

# Lista 6 de CM300

1. Esboce os gráficos das funções do segundo grau que se seguem. Em seu esboço devem estar representados corretamente o vértice da parábola, as raízes da função (caso existam) e ao menos alguns pontos adicionais sobre o gráfico. Responda: quais as coordenadas do vértice? Em que intervalo cada função é crescente? E decrescente?

(a)  $f(x) = x^2 - x - 2$

(b)  $g(x) = x^2 - 3$

(c)  $h(x) = -2x^2 + 9x - 7$

(d)  $w(x) = \frac{x^2}{2} - x + 1$

(e)  $v(x) = x^2 - 5x + 6$

(f)  $u(x) = -\frac{x^2}{4} + \frac{x}{2} + 2$

2. Encontre as derivadas das funções abaixo.

(a)  $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$

(b)  $g(x) = \frac{x^2}{8} + \frac{x}{8} - \frac{1}{8}$

(c)  $h(x) = -x^2 - x + 1$

(d)  $\alpha(t) = -\frac{3t^2}{2} + 2t + 4$

(e)  $\beta(t) = -4t^2 - 9$

(f)  $\gamma(t) = 8t + 1$

(g)  $u(z) = -3z^2 + 3z - 40000$

(h)  $v(z) = 1000z^2 - 999z$

(i)  $w(z) = (2z + 3)(2z - 3)$

(j)  $\lambda(x) = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2$

(k)  $\mu(x) = (-2x + 1)^2$

(l)  $\omega(x) = 3x(1 - 2x)$

3. Encontre a reta tangente ao gráfico de cada função no ponto de abscissa indicada.

(a)  $a(x) = 2x^2 - 3x + 1, x = 2$

(b)  $b(x) = -x^2 + 2x + 3, x = -1$

(c)  $c(x) = x^2 + 2x + 3, x = 0$

(d)  $d(x) = -\frac{x^2}{2} + 2x - 1, x = 2$

(e)  $e(x) = 4x^2 - 8x + 3, x = 10$

(f)  $f(x) = -3x^2 - 2x + 2, x = -2$

(g)  $g(x) = -x^2 - x, x = \frac{1}{2}$

(h)  $h(x) = x^2 - 5x, x = 1$

(i)  $i(x) = x^2 + 4x - 4, x = -2$

4. Encontre a reta tangente ao gráfico de cada função no ponto de abscissa indicada e represente graficamente no mesmo sistema de coordenadas os gráficos da função e da reta tangente.

(a)  $a(x) = x^2 + 2x - 1, x = 1$

(b)  $b(x) = -x^2 - x + 4, x = 0$

(c)  $c(x) = x^2 - \frac{7x}{2} + 1, x = 2$

(d)  $d(x) = -x^2 + 6x - 5, x = 3$

5. A distância de um determinado objeto em relação a um referencial no instante  $t$  é dada por  $d(t) = 25t^2 - 100t + 125$ , onde  $d$  é dada em  $m$  e  $t$  em  $h$  para  $t \in [0, 3]$ . Calcule a distância do objeto  $d$  e a velocidade  $v$  com que ele se aproxima (velocidade negativa) ou afasta (velocidade positiva) do referencial nos instantes dados.

(a)  $t = 0$

(b)  $t = 1$

(c)  $t = 2$

(d)  $t = 3$

(e)  $t = 1,5$

6. O volume  $v$  de detritos tóxicos em litros que um pequeno processo industrial gera entre os instantes  $T = 0$  e  $T = t$  é dado por  $v(t) = \frac{t^2}{10} + 10t$ , com  $t \in [0, 60]$  medido em minutos e  $v$  em litros. Calcule o volume  $v$  de detritos gerado do início do processo até os instantes indicados abaixo, bem como a taxa  $\theta$  de produção de poluentes nos respectivos instantes.

(a)  $t = 0$

(b)  $t = 10$

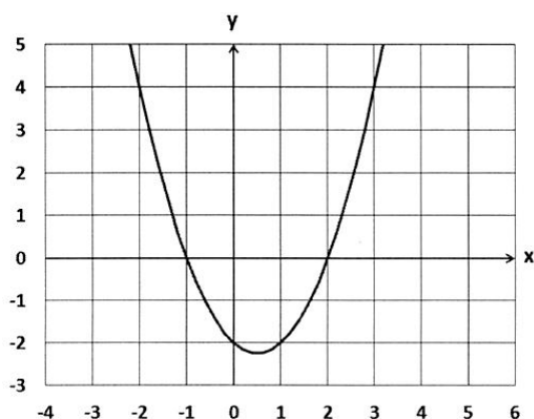
(c)  $t = 30$

(d)  $t = 60$

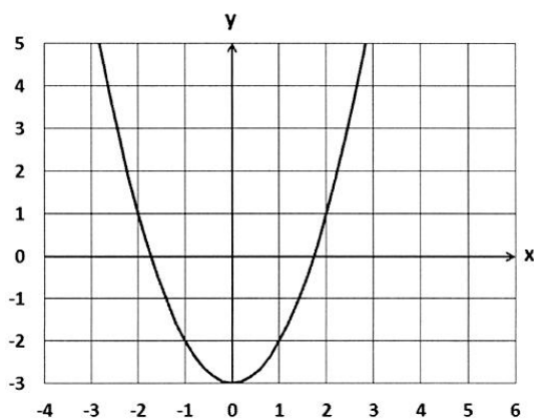
## Respostas:

1.

