

**EC4** - Se NLN (número de letras de seu nome todo) for par, fazer o exercício a); se ímpar, o exercício b).

**b) Dada a seguinte recorrência:**

$$T(0) = 0;$$

$$T(1) = 1;$$

$$T(n) = T(n-1) + T(n-2) + 1, \text{ se } n > 1.$$

**provar, por indução finita, que a solução da recorrência é  $T(n) = \text{Fib}(n+2) - 1$ , onde  $\text{Fib}(n)$  é a série de Fibonacci.**

**Supondo para  $n = 2$ ;**

Na recorrência teremos:

$$T(n) = T(n-1) + T(n-2) + 1$$

$$T(2) = T(2-1) + T(2-2) + 1$$

$$T(2) = T(1) + T(0) + 1$$

$$T(2) = 1 + 0 + 1$$

$$T(2) = 2$$

Na série de Fibonacci teremos:

$$T(n) = \text{Fib}(n+2) - 1$$

$$T(2) = \text{Fib}(2+2) - 1$$

$$T(2) = \text{Fib}(4) - 1$$

$$T(2) = 3 - 1$$

$$T(2) = 2$$

**Supondo para  $n = 3$ ;**

Na recorrência teremos:

$$T(n) = T(n-1) + T(n-2) + 1$$

$$T(3) = T(3-1) + T(3-2) + 1$$

$$T(3) = T(2) + T(1) + 1$$

$$T(3) = 2 + 1 + 1$$

$$T(3) = 4$$

Na série de Fibonacci teremos:

$$T(n) = \text{Fib}(n+2) - 1$$

$$T(3) = \text{Fib}(3+2) - 1$$

$$T(3) = \text{Fib}(5) - 1$$

$$T(3) = 5 - 1$$

$$T(3) = 4$$

**Supondo para  $n = k$ ;**

Na recorrência teremos:

Na série de Fibonacci teremos:

$$T(n) = T(n-1) + T(n-2) + 1$$

$$T(k) = T(k-1) + T(k-2) + 1$$

$$T(n) = \text{Fib}(n+2) - 1$$

$$T(k) = \text{Fib}(k+2) - 1$$

**Supondo para  $n = k+1$ ;**

Na recorrência teremos:

$$T(n) = T(n-1) + T(n-2) + 1$$

$$T(k+1) = T(k+1-1) + T(k+1-2) + 1$$

$$T(k+1) = T(k) + T(k-1) + 1$$

Na série de Fibonacci teremos:

$$T(n) = \text{Fib}(n+2) - 1$$

$$T(k+1) = \text{Fib}(k+1+2) - 1$$

$$T(k+1) = \text{Fib}(k+3) - 1$$

Substituindo  $T(k)$  :

$$T(k+1) = T(k-1) + T(k-2) + 1 + T(k-1) + 1$$

$$T(k+1) = 2 \cdot T(k-1) + T(k-2) + 2$$