# UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA CENTRO TECNOLÓGICO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA E ELETRÔNICA CONVERSÃO ELETROMECÂNICA DE ENERGIA A

DJONATHAN LUIZ DE OLIVEIRA QUADRAS (15200695)

TRABALHO 2

FLORIANÓPOLIS 2021

# Introdução

O presente trabalho as respostas das questões 1.7, 1.8, 1.9, 1.10, 1.13, 1.14, 1.15 e 1.16 presentes na versão 6t da apostila desenvolvida pelo Professor Doutor Renato Lucas Pacheco. O trabalho foi inteiramente desenvolvido em linguagem RMarkdown. Os códigos fonte para a sua elaboração contam em anexo. Importante: o padrão de numeração utilizado é do formato americano (com separação decimal utilizando ponto e não vírgula). Você pode acessar aos códigos fontes utilizados para a realização deste trabalho aqui.

Transformador de  $2 \times 10^4 \text{VA}$ , 2400/240, 60 Hz. Se três transformadores iguais ao especificado forem ligados na configuração estrela/delta  $(Y - \Delta)$  e alimentados a partir de um gerador de tensão trifásica equilibrada de sequência positiva, com valor eficaz (de linha) igual a raiz quadrada de três vezes a tensão nominal do lado primário do transformador (lado de alta tensão), qual a tensão entre os terminais abertos (em módulo e ângulo) em cada um dos casos mostrados a seguir? Explicar cuidadosamente os resultados, concluindo se a ligação delta pode ou não ser fechada e por quê!! Para esta análise, os transformadores podem ser considerados ideais!

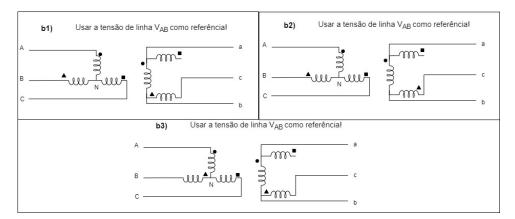


Figura 1: Enunciado

### Resolução

De acordo com o enunciado, o sistema é alimentado por um gerador com tensão eficaz (de linha) de 4156.92V. Com isso, podemos concluir que as tensões de linha em Y são

$$\begin{cases} V_{AB} = 4156.92 \angle 0^{\circ} V \\ V_{BC} = 4156.92 \angle -120^{\circ} V \\ V_{CA} = 4156.92 \angle 120^{\circ} V \end{cases}$$

E como para sistemas balanceados temos que  $V_L = \sqrt{3}V_P$  (com defasamento de 30°), temos que

$$\begin{cases} V_{AN} = 2400 \angle -30^{\circ} V \\ V_{BN} = 2400 \angle -150^{\circ} V \\ V_{CN} = 2400 \angle 90^{\circ} V \end{cases}$$

Dessa forma, é possível calcular as tensões de linha no circuito em  $\Delta$ . Para cada um dos casos será feita a comparação com base nas marcas de polaridade.

Para circuito b1 Para o circuito apresentado em b1, tem-se as seguintes resultados para tensão de linha.

$$\begin{cases} V_{ab} = 4156.92 \angle -30^{\circ} V \\ V_{bc} = 4156.92 \angle -150^{\circ} V \\ V_{?a} = 4156.92 \angle 90^{\circ} V \end{cases}$$

Com isso, a tensão no terminal aberto é

$$V_{c?} = V_{ab} + V_{bc} + V_{?a}$$

$$V_{c?} = 0 \angle 74.4^{\circ}V$$

Como  $V_{c?}$  tem magnitude nula, é possível fechar o circuito tranquilamente.

Para circuito b2 Para o circuito apresentado em b2, tem-se as seguintes resultados para tensão de linha.

$$\begin{cases} V_{ab} = 4156.92 \angle -30^{\circ}V \\ V_{bc} = 4156.92 \angle 30^{\circ}V \\ V_{?a} = 4156.92 \angle 90^{\circ}V \end{cases}$$

Com isso, a tensão no terminal aberto é

$$V_{c?} = V_{ab} + V_{bc} + V_{?a}$$

$$V_{c?} = 8313.8 \angle 30^{\circ} V$$

Como  $V_{c?}$  tem magnitude não nula (e, num caso ainda pior, tendo o dobro da tensão de fase), não é possível fechar o circuito de forma alguma.

