

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

Universidad Nacional de Lomas de Zamora



# **PROCESAMIENTO DE SEÑALES**

## **DOCENTES:**

Ing. Alejandro Ezequiel Simoncelli

Ing. Sebastián Keienburg

## **PROYECTO INTEGRADOR**

*Reconstrucción de tomografías computarizadas con luz visible*

## **ALUMNO:**

Pedro Tagliani

**FECHA DE ENTREGA: 03/10/2023**



# Contenido

---

1. Resumen.....	2
2. Introducción .....	2
3. Metodología .....	3
4. Reconstrucción 2D .....	5
4.1. Introducción al método .....	5
4.2. Proyección directa .....	6
4.3. Retroproyección sin filtro .....	7
4.4. Retroproyección filtrada .....	10
5. Reconstrucción 3D .....	11
6. Conclusiones.....	13
7. Bibliografía.....	13



# 1. Resumen

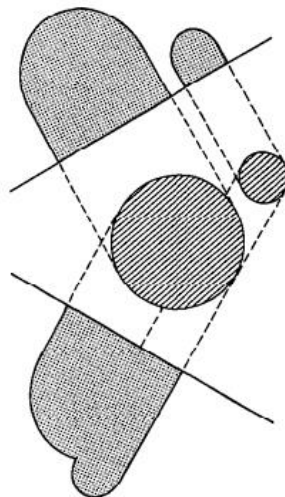
---

Este trabajo se centra en la obtención de reconstrucciones tridimensionales de objetos, especialmente aquellos que son semitransparentes, mediante el uso de un escáner de tomografías computarizadas que utiliza luz visible. Para lograr este objetivo, se llevó a cabo el montaje del escáner y se implementó un algoritmo de retroproyección filtrada utilizando Python. Los principios empleados en este informe son análogos a los utilizados en tomografías de rayos X, ampliamente conocidas en medicina por su capacidad para generar imágenes detalladas de las regiones internas del cuerpo. Para el diseño de este sistema, se aplicaron conceptos relacionados con el procesamiento de señales, incluyendo la Transformada de Fourier y el uso de filtros. Estos últimos desempeñaron un papel fundamental al permitir la obtención de tomografías con una calidad mejorada, lo que resultó en un escaneo 3D del objeto de prueba, que en este caso fue una botella, con un nivel aceptable. Este trabajo sienta las bases para futuras mejoras, con el potencial de explorar aplicaciones de este sistema.

## 2. Introducción

---

Se entiende por tomografía a la reconstrucción de la imagen de una sección transversal de un objeto a partir de sus proyecciones, las cuales se crean a partir de datos de reflexión producidos al hacer incidir sobre el objeto, desde varias direcciones, la emisión de una fuente de iluminación. En el sentido estricto de la palabra, una proyección en un ángulo dado es la integral de la imagen en la dirección especificada por ese ángulo. Para tomar estas proyecciones, los tomógrafos están equipados con un sistema de detectores que giran alrededor del objeto en cuestión.



*Figura 1: Dos proyecciones de un objeto formado por dos cilindros*

Desde 1917, año en el cual Johann Radon introdujo los primeros fundamentos matemáticos para la reconstrucción de tomografías a partir de proyecciones, se ha producido un continuo avance en el desarrollo de algoritmos matemáticos destinados a este propósito. En la actualidad, los más



destacados incluyen el algoritmo de retroproyección filtrada (FBP, según sus siglas en inglés) y algoritmos de reconstrucción iterativa, algunos de los cuales incorporan técnicas de Deep Learning. En este informe, se explicará cómo se implementó el primero de los mencionados. Este enfoque se fundamenta en conceptos clave que serán desarrollados más adelante, tales como la Transformada de Radon, la Transformada de Fourier 1D/2D y el Teorema de Corte de Fourier, entre otros. Teniendo en cuenta además que la implementación se realizó utilizando el lenguaje de programación Python, a diferencia de otros proyectos similares que suelen utilizar principalmente Matlab para simular este tipo de sistemas.

Por otro lado, es importante destacar que los tomógrafos utilizados en aplicaciones médicas cotidianas son dispositivos costosos que emplean rayos X como fuente de radiación. No obstante, en este proyecto se construyó un tomógrafo simple y económico utilizando una cámara como detector y luz visible como fuente de iluminación. Específicamente, empleando una linterna de un teléfono como fuente de luz. Este enfoque demuestra que, con una configuración sencilla, es posible lograr una reconstrucción tridimensional del objeto bajo estudio a un costo significativamente inferior. Sin embargo, es importante mencionar que este sistema presenta ciertas limitaciones en términos de los tipos de objetos que pueden ser escaneados y otros desafíos que se abordarán en las secciones relacionadas con el análisis de los resultados.

### 3. Metodología

---

Inicialmente, el objetivo fue diseñar un tomógrafo de la manera más simplificada posible. Para lograr esto, se utilizó un tocadiscos para generar la rotación del objeto bajo análisis, en lugar de emplear el giro del gantry integrado en los tomógrafos convencionales. En esta configuración, los detectores se representaron mediante la cámara de un teléfono móvil, que fue colocada en una estructura compuesta por tres cajas para mantenerla estable. Esta cámara registró la sombra proyectada en la pared del objeto analizado. Cabe destacar que el objeto de estudio en esta ocasión fue una botella de plástico vacía.



*Figura 2: Tomógrafo diseñado*



Como fuente de iluminación, se utilizó la linterna de otro teléfono móvil, que se fijó en un trípode y se alineó cuidadosamente con la botella. La botella, a su vez, se aseguró en una base que tenía una marca de referencia con cinta adhesiva para indicar la posición inicial de su rotación. Esto permitió realizar un conteo manual de las vueltas completas que la botella daba durante el proceso, lo que sirvió para luego determinar cuánto rotó la botella por proyección. Además, se utilizó una revista como referencia visual para la rectificación del video resultante.



