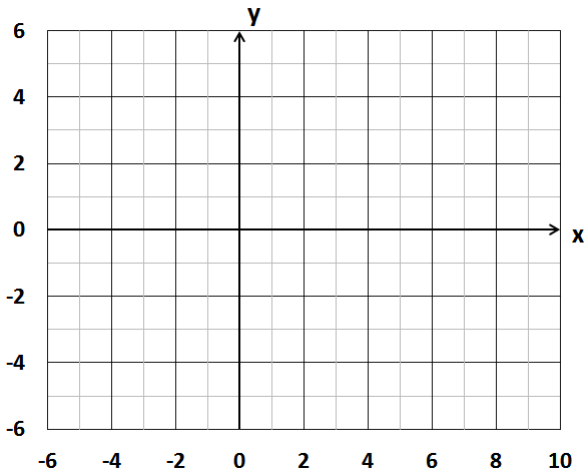


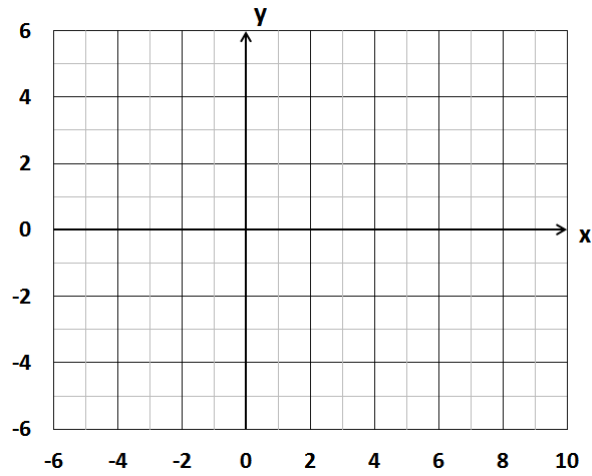
Lista 9 de CM300

1. Esboce os gráficos das funções abaixo.

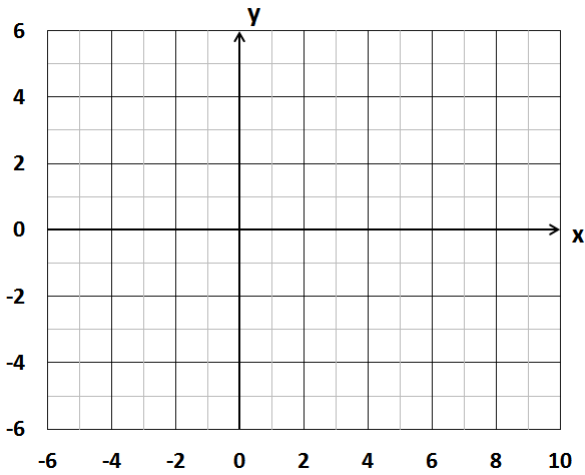
(a) $f(x) = \log_2 x$



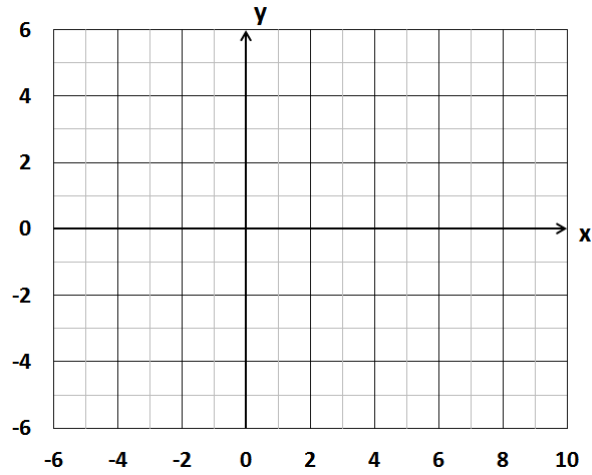
(d) $f(x) = -\log_2 x$