Para circuito b3 Para o circuito apresentado em b3, tem-se as seguintes resultados para tensão de linha.

$$\begin{cases} V_{ab} = 4156.92 \angle -30^{\circ}V \\ V_{bc} = 4156.92 \angle 30^{\circ}V \\ V_{?a} = 4156.92 \angle 90^{\circ}V \end{cases}$$

Com isso, a tensão no terminal aberto é

$$V_{c?} = V_{ab} + V_{bc} + V_{?a}$$

$$V_{c?} = 8313.8 \angle 30^{\circ} V$$

Como  $V_{c?}$  tem magnitude não nula (e, num caso ainda pior, tendo o dobro da tensão de fase), não é possível fechar o circuito de forma alguma.

Um transformador trifásico abaixador de  $6 \times 10^4$  VA, 4156.92/240 V, 60 Hz, ligado em  $Y/\Delta$  foi submetido a um ensaio de curto-circuito realizado pelo lado de baixa tensão (240V) de onde se obteve a seguinte impedância equivalente, por fase: 0.0370376+0.0635895i [ $\Omega$ ]. Os seguintes resultados foram obtidos de um ensaio de circuito aberto, realizado pelo lado de baixa tensão, a 60 Hz:  $P_{3\phi} = 366$  W;  $I_l = 1.8$  A;  $V_l = 240$  V. O equipamento está alimentando uma carga trifásica equilibrada de  $3.6 \times 10^4$ W, com um fator de potência 0.6 adiantado. A tensão na carga foi ajustada para 240 V.

Para a sua versão, pede-se:

- a. A tensão na fonte, a corrente e a potência aparente fornecidas pela fonte, referidas ao primário (lado 1), e o fator de potência "visto" pela fonte, usando o modelo impedância série;
- b. O rendimento e a regulação do transformador, usando o modelo impedância série. Usar a potência do ensaio a vazio, se realizado com tensão nominal;
- c. Comentar os resultados!

## Resolução

Inicialmente, para facilitar os cálculos, será feita a conversão do formato  $\Delta$  para um formato Y. Assim,

$$Z_{eq} = \frac{0.0370376 + 0.0635895i}{3} \implies \boxed{0.0123 + 0.0212i\Omega}$$

Tem-se do enunciado do problema para o primário uma tensão de 240V de linha e 2400V de fase, além de uma tensão no secundário de 240V de linha e 138.56V de fase no estrela equivalente. Assim, será utilizado um fator de conversão de

$$a = \frac{2400}{138.56}$$
  $a = 17.32$ 

Desse modo, tem-se a impedância equivalente

$$Z_{eq} = 3.7 + 6.36i = 7.36 \angle (59.78)^{\circ}\Omega$$

Também é possível encontrar a tensão na carga fazendo-se  $V_c=aV_c$ . Assim:  $V_c=2400{\rm V}$ . É possível calcular a corrente na carga por meio de  $P_{c_{3\phi}}=\sqrt{3}V_cI_cfp$ . Assim:

$$I_c = 0.6 \frac{3.6 \times 10^4}{\sqrt{3}4156.92} \implies \boxed{I_c = 8.33 \angle (53.13)^{\circ} A}$$

Com o valor da corrente de saída, e sabendo que  $I_e=aI_c$ , tem-se que a corrente de entrada é de

$$I_e = 86.6 + 115.47iA = 144.34 \angle (53.13)^{\circ}A$$

Com a corrente de entrada, tensão na carga e impedâncias do circuito, é possível agora calcular a tensão na fonte (pelo lado secundário) por meio das Tensões de Kirchhoff.

$$V_e = (Z_T)(I_e) + V_c = (3.7 + 6.36i)(5 + 6.67i) + 2400$$

Assim,

$$V_e = 2376.12 + 56.49i = 2376.8 \angle 1.36^{\circ}V$$

Com os valores de  $V_e$  e  $I_e$ , é possível calcular  $S_e$  por meio de  $S_e = \sqrt{3}I_eV_e$ . Assim,  $S_e = 5.94199 \times 10^5 VA$ . O fator de potência na fonte é de  $fp_e = \cos(\theta_v - \theta_i) = 0.62$ 

O rendimento é calculado como

$$\Re = \frac{|V_e| - |V_s|}{|V_s|} = \frac{2376.8 - 2400}{2400} = -0.01 \implies \Re = -0.97\%$$

A regulação é definida por

$$\eta = \frac{P_{s3\phi}}{P_{e3\phi}} = \frac{P_{s3\phi}}{P_{s3\phi} + P_{f3\phi} + P_{j3\phi} + P_{sup3\phi}}$$

Assim,

$$\eta = \frac{3.6 \times 10^4}{3.6 \times 10^4 + 366 + 2.572058 + 0} \implies \eta = 98.99\%$$

Para a sua versão, no exemplo anterior, ajustando a tensão na entrada do transformador para o seu valor nominal, se o transformador está fornecendo corrente nominal a fator de potência 0,6 capacitivo, pede-se:

- a. A tensão sobre a carga, corrente e a potência aparente fornecidas pela fonte, referidas ao primário (lado 1), e o fator de potência "visto" pela fonte, usando o modelo impedância série;
- b. O rendimento e a regulação do transformador, usando o modelo impedância série. Usar a potência do ensaio a vazio, se realizado com tensão nominal;
- c. Comparar com os resultados do Exemplo 1.8: Transformador trifásico abaixador com tensão especificada na carga. Comentar os resultados!

## Resolução

Working on it:)

Os dois transformadores abaixo são ligados em paralelo para alimentar uma carga trifásica equilibrada.

TRANSFORMADOR 1: Um transformador trifásico abaixador de  $6 \times 10^4$  VA, 4156.92/240 V, 60 Hz, ligado em  $Y/\Delta$  foi submetido a um ensaio de curto-circuito realizado pelo lado de baixa tensão (240V) de onde se obteve a seguinte impedância equivalente, por fase: 0.0370376+0.0635895i [Ω]. Os seguintes resultados foram obtidos de um ensaio de circuito aberto, realizado pelo lado de baixa tensão, a 60 Hz:  $P_{3\phi} = 366$  W;  $I_l = 1.8$  A;  $V_l = 240$  V.

TRANSFORMADOR 2: Um transformador trifásico abaixador de  $1.2 \times 10^5$  VA, 4156.92/240 V, 60 Hz, ligado em  $Y/\Delta$  foi submetido a um ensaio de curto-circuito realizado pelo lado de baixa tensão (240V) de onde se obteve a seguinte impedância equivalente, por fase: 0.02337967+0.0432287i [ $\Omega$ ]. Os seguintes resultados foram obtidos de um ensaio de circuito aberto, realizado pelo lado de alta tensão, a 60 Hz:  $P_{3\phi}=961.87$  W;  $I_l=10.25$  A;  $V_l=240$  V.

Se o conjunto está alimentando uma carga nominal (tensão e corrente nominais), sob fator de potência 0.6 capacitivo, pede-se:

- a. A tensão na fonte, a corrente e a potência aparente fornecidas pela fonte e por cada transformador em paralelo, referidas ao primário (lado 1), e o fator de potência "visto" pela fonte e o fator de potência de cada transformador, usando o modelo impedância série;
- b. O rendimento e a regulação de cada transformador;
- c. Comentar os resultados!

#### Resolução

Para o lado primário, é considerado uma tensão de 4156.92V de linha e 2400V de fase, além de uma tensão no secundário de 240V de linha e 138.56V de fase no estrela equivalente. Assim, será utilizado um fator de conversão igual

$$a = \frac{2400}{138.56} \quad \boxed{a = 17.32}$$

Inicialmente, transforma-se as impedâncias para o seu modelo estrela equivalente (ao lado primário).

$$Z_{eq1Y} = a \frac{0.0370376 + 0.0635895i}{3}$$
  $Z_{eq2Y} = a \frac{0.02337967 + 0.0432287i}{3}$ 

Assim,

$$Z_{eq1} = 3.7 + 6.36i = 7.36 \angle (59.78)^{\circ}\Omega$$
 e  $Z_{eq2} = 0.01 + 0.01i = 4.91 \angle (61.59)^{\circ}\Omega$ 

Também é possível encontrar a tensão na carga fazendo-se  $V_c = aV_{c_{fase}}$ . Assim:  $V_c = 2400 \text{V}$ . É possível calcular a corrente na carga por meio de  $P_{c_{3\phi}} = \sqrt{3} V_{c_{linha}} I_{c_{linha}} f_p$ . Assim:

$$I_c = 0.6 \frac{3.6 \times 10^4}{\sqrt{3}4156.92} \implies \boxed{I_c = 0.08 \angle (53.13)^{\circ} A}$$

