
FORMULARIO STATISTICA

Corso A

Autore

Giuseppe Acocella

2024/25

August 27, 2025

Contents

1	Statistiche Riassuntive	3
2	Dati Multivariati	3
3	Probabilità e Indipendenza	4
4	Variabili Aleatorie	4
5	Variabili Aleatorie Multivariate	5
6	Campioni e Stimatori	6
7	Intervalli di Fiducia	6

1 Statistiche Riassuntive

/

2 Dati Multivariati

1. Media Campionaria:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

2. Varianza:

$$var(x) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

3. Deviazione Standard:

$$\sigma(x) = \sqrt{var(x)}$$

4. Covarianza:

$$cov(x, y) = \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n-1} \quad \text{con} \quad \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}$$

quindi

$$cov(x, y) = \frac{1}{n-1} \left(\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y} \right)$$

5. Coefficiente di Correlazione:

$$r(x, y) = \frac{cov(x, y)}{\sigma(x)\sigma(y)}$$

dunque se $|r(x, y)| < 1$ è considerata una buona regressione lineare, quindi può essere calcolata la retta.

6. Retta di Regressione:

$$b^* = \frac{cov(x, y)}{\sigma(x)^2} \quad \text{e} \quad a^* = \bar{y} - b^* \bar{x}$$

l'equazione della retta di regressione sarà quindi

$$y = a^* x + b^*$$

3 Probabilità e Indipendenza

1. Fattorizzazione Probabilità

$$\sum_{i=1}^n P(A|B_i)P(B_i)$$

2. Bayes Semplice

$$P(B|A) = \frac{P(A|B)P(B)}{P(A)} = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

3. Bayes e Sistema di Alternative

$$P(B_i|A) = \frac{P(A|B_i)P(B_i)}{\sum_{j=1}^{max} P(A|B_j)P(B_j)}$$

4. Logica e Probabilità

$$P(A \cup B) = 1 - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \setminus B) = P(A) - P(A \cap B)$$

4 Variabili Aleatorie

1. Valore Atteso

(a) Discreto

$$E[X] = \sum_i x_i p(x_i)$$

(b) Continuo

$$E[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)$$

2. Varianza

$$Var(X) = E[X^2] - E[X]^2$$

3. Momento n-esimo di Valore Atteso

$$E[X^n] = \int_{-\infty}^{+\infty} x^n f(x) dx$$

4. Formula di Inversione Funzione

$$f_y(y) = f_x(h^{-1}(y)) \left(\frac{d}{dy} h^{-1}(y) \right)$$

5. Approssimazione a Gaussiana

$$Z = \frac{x - \text{media}}{\sqrt{\text{varianza}}} \approx X$$

6. Densità Probabilità Variabili Note

(a) Binomiale

$$P(X = h) = \binom{n}{h} p^h (1-p)^{n-h}$$

(b) Esponenziale

$$\int_0^{+\infty} \lambda e^{-\lambda x} dx = -e^{-\lambda x} = 1$$

(c) Poisson

$$P(X = h) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^h}{h!}$$

(d) Geometrica

$$P(X = h) = (1-p)^{h-1} p$$

(e) Gaussiana

i. Densità della Gaussiana

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

ii. Funzione di Ripartizione

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}}$$

5 Variabili Aleatorie Multivariate

1. Valore Atteso Doppia Variabile

$$E[X_1 X_2] = \sum_{a,b \in \{0,1\}} (ab) P(X_1 = a, X_2 = b)$$

2. Covarianza

$$Cov(X_1, X_2) = E[X_1 X_2] - E[X_1] E[X_2]$$

Se X_1 e X_2 sono indipendenti allora $Cov(X_1, X_2) = 0$

3. Coefficiente di Correlazione

$$\gamma(X_1, X_2) = \frac{Cov(X_1, X_2)}{\sqrt{Var(X_1) Var(X_2)}}$$

4. Normalizzazione Comune in Probabilità di Normale

$$P(X > k) = P\left(Z \geq \frac{k - \text{media}}{\text{deviazione std}}\right)$$

6 Campioni e Stimatori

1. Funzione di Massima Verosomiglianza

$$L(\lambda; x_1, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n p_\lambda(x_i)$$

Solitamente viene calcolata la derivata di $\log L$ studiandone il segno ed elaborando le produttorie/sommatorie con le proprietà del logaritmo.

2. Verifica Densità

Data una densità espressa come $f(x)$ si verifica che sia una densità con due passi:

(a) La densità deve essere positiva nell'intervallo dato.

(b) Bisogna calcolare $\int f(x)dx = 1$

7 Intervalli di Fiducia

1. I.F. Media di Popolazione Gaussiana

(a) **I.F. per la Media, Varianza Nota**

$$I = \left[\bar{x}_n \pm \frac{\rho}{\sqrt{n}} q_{1-\frac{\alpha}{2}} \right]$$

(b) **I.F. per la Media, Varianza Non Nota**

$$I = \left[\bar{x}_n \pm \frac{S_n}{\sqrt{n}} \tau_{1-\frac{\alpha}{2}, n-1} \right]$$