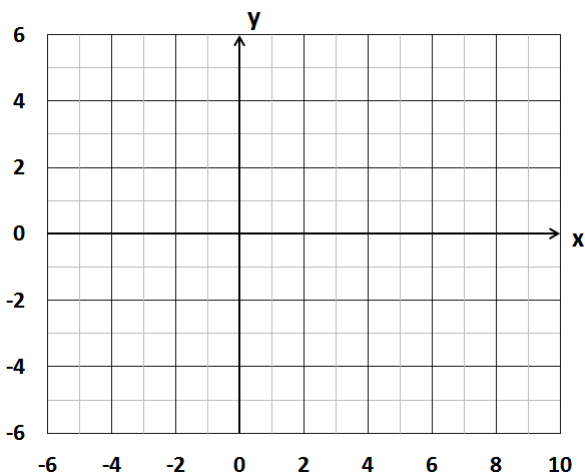
(b) $f(x) = \log_3 x$



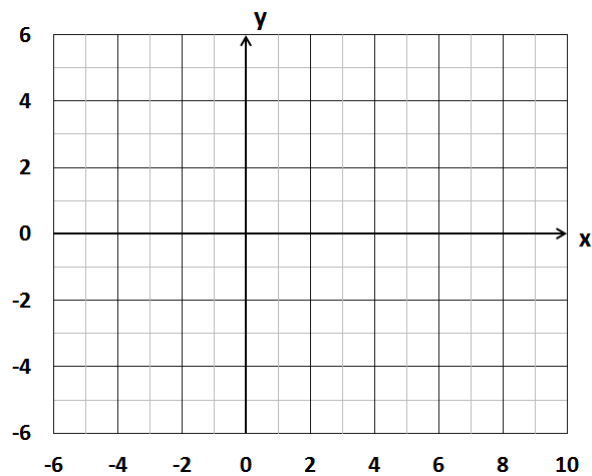
(e) $f(x) = \log_2 x - 2$



(c) $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$



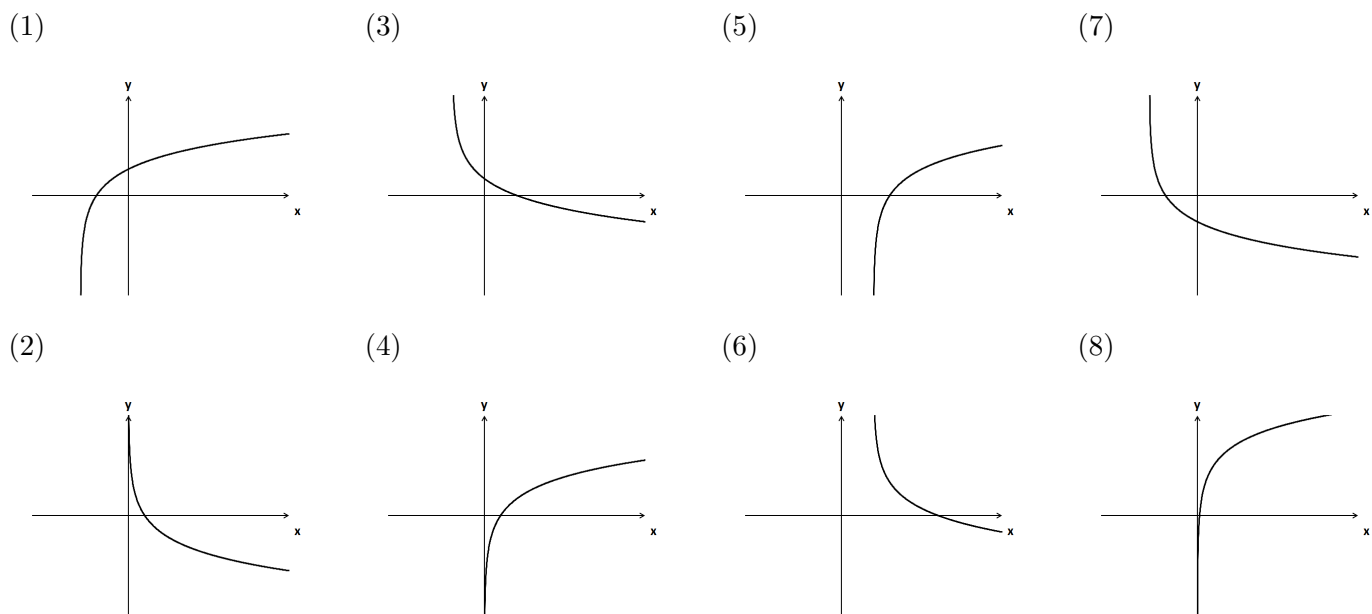
(f) $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x - 2)$