Com isso, é possível calcular as correntes de saída de ambos os transformadores por meio de

$$I_1 = \frac{Z_{eq2}}{Z_{eq1}} I_2$$
 e  $I_1 + I_2 = I_c$ 

Assim, tem-se

$$I_1 = 0.02 + 0.03iA = 0.03\angle(54.22)^{\circ}A$$
 e  $I_2 = 0.03 + 0.04i = 0.05\angle(52.4)^{\circ}A$ 

Assim, é possível descobrir a potência fornecida por cada transformador fazendo-se S=VI. Tem-se, então:

$$S_1 = 81.43VA$$
 e  $S_2 = 121.93VA$ 

Com o valor da corrente de saída, e sabendo que  $I_e=aI_c$ , tem-se que a corrente de entrada é de

$$I_e = 0.88 + 1.17iA = 1.47 \angle (53.13)^{\circ} A$$

Tendo a corrente de saída, os valores das impedâncias e o valor da tensão na carga é possível encontrar o valor de tensão na fonte fazendo-se  $V_e = (Z_{eq1}||Z_{eq2})I_e + Vc$ . Assim,

$$V_e = (1.43 + 2.57i)(0.88 + 1.17i) + 2400 \implies \boxed{V_e = 2398.24 + 3.95iV = 2398.24 \angle (0.09)^{\circ}V}$$

Com os valores de  $V_e$  e  $I_e$ , é possível calcular  $S_e$  por meio de  $S_e = \sqrt{3}I_eV_e$ . Assim,  $S_e = 6095.54VA$ . O fator de potência na fonte é de  $fp_e = \cos(\theta_v - \theta_i) = 0.6013171$ 

Com os valores de impedância, corrente de saída e tensões, é possível determinar a tensão de entrada de cada um dos dois transformadores.

$$V_{e1} = 2398.24 \angle (0.09)^{\circ} V$$
 e  $V_{e2} = 2398.24 \angle (0.09)^{\circ} V$ 

Com os valores de tensão e corrente é possível determinar o fator de potência de entrada de cada um dos dois transformadores.

$$fp_1 = 0.59$$
 e  $fp_2 = 0.61$ 

O rendimento dos dois transformadores é dado por  $\Re = \frac{V_e - V_s}{V_s},$ então.

$$\[\Re_1 = -0.07\%\]$$
 e  $\[\Re_2 = -0.07\%\]$ 

Por fim, a regulação dos dois transformadores é dado por  $\eta=\frac{P_{s3\phi}}{P_{e3\phi}},$  então.

Um transformador de potência de  $2\times10^4$  VA, 2400/240 V, 60 Hz, possui os seguintes parâmetros:

$$\begin{cases} r_1 = 1.85188[\Omega]; & x_1 = 3.17947[\Omega]; & g_m = 2.11806 \times 10^{-5}[S]; & b_m = 3.7708707 \times 10^{-5}[S] \\ r_2 = 0.01852[\Omega]; & x_2 = 0.03179[\Omega] & (Referidos ao lado 2) \end{cases}$$

Usando os valores nominais do equipamento como valores de base e **usando a técnica p.u.**, para a sua versão, Pede-se:

- a. A tensão na fonte e a potência aparente fornecida pela fonte se o transformador estiver alimentando carga nominal (potência aparente e tensão nominais), fator de potência 0,6 capacitivo, usando o modelo impedância série;
- b. O rendimento e a regulação do transformador;
- c. Retornar aos valores reais e comparar as grandezas obtidas com aquelas similares para o mesmo fator de potência, obtidas no Exemplo 1.5. Comentar!

