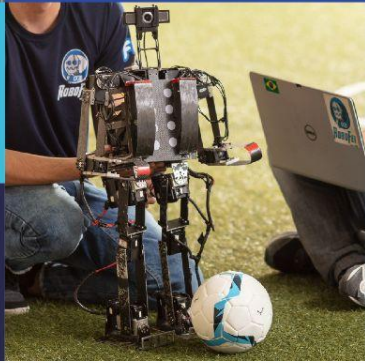




CCP010

Digital Experience





Circuitos Aritméticos

- **Circuitos aritméticos** são componentes usados para realizar operações matemáticas, como adição, subtração, multiplicação e divisão
- Esses circuitos são amplamente aplicados em computadores, microprocessadores, controladores, e outros dispositivos digitais

Circuitos Aritméticos

- Uma função essencial da maioria dos computadores é a realização de operações aritméticas, em especial a **soma binária**
- A partir da soma pode-se executar todas as outras operações aritméticas
- Assim, vamos estudar:
 - **Circuitos Somadores,**
 - **Circuitos Subtratores e**
 - **ULA (Unidade Lógica e Aritmética)**

Circuitos Aritméticos

Circuitos Somadores:

- **Meio Somador** (*Half Adder*): Realiza a soma de dois bits (**A** e **B**), gerando uma soma (**S**) e um carry (**C**)
- **Somador completo** (*Full Adder*): Realiza a soma de três bits (**A**, **B** e **carry de entrada**), também gerando uma soma e um carry de saída
- **Somador Paralelo** (*Carry Ripple Adder*): Conjunto de somadores completos conectados para somar números de múltiplos bits

Circuitos Somadores

Meio Somador (*Half Adder - HA*):

- Um meio somador é um componente de um bloco operacional que adiciona dois bits (**A** e **B**) e gera uma soma (**S**) e um bit de transporte de *vai um - carry* (**C**)
- Relembrando, no caso da base binária, a **soma** de somente dois bits pode resultar em apenas 3 casos:
 - $0 + 0 = 0$
 - $1 + 0 = 1$
 - $1 + 1 = 10$ ^{$C=1$} resultado (S): **0** + *carry* **1** para a próxima posição

Circuitos Somadores

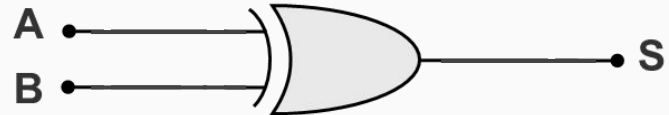
Meio Somador (*Half Adder - HA*):

- Colocando as possibilidades na Tabela-Verdade:

A	B		S	C
0	0		0	0
0	1		1	0
1	0		1	0
1	1		0	1

A e B: bits de entrada S: resultado (Soma)
C: carry

Olhando o resultado da **soma**, coluna **S**, podemos verificar o comportamento de uma porta **XOR**



Circuitos Somadores

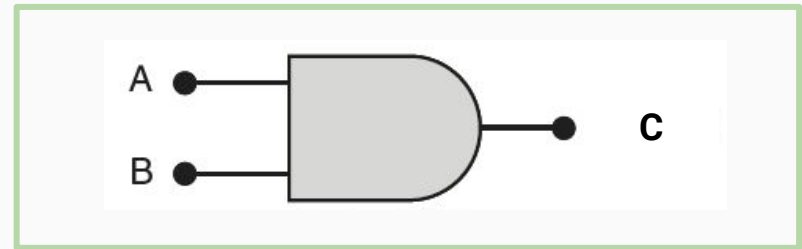
Meio Somador (*Half Adder - HA*):

- Colocando as possibilidades na Tabela-Verdade:

A	B		S	C
0	0		0	0
0	1		1	0
1	0		1	0
1	1		0	1

A e B: bits de entrada S: resultado (Soma)
C: carry

Olhando o resultado do **carry** coluna **C**, podemos verificar o comportamento de uma porta **AND**



