1 2 9 0 FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA UNIVERSIDADE Ð COIMBRA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELECTROTÉCNICA E DE COMPUTADORES

Processamento Digital de Sinal
Trabalho Prático Nº 10
Espetro de Termo Curto, Periodograma e modelo Autorregressivo.

Descrição

Neste trabalho prático vamos estimar o conteúdo espetral de um sinal usando o conceito de "espetro de termo curto". O sinal a analisar é usualmente não estacionário, mas assume-se que é estacionário localmente, num intervalo de tempo curto, no caso da fala, de 20 a 30 ms. Vamos considerar, em primeiro lugar, a estimativa do espetro de potência com o periodograma e depois vamos usar métodos paramétricos, como é o caso da estimativa de um processo autorregressivo (AR).

Trabalho Prático

1. Sinal de fala e tramas de 25 ms de 10 em 10 ms

Leia o ficheiro `TVFL_FLI_LIM_F00_896@8.wav` e ouça o sinal. Filtre o sinal de forna a eliminar a forte componente a 50Hz:

```
h=fir1(500,70*2/fs,'high'); freqz(h,1)
x1=filter(h,1,x);
%comparar:
plot(1:2000,x(1:2000),1:2000,x1(251:2250)),grid;
```

Para analisar o conteúdo espetral do sinal, vamos definir uma janela de 25ms que percorre o sinal e que extrai do sinal uma trama, a analisar em termos espetrais. Assume-se que em 25ms o espetro do sinal não varia, o que é uma boa aproximação.
Não é necessário que a janela avance de amostra a amostra, basta que avance a um ritmo fixo, por exemplo, correspondente a 100 análises por segundo, ou seja, um avanço de 10 ms.
Defina N o tamanho da janela em amostras e M o avanço da janela em amostras, sabendo que a frequência de amostragem é f_s=8kHz.
Vamos agora definir as tramas do sinal aplicando a janela retangular com estes parâmetros, usando o comando buffer:

```
xf=buffer(x1,N,N-M); size(xf)
```

O resultado é uma matriz em que cada coluna é uma trama por aplicação da janela retangular. Para usar como janela de análise uma janela de Hamming, fazer:

```
w=hamming(N); figure(1), plot(w);
xf=xf.*w; %vetor coluna w é expandido por Nf.
Nfft=512;
```

2. Periodograma

Tomando DFTs de comprimento 512, vamos construir periodogramas (discretizados na frequência, usando `fft`) de cada trama do sinal. Para visualizar os periodogramas devemos usar apenas o intervalo [0,π] rad ou [0,f_s/2] Hz, isto é, índices da DFT desde 0 até `Nfft/2`, ou seja, com `Nfft/2+1` valores.
Vamos ver graficamente o resultado, o chamado "sonograma", que consiste num gráfico em pseudocor onde a abcissa é tempo, a ordenada frequência e a amplitude em dB é a cor de acordo com um dado mapa de cores. Calcule `P` (periodograma de cada trama em cada coluna) e depois

```
Nf = size(xf,2) %número de tramas = num de colunas de xfw
f=(0:Nfft/2)/Nfft*fs; %Nfft/2+1=257 valores em [0,fs/2]
imagesc(1:Nf,f,db(P(1:Nfft/2+1,:))), axis xy; colorbar
```

Processamento Digital de Sinal
Trabalho Prático Nº 10
Espetro de Termo Curto, Periodograma e modelo Autorregressivo.

3. Sonograma LPC

Vamos assumir que cada trama resulta de um processo autorregressivo, e estimar os parâmetros do modelo gerador: filtro só com polos. Vamos tomar 10 polos: p=10.
Precisamos de resolver as equações de Yule-Walker e para isso precisamos da estimativa da autocorrelação de cada trama.

a) A transformada inversa do periodograma é a estimativa da autocorrelação. No entanto, como esta estimativa corresponde à convolução da trama com a trama revertida no tempo, tem $N+N-1=2N-1$ amostras. Significa que, para não haver *aliasing* neste processo, as DFTs devem ser tomadas com pelo menos $2N$-1 amostras. Como, $Nfft$=512>2N, fica garantido que não há *aliasing* neste processo[1]. Calcule estimativas da autocorrelação de todas as tramas, `rP = ifft(P);`.

b) A partir da estimativa de autocorrelação `rm=rP(:,m)` onde m é o índice da trama, defina a matriz de autocorrelação Toeplitz de ordem p = 10, **R**, de dimensão 10×10 (faça `help toeplitz`). Nesta alínea e seguintes use, por exemplo, m=150.
A partir da estimativa da autocorrelação vamos obter os parâmetros de um modelo autorregressivo de ordem p=10 usando o filtro gerador

$$H(z)=\frac{b_0}{\sum_{k=0}^{p}a_k z^{-k}}=\frac{b_0}{1+a_1z^{-1}+a_2z^{-2}+\cdots+a_{10}z^{-10}}=\frac{b_0}{A(z)}.$$

Para isso resolva as equações normais ou de Yule-Walker:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} r_m[0] & r_m[1] & r_m[2] & \cdots & r_m[p-1] \\ r_m[1] & r_m[0] & r_m[1] & \cdots & r_m[p-2] \\ r_m[2] & r_m[1] & r_m[0] & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & r_m[1] \\ r_m[p-1] & \cdots & r_m[2] & r_m[1] & r_m[0] \end{bmatrix}}_{\mathbf{R}} \underbrace{\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_{p-1} \\ a_p \end{bmatrix}}_{\mathbf{a}_1} = - \underbrace{\begin{bmatrix} r_m[1] \\ r_m[2] \\ \vdots \\ r_m[p-1] \\ r_m[p] \end{bmatrix}}_{-\mathbf{r}_1}$$

Ou seja, $$\mathbf{R}\mathbf{a}_1=-\mathbf{r}_1.$$

Note que **R** tem dimensão p×p; que $\mathbf{a}_1$ não contém a_0=1 e que $\mathbf{r}_1$ começa em $r_m[1]$, que é o 2º valor do vetor `rm` do Matlab. Isto é, deve usar para $\mathbf{r}_1$ um vetor coluna com os valores $r_m[1]$ até $r_m[10]$ (e não com $r_m[0]$ até $r_m[9]$).
Obtenha a solução dos coeficientes de $A(z)$ (coeficientes a_k) sem inverter explicitamente a matriz (faça `help slash`, e use a "divisão esquerda" em vez de `inv()`).

