Funções dadas por várias sentenças

Exemplo 1. Considere a função
$$f(x) = \begin{cases} x, & \text{se } x \geq 0 \\ -x, & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

Para esboçar o gráfico de f considere as funções y = x e y = -x:

x	y = x
0	0
1	1

x	y = -x
0	0
1	-1

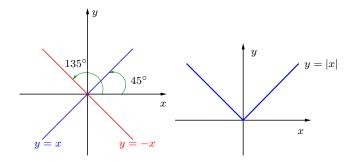


FIGURA 1. A função módulo

Obs. A função acima é a função módulo: f(x)=|x|. O domínio de $f\in\mathbb{R}$ e sua imagem é $[0,+\infty[$.

Obs.
$$\sqrt{x^2} = |x|$$

Exemplo 2. Seja
$$f(x) = \begin{cases} 2x+1, & \text{se } x > 1 \\ x^2, & \text{se } x \le 1 \end{cases}$$

Para esboçar o gráfico de f considere as funções y = x e $y = x^2$:

y = x
1
3

raíz	0
vértice	v = (0, 0)
x	$y = x^2$
-1	1
1	1

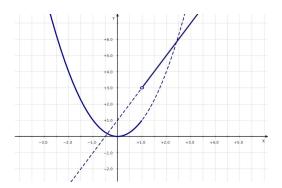


FIGURA 2. Dom $(f) = \mathbb{R}$ e Im $(f) = [0, +\infty[$

Exemplo 3. Seja
$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x, & \text{se } x \le -2 \\ -x^2 - x + 2, & \text{se } x > -2 \end{cases}$$

Para esboçar o gráfico de f considere as funções $y=x^2+2x$ e $y=-x^2-x+2$:

$y = x^2 + 2x$		
raízes	-2 e 0	
vértice	V = (-1, -1)	

	$y = -x^2 - x + 2$	
	raízes	-2 e 1
ĺ	vértice	v = (-1/2, 9/4)

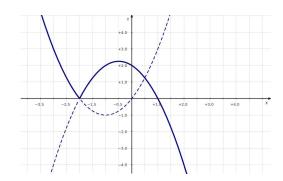


FIGURA 3. $Dom(f) = \mathbb{R}$ e $Im(f) = \mathbb{R}$

$$y = |x|$$
 Exemplo 4. Considere a função $f(x) = \begin{cases} 4x + 3, & \text{se } x \ge 1/2 \\ 5, & \text{se } x < 1/2 \end{cases}$

Funções auxiliares: g(x)=4x+3 (gráfico de g é uma reta inclinada) e h(x)=3 (gráfico de h é uma reta horizontal). Para o gráfico de g bastam dois pontos:

	P		A
\boldsymbol{x}	g(x)		y
0	3		
0 - 3/4	0		
		5	/
			/ 1
		,′	
			<u> </u>
		7/3/4	$\frac{1}{2}$ x
		<i>,</i>	

Figura 4. $Dom(f) = \mathbb{R}$ e $Im(f) = [5, +\infty[$

Exercícios de revisão

1 Esboce os gráficos das seguintes funções indicando domínio, imagem, intersecções com os eixos coordenados e vértices, se houver:

(a)
$$f(x) = \begin{cases} -x^2 - x, & \text{se } x < 0 \\ x^2, & \text{se } x \ge 0 \end{cases}$$

(b)
$$f(x) = \begin{cases} x - 4, & \text{se } x \le 1 \\ -x^2 + 2x + 3, & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

(c)
$$f(x) = \begin{cases} x, & \text{se } x \le 2 \\ x+1, & \text{se } x > 2 \end{cases}$$

(d)
$$f(x) = \begin{cases} x+1, & \text{se } x < -1 \\ x^2 - 1, & \text{se } -1 \le x \le 1 \\ -x+1, & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

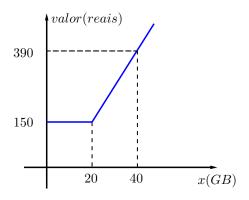
2 Um plano de internet móvel custa R\$ 150,00 por mês para download de até 20 GB/mês, com um adicional de R\$ 12,00 para cada GB excedente no mês. Determine uma função que representa a conta mensal do usuário em termos da quantidade de download efetuado, medido em GB. Esboce o gráfico.

(c)
$$]-\infty, 2] \cup]3, +\infty[$$

(b)
$$]-\infty,4]$$

(d)
$$]-\infty,0]$$

$$valor(x) = \begin{cases} 150, & \text{se } 0 \le x \le 20 \\ 150 + 12(x - 20), & \text{se } x > 20 \end{cases}$$



Os gráficos do exercício 1 são os seguintes:

