

Planification de la production d'une ligne d'assemblage de panneaux solaires

1 Description

Votre entreprise assemble des panneaux solaires pour le compte d'un grand groupe international. Votre carnet de commande est parfaitement connu plusieurs mois à l'avance, mais présente néanmoins une forte variabilité, en raison notamment du caractère saisonnier des installations et des possibilités de soutien gouvernemental évoluant différemment selon les pays. Votre objectif consiste à optimiser le planning de fabrication de votre entreprise, tout en optimisant l'utilisation de ses ressources humaines.

Votre entreprise planifie sa production sur un horizon de T semaines. Pour chaque semaine s , on dispose de la quantité à produire $\text{demande}(s)$ (où $1 \leq s \leq T$). La production d'un panneau solaire requiert

- ◊ une certaine liste de matériaux (composants, modules, éléments structuraux, etc.), dont vous possédez d'une quantité suffisante (coût de stockage nul et réapprovisionnement permanent); chaque panneau produit entraîne un coût en matériaux égal à `cout_materiaux` (tous les coûts sont exprimés en euros),
- ◊ l'assemblage par un ouvrier, nécessitant `duree_assemblage` minutes par panneau.

Votre entreprise dispose actuellement d'un certain nombre d'ouvriers `nb_ouvriers`, payés à un salaire horaire `cout_horaire` (en euros par heure). Chaque ouvrier reçoit une rémunération de base à la semaine, correspondant à un nombre fixe d'heures `nb_heures_remunerees` (indépendamment du nombre d'heures effectivement prestées pour la fabrication de panneaux).

Un ouvrier peut consacrer au maximum sept heures par jour à l'assemblage de panneaux (car certaines autres tâches de rangement, d'entretien ou de maintenance occupent le reste de son temps), et travaille cinq jours par semaine.

Afin de faire face à la variabilité de son carnet de commande, votre entreprise dispose de plusieurs options :

- ◊ Il est possible de constituer un stock de panneaux assemblés, par exemple durant les périodes creuses; néanmoins, le stockage d'un panneau une semaine entraîne un coût unitaire de stockage de `cout_stockage`
- ◊ Il est possible de livrer votre client une semaine en retard; ceci entraîne néanmoins un surcoût (une pénalité) de `penalite_1semaine` par panneau. Un retard de deux semaines peut également être envisagé, mais entraîne une pénalité supérieure `penalite_2semaines`. Un retard de plus de deux semaines n'est pas permis.
- ◊ Il est possible de demander des heures supplémentaires aux ouvriers. Chaque heure supplémentaire coûte `cout_heure_sup`, et un ouvrier peut en effectuer au plus `nb_max_heure_sup` par semaine. Les fractions d'heures supplémentaires sont autorisées.
- ◊ En cas de nécessité absolue, il est possible de sous-traiter une partie de la production à un autre producteur; celui-ci exige un montant (élevé) de `cout_sous_traitant` par panneau, et peut vous fournir au maximum `nb_max_sous_traitant` panneaux par semaine.
- ◊ Il est possible d'engager des ouvriers supplémentaires au début de chaque semaine (toute personne engagée l'est pour la durée complète de la semaine), ce qui occasionne un coût d'embauche de `cout_embauche` par ouvrier (coût est comptabilisé une fois, et s'ajoute à celui du salaire). De même, il est également possible de procéder à des licenciements, au coût de `cout_licenciement` par ouvrier. Enfin, la capacité de votre ligne d'assemblage limite le nombre d'ouvriers à un maximum

de `nb_max_ouvriers`.

Sachant que le stock initial de votre entreprise est égal à `stock_initial` unités, et qu'un stock identique doit être reconstitué à la fin de l'horizon de planification, comment planifier votre production et gérer vos ressources humaines de façon à satisfaire la demande prévue tout en minimisant l'ensemble des coûts de votre ligne d'assemblage ?

2 Première partie – ligne d'assemblage à personnel constant

Pour cette **première partie** du projet, on ignore la possibilité d'embaucher ou de licencier (on travaille à personnel constant). Tous les formulations proposées seront **purement linéaires** (continues, sans variables entières).

