Conjuntos numéricos $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$ e $\mathbb{R}$

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ é o conjunto dos números naturais.

$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$ é o conjunto dos números inteiros.

$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \,|\, a, b \in \mathbb{Z} \text{ e } b \neq 0 \right\}$ é o conjunto dos números racionais.

- *Representação decimal de um número racional:*

(a) 0,5 é uma representação decimal de $\frac{1}{2}$

(b) $0{,}4999\ldots = 0{,}4\overline{9}$ é uma representação decimal de $\frac{1}{2}$

(c) 2,03 é uma representação deciamal de $\frac{203}{100}$

(d) 0,25 é uma representação decimal de $\frac{1}{4}$

(e) $1{,}333\ldots = 1{,}\overline{3}$ é uma representação decimal de $\frac{4}{3}$

(f) $2{,}31818\ldots = 2{,}3\overline{18}$ é uma representação decimal de $\frac{2295}{990}$

Todo número racional admite uma *representação decimal finita* ou em forma de *dízima periódica*. A representação decimal é dita finita, se após a vírgula houver apenas um número finito de dígitos não nulos. Os ítens (a), (c) e (d) acima são exemplos de representação decimal finita. Uma dízima periódica é uma representação decimal infinita (após a vírgula há um número infinito de dígitos não nulos) em que o *período* é repetido continuamente. O período de uma dízima periódica é o menor bloco de dígitos que é repetido continuamente. São dízimas periódicas os ítens (b), (e) e (f)

- O número 3,101001000100001... (mais 5 zeros e então um número 1, em seguida 6 zeros e o número 1, e assim por diante), não é um número racional, porque é um decimal infinito, mas não é dízima periódica.

- $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, e, π são exemplos de números irracionais.

- $\pi \approx 3{,}14159$ e $\approx 2{,}71828$. O número e é chamado de *número de Euler* (lê-se: Óiler) em homenagem ao matemático suiço Leonhard Paul Euler (1707 - 1783).

Um número é irracional se não puder ser escrito como o quociente(=divisão=razão) entre dois números inteiros (com denominador diferente de zero, é claro); ou de modo equivalente: se sua representação decimal é infinita, mas não é uma dízima periódica.

(Conjunto dos números reais) A união de $\mathbb{Q}$ com o conjunto de todos os números irracionais é o conjunto dos números reais, denotado por $\mathbb{R}$.

- 0, -1, 2, $\frac{1}{4}$, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, e, π são exemplos de números reais.

(Intervalos em $\mathbb{R}$) Dizemos que um subconjunto $I \neq \emptyset$ de $\mathbb{R}$ é um *intervalo* se para quaisquer $a, b \in I$, $a \leq x \leq b \Rightarrow x \in I$.

Os possíveis intervalos de $\mathbb{R}$ estão dados abaixo, sendo a e b números reais, com $a < b$:

- $[a, b] = \{x \in \mathbb{R} \,|\, a \leq x \leq b\}$
- $]a, b[= \{x \in \mathbb{R} \,|\, a < x < b\}$
- $]a, b] = \{x \in \mathbb{R} \,|\, a < x \leq b\}$
- $]-\infty, b] = \{x \in \mathbb{R} \,|\, x \leq b\}$
- $[a, b[= \{x \in \mathbb{R} \,|\, a \leq x < b\}$
- $]-\infty, b[= \{x \in \mathbb{R} \,|\, x < b\}$
- $[a, +\infty[= \{x \in \mathbb{R} \,|\, x \geq a\}$
- $]-\infty, +\infty[= \mathbb{R}$
- $]a, +\infty[= \{x \in \mathbb{R} \,|\, a > a\}$

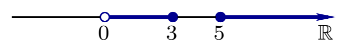
- Usa-se, também (a, b) no lugar de $]a, b[$; $[a, b)$ no lugar de $[a, b[$; $(-\infty, b)$ no lugar de $]-\infty, b[$, etc.

- Os intervalos $]a, b[$, $]-\infty, b[$, $]a, +\infty[$ e $]-\infty, +\infty[= \mathbb{R}$ são chamados de intervalos *abertos*, enquanto $[a, b]$ é um intervalo *fechado*. O intervalo $]2, 5]$ é um exemplo de intervalo *aberto à esquerda e fechado à direita*, etc.

- Os *extremos* dos intervalos $[a, b]$, $]a, b]$, $[a, b[$ e $]a, b[$ são os pontos a e b. Os intervalos $]-\infty, b]$ e $]-\infty, b[$ tem apenas o extremo da direita: o ponto b. E os intervalos $[a, +\infty[$ e $]a, +\infty[$ tem apenas o extremo da esquerda: o ponto a. O intervalo $]-\infty, +\infty[= \mathbb{R}$ não tem extremos. Os pontos *interiores* de um intervalo são todos os seus pontos que não são seus extremos.

Exemplo 1. Os extremos do intervalo $]-1, 2]$ são os pontos -1 e 2, e todo x com $-1 < x < 2$ é ponto interior do intervalo. A representação desse intervalo na reta é a seguinte:

Exemplo 2. O conjunto marcado abaixo representa $]0, 3] \cup [5, +\infty[$, que é a união de dois intervalo, mas não é um intervalo.



Exercícios de revisão

1 Reescreva cada conjunto abaixo usando a notação de intervalos:

(a) $\{x \in \mathbb{R} \,|\, -2 < x \leq 3 \text{ ou } x \geq 5\}$

(b) $\{x \in \mathbb{R} \,|\, x < 2\}$

(c) $\{x \in \mathbb{R} \,|\, -1 \leq x \leq 0 \text{ ou } 2 < x \leq 5\}$

(d) $\{x \in \mathbb{R} \,|\, -\infty < x < 1 \text{ ou } 3 < x < 7 \text{ ou } x \geq 9\}$

2 Verdadeiro ou falso:

(a) $+\infty$ é número real

(b) $[2, 5[$ é intervalo aberto

(c) $3 \in [-2, 3[$

(d) $2 \in]0, +\infty[$

(e) $]1, 3] \subset]1, 3[$

(f) $0{,}18 \in \mathbb{Q}$

(g) $2{,}76\overline{13} \notin \mathbb{Q}$

(h) $\sqrt{\pi} \in \mathbb{Q}$

(i) $0{,}404004000\ldots \in \mathbb{Q}$

(j) $e^{-1} \in \mathbb{Q}$

3 Resolva as desigualdades e escreva o conjunto solução usando a notação de intervalos:

(a) $-3x + 1 > 2$ (b) $5x - 7 > 0$ (c) $\dfrac{x-1}{x+2} > 0$ (d) $\dfrac{x+1}{2x+5} \leq 1$

Respostas

1 (a) $]-2, 3] \cup [5, +\infty[$, (b) $]-\infty, 2[$, (c) $[-1, 0] \cup]2, 5]$, (d) $]-\infty, 1[\cup]3, 7[\cup [9, +\infty[$

2 (a) F, (b) F, (c) F (d) V, (e) F, (f) V, (g) F, (h) F, (i) F, (j) F

3 (a) $]-\infty, -1/3[$, (b) $]7/5, +\infty[$, (c) $]-\infty, -2[\cup]1, +\infty[$, (d) $]-\infty, -4] \cup]-5/2, +\infty[$