

Structure from Motion from Two Views

# 1. fejezet

## Algoritmus

A Structure from motion (SfM) folyamat segítségével 3D rekonstrukciót hajthatunk végre egy képpár segítségével.

1. Két kép közötti ritka ponthalmazok megfeleltetése (pontmegfeleltetés): az első kép sarokpontjainak azonosítása a *detectMinEigenFeatures* függvénnyel, majd azok követése a második képre a *vision.PointTracker* segítségével.
2. Az esszenciális mátrix becslése *estimateEssentialMatrix* használatával.
3. Kamera elmozdulásának kiszámítása *estrelpose* függvénnyel.
4. Két kép közötti sűrű ponthalmazok megfeleltetése (pontmegfeleltetés): több pont kinyeréséhez újra kell detektálni a pontokat a *detectMinEigenFeatures* függvény segítségével a *'MinQuality'* opciót használva. Ezt követi a sűrű ponthalmaz követése a második képre a *vision.PointTracker* használatával.
5. Az illeszkedő pontok 3D helyzeteinek meghatározása a *triangulate* segítségével (háromszögelés).

## 2. fejezet

# Kód magyarázata

### 2.1. Képpár betöltése

1. *fullfile(string1, string2, ...)* = az argumentumként kapott stringekből összeállít egy elérési útvonalat, pl.:

```
path = fullfile('myfolder', 'mysubfolder')  
path = 'myfolder\mysubfolder\'
```

*toolboxdir(toolbox)* = visszaadja az argumentumként kapott toolbox abszolút elérési útvonalát.

2. *imageDatastore(path)* = létrehoz egy ImageDatastore objektumot a kapott elérési útvonallal meghatározott képekből. Az ImageDatastore objektum segítségével egy mappában található összes képet össze lehet gyűjteni egy változóba (de alapból nem lesz az összes kép egyszerre betöltve).
3. *readimage(datastore, n)* = betölti az n. képet a megadott datastore-ból.
4. *figure* = létrehoz egy új, üres ábra ablakot.
5. *imshowpair(image1, image2, 'montage')* = a meghatározott két képet egymás mellé helyezi a legutolsó ábrán.
6. *title('string')* = hozzáad egy címet a legutolsó ábrához.

## 2.2. A Camera Calibrator alkalmazás segítségével előre kiszámolt kamera paraméterek betöltése.

1. `load(file_name.mat)` = betölti egy korábban elmentett workspace adatait a jelenlegi workspace-be. A workspace egy ideiglenes tároló amely a MATLAB elindítása óta létrehozott változókat tárolja. Alapértelmezetten a MATLAB ablak jobb oldalán látható. A workspace-t el lehet menteni, így a benne tárolt változókat később vissza lehet tölteni a MATLAB-ba.

## 2.3. Lencse által okozott torzítás eltávolítása.

1. `undistortImage(image, intrinsics)` = a második argumentumként megadott kamera paramétereket felhasználva eltünteti a kamera lencséje által okozott torzítást a megadott képről.

A kamera kalibrációja során kapott kamera paramétereket és a torzítási együtthatókat felhasználva kiszámítjuk a bemeneti kép minden pixelének eredeti pozícióját. Az egyes pixelek pozícióját az alábbi torzítások módosítják:

- **Radiális torzítás** = kiváltó oka, hogy a lencse szélén áthaladó fény jobban törik, mint a lencse közepén környezetében áthaladó fény. Ez kiszámolható:

$$x_r = x(1 + k_1r^2 + k_2r^4)$$

$$y_r = y(1 + k_1r^2 + k_2r^4)$$

(Ahol  $x_r, y_r$  = radiális torzulásmentes koordináták;  $x, y$  = torzított koordináták;  $k_1, k_2$  = radiális torzítási együtthatók;  $r^2 = x^2 + y^2$ )

- **Tangenciális fordítás** = előfordul, ha a kameraszensor és a lencse nem állnak tökéletesen párhuzamosan. Ez kiszámolható:

$$x_t = 2p_1xy + p_2(r^2 + 2x^2)$$

$$y_t = 2p_2xy + p_1(r^2 + 2y^2)$$

(Ahol  $x_t, y_t$  = tangenciális torzulásmentes koordináták;  $x, y$  = torzított koordináták;  $p_1, p_2$  = tangenciális torzítási együtthatók;  $r^2 = x^2 + y^2$ )