*Figura 3: Un fotograma del video grabado*

El video capturado con el teléfono móvil presentaba una resolución de 4K a 60 fotogramas por segundo (FPS). Para optimizar el proceso de reconstrucción de las tomografías, se llevaron a cabo varias etapas de preprocesamiento de los datos. En primer lugar, se utilizó el software LosslessCut para recortar las secciones del video que resultaban irrelevantes para el objetivo de la reconstrucción. Esta estrategia permitió reducir la cantidad de datos a procesar, concentrando la atención en las partes del video que contenían información relevante para la obtención de las tomografías. Posteriormente, se llevó a cabo una transformación en la resolución del video mediante el uso de la librería OpenCV en el entorno de programación Python. El cambio se realizó reduciendo la resolución de 4K a 1080p, manteniendo la tasa de cuadros en 60 FPS. Esta decisión se tomó con el propósito de agilizar significativamente el proceso de reconstrucción de las tomografías. La reducción de la resolución no solo disminuyó los requerimientos computacionales, sino que también facilitó la manipulación y el procesamiento de los datos, lo que resultó en un flujo de trabajo más eficiente.

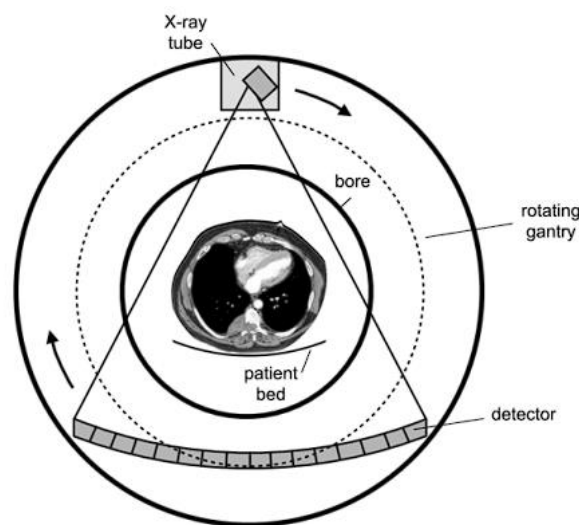
## 4. Reconstrucción 2D

### 4.1. Introducción al método

Se empleó el método de retroproyección filtrada, que es el método de reconstrucción analítico más ampliamente utilizado, y está diseñado para fuentes no difractivas, es decir, haces de luz paralelos. Antes de comenzar con las relaciones matemáticas, se procede a explicar cuál es la idea al aplicar este método, comenzando por entender cómo se obtienen las proyecciones.

En un tomógrafo convencional, se coloca una fuente de radiación en un extremo del objeto y se ubican detectores en el lado opuesto. Una vez que el objeto a estudiar está en su posición, la fuente emite rayos de radiación que atraviesan el objeto y son luego detectados, aunque con cierta atenuación, por los detectores. La cantidad de radiación detectada varía en función de la densidad y composición de las diferentes partes del objeto a lo largo de la trayectoria de los rayos X. Durante esta fase, el tomógrafo hace girar tanto la fuente de radiación como los detectores, capturando así múltiples proyecciones de radiación desde diversos ángulos alrededor del objeto. Si se busca además obtener una reconstrucción tridimensional del objeto, este proceso se repite longitudinalmente a lo largo del objeto para poder reconstruirla usando cada una de las tomografías bidimensionales que se consiguieron.

Es relevante destacar que, en este trabajo, no se llevó a cabo una rotación de la fuente y los detectores; en cambio, el propio objeto giró alrededor de ellos.



*Figura 4: Ejemplo de toma de proyecciones de una sección transversal del cuerpo humano*

Una vez tomadas las proyecciones, es donde el método de la retroproyección entra en juego. Este método se lo puede comparar con dibujar el plano de una casa mirando por las ventanas. La retroproyección sería como si se caminara alrededor de la casa y se mirara a través de cada ventana. Cada vez que se mira por una ventana, se obtiene una perspectiva parcial del interior de la casa. A medida que se camina alrededor y se mira por más ventanas desde diferentes ángulos, se pueden combinar todas esas perspectivas parciales para crear un plano completo y preciso de la casa. Cuantas más ventanas se miran y desde más ángulos diferentes, mejor será la representación del interior de la casa.

Este método permite la reconstrucción de una imagen tomográfica bidimensional. En esencia, para obtener la retroproyección de cada una de las proyecciones, se distribuye de manera uniforme la señal medida sobre el área correspondiente al mismo ángulo que la proyección. Luego, se suman todas las retroproyecciones de los perfiles de transmisión desde cada uno de los ángulos de proyección, lo que resulta en la reconstrucción final de la tomografía. Sin embargo, si se utiliza este método sin ningún procesamiento adicional, el resultado será una imagen borrosa. Por lo tanto, es común aplicar un filtrado a las proyecciones antes de llevar a cabo la retroproyección. Esto permite obtener tomografías con un alto nivel de detalle.

