Fatec São José dos Campos Prof. Jessen Vidal

Centro Paula Souza

GOVERNO DO ESTADO SÃO PAULO

VII- INTERVALOS DE CONFIANÇA

Profa. Dra. Nanci de Oliveira

INTRODUÇÃO

* Os resultados de uma pesquisa devem ser interpretados dentro de um intervalo que estabelece limites em torno da estimativa obtida: o chamado INTERVALO DE CONFIANÇA.
- ✓ Portanto, intervalo de confiança é uma forma de apresentar estimativas de parâmetros populacionais desconhecidos, como a média e a proporção, utilizando-se amostras.
- ✓ Um intervalo de confiança dá um intervalo ou âmbito de valores centrado na estatística amostral (média ou proporção) no qual julgamos estar o parâmetro da população, com erro conhecido.

* http://www.eleicoes.ibopeinteligencia.com.br/Paginas/Intervalo-de-confianca.aspx

TIPOS DE ESTIMATIVA

Uma estimativa pode ser pontual ou intervalar:

- **Estimativa pontual:** Estimativa única de um parâmetro populacional (média ou proporção).
- **Estimativa intervalar:** Dá um intervalo de valores possíveis, no qual se admite esteja o parâmetro populacional. (É o que vamos abordar neste estudo).

FORMA DO INTERVALO DE CONFIANÇA

- ✓ Qualquer intervalo de confiança compreende duas partes:
  1. Um INTERVALO calculado a partir dos dados conhecidos (da amostra e/ou da população).
  2. Um NÍVEL DE CONFIANÇA.
- ✓ O **intervalo de confiança**, em geral, tem a seguinte forma:

ESTIMATIVA (MÉDIA OU PROPORÇÃO) ± margem de erro

GRAU OU NÍVEL DE CONFIANÇA

- ✓ **Indica a probabilidade de o método dar uma resposta correta.**
- ✓ É utilizado, nas fórmulas, em forma decimal. **Exemplo:** um nível de 95% de confiança corresponde a 0,95.
- ✓ Podemos escolher o nível de confiança, em geral 90% ou mais, porque desejamos estar bastante certos de nossas conclusões.

* **O nível de confiança de uma pesquisa é estabelecido de comum acordo entre o cliente e o instituto, entretanto, o mais usual é trabalhar com intervalos com 95% de confiança.**

* http://www.eleicoes.ibopeinteligencia.com.br/Paginas/Intervalo-de-confianca.aspx

MARGEM DE ERRO

O erro num intervalo de estimação diz respeito ao desvio (diferença) entre a média amostral e a verdadeira média da população.

EXEMPLO DE INTERVALO DE CONFIANÇA *

- ✓ Considerando uma margem de erro de 3 pontos percentuais para o candidato A, com estimativa de intenção de voto fixada em 30%, por exemplo, **o intervalo de confiança dele, com uma** confiabilidade de 95%, seria **de 27% a 33%** ou **30% ± 3%.**
- ✓ Isso significa dizer que, considerando o mesmo modelo amostral, se 100 amostras forem tiradas da população, em pelo menos 95 delas o índice deste candidato deverá variar entre 27% e 33%, mas em 5 os resultados serão diferentes deste intervalo.

* http://www.eleicoes.ibopeinteligencia.com.br/Paginas/Intervalo-de-confianca.aspx

INTERVALOS DE CONFIANÇA PARA AMOSTRA ≥ 30

- ✓ Para ***AMOSTRAS MAIORES OU IGUAIS A 30,*** utilizamos ***a aproximação normal***.

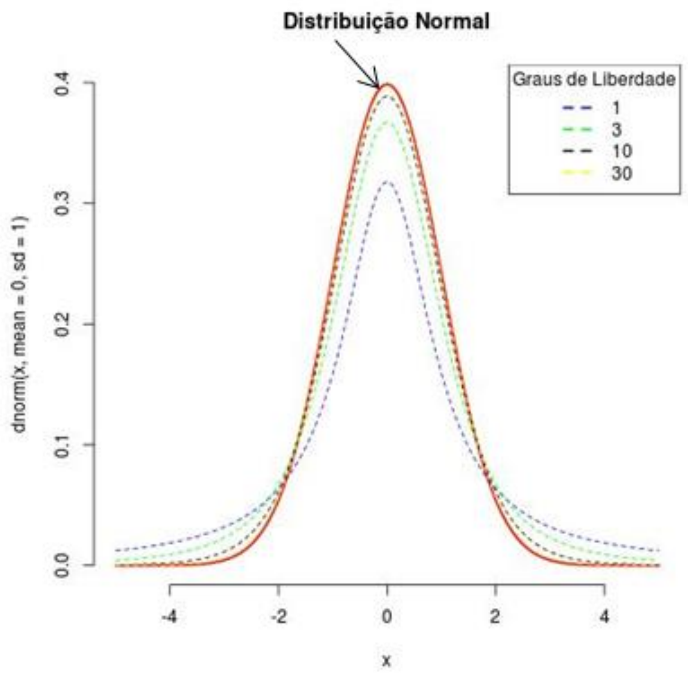
- ✓ O **grau de confiança** desejado aparece nas fórmulas substituindo pelo valor correspondente de **Z da tabela de DISTRIBUIÇÃO NORMAL PADRONIZADA.**