[1] Verificar:
```
rP = ifft(P); %estimativas para todas as tramas
m=150; xm=xf(:,m); % trama 150, por exemplo
rm=xcorr(xm,N,'biased'); %estimativa de r da trama 150
%Nota: os valores de r[-k], estão em rP(Nfft-k+1,m):
plot(rP(:,m)),grid
plot(-N:N,rm,-255:256,[rP(258:512,m);rP(1:257,m)],':')
```

c) Calcule o ganho, b_0, do filtro $H(z)=\frac{b_0}{A(z)}$ usando a equação $b_0^2=r_m[0]+\mathbf{r}_1^T\mathbf{a}_1$, onde $\mathbf{a}_1$ é o vetor foi obtido na alínea anterior.

Em alternativa, defina os vetores **a** e **r** onde $\mathbf{a}=\begin{bmatrix}1\\ \mathbf{a}_1\end{bmatrix}$ e $\mathbf{r}=\begin{bmatrix}r_m[0]\\ \mathbf{r}_1\end{bmatrix}$ e faça o produto escalar $b_0^2=\mathbf{r}^T\mathbf{a}$.

d) Verifique o resultado usando o comando `lpc`:[2]

```
[a2,b2] = lpc(xm,10);
max(abs(a2'-[1;a1]))
abs(b2-b02) %b02 = b0^2 = b2
```

Faça um plot da densidade espetral de potência desta trama *m*. Verifique o tom (a excitação do trato vocal) foi removido:

```
H=sqrt(b02)./fft([1;a1],Nfft); %Resp. freq. do filtro LPC
%Mostrar periodograma e densidade espetral LPC, em dB:
plot(f,db(P(1:Nfft/2+1,m)),f,2*db(H(1:Nfft/2+1))),grid
```

e) Num ciclo `for` com índice *m*, obtenha a estimativa AR para todas as tramas, guardando os coeficientes b_0 num vetor linha `b` e os coeficientes do denominador numa matriz `A` onde cada coluna é um vetor LPC com a_0=1: `A(:,m)=[1;a1];`
No mesmo ciclo, guarde a densidade espetral de potência do processo AR para cada trama numa matriz P_{ar}. Faça as seguintes inicializações:

```
b=zeros(1,Nf); A=zeros(11,Nf); Par=zeros(257,Nf);
```

e calcule a densidade espetral de potência com:

```
H=b(m)./fft(A(:,m),512);
Par(:,m)=abs(H(1:257)).^2;
```

f) Faça agora um sonograma com a densidade espetral de potência do processo AR:

```
figure(1),imagesc(1:Nf,f,db(P(1:Nfft/2+1,:))), axis xy; colorbar
figure(2),imagesc(1:Nf,f,db(Par)), axis xy; colorbar
```

Verifique que as riscas devidas ao tom (pitch) não estão presentes no modelo AR.

4. Síntese com método OLA

[2] LPC: Linear Prediction Coding: algoritmo que equivale a determinar o modelo autorregressivo. O modelo autorregressivo é muitas vezes referido como modelo LP ou LPC e os coeficientes do denominador como coeficientes de predição linear ou coeficientes LPC.

Processamento Digital de Sinal

Trabalho Prático Nº 10

Espetro de Termo Curto, Periodograma e modelo Autorregressivo.

Se tomarmos ruído branco como sendo a excitação dos filtros, o sinal sintetizado parece fala "sussurrada". Se a excitação for sempre periódica e sempre com o mesmo período, temos a perceção de fala "robotizada" ou "artificial". Experimente os dois casos.
A síntese é feita com o método "OverLap-Add": soma das tramas parciais de N amostras com sobreposição de M amostras.

```
% Síntese do sinal de fala com Overlap-Add
% Excitação só com ruído branco
y=zeros((Nf-1)*M+N,1);
i=1; j=N; %índice de início e de fim da primeira trama.
for m=1:Nf
    ex = randn(N,1); %excitação só com ruído
    ym = filter(b(m),A(:,m),ex);
    y(i:j)=y(i:j)+ym; %overlap-add com N-M valores sobrepostos
    i=i+M;j=j+M; %índice de início e de fim da próxima trama.
end
soundsc(y,fs);

% Excitação sempre periódica e com período N0
N0=20; %experimente N0=40 e N0=80 (submúltiplos de 80)
y=zeros((Nf-1)*M+N,1);
i=1; j=N;
for m=1:Nf
    ex=zeros(N,1); ex(1:N0:end)=1; %excitação só periódica
    ym = filter(b(m),A(:,m),ex);
    y(i:j)=y(i:j)+ym; %overlap-add
    i=i+M;j=j+M;
end
soundsc(y,fs);
```

Produza um relatório em formato pdf onde expõe e discute o trabalho e apresenta os resultados obtidos. Coloque como apêndice o "script" Matlab que usou na aula prática.
Nome do ficheiro a entregar:

PDS_PLiGjTP10.pdf onde i={1,2} e j é o número do grupo.