- Question 1 **Donnez** une formulation du problème de la planification de la ligne d'assemblage, en décrivant successivement variables, contraintes et fonction objectif. A ce stade, **précisez** si le fait de ne pas imposer l'intégralité des variables (c'est-à-dire de ne pas les forcer à être entières) vous semble problématique.
- Question 2 **Démontrez** que, sous certaines hypothèses raisonnables, il est possible de garantir que votre modèle linéaire continu admette toujours une solution entière, c'est-à-dire ne comportant que des quantités produites entières chaque semaine. L'une de ces hypothèses est l'intégralité de la demande chaque semaine ; **quelles** sont les autres ?
Conseil : Reformulez l'entièreté du problème sous la forme d'un problème de **flot** (il n'est pas demandé de redémontrer le théorème vu au cours). Représentez graphiquement le graphe utilisé (par exemple pour $T = 4$ semaines).
- Question 3 **Implémentez** ce modèle linéaire continu dans le langage de programmation de votre choix, et **calculez** la solution correspondant aux données fournies sur *Moodle* à l'aide d'un solveur d'optimisation linéaire (p.ex. `linprog` sous MATLAB). **Commentez** l'allure de la solution obtenue.
Note : un solveur d'optimisation linéaire continue peut être basé sur différents algorithmes (simplexe, point intérieur/barrière, etc.), et il est souvent possible de sélectionner lequel on souhaite utiliser. Veillez à faire un choix cohérent avec la conclusion de la Question 2 (ce n'est pas forcément l'algorithme proposé par défaut).
- Question 4 **Décrivez** une procédure permettant, avec le moins de nouveaux calculs possibles, d'évaluer les conséquences sur la fonction objectif d'une petite variation de la demande prévue.
Plus précisément, **analysez** l'effet du remplacement du vecteur `demande` par le vecteur `demande + epsilon * delta_demande` où `delta_demande` est un vecteur de perturbation sur la demande, et `epsilon` est un paramètre scalaire dont la valeur est faible.
- Question 5 **Testez** la procédure du point précédent avec les données fournies. **Comparez** ensuite la prédiction obtenue par cette procédure avec la valeur obtenue en résolvant à nouveau complètement le modèle, et ce pour un échantillon de valeurs du paramètre `epsilon` comprises entre 0 et 1 (par exemple `0:.1:1`). **Commentez**, en vous aidant d'un graphique.
- Question 6 **Décrivez** (sans l'implémenter) l'adaptation qu'il serait nécessaire d'apporter au modèle si le coût de l'heure supplémentaire pris en compte était variable. Plus concrètement, considérez qu'en sus des 5×7 heures d'une semaine classique deux heures supplémentaires peuvent être prestées à

un coût horaire de 150% du coût standard, et qu'ensuite deux nouvelles (et dernières) heures supplémentaires peuvent être prestées à un coût horaire de 200% du coût standard.

Est-il toujours **possible** dans ce cas de formuler (ou reformuler) le problème sous forme linéaire ? **Expliquez**. Serait-ce **différent** si le coût horaire des deux dernières heures supplémentaires tombait à 125% au lieu de 200% du coût standard ? **Justifiez**.

Question 7 Pour terminer, pour rendre le modèle plus réaliste, on suppose à présent que le coût des matériaux utilisés évolue de semaine en semaine, et que l'entreprise peut stocker ces matériaux en quantité limitée. Soit `cout_materiaux(s)` le coût des matériaux nécessaires à la fabrication d'un panneau s'ils sont achetés au début de la semaine s (où $1 \leq s \leq T$), et soit `stock_max_materiaux` la quantité maximale de matériaux que vous pouvez stocker (exprimée en nombre de panneaux équivalents). **Décrivez** (sans l'implémenter) l'adaptation qu'il serait nécessaire d'apporter au modèle pour prendre en compte cette situation. En adaptant votre réponse à la question 2 ci-dessus, tentez à nouveau de **démontrer** que votre modèle linéaire continu admet toujours une solution entière sous certaines hypothèses raisonnables, que vous **préciserez**.

3 Seconde partie – ligne d'assemblage avec gestion du personnel

Question 8 En vous aidant du feedback qui vous a été communiqué, **vérifiez** la formulation du problème que vous avez mise au point dans la première partie et le raisonnement qui garantit une solution entière (questions 1 et 2) et, si des modifications sont nécessaires, donnez la nouvelle formulation.

Question 9 Malgré le raisonnement garantissant une solution entière obtenu à la question 2 certains groupes ont obtenu de leur solveur une solution optimale qui n'est pas entière (cette solution est bien admissible, et possède le coût minimal correct). Comment pouvez-vous **expliquer** ce phénomène ? Que pouvez-vous dire du problème, et de l'algorithme qui a été utilisé par le solveur ?

Question 10 Lorsqu'un problème d'optimisation possède plusieurs solutions optimales, on peut souhaiter départager ces solutions optimales en cherchant parmi elles celle qui minimise une seconde fonction objectif auxiliaire. **Proposez** une procédure (en deux temps) permettant d'effectuer ce départage. **Appliquez** cette procédure au problème de la première partie, en cherchant parmi les solutions optimales celle qui recourt le moins possible à un sous-traitant, puis celle qui y recourt le plus.

Question 11 **Donnez** à présent une formulation linéaire du problème de la planification de la ligne d'assemblage incluant le gestion du personnel, en vous basant sur le modèle déjà construit dans la première partie. Décrivez successivement variables, contraintes et fonction objectif. Votre modèle pourra faire appel à des nombres entiers (optimisation linéaire mixte en nombres entiers).