Circuitos Somadores

Meio Somador (*Half Adder - HA*):

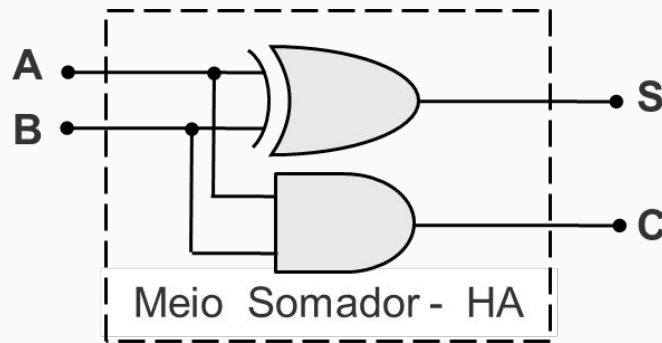
A	B		S	C
0	0		0	0
0	1		1	0
1	0		1	0
1	1		0	1

A e B: bits de entrada

S: resultado

C: carry

O circuito do Meio Somador é, então:



Circuitos Somadores

Meio Somador (*Half Adder - HA*):

A **representação** do Meio Somador (HA) é dada por:



Exemplos:

A = 0

B = 0

S = 0

C = 0

A = 0

B = 1

S = 1

C = 0

A = 1

B = 0

S = 1

C = 0

A = 1

B = 1

S = 0

C = 1

Circuitos Somadores

Somador Completo (*Full Adder - FA*):

- Um somador completo considera a entrada de *vem um* (**Ci – Carry In**), além dos bits de entrada (**A** e **B**), e gera uma soma (**S**) e um bit de transporte de *vai um* (**Co - Carry Out**)

Circuitos Somadores

Somador Completo (*Full Adder - FA*):

Entradas:

A e B: bits de entrada

Ci: *Carry-In*

Saídas

S: soma (resultado)

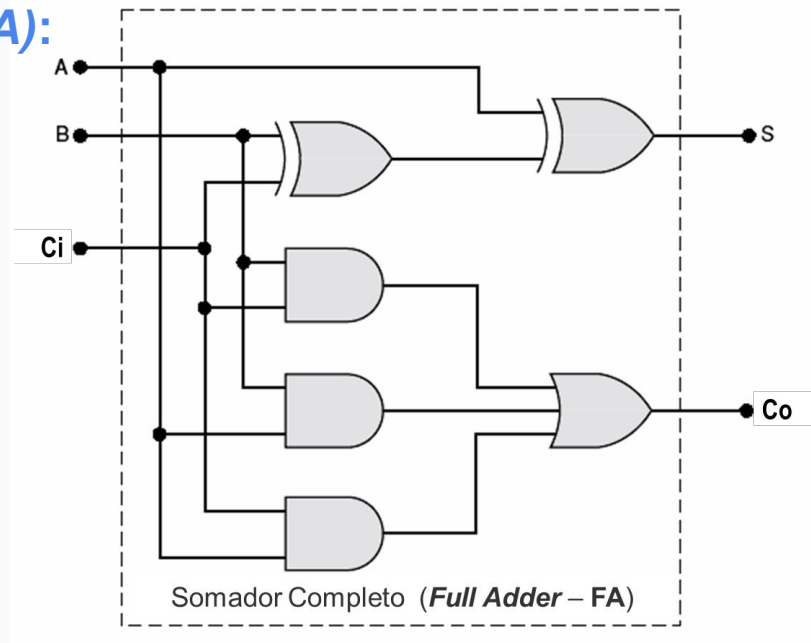
Co: *Carry-Out*

A	B	Ci		S	Co
0	0	0		0	0
0	0	1		1	0
0	1	0		1	0
0	1	1		0	1
1	0	0		1	0
1	0	1		0	1
1	1	0		0	1
1	1	1		1	1