INTERVALOS DE CONFIANÇA PARA AMOSTRA < 30

- ✓ Para ***AMOSTRAS MENORES QUE 30***, a aproximação normal não é adequada. Utilizamos a **Distribuição t de STUDENT** (**W. S. Gossett**).
- ✓ Para usar uma tabela t, devemos conhecer:
  - o *nível de confiança* desejado
  - o *número de graus de liberdade*
- ✓ O **GRAU DE LIBERDADE** é dado por **n-1**, onde **n = tamanho da amostra.**

DISTRIBUIÇÃO T DE STUDENT

- ✓ Graficamente, **a Distribuição t de Student se parece muito com a distribuição normal**, sendo simétrica e em forma de sino, com caudas mais largas (maior variabilidade), típicas de amostras de menores tamanhos.
- ✓ Para tamanhos de amostras maiores, mais próxima será a Distribuição "t"de *Student* da Distribuição Normal.



TIPOS DE ESTIMATIVA

1. Estimativa para média de uma população.
2. Estimativa de proporção de uma população.

1- ESTIMATIVA DE MÉDIA DE UMA POPULAÇÃO

O método usado para estimar a média de uma população depende do fato do desvio padrão da população ser ou não conhecido:

- ✓ *A letra* ***σ*** *é utilizada para* ***desvio padrão da população.***
- ✓ *A letra* ***s*** *é utilizada para* ***desvio padrão da amostra.***

Para cada problema de estimativa de média deve-se:

- ✓ **Consultar o FLUXOGRAMA (ANEXO) antes de encontrar a fórmula adequada para cada problema;**
- ✓ Utilizar o **FORMULÁRIO de Estimativa de Médias (ANEXO);**
- ✓ Utilizar a **TABELA de Distribuição Normal** **ou** **TABELA de Distribuição t de Student,** conforme **FLUXOGRAMA (ANEXO).**

EXEMPLO 1 – ESTIMATIVA DE MÉDIA

Que tamanho de amostra será necessário para produzir um intervalo de 90% de confiança para a verdadeira média populacional, com erro de 1 em qualquer dos sentidos, se o desvio padrão da população é 10?

SOLUÇÃO:

Desvio padrão da população σ = 10 é conhecido.

O erro e = 1 é conhecido.

O tamanho da população N não é conhecido.

Temos que usar a Fórmula destacada abaixo. (Formulário - SLIDE 35)

ESTIMATIVA de MÉDIAS	População Infinita	População Finita
Tamanho da amostra σ desvio padrão da população	$n = \left(\frac{z \cdot \sigma}{e}\right)^2$	$n = \frac{z^2 \cdot \sigma^2 \cdot N}{z^2 \cdot \sigma^2 + e^2 \cdot (N-1)}$
Tamanho da amostra s desvio padrão da amostra	$n = \left(\frac{t \cdot s}{e}\right)^2$	$n = \frac{t^2 \cdot s^2 \cdot N}{t^2 \cdot s^2 + e^2 \cdot (N-1)}$

Falta o valor de z.

TABELA DE DISTRIBUIÇÃO NORMAL

z_0	0	1	2	3	4	5	6
0,0	0,0000	0,0040	0,0080	0,0120	0,0160	0,0199	0,0239
0,1	0,0398	0,0438	0,0478	0,0517	0,0557	0,0596	0,0636
0,2	0,0793	0,0832	0,0871	0,0910	0,0948	0,0987	0,1026
0,3	0,1179	0,1217	0,1255	0,1293	0,1331	0,1368	0,1406
0,4	0,1554	0,1591	0,1628	0,1664	0,1700	0,1736	0,1772
0,5	0,1915	0,1950	0,1985	0,2019	0,2054	0,2088	0,2123
0,6	0,2257	0,2291	0,2324	0,2357	0,2389	0,2422	0,2454
0,7	0,2580	0,2611	0,2642	0,2673	0,2703	0,2734	0,2764
0,8	0,2881	0,2910	0,2939	0,2967	0,2995	0,3023	0,3051
0,9	0,3159	0,3186	0,3212	0,3238	0,3264	0,3289	0,3315
1,0	0,3413	0,3438	0,3461	0,3485	0,3508	0,3531	0,3554
1,1	0,3643	0,3665	0,3686	0,3708	0,3729	0,3749	0,3770
1,2	0,3849	0,3869	0,3888	0,3907	0,3925	0,3944	0,3962
1,3	0,4032	0,4049	0,4066	0,4082	0,4099	0,4115	0,4131
1,4	0,4192	0,4207	0,4222	0,4236	0,4251	0,4265	0,4279
1,5	0,4332	0,4345	0,4357	0,4370	0,4382	0,4394	0,4406
1,6	0,4452	0,4463	0,4474	0,4484	0,4495	0,4505	0,4515
1,7	0,4554	0,4564	0,4573	0,4582	0,4591	0,4599	0,4608
1,8	0,4641	0,4649	0,4656	0,4664	0,4671	0,4678	0,4686
1,9	0,4713	0,4719	0,4726	0,4732	0,4738	0,4744	0,4750

Consultando a Tabela de DISTRIBUIÇÃO NORMAL para encontrar o valor de z da fórmula (do tamanho da amostra):

90% de confiança (90% de área): 90/2 = 45%

→ 45% de área distribuídos em torno da média;

→ 45% = 45/100 = 0,45 = 0,4500

→ P(Z) = 0,4500 (área em azul);

→ Valores mais próximos de 0,4500 na tabela:

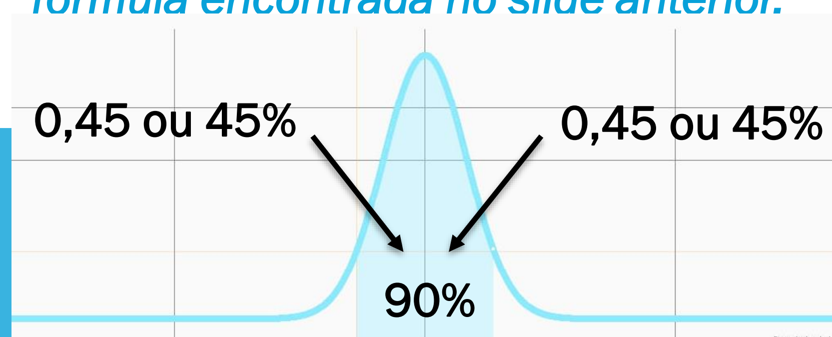
0,4495 (menor que 0,4500)

0,4505 (maior que 0,4500)

→ Usamos o valor maior mais próximo para achar z :

z = 1,65

Agora é só substituir os dados conhecidos na fórmula encontrada no slide anterior.



Dados conhecidos:

- ✓ *90% de confiança → z = 1,65 (Tabela de Distribuição Normal)*
- ✓ *Erro: e = 1*
- ✓ *Desvio padrão população: σ = 10*

Tamanho da amostra - Formulário – SLIDE 12 e 35:

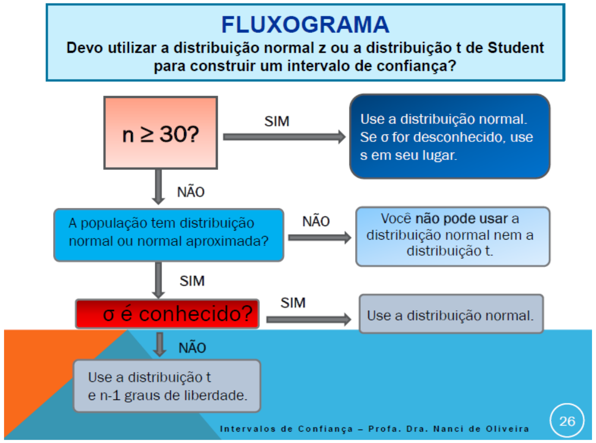
$$n = \frac{z^2 \sigma_x^2}{e^2} \Rightarrow n = \left(\frac{1{,}65.10}{1{,}0} \right)^2 = 272{,}25 \cong 273 \Rightarrow \boldsymbol{n = 273}$$

Portanto, o tamanho da amostra deve ser 273.

EXEMPLO 2 – ESTIMATIVA DE MÉDIA

Determine um intervalo de 95% de confiança para Média $\bar{X} = 15$, desvio padrão da população $\sigma = 2$, tamanho da amostra $n = 100$ e tamanho da população $N = 1000$.

SOLUÇÃO:



Média: $\bar{X} = 15$

Desvio padrão da população: $\sigma = 2$ é conhecido.

Tamanho da amostra: $n = 100$

Tamanho da população: $N = 1000$

Sempre que o tamanho da amostra n é conhecido, devemos começar utilizando o FLUXOGRAMA ANEXO (SLIDE 34):

Amostra $n = 100 > 30 \Rightarrow$ Usa-se a Tabela de Distribuição Normal z.

Formulário anexo (SLIDE 35):

- ✓ Utilizar a fórmula que tiver z (porque a Distribuição é Normal).
- ✓ Utilizar a fórmula que tiver N (tamanho da população).

ESTIMATIVA de MÉDIAS	População Infinita	População Finita
Média intervalar σ desvio padrão da população	$\overline{X} \pm z\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$	$\overline{X} \pm z\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$
Média intervalar s desvio padrão da amostra	$\overline{X} \pm t\frac{s}{\sqrt{n}}$	$\overline{X} \pm t\frac{s}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$

Temos que usar a Fórmula destacada ao lado. (Formulário - SLIDE 35)

Falta o valor de z.

Fórmula – SLIDE 35 – Intervalo de confiança para a média:

$$\overline{X} \pm z\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

TABELA DE DISTRIBUIÇÃO NORMAL

z_0	0	1	2	3	4	5	6
0,0	0,0000	0,0040	0,0080	0,0120	0,0160	0,0199	0,0239
0,1	0,0398	0,0438	0,0478	0,0517	0,0557	0,0596	0,0636
0,2	0,0793	0,0832	0,0871	0,0910	0,0948	0,0987	0,1026
0,3	0,1179	0,1217	0,1255	0,1293	0,1331	0,1368	0,1406
0,4	0,1554	0,1591	0,1628	0,1664	0,1700	0,1736	0,1772
0,5	0,1915	0,1950	0,1985	0,2019	0,2054	0,2088	0,2123
0,6	0,2257	0,2291	0,2324	0,2357	0,2389	0,2422	0,2454
0,7	0,2580	0,2611	0,2642	0,2673	0,2703	0,2734	0,2764
0,8	0,2881	0,2910	0,2939	0,2967	0,2995	0,3023	0,3051
0,9	0,3159	0,3186	0,3212	0,3238	0,3264	0,3289	0,3315
1,0	0,3413	0,3438	0,3461	0,3485	0,3508	0,3531	0,3554
1,1	0,3643	0,3665	0,3686	0,3708	0,3729	0,3749	0,3770
1,2	0,3849	0,3869	0,3888	0,3907	0,3925	0,3944	0,3962
1,3	0,4032	0,4049	0,4066	0,4082	0,4099	0,4115	0,4131
1,4	0,4192	0,4207	0,4222	0,4236	0,4251	0,4265	0,4279
1,5	0,4332	0,4345	0,4357	0,4370	0,4382	0,4394	0,4406
1,6	0,4452	0,4463	0,4474	0,4484	0,4495	0,4505	0,4515
1,7	0,4554	0,4564	0,4573	0,4582	0,4591	0,4599	0,4608
1,8	0,4641	0,4649	0,4656	0,4664	0,4671	0,4678	0,4686
1,9	0,4713	0,4719	0,4726	0,4732	0,4738	0,4744	0,4750
2,0	0,4772	0,4778	0,4783	0,4788	0,4793	0,4798	0,4803