2. Por que os gráficos dos itens (c) e (d) do item anterior são iguais?

3. Associe a cada gráfico a função logarítmica que o define.

- (a) $a(x) = \log_2 x$ (b) $b(x) = -\log_2 x$ (c) $c(x) = -\log_2(x + 3)$ (d) $d(x) = \log_2 x + 3$
(e) $e(x) = \log_2(x + 3)$ (f) $f(x) = \log_2(x - 2)$ (g) $g(x) = -\log(x + 2) + 2$ (h) $h(x) = -\log_2(x - 2) + 2$



4. Escrever cada expressão abaixo como um único logaritmo na base 2.

(a) $\log_4 9$ (b) $2 \log_{\frac{1}{4}} 3$ (c) $\frac{8}{3} \log_{\frac{1}{16}} 5$
 (d) $\frac{\log_4 3}{2}$ (e) $3 \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{3} \right)$ (f) $-\frac{1}{2} \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{81} \right)$

5. Derive as funções abaixo.

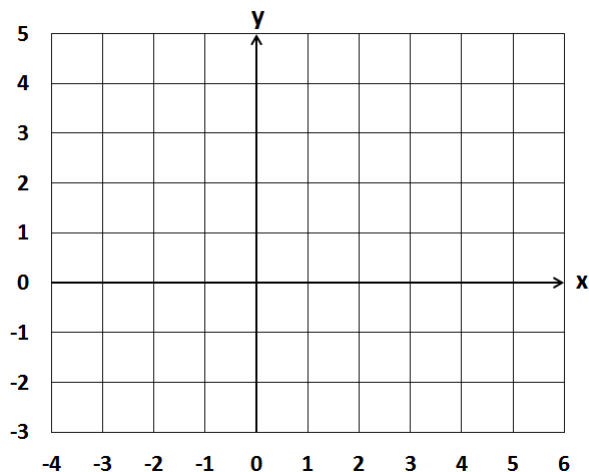
(a) $f(x) = \frac{1}{2} \log_3 x + e^x + 3$ (b) $g(x) = \log_{10} x + \log_9 x - 5 \log_8 x$
 (c) $h(x) = 2^x + 2 \cdot 3^x - 3e^{-4x} + e^{-x} - 1$ (d) $u(x) = \left(\frac{1}{2} \right)^x + 3 \log_{\frac{1}{2}} x + 3x^{10}$
 (e) $v(x) = 3 \left(\frac{3}{4} \right)^x + \ln x + 3e^{2x} + \sqrt{x}$ (f) $\alpha(t) = 2e^{-4t} - \frac{3^t}{2} + 4 \left(\frac{1}{8} \right)^t$
 (g) $\beta(x) = x^5 + 5^x$ (h) $\gamma(z) = 8e^{\frac{z}{3}} + 8 \log_{\frac{1}{3}} z$
 (i) $\mu(x) = \ln(x^2) - \ln \sqrt{x}$ (j) $m(t) = t^4 - 4e^{5t} - 5e^{4t}$
 (k) $q(x) = \log_{10} x - \ln(x^3)$ (l) $\omega(x) = \ln x + e^x + x + 1$

6. Encontre a equação da reta tangente ao gráfico da função f no ponto de abscissa x_0 . Dê sua resposta de forma exata e também aproximada com 2 casas decimais (utilize uma calculadora).