Circuitos Somadores

Somador Completo (*Full Adder - FA*):

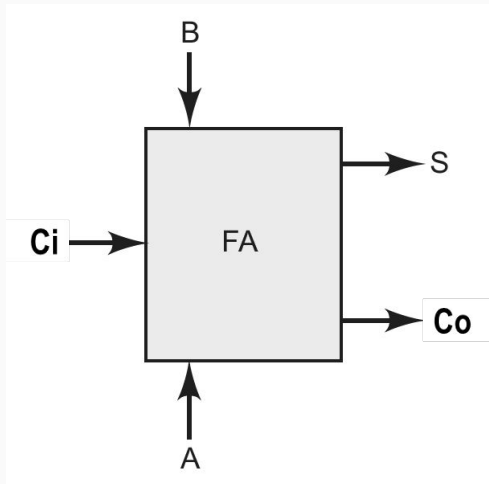
O circuito do Somador Completo pode, então, ser observado na figura ao lado:



Circuitos Somadores

Somador Completo (*Full Adder - FA*):

A **representação** do Somador Completo (FA) é dada por:



Exemplos:

A = 0

B = 0

Ci = 0

S = 0

Co = 0

A = 0

B = 0

Ci = 1

S = 1

Co = 0

A = 1

B = 1

Ci = 1

S = 1

Co = 1

A = 0

B = 1

Ci = 1

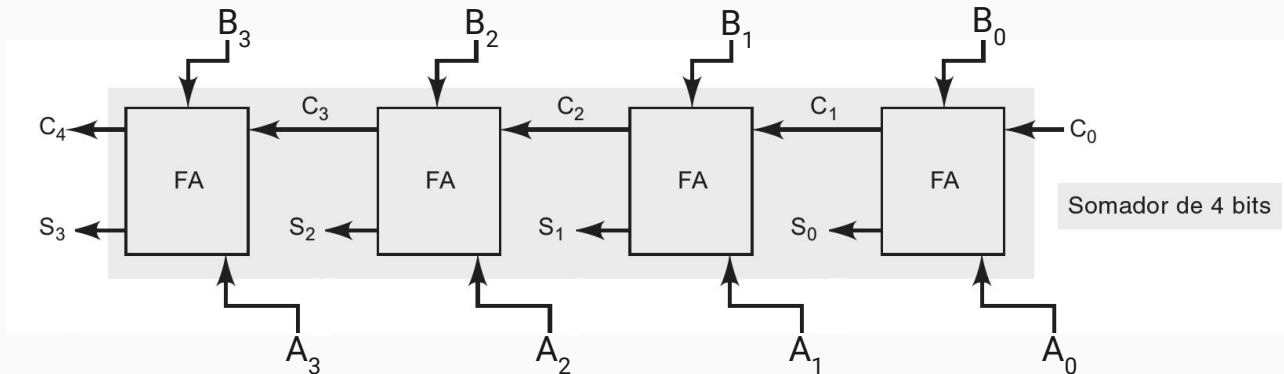
S = 0

Co = 1

Circuitos Somadores

Somador Paralelo:

- Com **4 somadores completos** pode-se fazer um **somador de 4 bits** com propagação do bit de transporte (*carry ripple adder*)