Consultando a Tabela de DISTRIBUIÇÃO NORMAL para encontrar o valor de z da fórmula (do tamanho da amostra):

95% de confiança (95% de área): 95/2 = 47,5%

→ 47,5% distribuídos em torno da média;

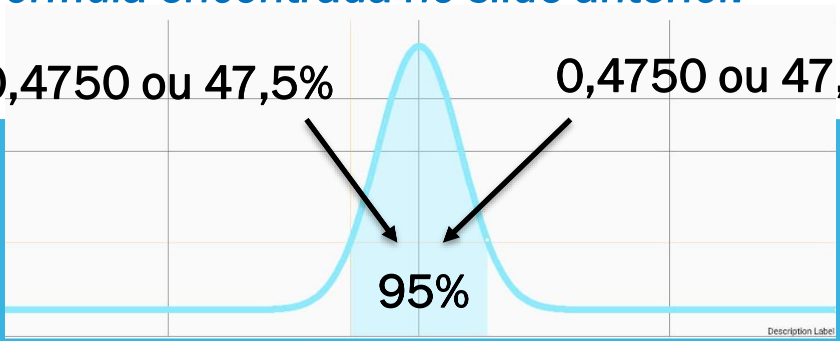
→ 47,5% = 47,5/100 = 0,475 = 0,4750

→ 0,4750 (metade da área azul);

→ Valor 0,4750 na tabela

→ z = 1,96

Agora é só substituir os dados conhecidos na fórmula encontrada no slide anterior.



Média: $\bar{X}$ = 15
Desvio padrão da população: σ = 2
Tamanho da amostra: n = 100
Tamanho da população: N = 1000

Intervalo de confiança = MÉDIA INTERVALAR (Formulário – SLIDE 16 e 35):

$$\bar{x} \pm z \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

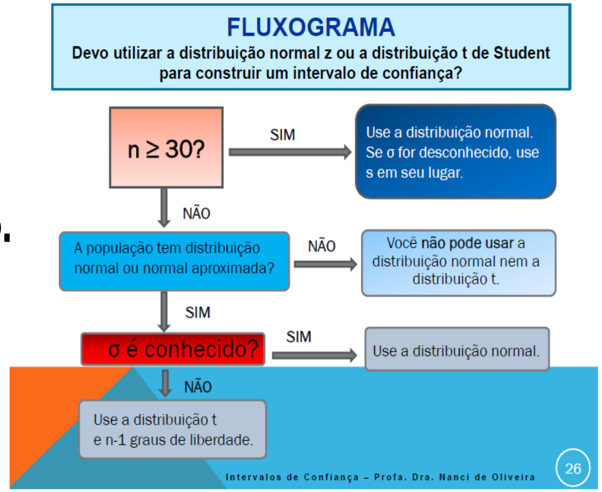
$$\Rightarrow \quad 15,0 \pm 1,96 \frac{2,0}{\sqrt{100}} \sqrt{\frac{1000-100}{1000-1}} \quad \Rightarrow \qquad \mathbf{15 \pm 0,37 \ \text{ ou } \ 14,63 \text{ a } 15,37}$$

Portanto, o intervalo de 95% de confiança é 15 ± 0,37 ou 14,63 a 15,37.

EXEMPLO 3 – ESTIMATIVA DE MÉDIA

Determine um intervalo de 95% de confiança para média, sabendo-se que a média da amostra $\overline{X} = 15$, o desvio padrão da amostra $s = 2$, o tamanho da amostra $n = 16$ e o tamanho da população $N = 200$. Sabe-se que a distribuição pode ser aproximada pela normal.

SOLUÇÃO:



Média: $\overline{X} = 15$

Desvio padrão da amostra: $s = 2 \Rightarrow \sigma$ é desconhecido.

Tamanho da amostra: $n = 16$

Tamanho da população: $N = 200$

Sempre que o tamanho da amostra n é conhecido, devemos começar utilizando o FLUXOGRAMA ANEXO (SLIDE 34):

Amostra $n = 16 \geq 30$? NÃO $\Rightarrow$

A distribuição é normal aproximada? SIM $\Rightarrow \sigma$ é conhecido ? NÃO $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ Use a Distribuição t de Student e n-1 graus de liberdade.

Formulário anexo (SLIDE 30):

- ✓ Utilizar a fórmula que tiver t (pois a Distribuição é t de Student).
- ✓ Utilizar a fórmula que tiver N (tamanho da população).