A végső együttható értékének kiszámítása:

$$x_f = x_r + x_t$$

$$y_f = y_r + y_t$$

Az egyes pixelek korrigált helyének kiszámítása nem egész számú értékeket is előállít. Mivel a nem egész szám nem lehet pixel koordináta, ezért bilineáris interpolációt is végre kell hajtani. A bilineáris interpoláció során, a legközelebbi négy szomszédot felhasználva először lineáris interpolációt hajtunk végre az egyik irányba (pl. az x tengely mentén), majd pedig a másik irányba (az y tengely mentén):

$$out_P = I_1(1-\Delta X)(1-\Delta Y) + I_2(\Delta X)(1-\Delta Y) + I_3(1-\Delta X)(\Delta Y) + I_4(\Delta X)(\Delta Y)$$

(Ahol  $I_1, I_2, I_3, I_4$  = a szomszédos négy koordináta intenzitása az eredeti, torzított képen;  $\Delta X, \Delta Y$  = a nem egész értékű koordinátákkal rendelkező vizsgált pixel és a vizsgált pixelhez legközelebb eső, egész értékű koordinátákkal rendelkező szomszédai közötti távolság;  $out_P$  = végeredményként kapott pixel intenzitás)

A szomszédos pixelek efféle súlyozott átlagolásával, az interpoláció eredményeképp egy pixel intenzitás értéket kapunk, amely a legközelebbi egész érték koordinátával rendelkező pixel intenzitása lesz.

Az előállított, torzítatlan képen néhány pixel (leginkább a kép szélén) nem rendelkezik megfelelő pixel párral az eredeti, torzított képről (ezek azok a területek, ahol az eredeti képből nincs információ). Ezek a pixelek alapértelmezetten 0 értéket kapnak (feketék lesznek).

## 2.4. Pontmegfeleltetés a képek között.

1. *detectMinEigenFeatures(grayImage, MinQuality=0.1)* = a Shi és Tomasi féle minimum sajátérték algoritmust (Shi & Tomasi, Minimum

Eigenvalue Algorithm) használva keresi meg a kép sarokpontjait (a sarokpont jelen esetben olyan pixeleket jelentenek, amelyek éles változást mutatnak a környező pixelekhez képest). Szürkeárnyaltos képet vár argumentumként, ezért a képet még előtte az *im2gray* függvénnyel szürkeárnyaltosra változtatjuk. A *MinQuality* argumentum a detektált sarokpontok minőségét határozza meg. Az értékének  $[0, 1]$  tartományból választhatunk. Magasabb érték, jobb minőségű, viszont kevesebb sarokpontot is eredményez. Pontmegfeleltetés esetén gyakran a sarokpontok detektálása a preferált módszer, ugyanis a sarokpontok általában könnyen azonosíthatók különböző nézőpontból és stabilak (azaz kisebb elmozdulás, zaj vagy torzítás hatására is megismerhetők).

A Shi és Tomasi féle sajátérték algoritmus a Harris sarokpont detektáló algoritmuson alapszik. A Harris sarokpont detektáló algoritmus esetén első lépésben meghatározunk egy csúszóablakot a vizsgált képen. Ha azt tapasztaljuk, hogy ezt az ablakot bármelyik irányba is mozgassuk el, nagy lesz a különbség az ablak eredeti pozíciója alatti terület és az elmozdított ablak új pozíciója alatti terület között, akkor sikeresen detektáltunk egy sarokpontot. Ezt a változást az alábbi képlet szerint mérjük:

$$E(u, v) = \sum_{x,y} w(x, y) [I(x + u, y + v) - I(x, y)]^2$$

Ahol:

- $E$  = a négyzetkülönbség a csúszóablak eredeti és elmozdított pozíciója között.
- $u$  = a csúszóablak elmozdításának értéke az x tengely mentén.
- $v$  = a csúszóablak elmozdításának értéke az y tengely mentén.
- $w(x, y)$  = a csúszóablak az  $(x, y)$  pozíción
- $I$  = a kép intenzitása a zárójelekben meghatározott pozíción, pl:
  - $I(x, y)$  = az ablak eredeti pozíciója alatti terület intenzitása.
  - $I(x + u, y + v)$  = az elmozdított ablak alatti terület intenzitása.