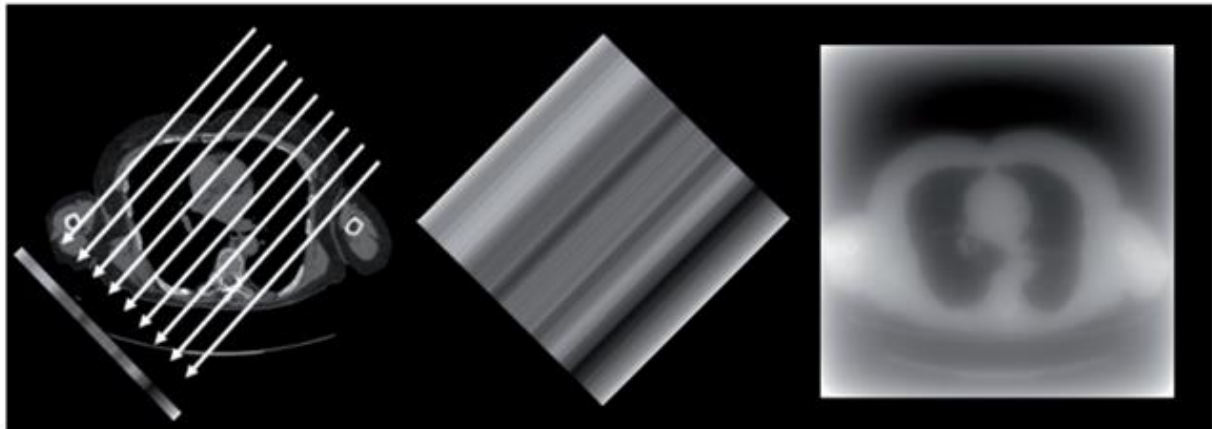


Figura 5: Ejemplo de retroproyección de una proyección y reconstrucción final

## 4.2. Proyección directa

Todo el proceso mencionado anteriormente para obtener las proyecciones del objeto se describe matemáticamente mediante la Transformada de Radon. Considerando una función  $f(x,y)$  describiendo al objeto, la proyección 1D a un ángulo  $\theta$ , es la integral de línea del objeto  $f(x,y)$  a lo largo de la recta  $l$  a una distancia radial  $s$  desde el origen.

$$p(\theta, s) = Rf\{f(x, y)\} = \int f(x, y) dl$$

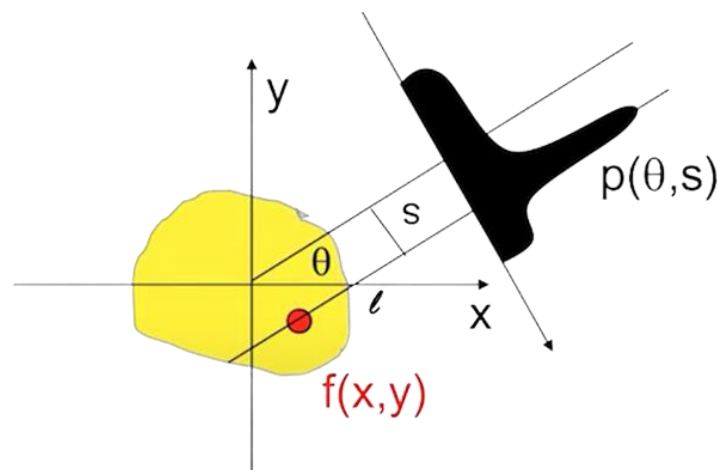


Figura 6: Mapeo de la Transformada de Radon

Teniendo en cuenta que la ecuación de la línea puede expresarse como:

$$s = x \cos(\theta) + y \sin(\theta)$$

La ecuación para obtener las proyecciones puede ser reescrita empleando la función delta de Dirac como:

$$p(\theta, s) = Rf\{f(x, y)\} = \iint f(x, y) \delta(x \cos(\theta) + y \sin(\theta) - s) dx dy$$

La transformada de Radon se calcula para la mayor cantidad de ángulos posibles y se representa gráficamente como una imagen, a lo que comúnmente se lo denomina como sinograma.

En este proyecto, empleando la grabación de la sombra proyectada en la pared mientras la botella rotaba, se tomaron proyecciones a intervalos de aproximadamente  $2,9^\circ$  en un rango completo de 0 a  $360^\circ$ . Esto significa que cada tomografía de una sección transversal de la botella se generó con 124 proyecciones.

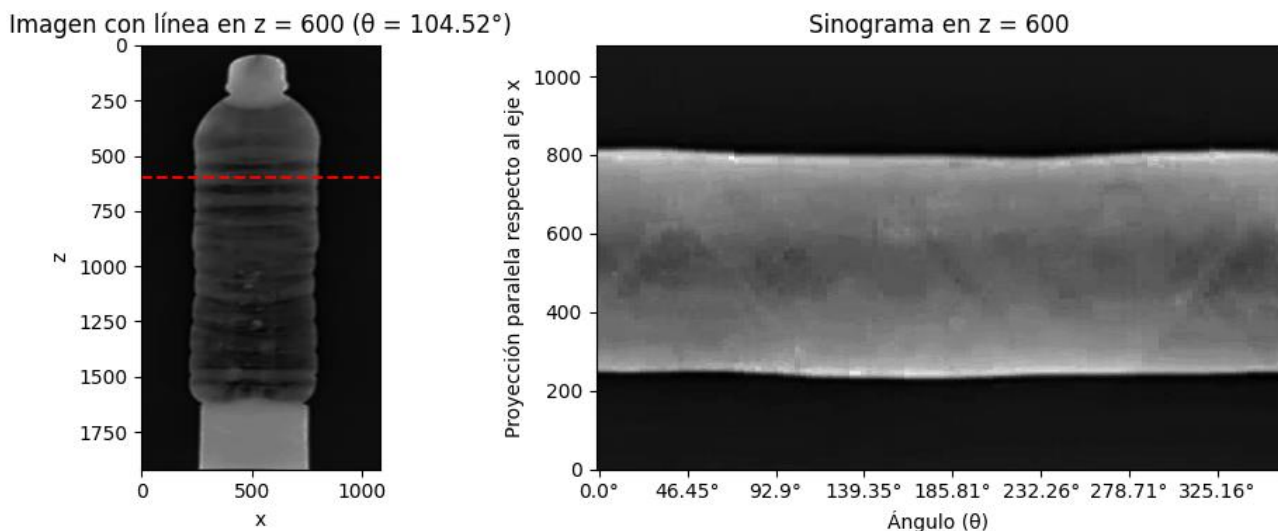


Figura 7: Representación del sinograma para la línea marcada en rojo

Otro aspecto importante a comentar es que el tamaño de los detectores es de 1080 píxeles y se generaron un total de 1920 sinogramas, lo que equivale a la misma cantidad de tomografías en 2D representando las distintas secciones transversales de la botella.

### 4.3. Retroproyección sin filtro

En esta etapa, se ejecuta la Transformada Inversa de Radon en cada uno de los sinogramas que componen el objeto, con el propósito de obtener las tomografías bidimensionales de los cortes transversales del mismo. El proceso consiste en realizar las retroproyecciones, donde se distribuyen los conteos acumulados en cada píxel de la proyección en el espacio de la imagen y se suman estos valores en cada punto individual de la imagen reconstruida. Este procedimiento se lleva a cabo utilizando la siguiente expresión matemática:





$$b(x, y) = \int_0^{2\pi} p(\theta, s) d\theta = \int_0^{2\pi} p(\theta, x \cos(\theta) + y \sin(\theta)) d\theta$$

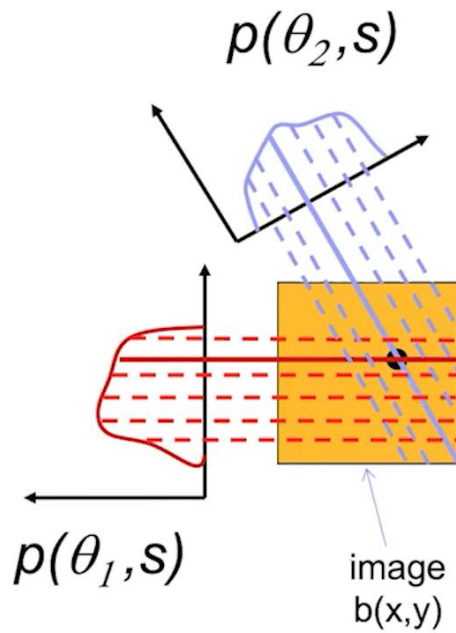


Figura 8: Representación gráfica de la Transformada Inversa de Radon

Esta ecuación se empleó en los sinogramas obtenidos mediante la función *iradon* de la biblioteca *scikit-image* de Python.

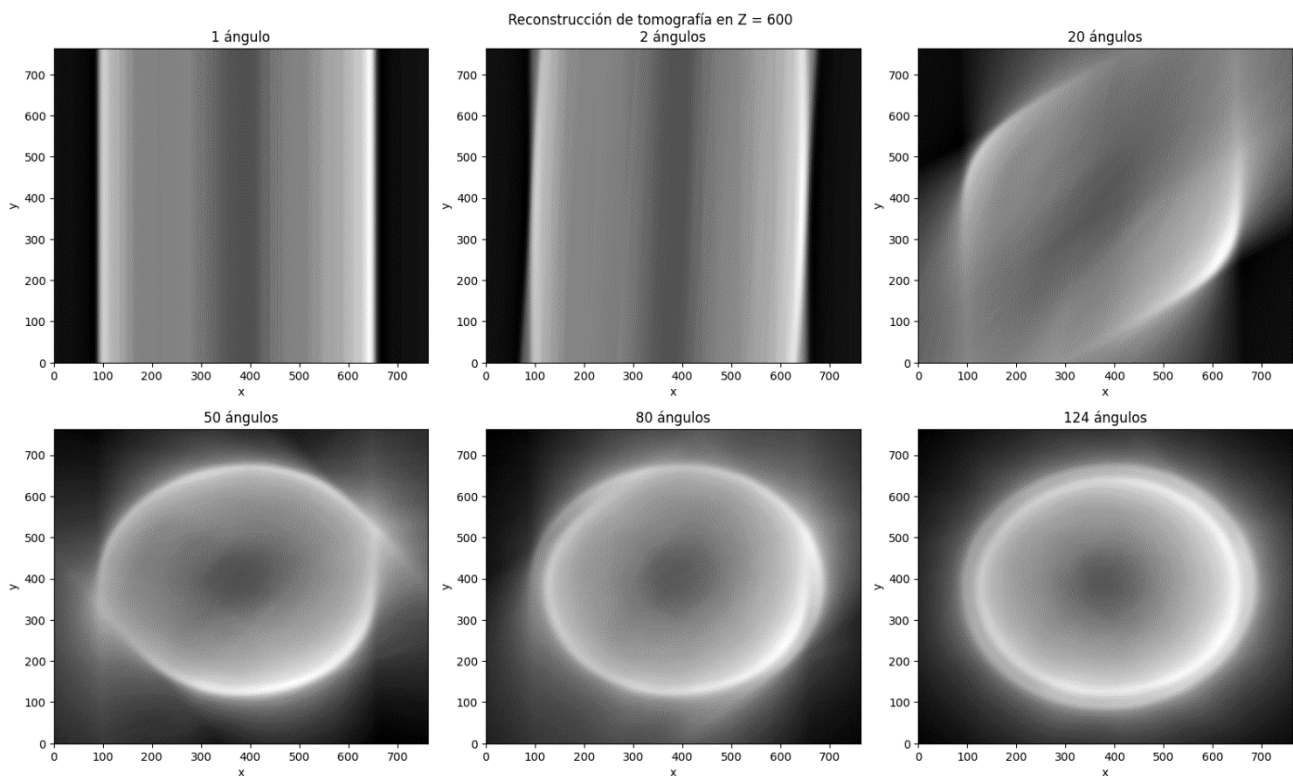


Figura 9: Reconstrucción de la tomografía en  $z = 600$  con diferentes cantidades de ángulos

