\vec{j} + 1.\vec{k}$ $\qquad$ $\vec{\boldsymbol{k}} = (\mathbf{0}, \mathbf{0}, \mathbf{1})_{\boldsymbol{B}}$

MÓDULO DE UM VETOR

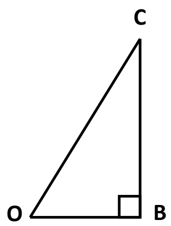
Seja $\vec{v} = \overrightarrow{OC}$ = (x, y, z) em relação a uma base ortonormal B.
O módulo do vetor, que representamos por $|\vec{v}|$ é dado por:





Pitágoras no ΔOAB:

$\overline{OB}^{\,2} = \overline{OA}^{\,2} + \overline{AB}^{\,2}$



Pitágoras no ΔOBC:

$\overline{OC}^{\,2} = \overline{OB}^{\,2} + \overline{BC}^{\,2}$

$\overline{OC}^{\,2} = \overline{OA}^{\,2} + \overline{AB}^{\,2} + \overline{BC}^{\,2}$

$|\vec{v}|^2 = x^2 + y^2 + z^2$

$|\vec{v}| = \sqrt{\boldsymbol{x^2 + y^2 + z^2}}$

$$|\vec{v}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Exemplo 1: Sendo B = $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ uma base ortonormal, calcular o módulo dos seguintes vetores.

a) $\vec{v} = 2\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$

b) $\vec{u} = \vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$

VERSOR DE UM VETOR

Dado um vetor $\vec{v}$ não nulo em relação a uma base ortonormal B, chamamos **versor de $\vec{v}$** ao vetor que tem módulo 1, mesma direção e mesmo sentido que o vetor $\vec{v}$. Para calcular o versor de $\vec{v}$ basta dividir o vetor pelo seu módulo.

$$\text{versor de } \vec{v} = \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}$$

Exemplo 2: Calcular o versor do vetor $\vec{v} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$

VETORES UNITÁRIOS são vetores que têm **módulo 1** (1 cm, 1 mm, 1 m , 1 km, ...). O versor de $\vec{v}$ e o oposto do versor são exemplos de vetores unitários.

$$\frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} \ \text{ e } \ -\frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} \ \text{ são vetores unitários.}$$