ESTIMATIVA de MÉDIAS	População Infinita	População Finita
Média intervalar σ desvio padrão da população	$\overline{X} \pm z\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$	$\overline{X} \pm z\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$
Média intervalar s desvio padrão da amostra	$\overline{X} \pm t\frac{s}{\sqrt{n}}$	$\overline{X} \pm t\frac{s}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$

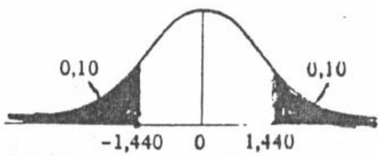
Temos que usar a Fórmula destacada ao lado.
(Formulário - SLIDE 30)

Falta o valor de t.

Fórmula – SLIDE 30 – Intervalo de confiança para a média ou média intervalar :

$$\overline{X} \pm t\frac{s}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

TABELA t de Student



Probabilidades
(ou áreas sob a curva da distribuição t)

Área numa cauda	0,10	0,05	0,025	0,01	0,005
Área em duas caudas	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01
Graus de liberdade	Valores de t				
1	3,078	6,314	12,[illegible]06	31,821	63,657
2	1,886	2,920	4,[illegible]03	6,965	9,925
3	1,638	2,353	3,[illegible]82	4,541	5,841
4	1,533	2,132	2,[illegible]76	3,747	4,604
5	1,476	2,015	2,[illegible]71	3,365	4,032
6	1,440	1,943	2,[illegible]47	3,143	3,707
7	1,415	1,895	2,[illegible]65	2,998	3,499
8	1,397	1,860	2,[illegible]06	2,896	3,355
9	1,383	1,833	2,[illegible]62	2,821	3,250
10	1,372	1,812	2,[illegible]28	2,764	3,169
11	1,363	1,796	2,[illegible]01	2,718	3,106
12	1,356	1,782	2,[illegible]79	2,681	3,055
13	1,350	1,771	2,[illegible]60	2,650	3,012
14	1,345	1,761	2,[illegible]45	2,624	2,977
15	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947
16	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921
17	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898
18	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878

Consultando a Tabela de DISTRIBUIÇÃO t de STUDENT para encontrar o valor de t da fórmula (do SLIDE ANTERIOR):

95% de CONFIANÇA corresponde a 95% de área próxima da média da curva.

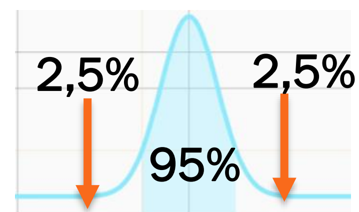
→ Fazemos 100% - 95% = 5% (é o que sobra para a área das 2 caudas).

→ Área em duas caudas = 5% = 5/100 = 0,05

→ Área numa cauda =

= Área em cada uma das caudas = 2,5% =

= 2,5/2 = 0,025



GRAUS DE LIBERDADE :

n - 1 = 16 – 1 = 15

Com base no grau de confiança e no grau de liberdade, localizamos t na tabela t de student :

t = 2,131

Agora é só substituir os dados conhecidos na fórmula encontrada no slide anterior.

Desvio padrão da amostra: s = 2 $\Rightarrow$ σ é desconhecido.
Média: $\bar{X} = 15$
Tamanho da amostra: n = 16
Tamanho da população: N = 200
t = 2,131

Intervalo de confiança para a média - Fórmula – SLIDE 20 e 35 :

$$\overline{X} \pm t\frac{S_x}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \quad \Rightarrow \quad 5 \pm 2{,}131 \cdot \frac{2}{\sqrt{16}} \cdot \sqrt{\frac{200-16}{200-1}} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad 5 \pm 2{,}131 \cdot \frac{2}{4} \cdot \sqrt{\frac{184}{199}} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{15 \pm 1{,}02} \quad \textbf{ou} \quad \mathbf{13{,}98 \text{ a } 16{,}02}$$

Portanto, o intervalo de 95% de confiança é 15 $\pm$ 1,02 .

2- ESTIMATIVA DE PROPORÇÃO NUMA POPULAÇÃO

- ✓ A estimativa de proporções populacionais é muito semelhante à de médias populacionais.
- ✓ Para construir intervalos de confiança, determinar o tamanho da amostra e calcular erros de estimativas de proporções, vamos trabalhar com um processo que utiliza amostras grandes ($n \geq 30$), portanto, vamos utilizar sempre a DISTRIBUIÇÃO NORMAL.
- ✓ Como vamos utilizar a Distribuição Normal, não é necessário consultar o FLUXOGRAMA nas estimativas de proporção. Basta consultar o FORMULÁRIO (SLIDE 36).
- ✓ Para pequenas amostras é adequado o processo gráfico.

Sob condições de COMPLETA INCERTEZA, pode-se admitir inicialmente a proporção igual a 50% ou 0,5, o que revelará maior quantidade de erro possível.