#### Resolução

Inicialmente, são determinados os valores base. De acordo com o enunciado, tem-se como valores base:  $S_{base}=2\times 10^4 VA,\,V_{a_{base}}=2400V,\,V_{b_{base}}=240V.$  Como  $I_{base}=\frac{S_{base}}{V_{base}},$  então  $I_{a_{base}}=8.33A$  e  $I_{b_{base}}=83.33A$ 

Considerando o modelo de impedância em série, tem-se a impedância equivalente de  $Z=3.70388+6.35847i\Omega$ . Também é possível determinar a corrente de entrada fazendo-se

$$I_e = \frac{S}{(a)(V_2)} \angle (-\arccos fp) = 8.33 \angle (53.13)^{\circ} A.$$

Assim, a corrente de saída é tida por  $I_c = 0.83 \angle (53.13)^{\circ} A$ . Com os valores de  $I_e$ , Z e  $V_c$ , é possível calcular a tensão na fonte fazendo-se  $V_e = (Z)(I_e) + V_c$ . Assim,

$$V_e = 2376.8 \angle (1.36)^{\circ} V.$$

Dessa forma, tem-se que a potência aparente fornecida pela fonte como

$$S_e = 1.980667 \times 10^4$$
.

Tendo os valores calculados, é possível encontrar os valores de tensão por unidade, fazendo-se

$$V_{e_{p.u.}} = \frac{V_e}{V_{a_{base}}} = \frac{2376.1296 + 56.4848833333i}{2400} \implies \boxed{V_{e_{p.u.}} = 0.99 \angle (1.36)^{\circ} pu}$$

e o valor da potência por unidade fazendo-se

$$S_{e_{p.u.}} = \frac{S_e}{S_{base}} = \frac{1.9806674 \times 10^4}{2 \times 10^4} \implies \boxed{S_{e_{p.u.}} = 0.99pu}$$

A regulação é dada por

$$\Re = \frac{V_{e_{p.u.}} - V_{c_{p.u.}}}{V_{c_{p.u.}}} \implies \boxed{\Re = -0.97\%}$$

O rendimento é dado por

$$\eta = \frac{P_{c_{p.u.}}}{P_{e_{p.u.}}} \Longrightarrow \boxed{\eta = 97.9\%}$$

Percebe-se que, como esperado, o rendimento é precisamente o mesmo que o encontrado no exemplo 1.5. No entanto, houve uma variação em relação à regulação, também conforme esperado, devido a uma alteração de uma carga indutiva para uma carga capacitiva.

Um transformador de potência de  $2 \times 10^4$  VA, 2400/240 V, 60 Hz, possui os seguintes parâmetros:

$$\begin{cases} r_1 = 1.85188[\Omega]; & x_1 = 3.17947[\Omega]; & g_m = 2.11806 \times 10^{-5}[S]; & b_m = 3.7708707 \times 10^{-5}[S] \\ r_2 = 0.01852[\Omega]; & x_2 = 0.03179[\Omega] & (Referidos ao lado 2) \end{cases}$$

Três transformadores idênticos são ligado formando um banco trifásico  $\Delta/Y$ . Usando os valores nominais do banco trifásico como valores de base (valores trifásicos!) e **usando a técnica p.u.**, pede-se:

- a. A tensão na fonte e a potência aparente fornecida pela fonte se o transformador estiver alimentando carga nominal (potência aparente e tensão nominais), fator de potência 0,6 capacitivo, usando o modelo impedância série;
- b. O rendimento e a regulação do transformador;
- c. Retornar aos valores reais e comparar as grandezas de fase obtidas com aquelas similares para o mesmo fator de potência, obtidas no Exemplo 1.13. Comentar!

#### Resolução

Inicialmente, determina-se que para simplificar a solução será optado por reduzir o sistema trifásico equilibrado a uma única fase de um sistema estrela equivalente. Será considerado um fator de conversão como  $a=\frac{2400}{240}=10$ . Também pode-se determinar os valores nominais de tensão. Assim, tem-se 2400V de fase e 2400V de linha para o primário e 240V de fase e 415.69V de linha para o secundário.

Assim, como as impedâncias já foram dadas sendo consideradas pelo lado de baixa tensão, tem-se a impedância equivalente de  $Z=3.70388+6.35847i\Omega$ . Também pode-se determinar os valores base de acordo com o enunciado, tem-se como valores base:  $S_{base}=6\times10^4VA$  (triplo da potência por serem três transformadores),  $V_{a_{base}}=2400V$ ,  $V_{b_{base}}=415.69V$ . Como  $I_{base}=\frac{S_{base}}{V_{base}}$ , então  $I_{a_{base}}=25A$  e  $I_{b_{base}}=144.34A$ 

