



FACULDADE DE  
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE DE  
COIMBRA

# Introdução à Inteligência Artificial

2024-2025

## Questões Sobre Agentes Aprendizes

1. Diga o que entende por:
  - a. Regra de Delta ou Regra de Widrow-Hoff;
  - b. Classes linearmente separáveis;
  - c. Função de activação;
  - d. TLU;
  - e. Sobreajustamento;
  - f. Aprendizagem Supervisionada Incremental.
2. Suponha que multiplica todos os pesos e o limiar de uma TLU de duas entradas pela mesma constante. O seu comportamento altera-se?
3. Qual a limitação principal das TLUs. Justifique apresentando um exemplo.
4. Qual a importância do ritmo de aprendizagem  $\eta$  para o sucesso da aprendizagem?
5. Dê um exemplo de uma função booleana de três entradas que não pode ser “aprendida” por uma única TLU?
6. Diga, justificando, se uma TLU pode aprender qualquer função. Pode usar exemplos na sua justificação.
7. Comente as seguintes afirmações:
  - a. “Uma TLU pode aprender a classificar correctamente a função booleana de três entradas dada pela tabela seguinte.”;

$x_1$	$x_2$	$x_3$	<i>saida</i>
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

- b. “Quanto mais exemplos de treino forem dados a uma rede neuronal, alimentada para a frente, usando uma função de activação sigmóide, e o algoritmo de aprendizagem de retropropagação, melhor ela aprende”;
- c. “Dada uma rede neuronal simples formada por apenas uma unidade de saída (TLU) se eu multiplicar todos os pesos (incluindo o limiar) pela mesma constante **negativa** a função calculada pela rede não vem alterada”;
- d. “Dada uma rede neuronal em que cada neurónio tem  $n$  entradas e limiar  $\theta = k$  é sempre possível encontrar outra rede neuronal com  $n+1$  entradas e limiar  $\theta = 0$  que aproxima a mesma função da rede original”.

## Perguntas Teórico-Práticas

1. Considere uma **função booleana** de quatro entradas descritas parcialmente pelos exemplos:

x1	x2	x3	x4	o
0	1	0	1	1
0	1	1	1	0
1	0	0	1	1
0	1	1	0	0

Mostre como evoluiria uma TLU que fosse treinada com estes exemplos usando a regra de **Hidrow-Hoff**. Admita que inicialmente todos os pesos e o limiar são **zero** e que o ritmo de aprendizagem  $\eta=0,1$ .

2. Considere uma **função booleana** de três entradas em que a saída é igual à soma das entradas **módulo 2**, isto é, a saída é **1** quando um número **ímpar** de entradas está a **1**, sendo **0** no caso contrário. Em que medida pode implementar esta função por meio de uma única TLU? Caso não seja possível diga **como** implementaria se pudesse usar um número ilimitado de TLUs.
3. Considere uma **TLU** de três entradas e uma saída que calcula a função “**duas ou mais**”, isto é, a saída é **1** se pelo menos duas entradas estiverem a **1**, sendo **0** no caso contrário. Em que medida esta função pode ser **aprendida** pela TLU? Se não puder explique sumariamente porquê, se puder desenhe a TLU incluindo o valor para os pesos e o limiar.
4. Desenhe uma TLU de **três** entradas A, B e C que implementa a função booleana:

$$A \wedge \neg C$$

5. Considere uma função booleana de quatro entradas cuja tabela definidora se apresenta parcialmente:

x1	x2	x3	x4	o
0	0	0	0	0
1	1	0	0	1

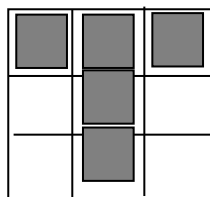
1      0      1      0      0

Admitindo que inicialmente os pesos e o limiar são **zero** mostre como estes valores evoluiriam ao aplicar a regra de aprendizagem das TLU's (**Regra Delta**). Suponha ainda que o ritmo de aprendizagem é 0.8.