Para cada problema de estimativa de proporção, utiliza-se:

- O **Formulário de Estimativa de Proporção (ANEXO);**
- A **Tabela de Distribuição Normal (ANEXO).**
- **Vamos utilizar a fórmula $p = \frac{x}{n}$ para a proporção, onde**

x = parte da amostra com determinada característica e
n = tamanho da amostra

EXEMPLO 1 – ESTIMATIVA DE PROPORÇÃO

Determine um intervalo de 98% de confiança para a verdadeira proporção populacional, para $\mathbf{p} = \dfrac{\mathbf{50}}{\mathbf{200}}$

SOLUÇÃO:

- ✓ **Nível de confiança: 98%**
- ✓ Proporção: $\boldsymbol{p} = \dfrac{\mathbf{50}}{\mathbf{200}} = \dfrac{\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{n}} \Rightarrow \boldsymbol{n} = \mathbf{200}$
- ✓ *Para determinar o intervalo de confiança para a proporção populacional: Formulário de Estimativa de Proporção (SLIDE 36).*

Formulário anexo (SLIDE 36):

- ✓ Como não foi dado o valor de N (tamanho da população), usamos a fórmula que não aparece N.

ESTIMATIVA de PROPORÇÕES	População Infinita	População Finita
Proporção Intervalar	$\frac{x}{n} \pm z \cdot \sqrt{\frac{\left(\frac{x}{n}\right)\cdot\left(1-\frac{x}{n}\right)}{n}}$	$\frac{x}{n} \pm z \cdot \sqrt{\frac{\left(\frac{x}{n}\right)\cdot\left(1-\frac{x}{n}\right)}{n}} \cdot \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$

Temos que usar a Fórmula destacada ao lado. (Formulário - SLIDE 36)

Falta o valor de z.

Fórmula – SLIDE 36 – Intervalo de confiança para a proporção ou proporção intervalar :

$$\frac{x}{n} \pm z \cdot \sqrt{\frac{\left(\frac{x}{n}\right)\cdot\left(1-\frac{x}{x}\right)}{n}}$$

TABELA DE DISTRIBUIÇÃO NORMAL

z_0	0	1	2	3	4	5	6
0,0	0,0000	0,0040	0,0080	[illegible]	0,0160	0,0199	0,0239
0,1	0,0398	0,0438	0,0478	[illegible]	0,0557	0,0596	0,0636
0,2	0,0793	0,0832	0,0871	[illegible]	0,0948	0,0987	0,1026
0,3	0,1179	0,1217	0,1255	[illegible]	0,1331	0,1368	0,1406
0,4	0,1554	0,1591	0,1628	[illegible]	0,1700	0,1736	0,1772
0,5	0,1915	0,1950	0,1985	[illegible]	0,2054	0,2088	0,2123
0,6	0,2257	0,2291	0,2324	[illegible]	0,2389	0,2422	0,2454
0,7	0,2580	0,2611	0,2642	[illegible]	0,2703	0,2734	0,2764
0,8	0,2881	0,2910	0,2939	[illegible]	0,2995	0,3023	0,3051
0,9	0,3159	0,3186	0,3212	[illegible]	0,3264	0,3289	0,3315
1,0	0,3413	0,3438	0,3461	[illegible]	0,3508	0,3531	0,3554
1,1	0,3643	0,3665	0,3686	[illegible]	0,3729	0,3749	0,3770
1,2	0,3849	0,3869	0,3888	[illegible]	0,3925	0,3944	0,3962
1,3	0,4032	0,4049	0,4066	[illegible]	0,4099	0,4115	0,4131
1,4	0,4192	0,4207	0,4222	[illegible]	0,4251	0,4265	0,4279
1,5	0,4332	0,4345	0,4357	[illegible]	0,4382	0,4394	0,4406
1,6	0,4452	0,4463	0,4474	[illegible]	0,4495	0,4505	0,4515
1,7	0,4554	0,4564	0,4573	[illegible]	0,4591	0,4599	0,4608
1,8	0,4641	0,4649	0,4656	[illegible]	0,4671	0,4678	0,4686
1,9	0,4713	0,4719	0,4726	[illegible]	0,4738	0,4744	0,4750
2,0	0,4772	0,4778	0,4783	[illegible]	0,4793	0,4798	0,4803
2,1	0,4821	0,4826	0,4830	[illegible]	0,4838	0,4842	0,4846
2,2	0,4861	0,4864	0,4868	[illegible]	0,4875	0,4878	0,4881
2,3	[illegible]	[illegible]	[illegible]	$\boxed{0,4901}$	0,4904	0,4906	0,4909
2,4	0,4918	0,4920	0,4922	0,4925	0,4927	0,4929	0,4931

Consultando a Tabela de DISTRIBUIÇÃO NORMAL para encontrar o valor de z da fórmula (do tamanho da amostra):

98% de confiança (98% de área): 98/2 = 49%

→ *49% distribuídos em torno da média;*

→ *49% = 49/100 = 0,49 = 0,4900*

→ *0,4900 (metade da área azul);*

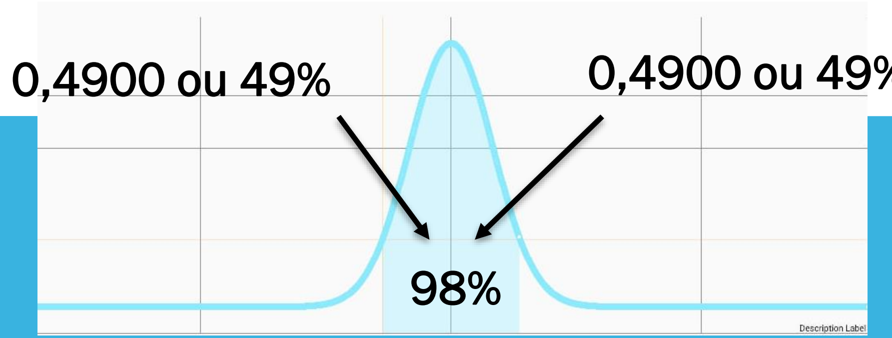
→ ***Valores mais próximos de 0,4900 na tabela:***

- *0,4898*
- *0,4901*

→ *Usamos o valor maior mais próximo de 0,4900, que é 0,4901, para achar z :*

z = 2,33

Agora é só substituir os dados conhecidos na fórmula encontrada no slide anterior.