Considerando o modelo de impedância em série também é possível determinar a corrente de entrada fazendo-se

$$I_e = \frac{S}{(a)(V_2)} \angle (-\arccos fp) = 14.43 \angle (53.13)^{\circ} A.$$

Assim, a corrente de saída é tida por  $I_c=1.44\angle(53.13)^\circ A$ . Com os valores de  $I_e, Z$  e  $V_c$ , é possível calcular a tensão na fonte fazendo-se  $V_e=(Z)(I_e)+V_c$ . Assim,

$$V_e = 4116.74 \angle (1.36)^{\circ} V.$$

Dessa forma, tem-se que a potência aparente fornecida pela fonte como

$$S_e = 5.942002 \times 10^4.$$

Tendo os valores calculados, é possível encontrar os valores de tensão por unidade, fazendo-se

$$V_{e_{p.u.}} = \frac{V_e}{V_{a_{base}}} = \frac{4115.57719256831 + 97.83468779293i}{2400} \implies \boxed{V_{e_{p.u.}} = 1.72 \angle (1.36)^{\circ} pu}$$

e o valor da potência por unidade fazendo-se

$$S_{e_{p.u.}} = \frac{S_e}{S_{base}} = \frac{5.9420022 \times 10^4}{6 \times 10^4} \implies \boxed{S_{e_{p.u.}} = 0.99pu}$$

A regulação é dada por

$$\Re = \frac{V_{e_{p.u.}} - V_{c_{p.u.}}}{V_{c_{p.u.}}} \implies \left[\Re = -0.97\%\right]$$

O rendimento é dado por

$$\eta = \frac{P_{c_{p.u.}}}{P_{e_{p.u.}}} \implies \boxed{\eta = 97.9\%}$$

Percebe-se que, como esperado, o rendimento e a regulação são precisamente os mesmos que os encontrados no exemplo 1.13.

Um transformador de potência monofásico, de  $2.75 \times 10^4 \mathrm{VA}$ ,  $4400/440 \mathrm{~V}$ ,  $60 \mathrm{Hz}$ , deve ser usado como autotransformador para alimentar um circuito de  $4400 \mathrm{V}$  a partir de um gerador de  $4840 \mathrm{V}$ . Sob carga nominal e fator de potência 0.6 indutivo, o rendimento do transformador monofásico foi calculado como de 94.5%. Para o autotransformador, pede-se:

- a. O diagrama de suas ligações (incluir as marcas de polaridade!);
- b. Sua potência aparente nominal, separando em potência transformada, potência passante e potência total;
- c. Seu rendimento a plena carga, com fatores de potência 0.6 indutivo e 0.8 indutivo. COMENTAR!

## Resolução

Working on it:)

Um transformador de três enrolamentos foi ensaiado para a obtenção de suas impedâncias de curto-circuito (parâmetros longitudinais). Percebeu-se que as componentes reativas em cada impedância, em módulo, foram maiores que dez vezes as respectivas componentes resistivas. As características nominais de cada enrolamento são:

Primário: 2.97 × 10<sup>4</sup>V, 3 × 10<sup>7</sup>VA;
Secundário: 1.32 × 10<sup>5</sup>V, 3 × 10<sup>7</sup>VA;
Terciário: 9600V, 1.05 × 10<sup>7</sup>VA;

Após os ensaios em laboratório, os dados foram trabalhados e transformados em valores percentuais, como segue:

• Ensaio 1:  $Z_{ps} = 6.9\%$ , na base  $2.97 \times 10^4 \text{V e } 3 \times 10^7 \text{VA}$ ;

• Ensaio 2:  $Z_{ps} = 5.6\%$ , na base  $2.97 \times 10^4 \text{V}$  e  $1.05 \times 10^7 \text{VA}$ ;

• Ensaio 3:  $Z_{ps} = 3.8\%$ , na base  $1.32 \times 10^5 \mathrm{V}$  e  $1.05 \times 10^7 \mathrm{VA}$ ;

Pede-se:

- a. Desenhar o circuito elétrico equivalente completo em por unidade (pu) com os cálculos e as indicações numéricas de cada parâmetro, usando como base potência nominal do enrolamento primário e as tensões nominais;
- b. Desenhar o circuito elétrico equivalente completo em Ohms  $(\Omega)$  com os cálculos e as indicações numéricas de cada parâmetro, referido ao terciário.

#### Resolução

Working on it:)