A cél olyan csúszóablakokat találni, ahol ez az  $E$  érték nagy, bármelyik irányba is toljuk el az ablakot. Azaz olyan pozíció kell, ahol (a

képletben) a szögletes zárójelben található kifejezés értéke nagy. Tehát a

$$\sum_{x,y} [I(x+u, y+v) - I(x, y)]^2$$

részt kell maximalizálni. Ehhez először Taylor-sort alkalmazunk, amely után az alábbi egyenletet kapjuk (ezek után már csak közelítő eredményt kapunk):

$$E(u, v) \approx \sum_{x,y} [I(x, y) + ul_x + vl_y - I(x, y)]^2$$

A  $I(x, y) - I(x, y)$  rész kiüti egymást, majd a elvégezzük a négyzetre emelést  $((a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2)$ :

$$E(u, v) \approx \sum_{x,y} u^2 l_x^2 + 2uv l_x l_y + v^2 l_y^2$$

Ezt mátrixá alakítjuk:

$$E(u, v) \approx \begin{bmatrix} u & v \end{bmatrix} \left( \sum \begin{bmatrix} l_x^2 & l_x l_y \\ l_x l_y & l_y^2 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}$$

A mátrixot (talán második momentum mátrixnak hívják és a kép intenzitásának változását méri az x és y irányokban)  $M$  betűvel fogjuk jelezni és a  $w(x, y)$  is csodával határos módon visszakerült:

$$M = \sum w(x, y) \begin{bmatrix} l_x^2 & l_x l_y \\ l_x l_y & l_y^2 \end{bmatrix}$$

Az  $M$ -et behelyettesítve:

$$E(u, v) \approx \begin{bmatrix} u & v \end{bmatrix} M \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}$$

Az így kapott  $E$  értékből meg tudjuk mondani, hogy jelentős változás van-e a csúszóablak eredeti, valamint elmozdított pozíciója alatti terület között. Ha az intenzitásváltozás jelentős, akkor az alábbi képlettel döntjük el, hogy az adott ablak tartalmaz-e sarokpontot:

$$R = \det(M) - k(\text{trace}(M))^2$$

Ahol:

- $\det(M)$  = amely a második momentum mátrix determinánsát határozza meg. Megadja, hogy mekkora az intenzitásváltozás mértéke mindkét irányban. Értéke:  $\det(M) = \lambda_1 \lambda_2$ , ahol  $\lambda_{1,2}$  az  $M$  mátrix sajátértékei, és megmondják, hogy a képgradiens milyen irányba, milyen mértékben változik.
- $k$  = egy állandó, amely a sarokpont detektálás szigorúságát határozza meg. Általában  $[0.04, 0.05]$  tartományba eső érték.
- $\text{trace}(M)$  = a mátrix nyomát adja meg, amely a főátlók, azaz a két irány intenzitásváltozásának összege. Értéke:  $\text{trace}(M) = \lambda_1 + \lambda_2$

Tehát az  $M$  mátrix  $\lambda_1, \lambda_2$  sajátértékeinek értéke határozza meg, hogy a vizsgált régió sarokpont, él vagy felület-e:

- Ha  $R > 0$ , akkor az adott területen sarokpont van.
- Ha  $R < 0$ , akkor az adott területen él van.
- Ha  $R \approx 0$ , akkor az adott terület homogén.

A Shi és Tomasi féle minimum sajátérték algoritmus egyetlen apró változtatást hajt végre a Harris féle sarokpont detektáló algoritmuson: A sarokpontok minőségét nem a sajátértékek kombinációjával, hanem a két sajátérték közül a kisebbik sajátérték alapján határozza meg. Az  $R$  értékét ez az algoritmus az alábbi képlet szerint számolja ki:

$$R = \min(\lambda_1, \lambda_2)$$

Ha  $R$  nagyobb, mint egy előre meghatározott érték, akkor a vizsgált terület sarokpontot tartalmaz.

