

Structure from Motion from Two Views

1. fejezet

Algoritmus

A Structure from motion (SfM) folyamat segítségével 3D rekonstrukciót hajthatunk végre egy képpár segítségével.

1. Két kép közötti ritka ponthalmazok megfeleltetése (pontmegfeleltetés): az első kép sarkainak azonosítása a *detectMinEigenFeatures* függvénnyel, majd azok követése a második képre a *vision.PointTracker* segítségével.
2. Az esszenciális mátrix becslése *estimateEssentialMatrix* használatával.
3. Kamera elmozdulásának kiszámítása *estrelpose* függvénnyel.
4. Két kép közötti sűrű ponthalmazok megfeleltetése (pontmegfeleltetés): több pont kinyeréséhez újra kell detektálni a pontokat a *detectMinEigenFeatures* függvény segítségével a '*MinQuality*' opciót használva. Ezt követi a sűrű ponthalmaz követése a második képre a *vision.PointTracker* használatával.
5. Az illeszkedő pontok 3D helyzeteinek meghatározása a *triangulate* segítségével (háromszögelés).

2. fejezet

Kód magyarázata

2.1. Képpár betöltése

1. *fullfile(string1, string2, ...)* = az argumentumként kapott stringekből összeállít egy elérési útvonalat, pl.:

```
path = fullfile('myfolder', 'mysubfolder')  
path = 'myfolder\mysubfolder\'
```

toolboxdir(toolbox) = visszaadja az argumentumként kapott toolbox abszolút elérési útvonalát.

2. *imageDatastore(path)* = létrehoz egy ImageDatastore objektumot a kapott elérési útvonallal meghatározott képekből. Az ImageDatastore objektum segítségével egy mappában található összes képet össze lehet gyűjteni egy változóba (de alapból nem lesz az összes kép egyszerre betöltve).
3. *readimage(datastore, n)* = betölti az n. képet a megadott datastore-ból.
4. *figure* = létrehoz egy új, üres ábra ablakot.
5. *imshowpair(image1, image2, 'montage')* = a meghatározott két képet egymás mellé helyezi a legutolsó ábrán.
6. *title('string')* = hozzáad egy címet a legutolsó ábrához.

2.2. A Camera Calibrator alkalmazás segítségével előre kiszámolt kamera paraméterek betöltése.

1. `load(file_name.mat)` = betölti egy korábban elmentett workspace adatait a jelenlegi workspace-be. A workspace egy ideiglenes tároló amely a MATLAB elindítása óta létrehozott változókat tárolja. Alapértelmezetten a MATLAB ablak jobb oldalán látható. A workspace-t el lehet menteni, így a benne tárolt változókat később vissza lehet tölteni a MATLAB-ba.

2.3. Lencse által okozott torzítás eltávolítása.

1. `undistortImage(image, intrinsics)` = a második argumentumként megadott kamera paramétereket felhasználva eltünteti a kamera lencséje által okozott torzítást a megadott képről.

A kamera kalibrációja során kapott kamera paramétereket és a torzítási együtthatókat felhasználva kiszámítjuk a bemeneti kép minden pixelének eredeti pozícióját. Az egyes pixelek pozícióját az alábbi torzítások módosítják:

- **Radiális torzítás** = kiváltó oka, hogy a lencse szélén áthaladó fény jobban törik, mint a lencse közepén környezetében áthaladó fény. Ez kiszámolható:

$$x_d = x_u(1 + k_1r^2 + k_2r^4)$$

$$y_d = y_u(1 + k_1r^2 + k_2r^4)$$

(Ahol x_u, y_u = torzulásmentes koordináták; x_d, y_d = torzított koordináták; k_1, k_2 = radiális torzítási együtthatók; $r^2 = x_u^2 + y_u^2$)