Question 12 **Implémentez** sous MATLAB la relaxation continue de ce modèle linéaire, et calculez la solution correspondant aux données fournies. Commentez l'allure de la solution obtenue, et comparez à la solution du modèle sans gestion du personnel. Commentez également l'intégralité des variables de la solution ; celle-ci présente-t-elle un aspect problématique ?

Question 13 **Résolvez** à présent le modèle de la Question 11 non relaxé (p.ex. en utilisant `intlinprog` sous MATLAB). Commentez l'allure de la solution obtenue, et comparez aux solutions obtenues précédemment.

Question 14 **Critiquez** les modèles proposés dans ce projet. Sont-ils réalistes ? Des approximations ont-elles été faites et, si oui sont-elles justifiées ? Quelles améliorations pourriez-vous proposer (sans rentrer dans les détails), avec quel impact potentiel sur la résolution du problème.

4 Consignes

Consignes générales

1. Le projet se réalise par groupe de trois étudiants. Il est divisé en deux parties.
2. Les données mentionnés dans l'énoncé sont fournies dans le fichier `LINMA1702-projet-2018.zip` disponibles sur le site MOODLE <https://moodleucl.uclouvain.be/course/view.php?id=9200>.
3. Les groupes peuvent échanger leurs réflexions, partager leurs idées et comparer leurs résultats. Ils ne peuvent pas copier les solutions obtenues ou les programmes informatiques. L'utilisation de toute information ou aide extérieure doit obligatoirement être mentionnée dans le rapport, en citant la source.
4. Vous pouvez poser vos questions sur le projet par email (emilie.renard@uclouvain.be) ou de vive voix (après prise de rendez-vous) à Emilie Renard (bâtiment Euler, ICTEAM/INMA). Plusieurs permanences seront également organisées durant le quadrimestre (voir Moodle).

Partie 1

1. La première partie du projet est à remettre au plus tard le **dimanche 8 avril**, sur Moodle : un rapport (au format PDF) décrivant le travail effectué et répondant aux questions de l'énoncé, et l'ensemble des codes utilisés. Ces productions seront notées, et un feedback individuel par groupe vous sera communiqué à la rentrée (début S9).
2. Le rapport ne dépassera pas **10 pages** (annexes comprises).
3. Les codes utilisés seront conçus de façon à ce qu'ils puissent être testés en lançant un unique script (ou une fonction) nommé `Groupe_xx_partie1` pour effectuer l'ensemble des calculs demandés aux questions 3 et 5 (un fichier `README.txt` précisera la commande à utiliser).
Ceci implique que ce script devra commencer par lire le fichier de données `data_partie1.m` fourni (voir les exemples en MATLAB/Python fournis). En sortie, votre script fournira les quatre vecteurs suivants :
 - (a) `plan_panneaux` : le nombre de panneaux produits par votre usine chaque semaine
 - (b) `plan_heure_sup` : le nombre total d'heures supplémentaires effectuées chaque semaine
 - (c) `plan_sous_traitant` : le nombre de panneaux sous-traités chaque semaine
 - (d) `plan_stockage` : le nombre de panneaux mis en stock à la fin de chaque semaineainsi que dans `autres_vars` les valeurs optimales de toute autre variable qui serait présente dans votre modèle.
4. Ces codes seront remis sur Moodle dans une archive compressée, conjointement avec le rapport.

Partie 2

1. La seconde partie du projet est à remettre au plus tard le **dimanche 20 mai**, sur Moodle : un rapport (au format PDF) décrivant le travail effectué et répondant aux questions de l'énoncé, et l'ensemble des codes utilisés.
2. Le rapport ne dépassera pas **10 pages** (annexes comprises).
3. Les codes utilisés seront conçus de façon à ce qu'ils puissent être testés en lançant un unique script (ou une fonction) nommé `Groupe_xx_partie2` pour effectuer l'ensemble des calculs demandés aux questions 10, 12 et 13 (un fichier `README.txt` précisera la commande à utiliser).

Changelog

- ◇ 9/3/2018 (v1.0) : publication de la première partie du projet, version initiale présentée au cours.
- ◇ 14/3/2018 (v1.1) : précision quant à la rémunération des ouvriers (montant fixe par semaine pour horaire de base, comportant au maximum 5×7 heures de fabrication de panneaux) et le fonctionnement des heures supplémentaires (s'ajoutent aux heures de la semaine) ; mention plus claire du fait que la première partie ne concerne que des modèles linéaires (continus, sans variables entières) ; précision quant à la lecture des données par le code ; correction de coquilles
- ◇ 16/3/2018 (v1.2) : précision à la Question 3 quant à la sélection de l'algorithme de résolution utilisé par le solveur
- ◇ 30/3/2018 (v1.3) : précision à la Question 2 (pas besoin de redémontrer le théorème sur les flots) ; précision quant au format de sortie attendu
- ◇ 27/4/2018 (v2.0) : publication de la seconde partie du projet