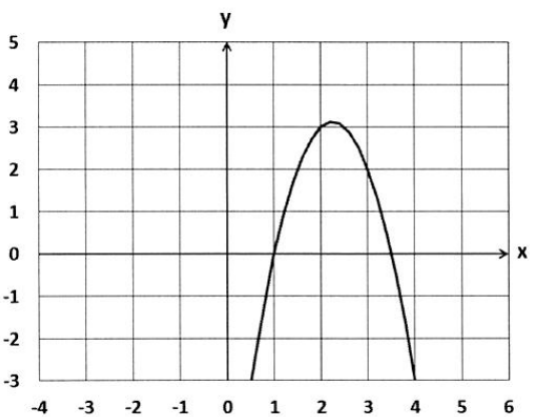
(a) Vértice:  $\left(\frac{1}{2}, -\frac{9}{4}\right)$ . Função crescente para  $x \in \left]\frac{1}{2}, \infty\right[$ , decrescente para  $x \in \left]-\infty, \frac{1}{2}\right[$ .



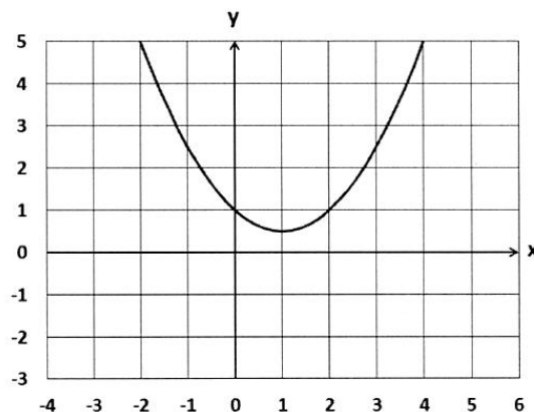
(b) Vértice:  $(0, -3)$ . Função crescente para  $x \in ]0, \infty[$ , decrescente para  $x \in ]-\infty, 0[$ .



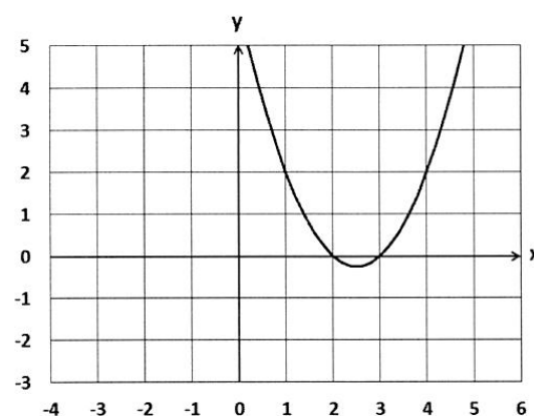
(c) Vértice:  $\left(\frac{9}{4}, \frac{25}{8}\right)$ . Função crescente para  $x \in \left]-\infty, \frac{9}{4}\right[$ , decrescente para  $x \in \left]\frac{9}{4}, \infty\right[$ .



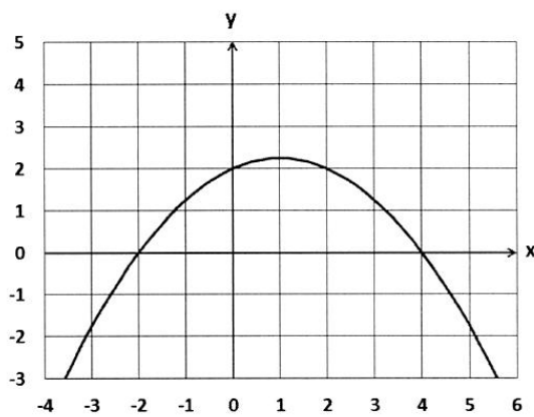
(d) Vértice:  $\left(1, \frac{1}{2}\right)$ . Função crescente para  $x \in ]1, \infty[$ , decrescente para  $x \in ]-\infty, 1[$ .



(e) Vértice:  $\left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{4}\right)$ . Função crescente para  $x \in \left]\frac{5}{2}, \infty\right[$  e decrescente para  $x \in \left]-\infty, \frac{5}{2}\right[$ .



(f) Vértice:  $\left(1, \frac{9}{4}\right)$ . Função crescente para  $x \in ]-\infty, 1[$ , decrescente para  $x \in ]1, \infty[$ .