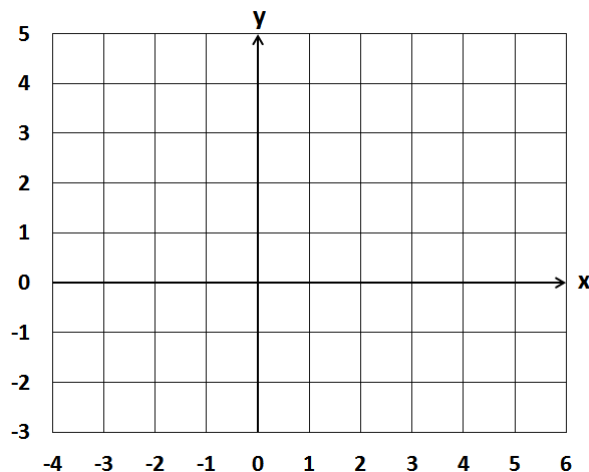
(a) $f(x) = e^x + 2x$; $x_0 = 0$ (b) $f(x) = \ln x + 1$; $x_0 = e$
 (c) $f(x) = \ln x + 2$; $x_0 = \sqrt{e}$ (d) $f(x) = 2^x$; $x_0 = 1$
 (e) $f(x) = e^{3x}$; $x_0 = \frac{2}{3}$ (f) $f(x) = \log_3 x$; $x_0 = 1$
 (g) $f(x) = \left(\frac{1}{2} \right)^x$; $x_0 = -2$ (h) $f(x) = -e^{2x}$; $x_0 = 2$
 (i) $f(x) = \log_2 x$; $x_0 = 16$ (j) $f(x) = e^x$; $x_0 = -4$

7. Faça o mesmo que na questão anterior, porém trace também o gráfico de f juntamente com a reta tangente.

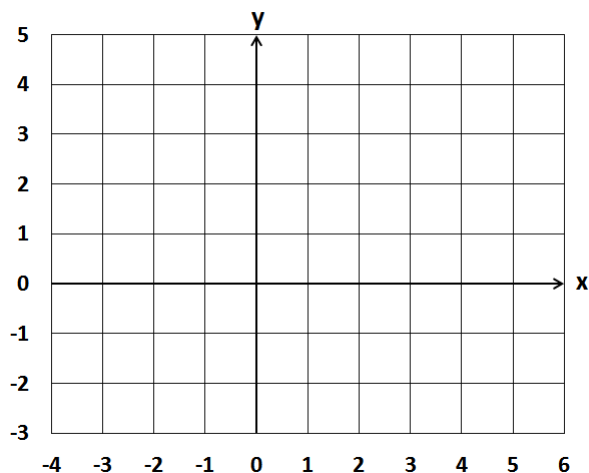
(a) $f(x) = \log_2 x$ $x_0 = 4$



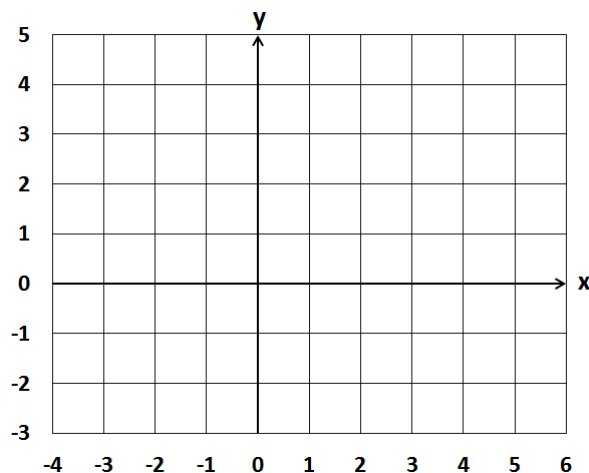
(c) $f(x) = 2^x - 2$; $x_0 = 2$



(b) $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$; $x_0 = 1$



(d) $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$; $x = -1$



8. Uma colônia de microorganismos tem 3 bilhões de indivíduos no dia $t = 0$ e dobra a cada dia transcorrido.

- Qual função dá a quantidade M de bilhões de microorganismos no dia t ?
- Qual é a quantidade de microorganismos no fim do 5º dia ($t = 5$)?
- A que taxa a população de microorganismos está crescendo no fim do 5º dia?