Grau de confiança de 98% $\Rightarrow$ z =2,33 (da tabela)

Proporção: $p = \dfrac{50}{200} = \dfrac{x}{n} \Rightarrow n = 200$

Intervalo de confiança para a proporção populacional

Fórmula – SLIDE 26 e 36 :

$$\frac{x}{n} \pm z\sqrt{\frac{\left(\frac{x}{n}\right)\left(1-\frac{x}{n}\right)}{n}} \Rightarrow \frac{50}{200} \pm 2,33\sqrt{\frac{\left(\frac{50}{200}\right)\left(1-\frac{50}{200}\right)}{200}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0,25 \pm 2,33\sqrt{\frac{(0,25).(0,75)}{200}}$$

$$\Rightarrow \mathbf{0{,}25} \pm \mathbf{0{,}07} \quad ou \quad \mathbf{25\%} \pm \mathbf{7\%}$$

Portanto, o intervalo de 98% para a proporção é 25% ± 7%.

EXEMPLO 2 – ESTIMATIVA DE PROPORÇÃO

Qual deve ser o tamanho da amostra necessário para obter um intervalo de 95% de confiança para a proporção populacional, se o erro tolerável for de 0,08?

SOLUÇÃO:

- ✓ Tamanho da amostra = ???
- ✓ *Grau de confiança de 95%*
- ✓ Erro: e = 0,08
- ✓ Como não temos informação a respeito da proporção populacional, vamos usar a proporção amostral p = 0,5 ou 50%, conforme SLIDE 24.
- ✓ *Para determinar o tamanho da amostra para a proporção, consultamos o Formulário de Estimativa de Proporção (SLIDE 36).*

Formulário anexo (SLIDE 36):

✓ Como não foi dado o valor de N (tamanho da população), usamos a fórmula que não aparece N.

ESTIMATIVA de PROPORÇÕES	População Infinita	População Finita
Tamanho da amostra	$n = z^2 \cdot \frac{\left(\frac{x}{n}\right)\cdot\left(1-\frac{x}{n}\right)}{e^2}$	$n = \frac{z^2 \cdot \left(\frac{x}{n}\right)\cdot\left(1-\frac{x}{n}\right)\cdot N}{(N-1)\cdot e^2 + z^2 \cdot \left(\frac{x}{n}\right)\cdot\left(1-\frac{x}{n}\right)}$

Temos que usar a Fórmula destacada ao lado.
(Formulário - SLIDE 36)

Falta o valor de z.

Fórmula – SLIDE 36 – Tamanho da amostra :

$$n = z^2 \cdot \frac{\left(\frac{x}{n}\right)\cdot\left(1-\frac{x}{x}\right)}{e^2}$$

TABELA DE DISTRIBUIÇÃO NORMAL

z_0	0	1	2	3	4	5	6
0,0	0,0000	0,0040	0,0080	0,0120	0,0160	0,0199	0,0239
0,1	0,0398	0,0438	0,0478	0,0517	0,0557	0,0596	0,0636
0,2	0,0793	0,0832	0,0871	0,0910	0,0948	0,0987	0,1026
0,3	0,1179	0,1217	0,1255	0,1293	0,1331	0,1368	0,1406
0,4	0,1554	0,1591	0,1628	0,1664	0,1700	0,1736	0,1772
0,5	0,1915	0,1950	0,1985	0,2019	0,2054	0,2088	0,2123
0,6	0,2257	0,2291	0,2324	0,2357	0,2389	0,2422	0,2454
0,7	0,2580	0,2611	0,2642	0,2673	0,2703	0,2734	0,2764
0,8	0,2881	0,2910	0,2939	0,2967	0,2995	0,3023	0,3051
0,9	0,3159	0,3186	0,3212	0,3238	0,3264	0,3289	0,3315
1,0	0,3413	0,3438	0,3461	0,3485	0,3508	0,3531	0,3554
1,1	0,3643	0,3665	0,3686	0,3708	0,3729	0,3749	0,3770
1,2	0,3849	0,3869	0,3888	0,3907	0,3925	0,3944	0,3962
1,3	0,4032	0,4049	0,4066	0,4082	0,4099	0,4115	0,4131
1,4	0,4192	0,4207	0,4222	0,4236	0,4251	0,4265	0,4279
1,5	0,4332	0,4345	0,4357	0,4370	0,4382	0,4394	0,4406
1,6	0,4452	0,4463	0,4474	0,4484	0,4495	0,4505	0,4515
1,7	0,4554	0,4564	0,4573	0,4582	0,4591	0,4599	0,4608
1,8	0,4641	0,4649	0,4656	0,4664	0,4671	0,4678	0,4686
1,9	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	$\boxed{0,4750}$

Consultando a Tabela de DISTRIBUIÇÃO NORMAL para encontrar o valor de z da fórmula (do tamanho da amostra):