2.  $\text{imshow}(\text{image}, \text{InitialMagnification} = \text{value})$  = a meghatározott kép megjelenítése  $\text{value}\%$ -os megnagyításban.
3.  $\text{hold on}$  = a következőkben végrehajtott grafikus (pl.: grafikonok kirajzolása, stb.) parancsokat a legutolsó, aktuális ábrára fogja rárajzolni.
4.  $\text{plot}$  = létrehoz kétdimenziós grafikont.
5.  $\text{selectStrongest}(\text{featurePoints}, N)$  = visszaadja az  $N$  legerősebb (talán ez az intenzitások különbségének nagyságát jelenti) jellemzőpontot (nálaunk sarokpontok lesznek) a megadott  $\text{featurePoints}$  változóból.



6. `tracker = vision.PointTracker(MaxBidirectionalError=value1, NumPyramidLevels=value2)` = létrehoz egy Kanade-Lucas-Tomasi (KLT) algoritmus szerint működő pontkövető objektumot.

A KLT algoritmus kifejezetten jól működik olyan objektumok követésére, amely nem változtat alakot, valamint egyedi és részletes textúrával rendelkezik. A KLT algoritmus a Lucas-Kanade (LK) optikai áramlás becslés algoritmuson alapul. Az optikai áramlás az objektumok egy látszólagos/vizuális elmozdulása (nem feltétlenül egyezik meg a valós elmozdulással). Általános feltételezése, hogy egy objektum megfigyelt pixeleinek intenzitása elmozdulástól függetlenül állandó:

$$I(x, y, t) = I(x + u, y + v, t + 1)$$

Ahol:

- $I(x, y, t) = (x, y)$  pozícióban lévő pixel intenzitása  $t$  időben
- $u$  = elmozdulás az  $x$  tengelyen
- $v$  = elmozdulás az  $y$  tengelyen

Ebből kifejezhető az optikai áramlás egyenlete Taylor sort alkalmazva:

$$I(x + u, y + v, t + 1) \approx I(x, y, t) + I_x u + I_y v + I_t$$

$$I(x + u, y + v, t + 1) - I(x, y, t) = I_x u + I_y v + I_t$$

$$0 \approx I_x u + I_y v + I_t$$

Ahol:

- $I_x u$  = az intenzitás változása az  $x$  tengelyen.
- $I_y v$  = az intenzitás változása az  $y$  tengelyen.
- $I_t$  = az intenzitás idő szerinti változása.

Tehát, ha az  $u$  és  $v$  elmozdulások helyesen vannak meghatározva, akkor az intenzitások különbsége megközelítőleg 0. Azonban  $u$  és  $v$  ismeretlenek és meghatározásukat nehezíti a **nyílás/rekesz/apertúra probléma (aperture problem)**, azaz amikor a tényleges mozgást egy kicsi rekeszen keresztül figyelve próbáljuk meghatározni. Egy objektum tényleges elmozdulásának kiszámítása nehéz, ha csak egy kis területet látunk belőle a résen keresztül.

A Lucas-Kanade algoritmus feltételezi, hogy az optikai áramlás ( $u$  és  $v$ ) konstans és a képen textúrázott tárgyak láthatók. A megfigyelt pixel kezdeti intenzitása  $a$ , valamint a rés mögött látható tárgy elmozdítása után észlelt pixel intenzitása  $b$ . Ezek különbsége ( $b - a$ ), azaz az időbeli intenzitáskülönbség  $I_t(x, y)$ . A  $(x, y)$  pozíción megfigyelt pixel intenzitásváltozás  $I_x(x, y)$  az  $x$  tengelyen, valamint  $I_y(x, y)$  az  $y$  tengelyen. Az  $x$  tengelyen történő  $u$  mértékű és az  $y$  tengelyen történő  $v$  mértékű elmozdulás esetén a pixel intenzitása:

$$I_x(x, y)u + I_y(x, y)v = -I_t(x, y)$$

Nem tudom miért negatív az  $I_t$  :(

Az algoritmus helyes működéséhez nem elegendő egyetlen pixelt nézni, így ezt ki kell terjeszteni egy pixelszomszédságra. Egy 3x3 szomszédság esetén az egyenlet:

$$I_x(x + \Delta x, y + \Delta y)u + I_y(x + \Delta x, y + \Delta y)v = -I_t(x + \Delta x, y + \Delta y)$$

ahol  $\Delta x = -1, 0, 1$  (a három szomszédos pixel az  $x$  tengelyen),  $\Delta y = -1, 0, 1$  (a három szomszédos pixel az  $y$  tengelyen) Tömör formában a képlet:

$$S \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \vec{t}$$

Ahol:

- $S = 9 \times 2$  mátrix amely tartalmazza:  $[I_x(x + \Delta x, y + \Delta y), I_y(x + \Delta x, y + \Delta y)]$ .
- $\vec{t} =$  vektor amely tartalmazza:  $-I_t(x + \Delta x, y + \Delta y)$ .