9. A quantidade q em miligramas de um determinado medicamento na corrente sanguínea se dá aproximadamente através da expressão $q(t) = 20 \frac{1}{10^t}$, onde t é a quantidade de horas transcorridas desde a ingestão.

- Qual é a quantidade de medicamento no organismo duas horas após sua ingestão?
- A que taxa o medicamento está saindo da corrente sanguínea duas horas após sua ingestão?

10. Uma pessoa aplicou R\$2000,00 em um investimento com rendimentos diários que equivalem a 10% ao ano.

- Qual função dá o montante D de dinheiro que essa pessoa terá no final do t -ésimo ano de aplicação?
- Quanto dinheiro a pessoa terá no final do 3º ano?
- A que taxa o montante de dinheiro estará aumentando no final do 3º ano?

11. Uma população de coelhos variou aproximadamente conforme a função $c(t) = 3500 \left(\frac{7}{8}\right)^t + 1000 \left(\frac{4}{3}\right)^t$, onde t é dado em semanas, $t \in [0; 4]$.

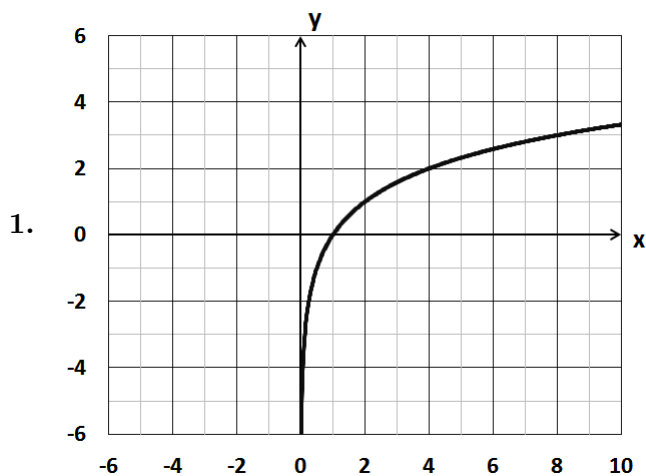
- Quantos coelhos havia em $t = 0$?
- Quantos coelhos havia em $t = 2$?

(c) De $t = 0$ a $t = 2$ a população aumentou ou diminuiu?

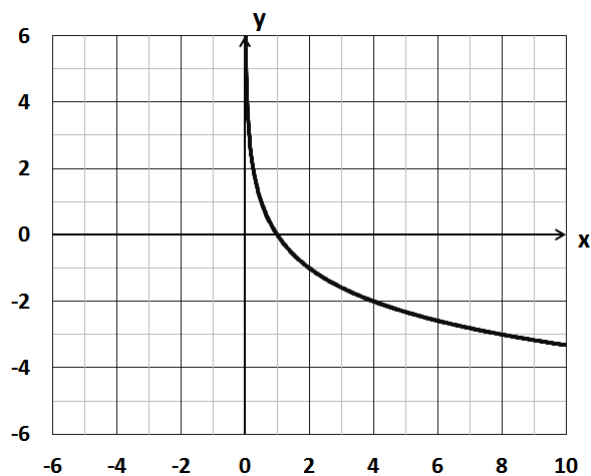
(d) No instante $t = 2$ a população estava aumentando ou diminuindo? Justifique. A que taxa estava variando?