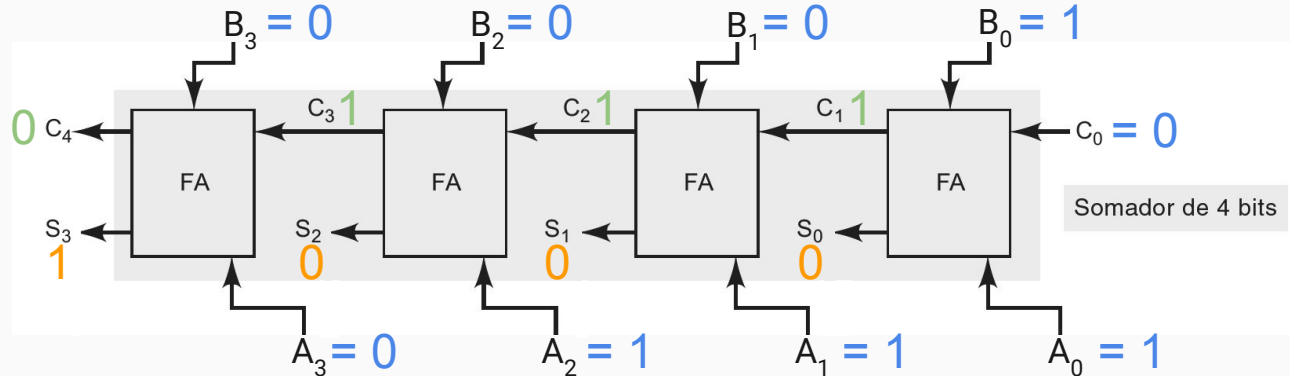


Circuitos Somadores

Tabela Verdade do Somador Completo

A	B	Ci	S	Co
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

Somador Paralelo: Exemplo: $A = 0111$
 $B = 0001$
 $S = 1000$



Circuitos Somadores

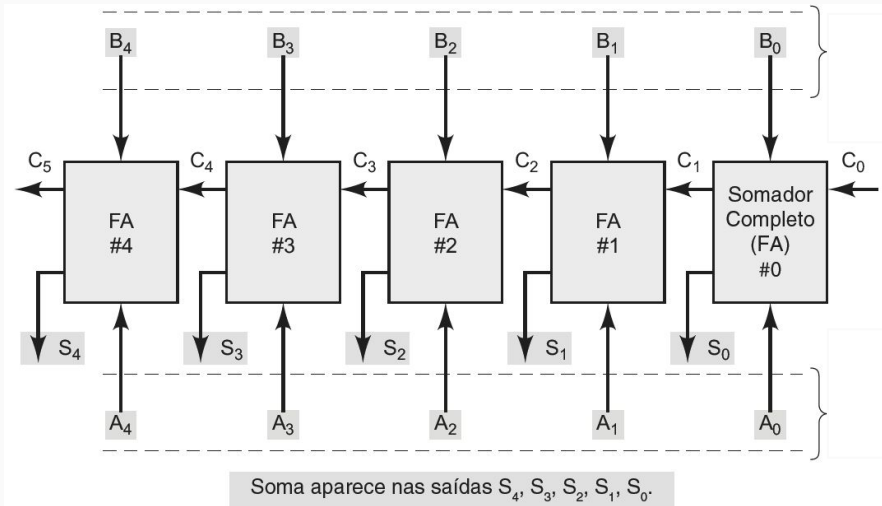
Tabela Verdade do Somador Completo

A	B	Ci	S	Co
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

Exercício: Considere os seguintes níveis nas entradas de um somador paralelo completo de **5 bits**: **A = 01001**; **B = 00111**; **C₀ = 0**

a) Qual é o nível lógico na saída do somador completo (FA) #2?

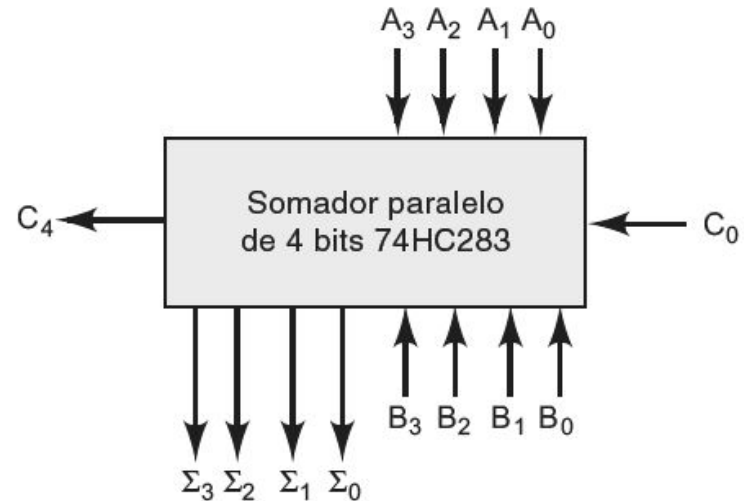
b) Qual é o nível lógico na saída C₅?