6. Considere a seguinte função, denominada **Xpto**:

x1	x2	o
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	0

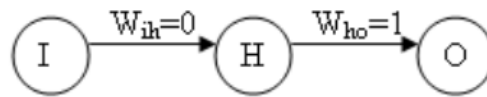
- Implemente esta função usando TLUs
  - Admitindo que inicialmente os pesos e o limiar valem **0**, e que o ritmo de aprendizagem é 0.1 simule uma fase de treino sequencial usando os **quatro** valores possíveis para x1 e x2 recorrendo à regra de Hidrow-Hoff.
7. Suponha que pretende usar uma TLU para reconhecer letras. Admita que se trata do caso concreto de reconhecer um T. Assim a TLU deve ter saída **um** apenas quando for apresentada à sua entrada um T, sendo **zero** em qualquer outro caso. Para facilitar admita que as letras são representadas através de uma matriz 3\*3. Por exemplo para o T, seria:



Implemente a referida TLU.

- Considere uma TLU de três entradas x1, x2 e x3, limiar  $\Theta=0.7$ , ritmo de aprendizagem  $\eta=0.2$  e pesos iniciais  $w1=0.2$ ,  $w2=0.7$  e  $w3=0.9$ .
  - Qual o valor da saída da TLU para entradas  $x1=1$ ,  $x2=0$  e  $x3=1$ ?
  - Quais os valores dos pesos depois de aplicar a regra delta com as entradas anteriores sabendo que o valor desejado é 0?

9. Considere uma rede neuronal multi-camada, alimentada para a frente, a função sigmóide como função de activação e que usa o algoritmo de retropropagação para aprender os pesos da rede. Suponha que a rede tem apenas um neurónio em cada uma das suas três camadas (entrada, escondida e saída - ver a figura).

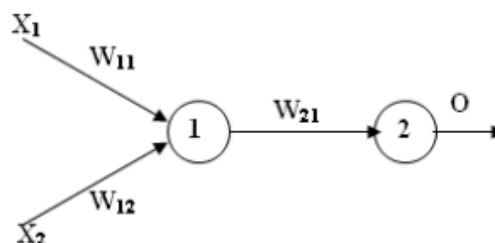


Admita que quando a entrada é  $I=1$  a saída deve ser  $O=0$ .

- Para os valores indicados calcule a saída real quando a entrada é  $I=1$ ;
  - Utilize o algoritmo de retropropagação, dado nas aulas, para calcular os pesos actualizados. Suponha um ritmo de aprendizagem  $\eta=1$  e que  $\text{sigmóide}(0)=0.5$ ,  $\text{sigmóide}(0.5)=0.62$  e  $\text{sigmóide}(1)=0.73$ .
10. Considere uma rede neuronal simples, formada por 4 entradas e um neurónio de saída. Pretende-se que a rede aprenda a função dada parcialmente pela tabela que se segue. Admita que inicialmente os pesos e o limiar são zero, o ritmo de aprendizagem  $\eta=0.1$  e que utiliza a regra delta (ou de Hidrow-Hoff) como regra de aprendizagem. Como evoluem os pesos da rede quando usa os quatro exemplos da tabela como exemplos de treino?

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	<i>saída</i>
0	1	0	1	1
0	1	1	1	0
1	0	0	1	1
0	1	1	0	0

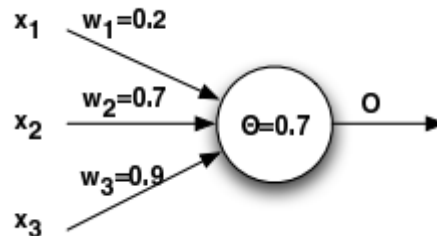
11. Considere a rede neuronal da figura que se segue. Suponha que se trata de uma rede alimentada para a frente, com uma função de activação do tipo sigmóide ( $f(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$ ) que usa o algoritmo de retropropagação para aprender os pesos da rede. Suponha ainda que as entradas  $x_1$  e  $x_2$  são binárias, que os limiares  $\theta_1$  e  $\theta_2$  são permanentemente nulos e que todos os pesos são inicialmente iguais a 0.5.