Respostas:

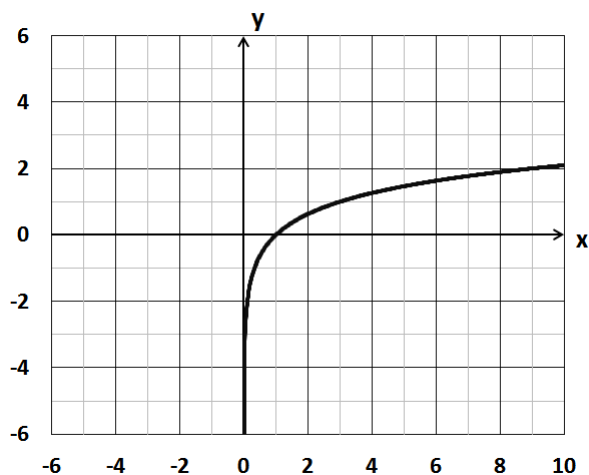
(a)



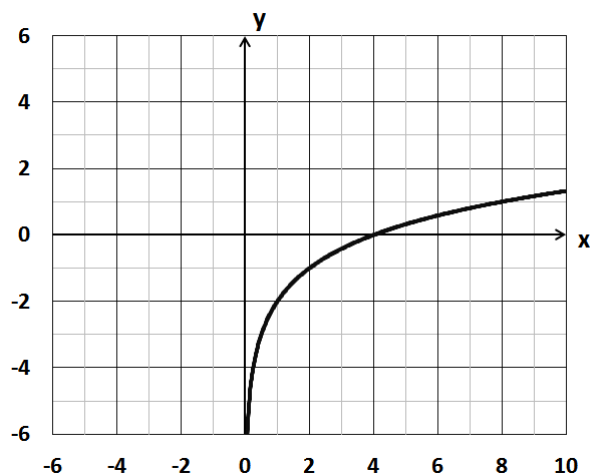
(d)



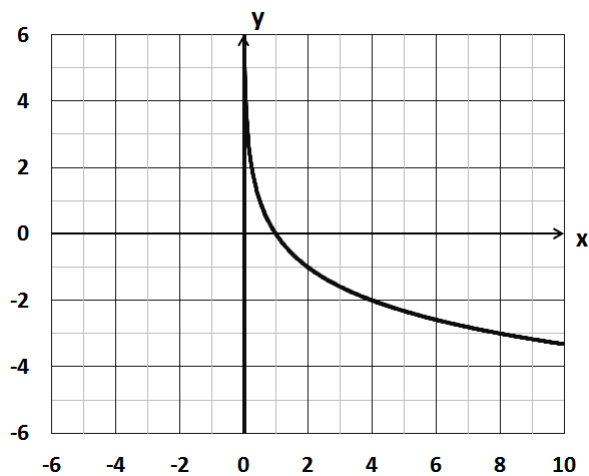
(b)



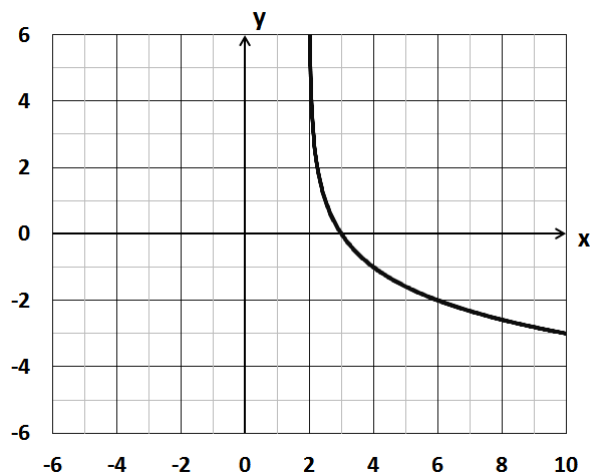
(e)



(c)



(f)



2. Porque as funções são iguais, uma vez que $\log_{\frac{1}{2}} x = \frac{\log_2 x}{\log_2 \frac{1}{2}} = \frac{\log_2 x}{-1} = -\log_2 x$.