Como se puede observar en la imagen de una de las tomografías obtenidas de la botella, aparece un efecto de borrosidad. Esto se puede explicar mediante el Teorema de Corte de Fourier, el cual establece que la Transformada de Fourier 1D ( $\mathcal{F}_1$ ) de una proyección tomada a un ángulo  $\theta$  es igual al corte radial central en un ángulo  $\theta$  de la Transformada de Fourier 2D ( $\mathcal{F}_2$ ) del objeto original.

$$\mathcal{F}_1\{p(\theta = \theta', s)\} = \mathcal{F}_2\{f(x, y)\}|_{\theta=\theta'}$$

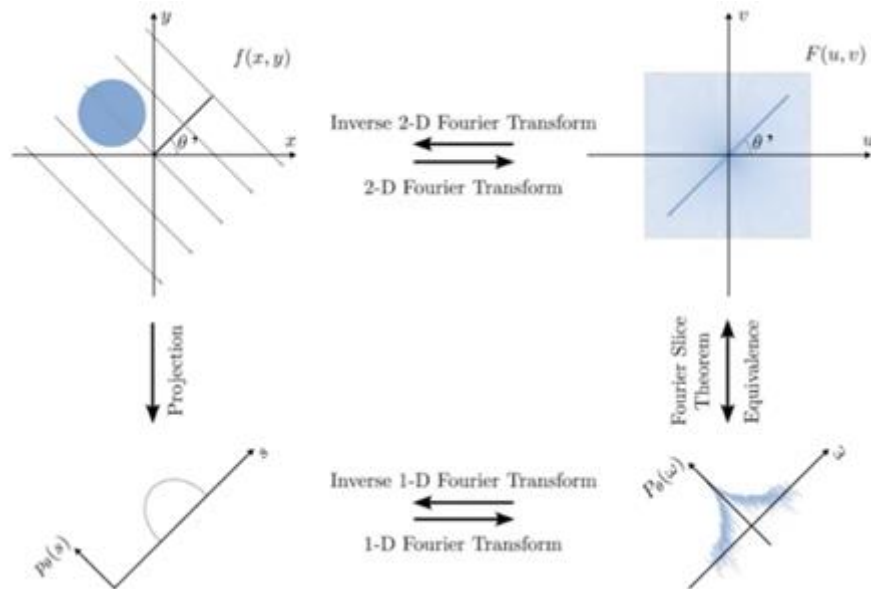


Figura 10: Relaciones del Teorema de Corte de Fourier

Calcular la Transformada de Fourier para varias proyecciones con un ángulo específico de un corte transversal determinado del objeto permite observar cómo se realiza el muestreo en el espectro de frecuencias. Este proceso resulta útil para comprender por qué, al aplicar la retroproyección sin filtrado, las tomografías aparecen borrosas:

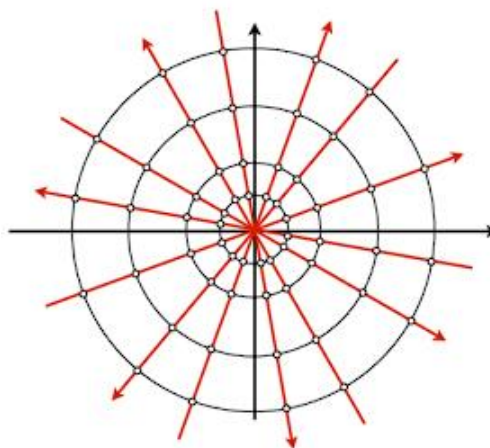


Figura 11: Muestreo en espectro de frecuencias

Se nota claramente un patrón de muestreo polar en el espectro de frecuencias, lo que conduce a un sobremuestreo cerca del centro de la Transformada de Fourier 2D. Esto implica que las bajas



frecuencias están fuertemente representadas. Sin embargo, a medida que se va alejando radialmente del centro, la densidad de las muestras disminuye, lo que significa que las altas frecuencias no se representan adecuadamente.

Este fenómeno explica la aparición de borrosidad en las reconstrucciones, ya que las bajas frecuencias corresponden a cambios de intensidad suaves por píxel, mientras que las regiones que representan los bordes del objeto están relacionadas con altas frecuencias, es decir, cambios de intensidad abruptos por píxel. Estas últimas necesitan ser amplificadas para obtener una representación más nítida, mientras que las primeras tienen que ser atenuadas.

## 4.4. Retroproyección filtrada

El Teorema del Corte de Fourier también desempeña un papel fundamental en la derivación de la ecuación necesaria para la implementación de la retroproyección filtrada. Esta ecuación se obtiene a partir de la Transformada Inversa de Fourier 2D del objeto, y requiere una serie de pasos matemáticos para su deducción.

$$f(x, y) = \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} P(\theta, \omega) |\omega| e^{i\omega[x \cos(\theta) + y \sin(\theta)]} d\omega d\theta$$

Donde:

$$P(\theta, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} p(\theta, s) e^{-i\omega s} ds$$

En esencia, al método de la retroproyección previamente desarrollado se le añade una etapa de filtrado. En esta etapa, se realiza lo siguiente: primero, se calcula la Transformada de Fourier unidimensional para cada una de las proyecciones del sinograma analizado. Luego, en el dominio de frecuencia, se multiplica por  $|\omega|$ , lo que equivale a aplicar un filtro, siempre de tipo pasaaltos según lo mencionado anteriormente. Es importante tener en cuenta que esta operación se traduce en una convolución en el dominio del tiempo. Finalmente, se calcula la Transformada Inversa de Fourier para obtener las proyecciones filtradas, las cuales se utilizan posteriormente para continuar con la retroproyección.

