Processamento Digital de Sinal
Trabalho Prático Nº 8
Processos Estocásticos. Estimativa da autocorrelação.

Descrição
Neste trabalho prático vamos estimar a autocorrelação de processos estocásticos de Bernoulli e processo harmónico.

Trabalho Prático

1. Processo de Bernoulli

Um processo estocástico de Bernoulli é um processo $x[n]$ discreto que toma apenas dois valores. Esses dois valores podem ser -1 e 1 (caso de processo de média zero) ou 0 e 1, ou outro par de valores. Neste trabalho vamos considerar $x[n]$ com valores lógicos, verdade=1 e falso=0. O processo é definido com um único parâmetro: $p = \Pr\left(x[n]=1\right)$. Significa que $\Pr\left(x[n]=0\right)=1-p$.

a) Abra a imagem “lena.tif”: `lena=imread('lena.tif');`
Verifique que tem dimensões 512x512x3 com inteiros de 8 bits sem sinal. A 3ª dimensão corresponde aos 3 canais de cor RGB, por esta ordem. Pode ver a imagem com: `imshow(lena)`. Vamos corromper esta imagem com “sal” e depois “pimenta”. Para tal, vamos gerar uma imagem de 512×512 pixéis, com pixéis a branco ("pitadas de sal") num fundo preto (pixéis a zero). Os pixéis a branco (sal) devem seguir uma distribuição de Bernoulli com $p = \Pr\left(x[n]=1\right) = 0.01$.
Gere uma matriz `z` de dimensão 512×512, inicialmente com números aleatórios uniformemente distribuídos entre 0 e 1 (`rand`). Binarize esta matriz da seguinte forma: os números que tiverem valor inferior a *p* (massa de probabilidade igual a *p*), passam a ter o valor lógico 1: `x=z<p`. A matriz `x` assim gerada serve para indicar quais os pixéis da imagem que devem ser brancos. Verifique que `x` é uma matriz lógica: `class(x)`, e veja o resultado com `imshow(x)`.

b) Altere os 3 planos de cor da imagem original de acordo com esta realização do processo, isto é, quando $x[n,m]$=1 a imagem original passa a ter o pixel $[n,m]$ a branco, isto é, com R=G=B =255.
Pode fazer isso gerando um *array* lógico `v` da mesma dimensão da imagem e colocando em cada um dos seus 3 planos a matriz lógica `x`. Depois pode indexar a imagem com `v`: `lena(v)=uint8(255)`. Verifique o resultado.

c) Altere agora a imagem de forma que quando $x[n,m]$=1 passe a ter pixéis a preto. Verifique que temos agora a imagem com "pitadas de pimenta".

d) Considere a partir daqui que temos uma única realização do processo $x[n]$ com 512×512 valores. Pode fazer `x=x(:);`. A média do processo (estacionário) é exatamente *p*: $E\left\{x[n]\right\} = p$. Estime *p* a partir de `x`.

e) Verifique que a estimativa da média quadrática do processo é exatamente igual à estimativa da média. Explique porquê. Determine a variância do processo e verifique que é $\sigma_x^2 = p(1-p)$.

1 2 9 0 FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA UNIVERSIDADE DE COIMBRA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELECTROTÉCNICA E DE COMPUTADORES

Processamento Digital de Sinal

Trabalho Prático Nº 8

Processos Estocásticos. Estimativa da autocorrelação.

2. Estimativa da autocorrelação

A autocorrelação de um processo estacionário é definida com um único índice (k, a diferença entre n e n–k) e corresponde a

$$r[k]=E\left\{x[n]x^*[n-k]\right\}=E\left\{x[n+k]x^*[n]\right\}$$

a) Estime a autocorrelação $r[k]$ do processo $x[n]$ do ponto anterior, usando a seguinte estimativa (polarizada, como iremos ver) do processo $x[n]$:

$$\hat{r}[k]=\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-|k|-1}x[n+k]\cdot x[n]$$

Use o comando `xcorr`, (com `MAXLAG=20` e especifique que pretende a estimativa polarizada: `'biased'`).

b) A partir da estimativa da autocorrelação, podemos inferir que o processo é ruído branco, isto é, a autocorrelação é um impulso (neste caso com um patamar constante, p^2): $r_x[k]=\sigma_x^2\delta[k]+p^2$. Verifique que assim é. Estime e determine a potência do processo, $E\left\{x^2[n]\right\}$, conhecendo a amostra $x[n]$ e sabendo que é um processo de Bernoulli com p conhecido.

3. Processo harmónico

Considere uma realização de um processo harmónico embebido em ruído branco de média nula. Este modelo tem muitas aplicações práticas, por exemplo, em telecomunicações ou em análise de vibrações.
Uma amostra de um processo está guardada no seguinte ficheiro: `harmonicproc.wav`. Leia o ficheiro usando o seguinte código.

```
[x,fs]=audioread('harmonicproc.wav');
```

a) Faça um plot do sinal e ouça-o, de forma a confirmar que existe um tom dominante. Estime a frequência do tom usando estes 200 pontos.
A autocorrelação pode evidenciar a frequência desse tom, que queremos estimar.
b) Estime a autocorrelação do processo para $|k|\leq 70$, isto é, em 141 pontos, de -70:70.
c) A partir da estimativa da autocorrelação determine a frequência do processo harmónico (em radianos e em Hertz) e a sua amplitude. Estime também a potência (variância) do ruído branco de fundo.
d) Faça um "plot" simultâneo da estimativa da autocorrelação e da autocorrelação teórica usando os parâmetros estimados na alínea anterior. Verifique que a estimativa polarizada tende a decrescer com o índice k (atraso).

No final da aula entregue o script que produziu, na "Submissão de Trabalhos" do Nónio.