3. 1-e 2-b 3-g 4-a 5-f 6-h 7-c 8-d.

4.

(a) $\log_2 3$ (b) $\log_2 \left(\frac{1}{3}\right)$ (c) $\log_2 \left(\frac{1}{\sqrt[3]{25}}\right)$ (d) $\log_2 \sqrt[4]{3}$ (e) $\log_2 27$ (f) $\log_2 \left(\frac{1}{9}\right)$

5. (a) $f'(x) = \frac{1}{(2\ln 3)x} + e^x$

(b) $g'(x) = \frac{1}{x \ln 10} + \frac{1}{x \ln 9} - \frac{5}{x \ln 8}$

(c) $h'(x) = (\ln 2)2^x + (2\ln 3)3^x + 12e^{-4x} - e^{-x}$

(d) $u'(x) = \left[\ln \left(\frac{1}{2}\right) \right] \left(\frac{1}{2}\right)^x + \frac{3}{(\ln \frac{1}{2})x} + 30x^9$

(e) $v'(x) = \left[3\ln \left(\frac{3}{4}\right) \right] \left(\frac{3}{4}\right)^x + \frac{1}{x} + 6e^{2x} + \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}$

(f) $\alpha'(t) = -8e^{-4t} - \frac{\ln 3}{2}3^t + \left[4\ln \left(\frac{1}{8}\right) \right] \left(\frac{1}{8}\right)^t$

(g) $\beta'(x) = 5x^4 + (\ln 5)5^x$

(h) $\gamma'(z) = \frac{8e^{\frac{z}{3}}}{3} + \frac{8}{z \ln(\frac{1}{3})}$

(i) $\mu'(x) = \frac{2}{x} - \frac{1}{2x}$

(j) $m'(t) = 4t^3 - 20e^{5t} - 20e^{4t}$

(k) $q'(x) = \frac{1}{(\ln 10)x} - \frac{3}{x}$

(l) $\omega'(x) = \frac{1}{x} + e^x + 1$

6. (a) $y = 3x + 1$

(b) $y = \frac{x}{e} + 1 \approx 0,37x + 1,00$

(c) $y = \frac{x}{\sqrt{e}} + \frac{3}{2} \approx 0,61x + 1,50$

(d) $y = 2\ln 2 + 2 - 2\ln 2 \approx 1,39x + 0,61$

(e) $y = 3e^2x - e^2 \approx 22,17x - 7,39$

(f) $y = \frac{x}{\ln 3} - \frac{1}{\ln 3} \approx 0,91x - 0,91$

(g) $y = \left[4\ln \left(\frac{1}{2}\right) \right] x + 4 + 8\ln \left(\frac{1}{2}\right) \approx -2,77x - 1,55$

(h) $y = -2e^4x + 3e^4 \approx -109,20x + 163,79$

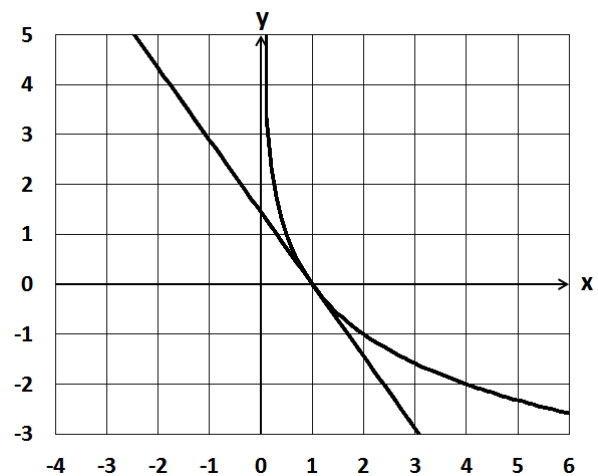
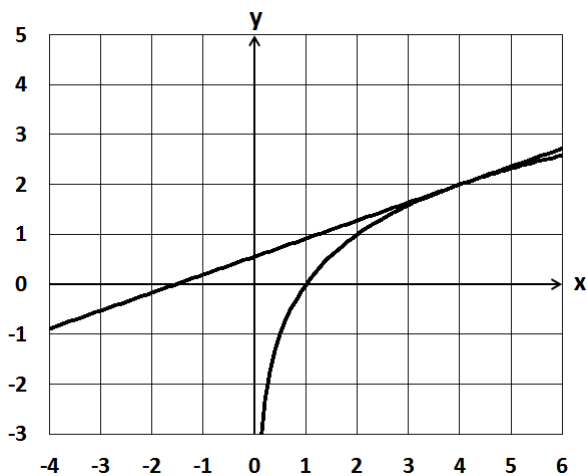
(i) $y = \frac{x}{16\ln 2} + 4 - \frac{1}{\ln 2} \approx 0,09x + 2,56$