En este informe, se usaron tres tipos de filtros: el filtro rampa, el filtro rampa-Hamming y el filtro Butterworth. De estos tres, el filtro rampa se destaca como el más característico en este campo, cuyo objetivo es reducir en gran medida el efecto de las bajas frecuencias y potenciar las altas frecuencias para mejorar los bordes de la imagen. Además, a partir del filtro rampa se derivan otros filtros, como el filtro rampa-Hamming, que se obtiene mediante la multiplicación en el espectro de frecuencia entre el filtro Hamming y el filtro rampa. También se decidió utilizar un filtro Butterworth de orden 1, aunque los resultados obtenidos con este filtro no fueron satisfactorios. En realidad, lo que suele utilizarse para el filtrado de tomografías es una combinación del filtro Butterworth multiplicado por el filtro rampa en el dominio de frecuencias, pero no la versión del filtro Butterworth en su versión habitual.

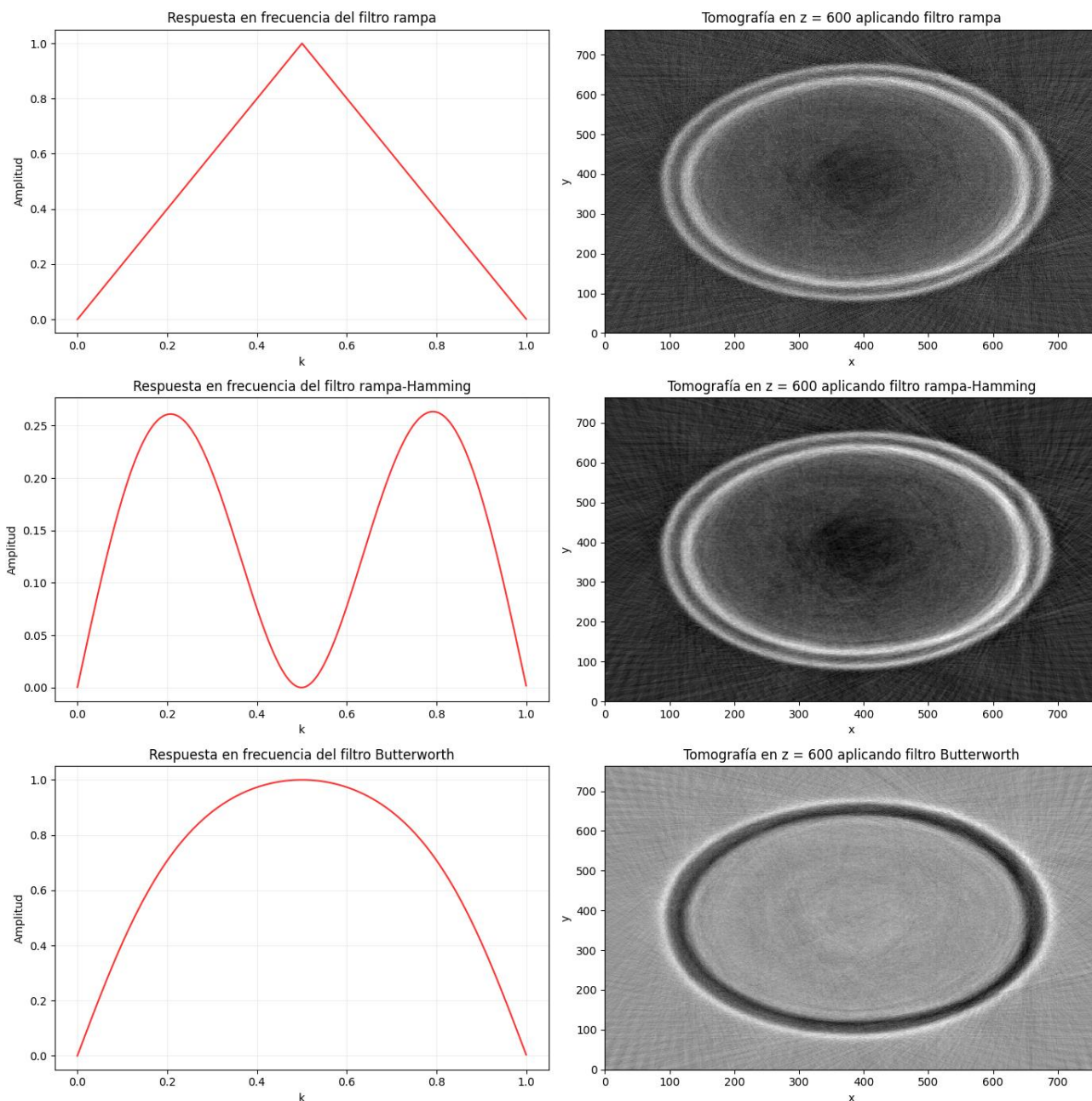


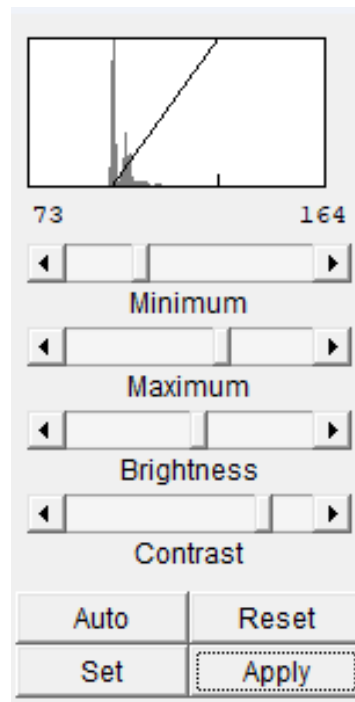
Figura 12: Reconstrucción de la tomografía en  $z = 600$  aplicando diferentes filtros

Se considera que los mejores resultados se obtuvieron aplicando el filtro rampa-Hamming. Por lo tanto, para la reconstrucción tridimensional de la botella se usaron aquellas tomografías que fueron reconstruidas empleando este filtro.