- **Tangenciális fordítás** = előfordul, ha a kameraszensor és a lencse nem állnak tökéletesen párhuzamosan. Ez kiszámolható:

$$x_d = 2p_1x_uy_u + p_2(r^2 + 2x_u^2)$$

$$y_d = 2p_2x_uy_u + p_1(r^2 + 2y_u^2)$$

(Ahol x_u, y_u = torzulásmentes koordináták; x_d, y_d = torzított koordináták; p_1, p_2 = tangenciális torzítási együtthatók; $r^2 = x_u^2 + y_u^2$)

Az egyes pixelek korrigált helyének kiszámítása nem egész számú értékeket is előállít. Mivel a nem egész szám nem lehet pixel koordináta, ezért bilineáris interpolációt is végre kell hajtani. A bilineáris interpoláció során, a legközelebbi négy szomszédot felhasználva először lineáris interpolációt hajtunk végre az egyik irányba (pl. az x tengely mentén), majd pedig a másik irányba (az y tengely mentén):

$$out_P = I_1(1-\Delta X)(1-\Delta Y) + I_2(\Delta X)(1-\Delta Y) + I_3(1-\Delta X)(\Delta Y) + I_4(\Delta X)(\Delta Y)$$

(Ahol I_1, I_2, I_3, I_4 = a szomszédos négy koordináta intenzitása az eredeti, torzított képen; $\Delta X, \Delta Y$ = a nem egész értékű koordinátákkal rendelkező vizsgált pixel és a vizsgált pixelhez legközelebb eső, egész értékű koordinátákkal rendelkező szomszédai közötti távolság; out_P = végeredményként kapott pixel intenzitás)

A szomszédos pixelek efféle súlyozott átlagolásával, az interpoláció eredményeképp egy pixel intenzitás értéket kapunk, amely a legközelebbi egész érték koordinátával rendelkező pixel intenzitása lesz.

Az előállított, torzítatlan képen néhány pixel (leginkább a kép szélein) nem rendelkezik megfelelő pixel párral az eredeti, torzított képről (ezek azok a területek, ahol az eredeti képből nincs információ). Ezek a pixelek alapértelmezetten 0 értéket kapnak (feketék lesznek).

2.4. Pontmegfeleltetés a képek között.

1. *detectMinEigenFeatures(grayImage, MinQuality=0.1)* = a Shi és Tomasi féle minimum sajátérték algoritmust (Shi & Tomasi, Minimum Eigenvalue Algorithm) használva keresi meg a kép sarokpontjait (a sarokpont jelen esetben olyan pixeleket jelentenek, amelyek éles változást mutatnak a környező pixelekhez képest). Szürkeárnyaltos képet vár

argumentumként, ezért a képet még előtte az *im2gray* függvénnyel szürkeárnyalatosra változtatjuk. A *MinQuality* argumentum a detektált sarokpontok minőségét határozza meg. Az értékének $[0, 1]$ tartományból választhatunk. Magasabb érték, jobb minőségű, viszont kevesebb sarokpontot is eredményez. Pontmegfeleltetés esetén gyakran a sarokpontok detektálása a preferált módszer, ugyanis a sarokpontok általában könnyen azonosíthatók különböző nézőpontból és stabilak (azaz kisebb elmozdulás, zaj vagy torzítás hatására is megismerhetők).

A Shi és Tomasi féle sajátérték algoritmus a Harris sarokpont detektáló algoritmuson alapszik. A Harris sarokpont detektáló algoritmus esetén első lépésben meghatározunk egy csúszóablakot a vizsgált képen. Ha azt tapasztaljuk, hogy ezt az ablakot bármelyik irányba is mozgassuk el, nagy lesz a különbség az ablak eredeti pozíciója alatti terület és az elmozdított ablak új pozíciója alatti terület között, akkor sikeresen detektáltunk egy sarokpontot. Ezt a változást az alábbi képlet szerint mérjük:

$$E(u, v) = \sum_{x,y} w(x, y) [I(x + u, y + v) - I(x, y)]^2$$

Ahol:

- E = a négyzetkülönbség a csúszóablak eredeti és elmozdított pozíciója között.
- u = a csúszóablak elmozdításának értéke az x tengely mentén.
- v = a csúszóablak elmozdításának értéke az y tengely mentén.
- $w(x, y)$ = a csúszóablak az (x,y) pozíción
- I = a kép intenzitása a zárójelekben meghatározott pozíción, pl:
 - $I(x, y)$ = az ablak eredeti pozíciója alatti terület intenzitása.
 - $I(x + u, y + v)$ = az elmozgatott ablak alatti terület intenzitása.