(j) $y = \frac{x}{e^4} + \frac{5}{e^4} \approx 0,02x + 0,09$

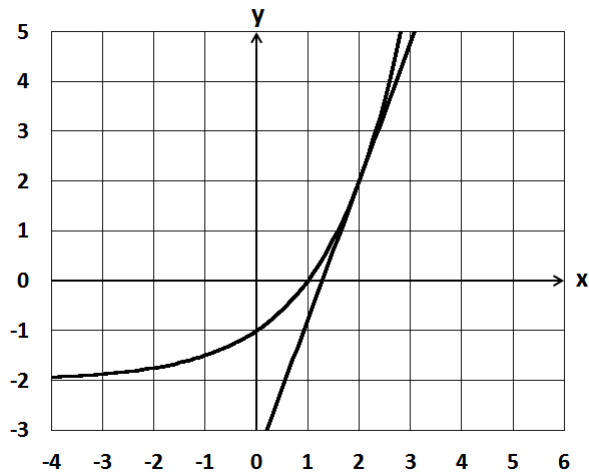
(a) $y = \frac{x}{4\ln 2} + 2 - \frac{1}{\ln 2} \approx 0,36x + 0,56$

(b) $y = -\frac{x}{\ln 2} + \frac{1}{\ln 2} \approx -1,44x + 1,44$

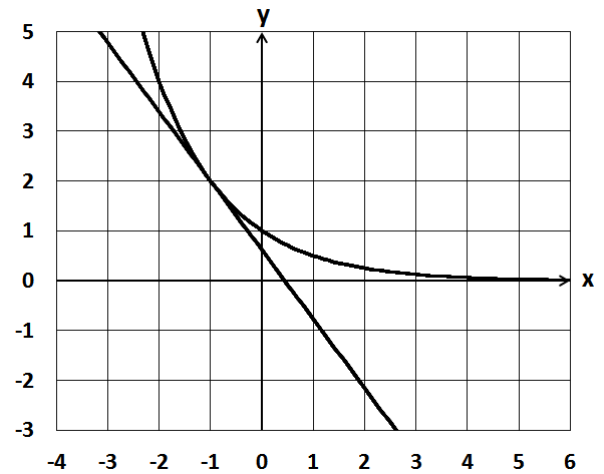
7.



(c) $y = (4 \ln 2)x + 2 - 8 \ln 2 \approx 2,77x - 3,55$



(d) $y = -(2 \ln 2)x + 2 - 2 \ln 2 \approx -1,39x + 0,61$



8. (a) $M(t) = 3 \cdot 2^t$. (b) 96 bilhões. (c) 66,54 bilhões de microorganismos por dia.
9. (a) 0,2mg. (b) 0,46mg/h.
10. (a) $D(t) = 2000(1,1)^t$. (b) R\$2662,00. (c) 253,71R\$/ano.
11. (a) 4500.
 (b) 4457.
 (c) Diminuiu, pois $4500 > 4457$.
 (d) Aumentando, pois $c'(2) > 0$. A taxa de crescimento populacional em $t = 2$ foi de $c'(2) = 154$ coelhos/semana.