## 5. Reconstrucción 3D

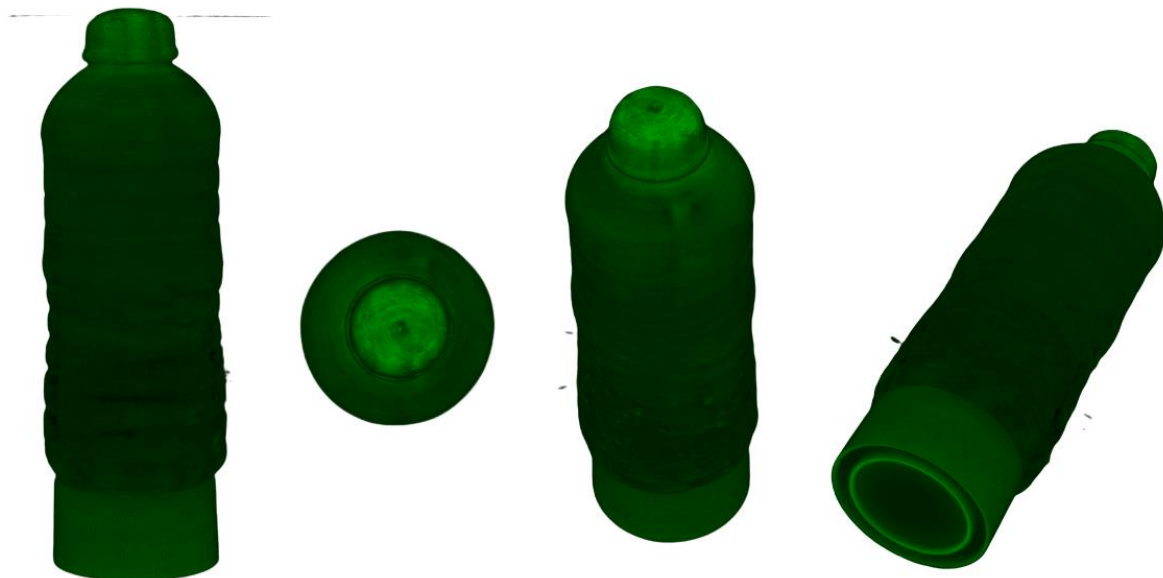
Después de haber reconstruido las tomografías, estas fueron almacenadas en formato TIFF (Tag Image File Format) para su posterior procesamiento en el software Fiji (Fiji Is Just Image)). En dicho programa, se importó el conjunto de tomografías y se procedió a ajustar tanto el brillo

como el contraste de cada una de ellas, con el objetivo de eliminar la mayoría de los artefactos que aún estaban presentes.



*Figura 13: Ajuste realizado a las tomografías*

Como paso final, se empleó la función 3D Viewer de Fiji para generar un volumen que incluyera todas las tomografías que representaban los distintos cortes transversales de la botella, permitiendo así obtener la reconstrucción tridimensional de la misma.



*Figura 14: Reconstrucción tridimensional de la botella desde diferentes vistas*



## 6. Conclusiones

---

Se logró con éxito la construcción del tomógrafo de luz visible mediante un diseño sencillo y la realización satisfactoria de una reconstrucción tridimensional de la botella, cumpliendo así el objetivo principal del proyecto. No obstante, es crucial destacar la observación de un efecto de duplicación en las tomografías bidimensionales, dando la apariencia de una botella dentro de otra. Este fenómeno se ha trasladado a la reconstrucción final y podría estar relacionado con el efecto óptico de cáusticas, que se manifiesta cuando la luz se refleja o refracta en superficies curvas u objetos, generando una curvatura en la concentración de la luz.

Es importante considerar que el método de retroproyección filtrada utilizado fue originalmente calculado para haces de luz paralelos, una característica común en fuentes de radiación no difractivas, como los rayos X o la radiación ultravioleta, que atraviesan los objetos prácticamente sin alteraciones. Sin embargo, en este proyecto se empleó luz visible, lo que introduce efectos de difracción y refracción que deberían tenerse en cuenta.

A pesar de la presencia de algunos artefactos remanentes en la reconstrucción tridimensional de la botella, los resultados se consideran satisfactorios en general. Incluso se ha observado la posibilidad de detectar objetos introducidos dentro de la botella, lo que destaca la utilidad potencial de este enfoque.

