

## 1 Paramètres influençant le conditionnement de $A$

**Largeur de l'entrefer** Moins l'entrefer est large, plus le maillage doit être raffiné à cet endroit. Nous remarquons donc que pour des entrefers de petite taille, le conditionnement de la matrice augmente rapidement (figure 1a). Si nous appelons  $e$  la taille de l'entrefer, on peut écrire

$$\kappa(A) \sim \alpha + \frac{\beta}{e}, \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R}.$$

Le spectre reste distribué de façon semblable peu importe la taille de l'entrefer, mais plus celui-ci est grand, moins il y a de valeurs singulières, comme montré sur la figure 1b.

Lorsque nous commentons la ligne `lc3=D/2.*R` et la remplaçons par `lc3=E/2.*R`, nous augmentons en fait la taille de l'entrefer. L'effet sur le maillage est montré à la figure 2.

**Perméabilité relative du noyau magnétique** Plus la perméabilité relative du noyau magnétique augmente, plus le conditionnement de  $A$  augmente aussi, selon une loi approximativement logarithmique (voir figure 1c). On écrit (en notant  $\mu_r$  la perméabilité)

$$\kappa(A) \sim \gamma + \delta \log(\mu_r + \varepsilon), \quad \gamma, \delta, \varepsilon \in \mathbb{R}.$$

Le spectre change uniquement pour les valeurs singulières les plus petites, et celles-ci deviennent encore plus basses, comme montré sur la figure 1d.

**Courant injecté dans la bobine** Le courant injecté dans la bobine ne change en rien le maillage, et n'a donc aucun effet ni sur le conditionnement de la matrice  $A$ , ni sur son spectre de valeurs singulières, comme montré aux figures 1e et 1f.

**Raffinement du maillage** Afin de voir l'effet du raffinement du maillage sur le conditionnement de la matrice  $A$ , nous avons joué sur le paramètre `clscale` de `ccore.py`. Plus celui-ci est petit, plus le maillage est fin. Le conditionnement de  $A$  diminue de façon linéaire plus `clscale` augmente, mais augmente soudainement pour la valeur de 34. Cela est dû à l'algorithme de maillage. On écrit donc en général (en notant la valeur de `clscale` par  $c$ )

$$\kappa(A) \sim \begin{cases} \zeta + \eta c & \text{si } c < 34, \\ \theta + \iota c & \text{sinon.} \end{cases}$$

Le spectre des valeurs singulières a toujours la même forme, mais est "compressé" lorsque le paramètre `clscale` augmente.

## 2 Approximation de rang faible

Nous cherchons à approximer la matrice  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$  de rang  $r$  par une somme de  $\nu$  matrices de rang 1 comme suit :  $A_\nu = \sum_{j=1}^{\nu} \sigma_j u_j v_j^*$ . Par le Théorème 5.8 pp. 35–36 dans le livre de référence, il est possible de démontrer que cette somme partielle capture l'énergie maximale possible de  $A$ , et ce autant pour la 2-norme matricielle (avec laquelle nous travaillons) que pour la norme de Frobenius. On définit alors l'erreur  $e_\nu$  comme  $e_\nu = \frac{\|A - A_\nu\|_2}{\|A\|_2}$ .

