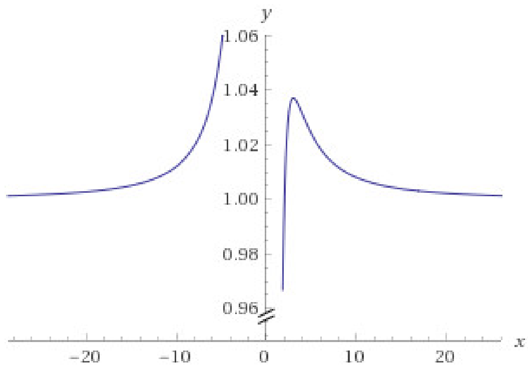
ESCOLA DE ENGENHARIA DE VOLTA REDONDA (EEIMVR-UFF)
Departamento de Ciências Exatas (VCE)

Segunda Avaliação (P2) - 2018/2

Disciplina:	**Cálculo I** | Data: **04/12/2018**	**NOTA**
Professor:	Yoisell Rodríguez Núñez	
Aluno(a):		

1. (2,5 pontos) **Esboce** o gráfico da função $f(x) = \dfrac{x^3 - x + 1}{x^2}$, conhecendo o gráfico de $f'(x)$ (figura à direita).



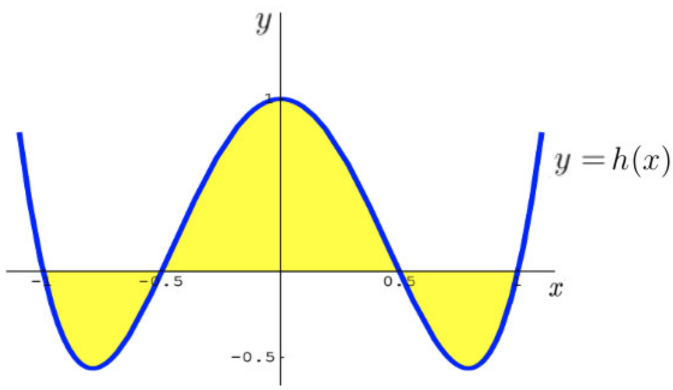
2. (1,5 pontos) Uma carga elétrica, em Coulombs, transmitida através de um circuito varia de acordo com a função $q(t) = 12t^3(t-4)$. Determine o **tempo** t quando a corrente $i = q'(t)$ atinge um **valor mínimo**.

3. (1,5 pontos) Verifique as condições do **Teorema do Valor Médio** para a função $g(x) = x^4 - 8x^2$ no intervalo $[-1, 1]$ e determine o(s) valor(es) de x_0 correspondente(s) à conclusão do teorema.

4. (3,0 pontos) Calcule as seguintes **integrais**:

   I) $\displaystyle\int x^3 e^{x^4} dx$ II) $\displaystyle\int_1^{e^\pi} \cos(\ln(x))dx$ III) $\displaystyle\int \frac{2}{x^2 - 25}dx$

5. (2,0 pontos) Determine a **área** da região limitada pelo eixo dos x e pelo gráfico de $h(x) = 4x^4 - 5x^2 + 1$.



Observação

- Todas as respostas devem estar justificadas, isto é, acompanhadas dos argumentos e/ou cálculos usados para obtê-las.

Assim como problemas surgem, as soluções aparecem...

BOA PROVA!!!

GABARITO CÁLCULO I (P2) - 2018/2

① $F(x) = \dfrac{x^3 - x + 1}{x^2}$ Dom $\in \mathbb{R} \neq 0$

$\dfrac{x^3 - x + 1}{x^2} = 0 \Rightarrow x^3 - x + 1 = 0$

∴ NÃO POSSUI INTERSECÇÃO COM EIXO X

$F'(x) = \dfrac{(3x^2 - 1).x^2 - (x^3 - x + 1).2x}{(x^2)^2}$

$F'(x) = (3x^4 - x^2) - (2x^4 - 2x^2 + 2x) / x^4$

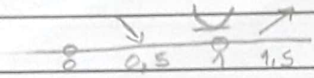
$F'(x) = \dfrac{3x^4 - x^2 - 2x^4 + 2x^2 - 2x}{x^4}$

$F'(x) = \dfrac{x^4 + x^2 - 2x}{x^4} = \dfrac{x(x^3 + x - 2)}{x^4} = \dfrac{x^3 + x - 2}{x^3}$

$\dfrac{x^3 + x - 2}{x^3} = 0 \Rightarrow x^3 + x - 2 = 0$

$\underbrace{x = 1}$

PONTO EXTREMO



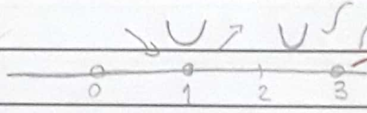
$F''(x) = \dfrac{(3x^2 + 1).x^3 - (x^3 + x - 2).3x^2}{(x^3)^2} = \dfrac{3x^5 + x^3 - (3x^5 + 3x^3 - 6x^2)}{x^6}$