Circuitos Somadores

Somador Paralelo:

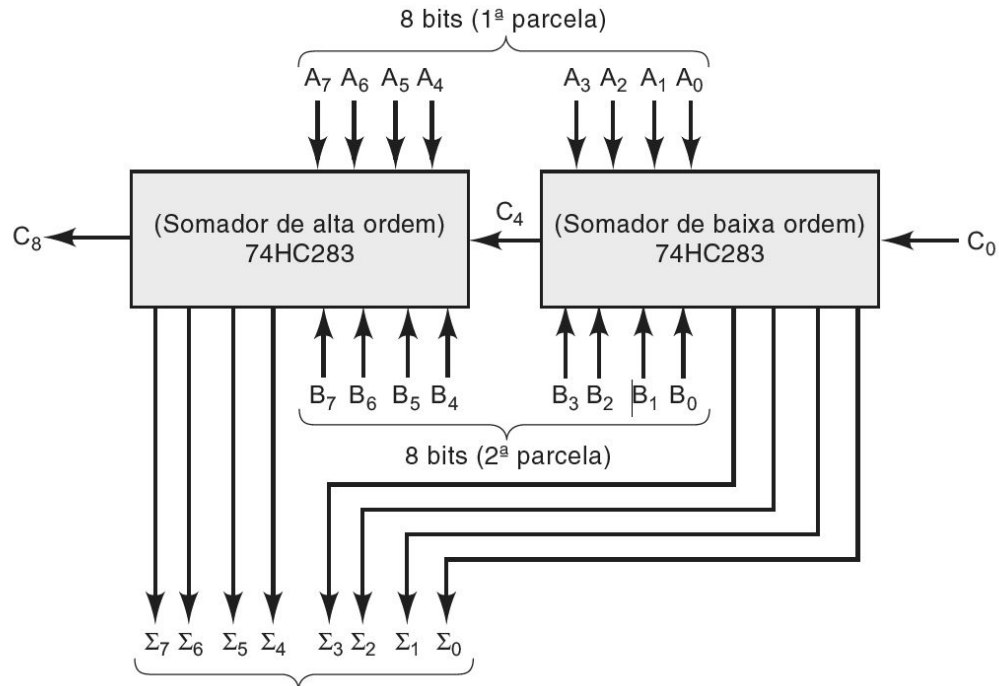
- Símbolo do **somador paralelo de 4 bits**:
- Mesmo funcionamento do circuito anterior, em uma representação mais compacta



Circuitos Somadores

Conexão em Cascata:

- Conexão de 2 ou mais somadores paralelos
- Exemplo: Fazer um somador de **8 bits** com 2 somadores de **4 bits**:



Circuitos Somadores

Exercício: Determine os níveis lógicos nas entradas e saídas do somador de **8 bits** construído a partir da junção de 2 somadores de 4 bits (conexão cascata), em que 72_{10} é somado com 137_{10}

Etapas da solução:

1º Conversão dos números para binário

2º Colocar os 2 números nas entradas A e B do somador

3º Realizar as operações começando de A_0 e B_0 até chegar no A_7 e B_7 . Não se esquecer dos *Carries*