- Se, para a situação inicial descrita, aplicar às entradas os valores  $x_1 = 0$  e  $x_2 = 1$ , qual o valor da saída  $O$ ?

- b. Supondo que o valor da saída devia ser 0, qual o novo valor para o peso  $w_{12}$  quando aplica o algoritmo de retropropagação?

12. Considere a rede neuronal da figura abaixo. Admita que com as entradas  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = 0$ ,  $x_3 = 1$  e a saída deve ser 0. Aplique a Regra Delta para calcular os novos pesos da rede após uma etapa de aprendizagem. Admita que o ritmo de aprendizagem é  $\eta = 0.2$ .

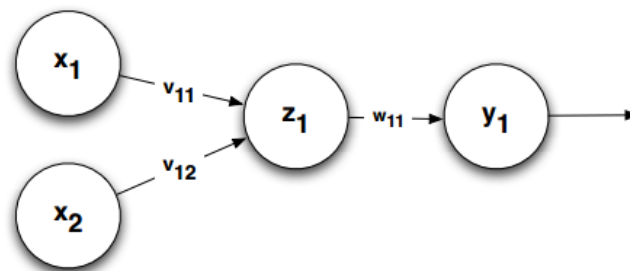


13. Considere um sistema que pode estar em dois estados distintos que, por comodidade, designaremos por vivo e morto. O sistema depende de três variáveis booleanas e foi-nos dado a observar o seu estado em cinco das oito situações conforme é descrito na tabela que se segue.

Exemplo	$var_1$	$var_2$	$var_3$	Estado
1	T	T	F	Morto
2	F	T	F	Vivo
3	F	T	T	Vivo
4	F	F	T	Morto
5	T	F	F	Morto

A partir dos exemplos diga rigorosamente como podia inferir as regras que determinam o estado em função do valor das variáveis.

14. Considere a seguinte rede neuronal:



Admitindo que a função de activação é a função degrau bipolar, qual o valor da saída  $y_1$ , quando as entradas são  $x_1 = 1$  e  $x_2 = 1$ . Admita que o limiar  $\Theta = 0$ .

15. Durante as aulas discutimos o modo como uma rede neuronal multi-camada, alimentada para a frente e usando como função de activação (função sigmóide), aprendia. O princípio de base era a minimização do erro quadrático à saída e o processo

é apelidado de retropropagação. Suponha que tem uma rede simples formada apenas por um neurónio de saída. No entanto a sua função de activação é agora definida por:

$$f(x_i) = x_i = \frac{1 - e^{-In_i}}{1 + e^{-In_i}}$$

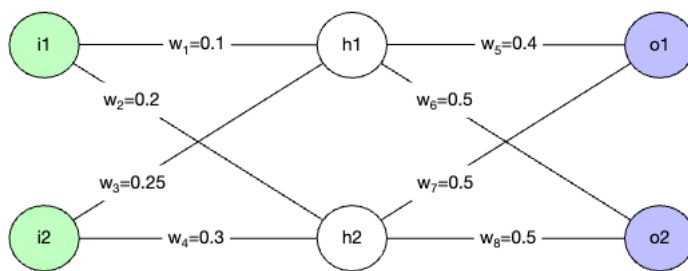
sendo que:

$$In_i = \sum_{j=0}^n w_{ij} \times x_j$$

Utilizando a mesma metodologia derive a fórmula de actualização dos pesos de modo a minimizar o erro. Caso precise a derivada da função da activação é dada por:

$$f(x_i)' = x_i = \frac{2 \times e^{-In_i}}{(1 + e^{-In_i})^2}$$

16. Considere a Rede Neuronal Artificial apresentada na figura, e o seguinte caso de treino:



i1	i2	o1	o2
0.05	0.10	0.032	1.035

- Qual o valor do erro após a primeira passagem?
- Aplicando de forma rigorosa o algoritmo de retropropagação, indique o que acontece ao valor dos pesos  $w_5$  e  $w_6$ , i.e., se o seu valor aumenta, diminui ou mantém. Nota: para auxiliar os cálculos pode considerar uma taxa de aprendizagem de 0.2).