A cél olyan csúszóablakokat találni, ahol ez az E érték nagy, bármelyik irányba is toljuk el az ablakot. Azaz olyan pozíció kell, ahol (a képletben) a szögletes zárójelben található kifejezés értéke nagy. Tehát a

$$\sum_{x,y} [I(x + u, y + v) - I(x, y)]^2$$

részt kell maximalizálni. Ehhez először Taylor-sort alkalmazunk, amely után az alábbi egyenletet kapjuk (ezek után már csak közelítő eredményt kapunk):

$$E(u, v) \approx \sum_{x,y} [I(x, y) + ul_x + vl_y - I(x, y)]^2$$

A $I(x, y) - I(x, y)$ rész kiüti egymást, majd a elvégezzük a négyzetre emelést $((a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2)$:

$$E(u, v) \approx \sum_{x,y} u^2 l_x^2 + 2uv l_x l_y + v^2 l_y^2$$

Ezt mátrixá alakítjuk:

$$E(u, v) \approx \begin{bmatrix} u & v \end{bmatrix} \left(\sum \begin{bmatrix} l_x^2 & l_x l_y \\ l_x l_y & l_y^2 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}$$

A mátrixot (talán második momentum mátrixnak hívják és a kép intenzitásának változását méri az x és y irányokban) M betűvel fogjuk jelezni és a $w(x, y)$ is csodával határos módon visszakerült:

$$M = \sum w(x, y) \begin{bmatrix} l_x^2 & l_x l_y \\ l_x l_y & l_y^2 \end{bmatrix}$$

Az M -et behelyettesítve:

$$E(u, v) \approx \begin{bmatrix} u & v \end{bmatrix} M \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}$$

Az így kapott E értékből meg tudjuk mondani, hogy jelentős változás van-e a csúszóablak eredeti, valamint elmozdított pozíciója alatti terület között. Ha az intenzitásváltozás jelentős, akkor az alábbi képlettel döntjük el, hogy az adott ablak tartalmaz-e sarokpontot:

$$R = \det(M) - k(\text{trace}(M))^2$$

Ahol:

- $\det(M)$ = amely a második momentum mátrix determinánsát házározza meg. Megadja, hogy mekkora az intenzitásváltozás mértéke mindkét irányban. Értéke: $\det(M) = \lambda_1 \lambda_2$, ahol $\lambda_{1,2}$ az M mátrix sajátértékei, és megmondják, hogy a képgradiens milyen irányba, milyen mértékben változik.

- k = egy állandó, amely a sarokpont detektálás szigorúságát határozza meg. Általában $[0.04, 0.05]$ tartományba eső érték.
- $trace(M)$ = a mátrix nyomát adja meg, amely a főátlók, azaz a két irány intenzitásváltozásának összege. Értéke: $trace(M) = \lambda_1 + \lambda_2$

Tehát az M mátrix λ_1, λ_2 sajátértékeinek értéke határozza meg, hogy a vizsgált régió sarokpont, él vagy felület-e:

- Ha $R > 0$, akkor az adott területen sarokpont van.
- Ha $R < 0$, akkor az adott területen él van.
- Ha $R \approx 0$, akkor az adott terület homogén.

A Shi és Tomasi féle minimum sajátérték algoritmus egyetlen apró változtatást hajt végre a Harris féle sarokpont detektáló algoritmuson: A sarokpontok minőségét nem a sajátértékek kombinációjával, hanem a két sajátérték közül a kisebbik sajátérték alapján határozza meg. Az R értékét ez az algoritmus az alábbi képlet szerint számolja ki:

$$R = \min(\lambda_1, \lambda_2)$$

Ha R nagyobb, mint egy előre meghatározott érték, akkor a vizsgált terület sarokpontot tartalmaz.