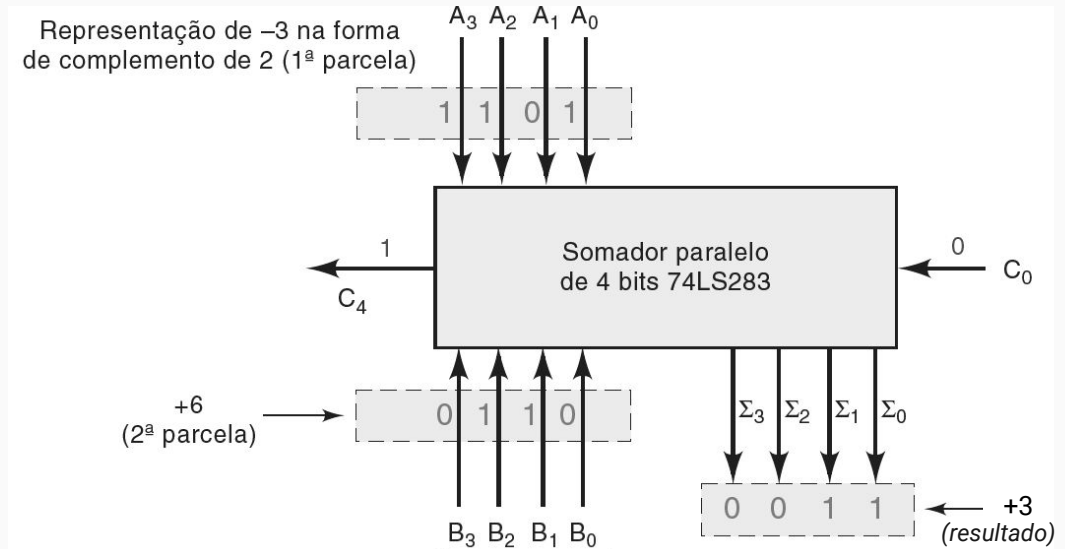
Circuitos Subtratores

- A maioria dos computadores modernos usa o **sistema de complemento de 2** para representar números negativos e realizar subtrações
- As operações de **adição** e **subtração** de números com sinal podem ser realizadas apenas com a **operação de adição se utilizarmos a forma do complemento de 2** para representar números negativos

Circuitos Subtratores

- Os números **positivos** e **negativos** podem ser somados em um **circuito somador paralelo** se os números negativos estiverem em **complemento de 2**

Exemplo: A subtração **(6 - 3)** pode ser realizada como a adição de **-3** com **+6**:



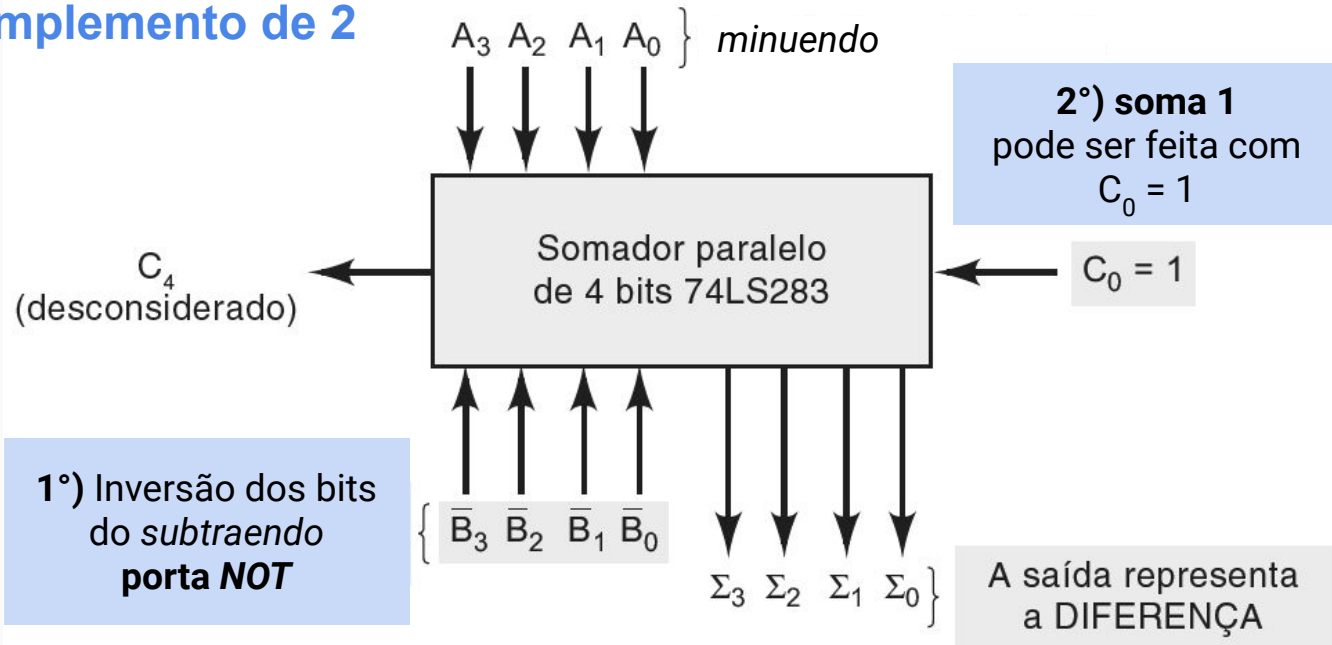


Circuitos Subtratores

- O circuito do somador paralelo poderá ser adaptado para realizar a subtração se conseguirmos obter o complemento de 2 do subtraendo
- O complemento de 2 de um número binário é obtido por meio do complemento (inversão) de cada bit, seguindo-se da soma de 1

Circuitos Subtratores

Complemento de 2



Circuitos Subtratores

Exemplo: **(4 - 6): resultado -2**

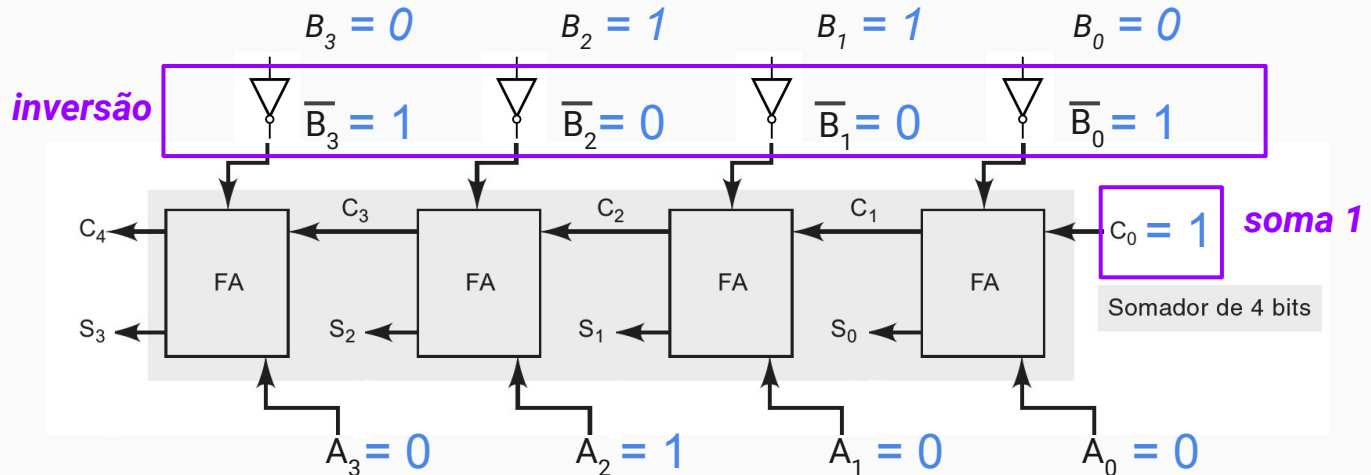
1. Conversão de $+4_{10}$ para binário 0100_2 e inserção na entrada A
2. Conversão de $+6_{10}$ para binário: 0110_2
3. Os bits de 0110_2 são invertidos (1001_2) utilizando porta lógica *NOT*
4. Os bits invertidos são inseridos na entrada B
5. Valor 1 é atribuído a C_0
6. Operações realizadas pelo somador paralelo completo