## 7. Bibliografía

---

- I. Vega Mernes, Cristhian Ariel (2019). *Tomografía óptica con haz de luz divergente y policromático: principios de funcionamiento e implementación práctica*. Universidad Federal de Integración Latinoamericana. Recuperado de: <http://dspace.unila.edu.br/123456789/5622>.
- II. Benitez, Enrique Emiliano (2017). *Implementación y análisis de la Retroproyección filtrada en Matlab utilizando un fantoma matemático*. Universidad Nacional de San Martín. Escuela de Ciencia y Tecnología. Recuperado de: <https://ri.unsam.edu.ar/handle/123456789/62>.
- III. Flores Quispe, Jorge Gerardo y Huatarongo Guerra, Johnk Eduard (2022). *Diseño e implementación de un prototipo de tomógrafo computarizado empleando luz visible y técnica de coherencia óptica en la reconstrucción y procesamiento de imágenes 3D*. Universidad Ricardo Palma. Recuperado de: <https://hdl.handle.net/20.500.14138/6099>.
- IV. Orfanakis, Michalis (2017). *Optical CT Scanner with Lego or Arduino*. Science on Stage Europe. Recuperado de: <https://goo.gl/Mffb1m>.
- V. Kak, Avinash C. y Slaney, Malcolm (1988). *Principles of Computerized Tomographic Imaging*. IEEE Press. Recuperado de: [https://www.mat.uniroma2.it/~picard/SMC/didattica/materiali\\_did/Anal.Armon./Principles\\_of\\_CT\\_Imaging/Kak&Slaney-CTI-reduced.pdf](https://www.mat.uniroma2.it/~picard/SMC/didattica/materiali_did/Anal.Armon./Principles_of_CT_Imaging/Kak&Slaney-CTI-reduced.pdf).
- VI. Navid. (15 de marzo de 2021). *CT Scan with visible light!* [Archivo de video]. Youtube. Recuperado de [https://youtu.be/DCIFsD0XJVw?si=CqhpaefH\\_bEU0Sz9](https://youtu.be/DCIFsD0XJVw?si=CqhpaefH_bEU0Sz9).





- VII. Talpham. (9 de noviembre de 2021). *How To Make Your Own CT Scanner / Visible Light CT Scan* [Archivo de video]. Youtube. Recuperado de: <https://youtu.be/lh4sALmZHdg?si=VJ4WrtV2AgQ8tnQd>.
- VIII. ASTRA Toolbox. (10 de septiembre de 2015). *Filtered Backprojection (FBP)* [Archivo de video]. Youtube. Recuperado de: <https://youtu.be/pZ7JlXagT0w?si=TOOW5axKzMoSJ1Pe>.
- IX. ASTRA Toolbox. (10 de septiembre de 2015). *Analytical projection* [Archivo de video]. Youtube. Recuperado de: [https://youtu.be/MA2y\\_2YySq0?si=AsCRMlq9AJo8-PeI](https://youtu.be/MA2y_2YySq0?si=AsCRMlq9AJo8-PeI).
- X. Mr. P Solver. (23 de noviembre de 2021). *CT Scans and Tomographic Recon in PYTHON* [Archivo de video]. Youtube. Recuperado de: <https://youtu.be/qfAS8seVYvU?si=Vnl50DAdwY8851M9>.
- XI. Samun tiedekanava. (16 de noviembre de 2019). *What is tomography?* [Archivo de video]. Youtube. Recuperado de: [https://youtu.be/dn358iX\\_WxQ?si=26o4gEPVMH008aSN](https://youtu.be/dn358iX_WxQ?si=26o4gEPVMH008aSN).
- XII. Kolibril. (6 de agosto de 2021). *Looking through Objects - How Tomography Works!* [Archivo de video]. Youtube. Recuperado de: <https://youtu.be/f0sxjhGHRPo?si=3NNcKFPjPEzWEudF>.
- XIII. Molecular Imaging & Therapy. (10 de marzo de 2022). *Tomographic Image Reconstruction: Introduction (Part 1) [L28]* [Archivo de video]. Youtube. Recuperado de: <https://youtu.be/KjYnjfFLzvA?si=SSvk3FzJINIIgVZu>.
- XIV. Molecular Imaging & Therapy. (10 de marzo de 2022). *Tomographic Image Reconstruction: Analytical Methods (Part 2) [L29]* [Archivo de video]. Youtube. Recuperado de: [https://youtu.be/xVQzw\\_TM3Ss?si=u3aq8GeH6SubBm1C](https://youtu.be/xVQzw_TM3Ss?si=u3aq8GeH6SubBm1C).
- XV. Peter Barrett Bryan. (24 de abril de 2022). *The Radon Transform: Basic Principle*. Towards Data Science. Recuperado de: <https://towardsdatascience.com/the-radon-transform-basic-principle-3179b33f773a>.
- XVI. Jonathan Bumstead. (2018). *Desktop CT and 3D Scanner With Arduino*. Autodesk Instructables. Recuperado de: <https://www.instructables.com/Desktop-CT-and-3D-Scanner-With-Arduino/>.
- XVII. Professor Sam. (21 de marzo de 2023). *X-ray tomography 103: filtered back-projection* [Archivo de video]. Youtube. Recuperado de: <https://youtu.be/JLFhG3ddgTU?si=7rswPUxUjVkkO7Hn>.
- XVIII. Rich Radke. (13 de abril de 2015). *DIP Lecture 18: Reconstruction from parallel projections and the Radon transform* [Archivo de video]. Youtube. Recuperado de: <https://youtu.be/ZgcD4C-4u0Q?si=pyou2DkEjQjM1sIt>.
- XIX. Lyra, Maria y Ploussi, Agapi. (5 de abril de 2011). *Filtering in SPECT Image Reconstruction*. International Journal of Biomedical Imaging. Hindawi. Recuperado de: <https://doi.org/10.1155/2011/693795>.
- XX. Bailey, D.L., Humm J.L., Todd-Pokropek, A. y van Aswegen, A. (2014). *Nuclear Medicine Physics A Handbook for Teachers and Students*. International Atomic Energy Agency. Recuperado de: <https://www.iaea.org/publications/10368/nuclear-medicine-physics>.