Ezen két ismeretlenes egyenlet megoldása a legkisebb négyzetek módszerével történik, amihez megszorozzuk az egyenletet  $S^T$  (én sem értem miért):

$$S^T S \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = S^T \vec{t}$$

Ebből  $\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}$  kifejezve:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = (S^T S)^{-1} S^T \vec{t}$$

Röviden (ha jól fogtam fel) a Lucas-Kanade optikai áramlás becslés algoritmus a képkockák közötti mozgást próbálja nyomon követni. Ehhez két képkockán kiválaszt egy pixelszomszédságot és azok térbeli elmozdulását elemzi. Ezután kiszámolja a pixelértékek intenzitásváltozását, amelyből próbálja kiszámolni az objektum tényleges elmozdulását. Gyorsan mozgó vagy nem ritkásan textúrázott objektumok esetén nem megbízható.

A tényleges pontmegfeleltetést a Kanade-Lucas-Tomasi (KLT) algoritmus végzi, amelyből a MATLAB `vision.PointTracker` függvény a piramid KLT továbbfejlesztett verziót használja. Először minden kiválasztott jellemzőponthoz egy kis ablakot/apertúrát illeszt. A következő lépésben létrehoz egy kép piramist: a kiinduló képből több szintet hoz létre, ahol az alsó szinten található a teljes (eredeti) felbontású kép, a piramis teteje felé haladva a vizsgált kép egyre kisebb felbontású verziója fog szerepelni. Ezután kiszámolja a kiválasztott pixelek elmozdulás vektorait a piramis legfelső szintjétől kezdve, az előbb tárgyalt Lucas-Kanade optikai áramlás becslés algoritmusát felhasználva. A becsült mozgásokat használva finomítja a jellemzőpontok pozícióit a következő alacsonyabban elhelyezkedő, magasabb felbontású piramisszinten. Ezt addig folytatja, amíg el nem éri a legalsó szintet. A piramisos módszer előnye, hogy az alacsonyabb felbontású képeken végzett kezdeti nyomkövetés javítja a teljes nyomkövetési pontosságot és akár nagyobb távolságok követését is lehetővé teszi.

A `vision.PointTracker` függvényhívásnál használt két argumentum:

- *MaxBidirectionalError* = a funkció lényege, hogy az épp vizsgált pontot az első képről követi a második képre, majd ugyanazon pontot követi visszafelé a második képről az első képre. Ezután kiszámolja a vizsgált pont eredeti és a visszakövetés utáni, új pozíciója közötti különbséget (az első képen). Ha ez az érték nagyobb, mint az függvénynek átadott *MaxBidirectionalError* érték, akkor az adott pont érvénytelen. Hatékony módszer a nem megbízhatóan követhető pontok kiküszöbölésére. Az ajánlott érték 0 és 3 pixel között van.
- *NumPyramidLevels* = a képpiramis szintjeinek számát határozza meg. A nagyobb érték lehetővé teszi a nagyobb elmozdulások követését, viszont lassabb futási időt eredményez. Az ajánlott érték 1 és 4 között van.