95% de confiança (95% de área): 95/2 = 47,5%

→ *47,5% distribuídos em torno da média;*

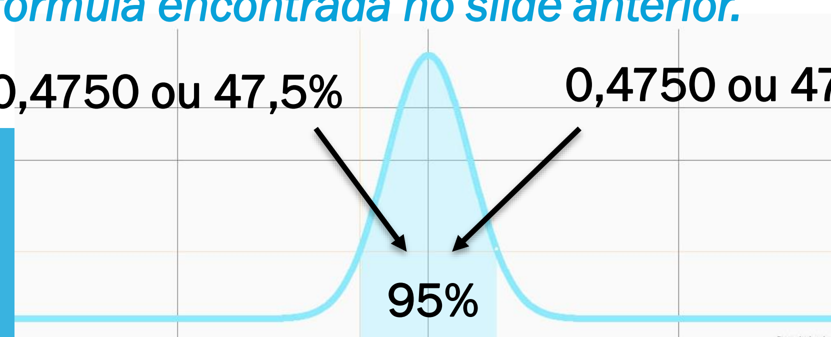
→ *47,5% = 47,5/100 = 0,475 = 0,4750*

→ *0,4750 (metade da área azul);*

→ *Valor 0,4750 na tabela*

→ ***z = 1,96***

Agora é só substituir os dados conhecidos na fórmula encontrada no slide anterior.



- ✓ Tamanho da amostra = ???
- ✓ *Grau de confiança de 95%*
- ✓ Erro: e = 0,08
- ✓ Proporção amostral p = 0,5

Tamanho da amostra para a proporção - Fórmula - SLIDE 30 e 36:

$$n = z^2 \cdot \frac{\left(\frac{x}{n}\right) \cdot \left(1 - \frac{x}{x}\right)}{e^2}$$

$$\Rightarrow n = (1{,}96)^2 \frac{(0{,}50)(0{,}50)}{(0{,}08)^2} = \mathbf{150{,}06}^{*}$$

$$\Rightarrow \mathbf{n = 151}$$

* O tamanho da amostra deve ser sempre arredondado para mais.

Portanto, a amostra deve ter tamanho 151.

ANEXOS

FLUXOGRAMA

Devo utilizar a distribuição normal z ou a distribuição t de Student para construir um intervalo de confiança? (n = tamanho da amostra)

$n \geq 30?$

SIM

Use a distribuição normal. Se σ for desconhecido, use s em seu lugar.

NÃO

A população tem distribuição normal ou normal aproximada?

NÃO

Você **não pode usar** a distribuição normal nem a distribuição t.

SIM

σ é conhecido?

SIM

Use a distribuição normal.

NÃO

Use a distribuição t
e n-1 graus de liberdade.

ESTIMATIVA de MÉDIAS	População Infinita	População Finita
Média intervalar σ desvio padrão da população	$\overline{X} \pm z\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$	$\overline{X} \pm z\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$
Média intervalar s desvio padrão da amostra	$\overline{X} \pm t\frac{s}{\sqrt{n}}$	$\overline{X} \pm t\frac{s}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$
Tamanho da amostra σ desvio padrão da população	$n = \left(\frac{z \cdot \sigma}{e}\right)^2$	$n = \frac{z^2 \cdot \sigma^2 \cdot N}{z^2 \cdot \sigma^2 + e^2 \cdot (N-1)}$
Tamanho da amostra s desvio padrão da amostra	$n = \left(\frac{t \cdot s}{e}\right)^2$	$n = \frac{t^2 \cdot s^2 \cdot N}{t^2 \cdot s^2 + e^2 \cdot (N-1)}$
Erro σ desvio padrão da população	$e = \frac{z \cdot \sigma}{\sqrt{n}}$	$e = \frac{z \cdot \sigma}{\sqrt{n}}$
Erro s desvio padrão da amostra	$e = \frac{t \cdot s}{\sqrt{n}}$	$e = \frac{t \cdot s}{\sqrt{n}}$

ESTIMATIVA de PROPORÇÕES	População Infinita	População Finita
Proporção Pontual	$p = \frac{x}{n}$	$p = \frac{x}{n}$
Proporção Intervalar	$\frac{x}{n} \pm z \cdot \sqrt{\frac{\left(\frac{x}{n}\right) \cdot \left(1 - \frac{x}{n}\right)}{n}}$	$\frac{x}{n} \pm z \cdot \sqrt{\frac{\left(\frac{x}{n}\right) \cdot \left(1 - \frac{x}{n}\right)}{n}} \cdot \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$
Tamanho da amostra	$n = z^2 \cdot \frac{\left(\frac{x}{n}\right) \cdot \left(1 - \frac{x}{n}\right)}{e^2}$	$n = \frac{z^2 \cdot \left(\frac{x}{n}\right) \cdot \left(1 - \frac{x}{n}\right) \cdot N}{(N-1) \cdot e^2 + z^2 \cdot \left(\frac{x}{n}\right) \cdot \left(1 - \frac{x}{n}\right)}$
Erro	$e = z \cdot \sqrt{\frac{\left(\frac{x}{n}\right) \cdot \left(1 - \frac{x}{n}\right)}{n}}$	$e = z \cdot \sqrt{\frac{\left(\frac{x}{n}\right) \cdot \left(1 - \frac{x}{n}\right)}{n}} \cdot \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$

REFERÊNCIA

MOORE, David. *A estatística básica e sua prática*. Rio de Janeiro: LTC S.A., 2000.