2. (a)  $f'(x) = 6x - 2$

(b)  $g'(x) = \frac{x}{4} + \frac{1}{8}$

(c)  $h'(x) = -2x - 1$

(d)  $\alpha'(t) = -3t + 2$

(e)  $\beta'(t) = -8t$

(f)  $\gamma'(t) = 8$

(g)  $u'(z) = -6z + 3$

(h)  $v'(z) = 2000z - 999$

(i)  $w'(z) = 8z$

(j)  $\lambda'(x) = 2x + 1$

(k)  $\mu'(x) = 8x - 4$

(l)  $\omega'(x) = -12x + 3$

3. (a)  $y = 5x - 7$

(d)  $y = 1$

(g)  $y = -2x + \frac{1}{4}$

(b)  $y = 4x + 4$

(e)  $y = 72x - 397$

(h)  $y = -3x - 1$

(c)  $y = 2x - 3$

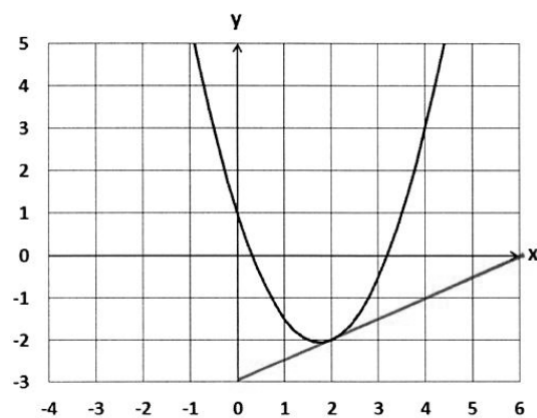
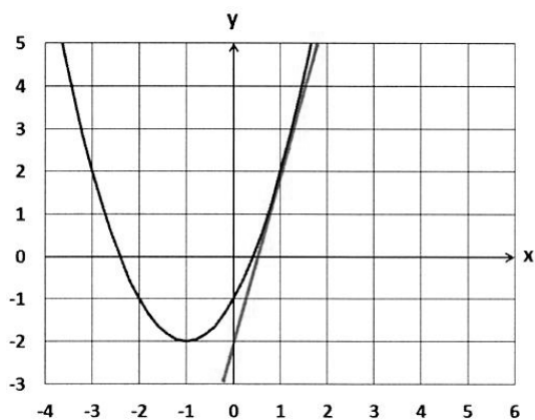
(f)  $y = 10x + 14$

(i)  $y = -8$

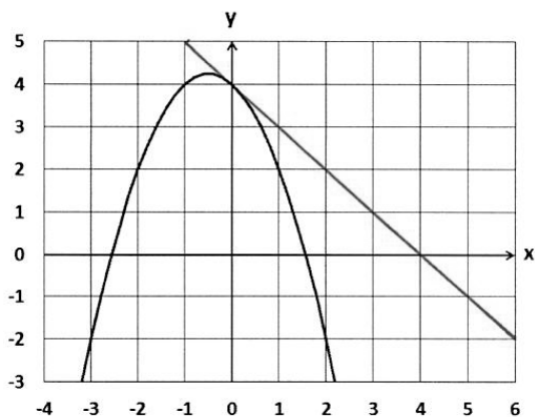
(a)  $y = 4x - 2$

(c)  $y = \frac{x}{2} - 3$

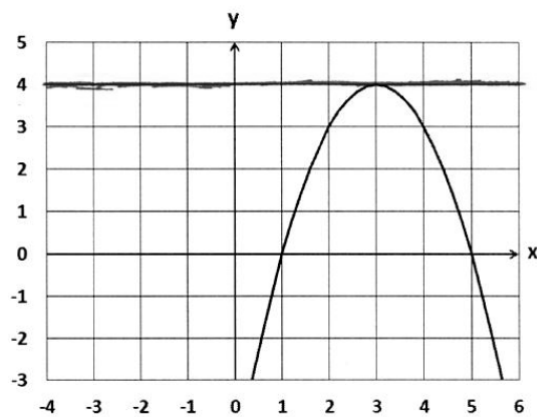
4.



(b)  $y = 4 - x$



(d)  $y = 4$



5. (a)  $d(0) = 125m$ ,  $v(0) = 100m/h$ .

(b)  $d(1) = 50m$ ,  $v(1) = -50m/h$ .

(c)  $d(2) = 25m$ ,  $v(2) = 0m/h$ .

(d)  $d(3) = 50m$ ,  $v(3) = 50m/h$ .

(e)  $d(1, 5) = 31, 25m$ ,  $v(1, 5) = -25m/h$ .

6. (a)  $v(0) = 0\ell$ ,  $\theta(0) = 10\ell/min$ .

(b)  $v(10) = 110\ell$ ,  $\theta(10) = 12\ell/min$ .

(c)  $v(30) = 390\ell$ ,  $\theta(30) = 16\ell/min$ .

(d)  $v(60) = 960\ell$ ,  $\theta(60) = 22\ell/min$ .