$= \dfrac{\cancel{3x^5} + x^3 - \cancel{3x^5} - 3x^3 + 6x^2}{x^6} = \dfrac{-2x^3 + 6x^2}{x^6} \rightsquigarrow F''(x) = \dfrac{2(-x + 3)}{x^4}$

$\dfrac{2(-x + 3)}{x^4} = 0 \Rightarrow 2(-x + 3) = 0$

$-2x + 6 = 0$

$-x = \dfrac{-6}{2} \rightsquigarrow x = 3$ } PONTO DE INFLEXÃO

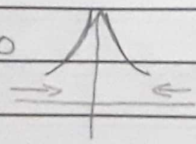


$\bullet \lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{x^3 - x + 1}{x^2} = \dfrac{\infty}{\infty} \overset{L'HOP}{=} \dfrac{3x^2 - 1}{2x} = \dfrac{\infty}{\infty} \overset{L'HOP}{=} \dfrac{6x}{2} = \dfrac{\infty}{2} = \infty$

$\bullet \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{x^3 - x + 1}{x^2} = \dfrac{\infty}{\infty} \overset{L'HOP}{=} \dfrac{3x^2 - 1}{2x} = \dfrac{\infty}{\infty} \overset{L'HOP}{=} = \dfrac{6x}{2} = -\infty$

$\bullet \lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{x^3 - x + 1}{x^2} = \dfrac{1}{0+} = +\infty$

$\lim\limits_{x \to 0^-} \dfrac{x^3 - x + 1}{x^2} = \dfrac{1}{+0^-} = +\infty$



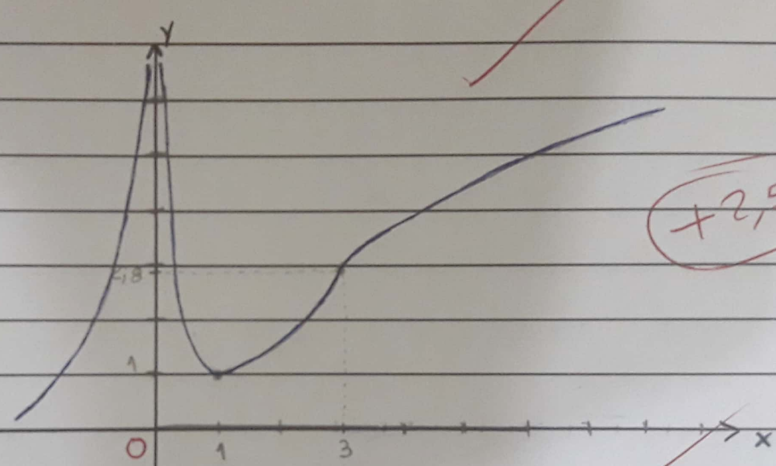
$F(1) = \dfrac{1^3 - 1 + 1}{1^2}$

$F(1) = 1$

$F(3) = \dfrac{3^3 - 3 + 1}{3^2}$

$F(3) = \dfrac{27 - 3 + 1}{9}$

$F(3) = \dfrac{25}{9} \cong 2,8$



+2,50

2) $q(t) = 12t^3(t-4)$ $\qquad i = q'(t)$ valor mínimo.

$$q(t) = 12t^4 - 48t^3$$

$$q'(t) = (12t^4)' - (48t^3)'$$

$$q'(t) = 12 \cdot 4t^3 - 48 \cdot 3t^2$$

$$q'(t) = 48t^3 - 48 \cdot 3t^2$$

$$q'(t) = 48t^2(t-3)$$

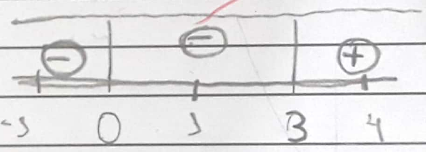
$q'(t) = 0$

$$48t^2(t-3) = 0$$

$48t^2 = 0$ $\qquad t - 3 = 0$

$t^2 = 0$ $\qquad t = 3$

$t = 0$



$48(-1)^2((-1)-3) = 48 \cdot (-4) = -$

$48(1)^2((1)-3) = 48 \cdot (-2) = -$

$48(4)^2((4)-3) = 48 \cdot 16 \cdot (1) = +$

$f'(x) < 0 \Rightarrow (-\infty, 0) \cup (0, 3);\ f(x) \downarrow$

$f'(x) > 0 \Rightarrow (3, +\infty);\ f \uparrow$

• $t = 3$ é o tempo em que a corrente atinge o valor mínimo.