7.  $imagePoints1 = imagePoints1.Location$  = a sarokpont objektumok pozícióinak kiolvasása.
8.  $initialize(pointTracker, points, image1)$  = inicializálja az első argumentumként kapott pontkövető objektumot, inicializálja a második argumentumként kapott követendő pontokat, valamint beállítja az utolsó argumentumként kapott képet a kezdeti képkockának.
9.  $[returnValue1, returnValue2] = step(tracker, image2)$  = a *step* függvény indítja el az első argumentumként kapott pontkövető objektumot. A függvény második argumentum a második képkocka, amelyen el kell végeznie a pontkövetést az objektumnak. Az első visszatérési érték a korábban meghatározott jellemzőpontok koordinátái a második képkockán. A második visszatérési érték egy logikai indexvektor, amely azt jelzi, hogy mely pontokat sikerült nyomon követni. A megbízhatóan követhető pontok *true*, míg ellenkező esetben *false* értéket kapnak.
10.  $matchedPoints = imagePoints(validIdx, :)$  = a megbízhatóan követhető pontok lementése. Az *imagePoints* egy mátrix, melynek sorai tartalmazzák a jellemzőpontokat, két oszlopai pedig a jellemzőpontok x és y koordinátáit. A *imagePoints(validIdx, :)* rész egy mátrix címzés, amely visszaadja mátrix azon sorait ahol  $validIdx = 1$  vagy *true*, valamint a mátrix összes oszlopát (: jelentése összes index).
11.  $showMatchedFeatures(image1, image2, matchedPoints1, matchedPoints2)$  = a pontmegfeleltetés eredményének kirajzolása. A két argumentumként kapott kép színkódolást kap, valamint a másik két, argumentumként kapott jellemzőpontok is kirajzolódnak és egy vonallal lesznek összekötve a hozzájuk tartozó párjukkal.
12.  $[returnValue1, returnValue2] = estimateEssentialMatrix(matchedPoints1, matchedPoints2, intrinsics)$  = az esszenciális mátrix becslése egy kép-pár megfeleltetett pontjaiból.  
Az esszenciális mátrix két kamera közötti mozgást kapcsolja össze, megfeleltetett pontpárok közötti geometriai kapcsolatok leírásával. Tehát a különböző szögből készült képekhez használt kamerák relatív helyzetét és orientációját segít meghatározni, ha ismertek a kamera paraméterek (amiket a kamera kalibrációjakor kapunk meg).

Az esszenciális mátrix egy 3x3 szerkezetű, homogén, 2-es rangú mátrix, amely az alábbi alapján írja le a két képkocka közötti kapcsolatot (*koplanaritási egyenlet*):

$$x_1^T E x_2 = 0$$

Az  $x_1$  egy adott pont homogén koordinátája az első képen, míg az  $x_2$  ugyanazon pont homogén koordinátája a második képen (mindkét esetben a kamera koordináta rendszerében, nem pedig pixel koordináta rendszerben):

$$x_1 = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ 1 \end{bmatrix}, x_2 = \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

A két képpont kapcsolatát leíró egyenlőség szerint, ha a két képpont ugyanazon pontot írnak le, akkor az esszenciális mátrix ( $E$ ) segítségével kifejezhető a köztük lévő kapcsolat. A képlet szétbontva:

$$\begin{matrix} \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \\ \text{ismert} & & \text{ismeretlen} & & \text{ismert} \end{matrix} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} & E_{13} \\ E_{21} & E_{22} & E_{23} \\ E_{31} & E_{32} & E_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ 1 \end{bmatrix} = 0$$

Ha elvégezzük az ismert elemek szorzatát, majd szétválasztjuk az ismeretlen az ismert részekről:

$$A \begin{bmatrix} E_{11} \\ \vdots \\ E_{33} \end{bmatrix} = 0$$

Ezt szinguláris érték felbontással végezhetjük el, megkapva az esszenciális mátrixot. Ezt a módszert 8 pont algoritmusnak hívják, amely minimum 8 pontpárt és normalizált koordinátákat követel meg. Az esszenciális mátrix két alapvető elemből áll:

$$E = [t]_x R$$

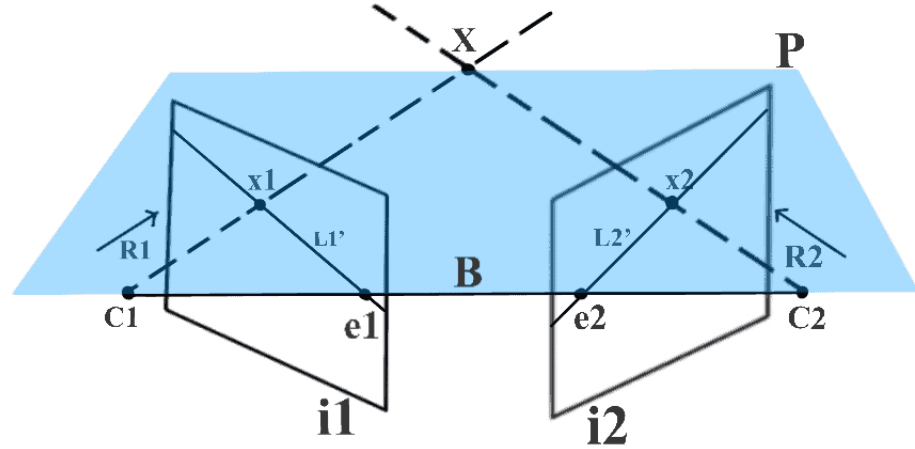
Ahol:

- $R$  = egy ortogonális 3x3-as rotációs mátrix amely a kamerák közötti forgást írja le:  $R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}$

- $[t_x]$  = a  $t$  egy transzlációs vektor, amely a kamera két pozíciójának közötti eltolást írja le:  $t = \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix}$ .  $[t_x]$  = a transzlációs vektor ferde mátrixa (*skew-symmetric matrix*, én sem tudom mi az), amely biztosítja, hogy a vektorok közötti keresztszorzat mátrixművelettel leírható legyen:  $[t]_x = \begin{bmatrix} 0 & -t_z & t_y \\ t_z & 0 & -t_x \\ -t_y & t_x & 0 \end{bmatrix}$

Ez a rész valószínűleg erősen hiányos, de nem teljesen értem, hogy hogyan történik az esszenciális mátrix becslése.

A második visszatérési érték, az *epipolarInliers* megadja, hogy a megfeleltetett pontok mennyire esnek közel az epipoláris síkhoz. (Ha jól értelmeztem) az epipoláris sík magyarázata:



Az  $X$  pontról készítünk egy-egy képet két különböző szemszögből (a kamera középpontja az első pozícióban  $C_1$ , míg a második pozícióban lévő kamera középpontja  $C_2$ ). Az első képen az  $X$  pont  $x_1$  pontban, míg a második képen  $x_2$  pontban lett megörökítve. Ha húzunk egy vonalat a  $C_1$  középpontból a képen szereplő  $x_1$  ponton túl, a vonal át fog haladni a lefényképezett  $X$  ponton, azaz az első képen  $x_1$  pont a  $C_1$  kamerakö-

zéppont és a lefényképezett  $X$  pont közé húzott vonalon helyezkedik el (ez a vonal az  $R_1$ ). Ha ez a vonal látható lenne, akkor a második képen látható részlete lenne a második képhez tartozó epipoláris vonal ( $L_2$ ). Ahogy az első képen az  $x_1$  az  $R_1$  vonalon helyezkedik el, úgy a második képen az  $x_2$  pontnak is az  $L_2$  epipoláris vonalon kell elhelyezkednie.

A MATLAB *estimateEssentialMatrix* függvény egy *MSAC* elnevezésű algoritmust használ, hogy eldöntse mely pontok outlierek (az epipoláris síktól messze találhatóak) és melyek az inlierek (az epipoláris síkhoz közel találhatóak). Mivel a megfeleltetett képpontoknak az epipoláris síkon kellene elhelyezkedniük, az outlierek rosszul lettek párosítva a pontmegfeleltetés során, így ezeket kiszűrjük.

13. *inlierPoints = matchedPoints(epipolarInliers, :)* = lementsük az epipoláris vonalhoz közel eső (tehát a valószínűleg helyesen párosított) pontokat.
14. *estrelpose(essentialMatrix, intrinsics, inlierPoints1, inlierPoints2)* = kiszámítja a második kamera relatív pozícióját az elsőhöz képest az essenziális mátrixból kinyert rotációs mátrix és translációs vektor alapján. Nem találtam meg, hogy pontosan hogyan teszi ezt :(
15. *camProjection = cameraProjection(intrinsics, tform)* = a visszatérési értéke egy kamera vetítési mátrix. Homogén koordinátával rendelkező, 3D pontok képre való vetítésére szolgál az argumentumként kapott *tform* transzformáció szerint, valamint a kamera belső paramétereit is figyelembe véve.  
A vetítési mátrix egy 3x4 szerkezetű mátrix, amely leírja a kamera valóvilágbéli, 3D pontok leképezését 2D pontokra a képsíkra/elkészült képre:

$$x = PX$$

Ahol:

- $x = 2D$  képpont =  $\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$
- $P =$  kamera mátrix =  $K [R|t]$ , ahol  $K$  = a kamera belső paramétere,  $R$  = rotációs mátrix,  $t$  = translációs mátrix.