2. `imshow(image, InitialMagnification = value)` = a meghatározott kép megjelenítése `value%`-os megnagyításban.
3. `hold on` = a következőkben végrehajtott grafikus (pl.: grafikonok kirajzolása, stb.) parancsokat a legutolsó, aktuális ábrára fogja rárajzolni.
4. `plot` = létrehoz kétdimenziós grafikont.
5. `selectStrongest(featurePoints, N)` = visszaadja az N legerősebb (talán ez az intenzitások különbségének nagyságát jelenti) jellemzőpontot (ná-lunk sarokpontok lesznek) a megadott `featurePoints` változóból.
6. `tracker = vision.PointTracker(MaxBidirectionalError=value1, NumPyramidLevels=value2)` = létrehoz egy Kanade-Lucas-Tomasi (KLT) algoritmus szerint működő pontkövető objektumot.
A KLT algoritmus kifejezetten jól működik olyan objektumok követésére, amely nem változtat alakot, valamint egyedi és részletes textúrával

rendelkezik. A KLT algoritmus a Lucas-Kanade (LK) optikai áramlás becslés algoritmuson alapul. Az optikai áramlás az objektumok egy látszólagos/vizuális elmozdulása (nem feltétlenül egyezik meg a valós elmozdulással). Általános feltételezése, hogy egy objektum pixeleinek intenzitása elmozdulástól függetlenül állandó:

$$I(x, y, t) = I(x + u, y + v, t + 1)$$

Ahol:

- $I(x, y, t) = (x, y)$ pozíción lévő pixel intenzitása t időben
- u = elmozdulás az x tengelyen
- v = elmozdulás az y tengelyen

Ebből kifejezhető az optikai áramlás egyenlete Taylor sort alkalmazva:

$$I(x + u, y + v, t + 1) \approx I(x, y, t) + I_x u + I_y v + I_t$$

$$I(x + u, y + v, t + 1) - I(x, y, t) = I_x u + I_y v + I_t$$

$$0 \approx I_x u + I_y v + I_t$$

Ahol:

- $I_x u$ = az intenzitás változása az x tengelyen.
- $I_y v$ = az intenzitás változása az y tengelyen.
- I_t = az intenzitás idő szerinti változása.

Tehát, ha az u és v elmozdulások helyesen vannak meghatározva, akkor az intenzitások különbsége megközelítőleg 0. Azonban u és v ismeretlenek és meghatározásukat nehezíti a **nyílás/rekesz/apertúra probléma (aperture problem)**, azaz amikor a tényleges mozgást egy kicsi rekeszen keresztül figyelve próbáljuk meghatározni. Egy objektum tényleges elmozdulásának kiszámítása nehéz, ha csak egy kis területet látunk belőle a résen keresztül.

A Lucas-Kanade algoritmus feltételezi, hogy az optikai áramlás (u és v) konstans és a képen textúrázott tárgyak láthatók. A megfigyelt pixel kezdeti intenzitása a , valamint a rés mögött látható tárgy elmozdítása után észlelt pixel intenzitása b . Ezek különbsége ($b - a$), azaz az időbeli

intenzitáskülönbség $I_t(x, y)$. A (x, y) pozíción megfigyelt pixel intenzitásváltozás $I_x(x, y)$ az x tengelyen, valamint $I_y(x, y)$ az y tengelyen. Az x tengelyen történő u és y tengelyen történő v elmozdulás esetén a pixel intenzitása:

$$I_x(x, y)u + I_y(x, y)v = -I_t(x, y)$$

Nem tudom miért negatív az I_t :(

Az algoritmus helyes működéséhez nem elegendő egyetlen pixelt nézni, így ezt ki kell terjeszteni egy pixelszomszédságra. Egy 3x3 szomszédság esetén az egyenlet:

$$I_x(x + \Delta x, y + \Delta y)u + I_y(x + \Delta x, y + \Delta y)v = -I_t(x + \Delta x, y + \Delta y)$$

ahol $\Delta x = -1, 0, 1$ (a három szomszédos pixel az x tengelyen), $\Delta y = -1, 0, 1$ (a három szomszédos pixel az y tengelyen) Tömör formában a képlet:

$$S \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \vec{t}$$

Ahol:

- $S = 9 \times 2$ mátrix amely tartalmazza: $[I_x(x + \Delta x, y + \Delta y), I_y(x + \Delta x, y + \Delta y)]$.
- \vec{t} = vektor amely tartalmazza: $-I_t(x + \Delta x, y + \Delta y)$.

Ezen két ismeretlenes egyenlet megoldása a legkisebb négyzetek módszerével történik, amihez megszorozzuk az egyenletet S^T (én sem értem miért):

$$S^T S \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = S^T \vec{t}$$

Ebből $\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}$ kifejezve:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = (S^T S)^{-1} S^T \vec{t}$$

Röviden (ha jól fogtam fel) a Lucas-Kanade optikai áramlás becslés algoritmus a képkockák közötti mozgást próbálja nyomon követni. Ehhez két képkockán kiválaszt egy pixelszomszédságot és azok térbeli elmozdulását elemzi. Ezután kiszámolja a pixelértékek intenzitásváltozását, amelyből próbálja kiszámolni az objektum tényleges elmozdulását.

Gyorsan mozgó vagy nem ritkásan textúrázott objektumok esetén nem megbízható.

A tényleges pontmegfeleltetést a Kanade-Lucas-Tomasi (KLT) algoritmus végzi, amelyből a MATLAB `vision.PointTracker` függvény a pyramid KLT továbbfejlesztett verziót használja. Először minden kiválasztott jellemzőponthoz egy kis ablakot/apertúrát illeszt. A következő lépésben létrehoz egy kép piramist: a kiinduló képből több szintet hoz létre, ahol az alsó szinten található a teljes (eredeti) felbontású kép, a piramis teteje felé haladva a vizsgált kép egyre kisebb felbontású verziója fog szerepelni. Ezután kiszámolja a kiválasztott pixelek elmozdulás vektorait a piramis legfelső szintjétől kezdve, az előbb tárgyalt Lucas-Kanade optikai áramlás becslés algoritmusát felhasználva. A becsült mozgásokat használva finomítja a jellemzőpontok pozícióit a következő alacsonyabban elhelyezkedő, magasabb felbontású piramisszinten. Ezt addig folytatja, amíg el nem éri a legalsó szintet. A piramisos módszer előnye, hogy az alacsonyabb felbontású képeken végzett kezdeti nyomkövetés javítja a teljes nyomkövetési pontosságot és akár nagyobb távolságok követését is lehetővé teszi.

A `vision.PointTracker` függvényhívásnál használt két argumentum:

- *MaxBidirectionalError* = a funkció lényege, hogy az épp vizsgált pontot az első képről követi a második képre, majd ugyanazon pontot követi visszafelé a második képről az első képre. Ezután kiszámolja a vizsgált pont eredeti és a visszakövetés utáni, új pozíciója közötti különbséget (az első képen). Ha ez az érték nagyobb, mint az függvénynek átadott *MaxBidirectionalError* érték, akkor az adott pont érvénytelen. Hatékony módszer a nem megbízhatóan követhető pontok kiküszöbölésére. Az ajánlott érték 0 és 3 pixel között van.
- *NumPyramidLevels* = a képpiramis szintjeinek számát határozza meg. A nagyobb érték lehetővé teszi a nagyobb elmozdulások követését, viszont lassabb futási időt eredményez. Az ajánlott érték 1 és 4 között van.

7. *imagePoints1 = imagePoints1.Location* = a sarokpont objektumok pozícióinak kiolvasása.
8. *initialize(pointTracker, points, image1)* = inicializálja az első argumentumként kapott pontkövető objektumot, inicializálja a második argu-

mentumként kapott követendő pontokat, valamint beállítja az utolsó argumentumként kapott képet a kezdeti képkockának.