③ Teorema do valor médio para $g(x) = x^4 - 8x^2$ no intervalo $[-1, 1]$

Do TVM, temos que

É fácil perceber que o polinômio em questão é contínuo e derivável em todo $\mathbb{R}$, em particular no intervalo $[-1, 1]$, portanto $\exists\, x_0$ tq $g'(x) = \dfrac{f(1) - f(-1)}{1 - (-1)}$

$g(x) = x^4 - 8x^2$ $\quad$ pft $\quad$ $g'(x) = 4x^3 - 16x$

$g(1) = 1^4 - 8(1)^2 = -7$ $\qquad$ $g(-1) = (-1)^4 - 8(-1)^2 = 1 - 8 = -7$

Então $g'(x) = \dfrac{f(1) - f(-1)}{1 - (-1)} = 4x^3 - 16x = \dfrac{-7 - (-7)}{1 + 1}$

$= 4x^3 - 16x = 0$

$x(4x^2 - 16)$

$x = 0$ satisfaz a esta condição

$4x^2 - 16 = 0$

$x^2 = \dfrac{16}{4}$ $\quad x = \pm 2$ porém $x = 2$ e $x = -2 \notin [-1, 1]$

④

I) $\int x^3 e^{x^4} dx \rightarrow \int x^3 e^u \frac{du}{4x^3} \rightarrow 1/4 \int e^u du$

$u = x^4$

$du = 4x^3 dx$

$dx = \frac{du}{4x^3}$

$= 1/4\, e^{x^4} + c$

+1,00

R: $1/4\, e^{x^4} + c$

II) $\int_1^{e^{\pi}} \cos(\ln(x))\, dx$ $u\, dv$

$u = \ln(x)$

$x = e^u$

$\int \cos(u)\, e^u\, du$

$dv = \cos(u) du$

$v = \operatorname{sen}(u)$

$\int e^u \operatorname{sen}(u) du$

+1,00

$= e^u \operatorname{sen}(u) - (-e^u \cos u - \int -e^u \cos(u) du$

$= e^u \operatorname{sen}(u) - (-e^u \cos(u) + \int e^u \cos(u) du$

$= 1/2\, e^u \operatorname{sen}(u) - \int e^u \cos(u)$

$= 1/2\, e^{\ln x} (\operatorname{sen}(\ln x) - \int e^{\ln x} . \cos(\ln x)$

$= 1/2\, e^{\ln x} \operatorname{sen}(\ln x) -$

$= 1/2\, x\, (\operatorname{sen}(\ln x) + \cos(\ln x))$

$= 1/2\, x\, (\operatorname{sen} \ln x + \cos \ln x + c$

$\int_1^{e^{\pi}} \cos(\ln(x)) dx = [1/2\, e^{\pi} (\operatorname{sen}(\ln e^{\pi}) + \cos(\ln e^{\pi})] - [1/2 . \operatorname{sen}(\ln 1) + \cos(\ln 1)] + c$

$= \frac{-e^{\pi} - 1}{2}$

R: $\frac{-e^{\pi} - 1}{2}$

III) $\int 2/x^2 - 25\, dx = 2 \int 1/x^2 - 25\, dx$

$x = 5u \quad u = x/5 \quad dx = 5du \quad du = dx/5$

$= 2 \int 1/5 (u^2 - 1) du$

$= 2 . 1/5 \int 1/ - (-u^2 + 1) du$

$= 2 . 1/5 (-\ln|u+1|/2 - \ln|u-1|/2) + c$

$= 2 . 1/5 (-\frac{\ln|\frac{x}{3}+1|}{2} - \frac{\ln|\frac{x}{5}-1|}{2}) + c$

$= -\frac{1}{5} (\ln|x/5 + 1| - \ln|\frac{x}{3} - 1|) + c$

R: $-1/5 (\ln|\frac{x}{5} + 1| - \ln|\frac{x}{5} - 1|) + c$

+1,00

5. $\begin{cases} y = 0 \\ y = 4x^4 - 5x^2 + 1 \end{cases}$

Pontos $x=-1$, $y=0$

$x=-0{,}5$, $y=0$

$x=0{,}5$, $y=0$

$x=1$, $y=1$

Área = I + II + III

Área I = Área III

I $\displaystyle\int_{-1}^{-0{,}5} [(0) - (4x^4 - 5x^2 + 1)]\, dx$

$$\int_{-1}^{-0{,}5} -4x^4 + 5x^2 - 1\, dx \Rightarrow \left(-\frac{4x^5}{5} + \frac{5x^3}{3} - x\right)\Bigg|_{-1}^{-0{,}5} =$$

$$= \left[\frac{-4(-0{,}5)^5}{5} + \frac{5(-0{,}5)^3}{3} + 0{,}5\right] - \left[\frac{-4(-1)^5}{5} + \frac{5(-1)^3}{3} - (-1)\right] = \frac{11}{60}$$

II $\displaystyle\int_{-0{,}5}^{0{,}5} [(4x^4 - 5x^2 + 1) - (0)]\, dx \Rightarrow \int_{-0{,}5}^{0{,}5} 4x^4 - 5x^2 + 1\, dx =$

$$= \frac{4x^5}{5} - \frac{5x^3}{3} + x\Bigg|_{-0{,}5}^{0{,}5} = \left[\frac{4(+0{,}5)^5}{5} - \frac{5(+0{,}5)^3}{3} + 0{,}5\right] - \left[\frac{4(-0{,}5)^5}{5} - \frac{5(-0{,}5)^3}{3} - 0{,}5\right] = \frac{19}{60} - \left(-\frac{19}{60}\right)$$

$$= \frac{19}{30}$$

$$\text{Área} = \cancel{2} \cdot \frac{11}{\cancel{60}} + \frac{19}{30} \Rightarrow \frac{11}{30} + \frac{19}{30} = \frac{30}{30} = 1\ \text{u.a.}$$