**Influence du premier terme** asdf

**Nombre de termes requis pour obtenir une précision donnée** asdf

**Influence du conditionnement** asdf

## Appendices

### A Figures

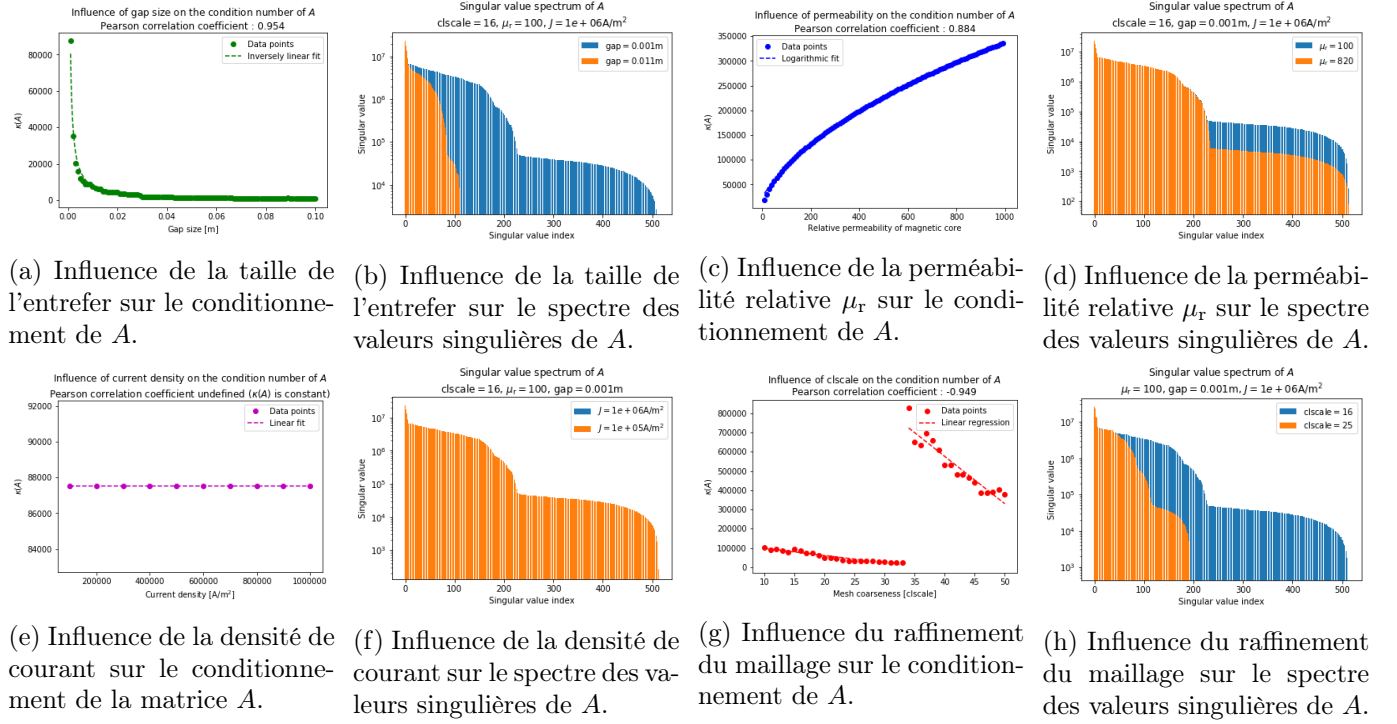


FIGURE 1 – Différents graphes pertinents pour l'analyse de la section 1. Les coefficients de corrélation sont toujours calculés par rapport au *curve fit* proposé.

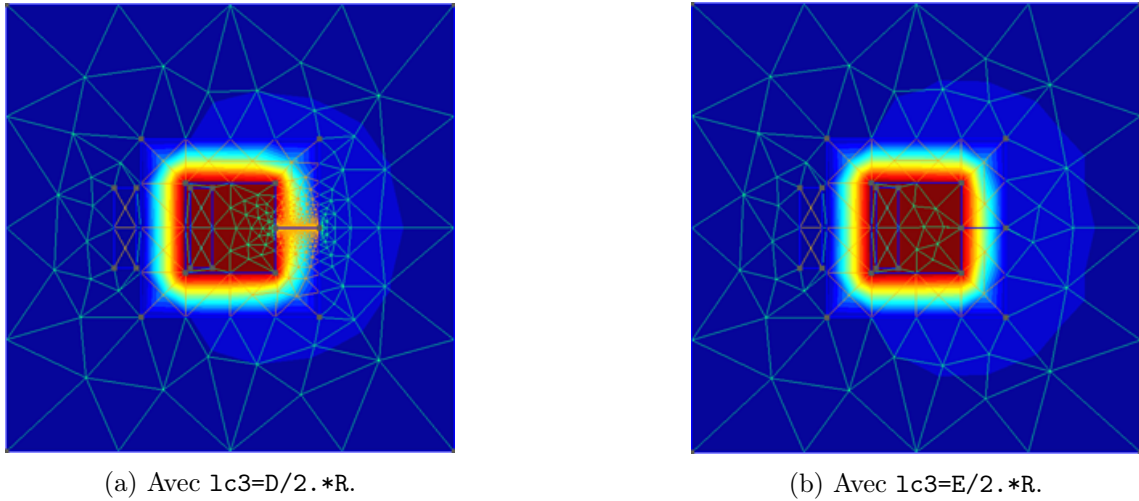


FIGURE 2 – Comparaison des maillages en changeant une ligne de code.