9. $[returnValue1, returnValue2] = step(tracker, image2)$ = a *step* függvény indítja el az első argumentumként kapott pontkövető objektumot. A függvény második argumentum a második képkocka, amelyen el kell végeznie a pontkövetést az objektumnak. Az első visszatérési érték a korábban meghatározott jellemzőpontok koordinátái a második képkockán. A második visszatérési érték egy logikai indexvektor, amely azt jelzi, hogy mely pontokat sikerült nyomon követni. A megbízhatóan követhető pontok *true*, míg ellenkező esetben *false* értéket kapnak.
10. $matchedPoints = imagePoints(validIdx, :)$ = a megbízhatóan követhető pontok lementése. Az *imagePoints* egy mátrix, melynek sorai tartalmazzák a jellemzőpontokat, két oszlopa pedig a jellemzőpontok x és y koordinátáit. A *imagePoints(validIdx, :)* rész egy mátrix címzés, amely visszaadja mátrix azon sorait ahol *validIdx* = 1 vagy *true*, valamint a mátrix összes oszlopát (: jelentése összes index).
11. $showMatchedFeatures(image1, image2, matchedPoints1, matchedPoints2)$ = a pontmegfeleltetés eredményének kirajzolása. A két argumentumként kapott kép színekódolást kap, valamint a másik két, argumentumként kapott jellemzőpontok is kirajzolódnak és egy vonallal lesznek összekötve a hozzájuk tartozó párjukkal.
12. $[returnValue1, returnValue2] = estimateEssentialMatrix(matchedPoints1, matchedPoints2, intrinsics)$ = az esszenciális mátrix becslése egy kép-pár megfeleltetett pontjaiból.
Az esszenciális mátrix két kamera közötti mozgást kapcsolja össze, megfeleltetett pontpárok közötti geometriai kapcsolatok leírásával. Tehát a különböző szögből készült képekhez használt kamerák relatív helyzetét és orientációját segít meghatározni, **ha** ismertek a kamera paraméterek (amiket a kamera kalibrációjakor kapunk meg).
Az esszenciális mátrix egy 3x3 szerkezetű, homogén, 2-es rangú mátrix.

3. fejezet

Forrás

- <https://www.mathworks.com/help/vision/ug/structure-from-motion-from-two-views.html>
- https://www.mathworks.com/help/vision/ref/undistortimage.html?s_tid=doc_ta
- <https://www.mathworks.com/help/visionhdl/ug/image-undistort.html>
- https://e-learning.ujs.sk/pluginfile.php/23441/mod_resource/content/1/01-ProjektivKamera.pdf
- <https://www.mathworks.com/help/vision/ref/detectmineigenfeatures.html>
- <https://aishack.in/tutorials/features/>
- <https://aishack.in/tutorials/harris-corner-detector/>
- <https://aishack.in/tutorials/shitomasi-corner-detector/>
- https://docs.opencv.org/3.4/dc/d0d/tutorial_py_features_harris.html
- <https://www.mathworks.com/help/vision/ref/vision.pointtracker-system-object.html>
- <https://lorenzopeppoloni.com/lkttracker/>

- <https://www.baeldung.com/cs/optical-flow-lucas-kanade-method>
- <https://www.inf.u-szeged.hu/~kato/teaching/IpariKepfeldolgozas/08-Motion.pdf>
- http://www.inf.fu-berlin.de/inst/ag-ki/rojas_home/documents/tutorials/Lucas-Kanade2.pdf
- https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-29451-3_29
- <https://www.mathworks.com/help/matlab/ref/step.html>
- <https://www.mathworks.com/help/vision/ref/showmatchedfeatures.html>
- <https://www.baeldung.com/cs/fundamental-matrix-vs-essential-matrix>
- https://e-learning.ujs.sk/pluginfile.php/23450/mod_resource/content/1/05-SztereoKamera.pdf