Circuitos Subtratores

Tabela Verdade do Somador Completo

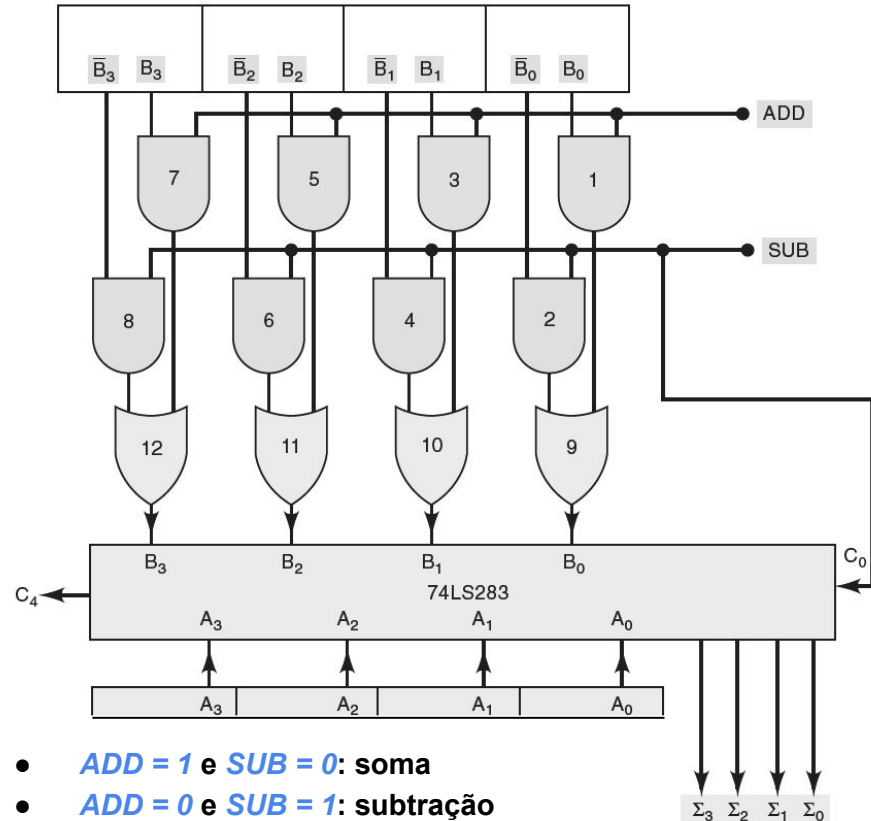
A	B	Ci	S	Co
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

$$A = 0100_2 (+4_{10}) \text{ e } B = 0110_2 (+6_{10})$$



Soma e Subtração Combinadas

- Circuitos como o *somador/subtrator* exibido ao lado são usados em computadores porque proporcionam um modo relativamente simples de somar e subtrair números binários com sinal



Circuitos Aritméticos

- **Exercício para entrega**

Exercício 01: Modifique o circuito mostrado no slide anterior (Somador/Subtrator) de modo que uma única entrada de controle, X , seja usada em vez de ADD e SUB . O circuito deve funcionar como somador, quando $X = 0$, e como subtrator, quando $X = 1$. Em seguida, simplifique cada conjunto de portas.

Circuitos Aritméticos

- **Exercício para entrega**

Exercício 02: Utilizando o somador de 4 bits juntamente com o novo circuito de seleção (somador $X = 0$ e subtrator $X = 1$) implementado no exercício anterior, projete um circuito capaz de realizar operações de soma e subtração para números de 8 bits.