

Gradients conjugués

Implémentez une fonction PYTHON3 `csrCG(sA,iA,jA,b,rtol,prec)` qui résout le système linéaire $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ par la méthode itérative des gradients conjugués (creux) et qui retourne le tuple `(x,res)`. Les `numpy.array` `sA,iA,jA` servent au stockage de la matrice du système en format CSR, `res` est un `np.array` contenant les normes des résidus obtenus à chaque itération, `rtol` est la tolérance relative sur la norme de ce résidu et `prec` est un paramètre qui indique si l'algorithme préconditionné est utilisé ou non.

Gradients conjugués préconditionnés

Un préconditionneur M est un opérateur dont l'inverse peut être rapidement calculé et tel que $\kappa(M^{-1}A) \ll \kappa(A)$. Lorsque le paramètre `prec = True`, votre fonction utilisera l'algorithme CG préconditionné par `ILU(0)`.

La factorisation `ILU(0)` retourne une décomposition LU creuse et incomplète sur le masque de la matrice A . Implémentez pour cela une fonction `ILU0(sA,iA,jA)` qui retourne un tuple `(sLU,iLU,jLU)` où `sLU,iLU,jLU` sont des `numpy.array` sous format CSR. Utilisez-la ensuite adéquatement dans l'algorithme CG préconditionné.

Appliquez ces algorithmes aux systèmes linéaires générés par le modèle `ccore.py`. Dans le rapport, étudiez l'effet du préconditionnement sur le nombre de conditionnement du système (et éventuellement sur le spectre des valeurs propres). Analysez en détail la convergence de la méthode itérative. Rappelez les différents facteurs qui influencent le conditionnement du système à résoudre. Comparez avec la borne théorique sur le nombre d'itérations donnée dans le livre de référence.

Consignes¹

Ce devoir est absolument **individuel**.

Un rapport de deux pages (un recto et un verso) contenant texte et figures est à remettre pour le 21 décembre 2018 (23h59) sur Moodle sous forme d'une archive compressée (**.zip**). Il n'y a pas de remise en format papier pour ce dernier devoir.

L'archive contiendra le **.pdf** et le **.tex** de votre rapport ainsi que vos fonctions PYTHON3 **csrcG.py** et **ILU0.py**. Nous vous rappelons que vos implémentations seront soumises à un logiciel anti-plagiat.

Le rapport ne doit pas contenir de page de garde, seulement une entête reprenant au moins le nom de l'auteur. Le rapport ne doit pas spécialement contenir de code source. La langue de rédaction est le français. Le rapport doit être réalisé avec L^AT_EX, avec la **documentclass article [11pt]** en **pagestyle plain**. Veillez à fournir des implémentations lisibles, dûment commentées, avec des noms de variables explicites.

Les implémentations sont à réaliser en PYTHON 3.6. Les librairies admises sont :

- NUMPY
- MATPLOTLIB
- OS
- TIME

Toute autre librairie ne sera pas acceptée.

Bon travail !

1. Tout non respect des consignes entraîne une pénalité plus ou moins importante selon l'irrégularité commise.