- $X = 3D \text{ pont a valóvilágban} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}$

Az alkalmazott merev transzformáció (*rigidtransform3d*) egy olyan transzformáció, amelybe beletartozik a forgatás és eltolás, de nem változtatja meg az objektum méretét és formáját. Ha nem adunk meg semmilyen argumentumot, akkor a *rigidtransform3d* egy identitás transzformációt hajt végre, amely semmilyen módon nem változtatja meg az objektumot a leképezés során (forgatást és eltolást is beleértve). Mivel az első kamera a referenciapontunk (tehát az első kamera az origón található), ezért csak egységtranszformációt hajtunk végre. A kamera mátrix kiszámítása a meghatározott transzformációval:

$$P = K [rigidtransform3d.R | rigidtransform3d.t]$$

A mátrix tartalmazza a képre vetített 3D pontokat homogén koordinátákban.

A második kamera esetében az első kamera szerinti relatív elhelyezkedést és orientációt (*relPose*) átadjuk a *pose2extr* függvénynek, amely visszaadja a kamera külső paramétereit (extrinsic mátrix). A kamera külső paramétereit azt mutatják meg, hogyan kell a kamera koordináta-rendszeréből a világ koordináta-rendszerébe végrehajtani a transzformációt. Ez azt jelenti, hogy ha van egy pont a kamera koordináta-rendszerében, akkor a *pose2extr* által visszaadott extrinsic mátrix segítségével átalakíthatjuk ezt a pontot a világ koordináta-rendszerébe. Innentől fogva a *cameraProjection* függvény a belső és külső paramétereket felhasználva leírja a második kamerához tartozó kamera vetítési mátrixot. (Nem tudom mennyire helyes ez a bekezdés).

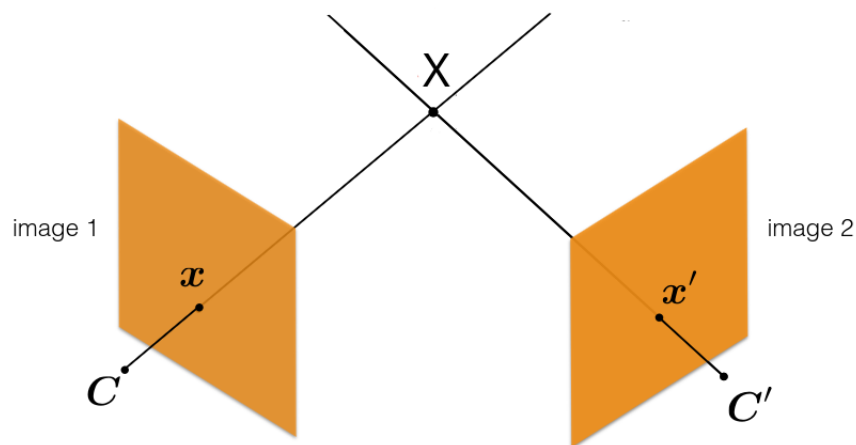
16. *triangulate(matchedPoints1, matchedPoints2, camProjection1, camProjection2)* = Az argumentumként kapott pontpárok és kamera vetítési mátrixok segítségével háromszögelést végez. Visszatérési értéke a megfeleltetett pontpárok világkoordináta-rendszerbeli koordinátái. Az előző pontokban említettük, hogy a kamera mátrix megadja a 3D pont képsíkra történő 2D leírását:

$$x = PX$$



Mivel ismert az  $x$  és a  $P$  elméletben ebből az  $X$  könnyen meghatározható:

## Triangulation



- $C$  = az első kamera középpontja.
- $C'$  = a második kamera középpontja.
- $x$  = az első kamera  $X$  objektumról készített leképezése az első képsíkra.
- $x'$  = a második kamera  $X$  objektumról készített leképezése a második képsíkra.
- $X$  = az eredeti 3D objektum.

Elméletben tehát ha húzunk egy vetítősugarat az első kamera középpontjából kezdve, át az  $x$  ponton, valamint húzunk még egy vetítősugarat a második kamera középpontjától kezdve, át az  $x'$  ponton, a két egyenes metszéspontja meg kell határoznia  $X$  pontot. A probléma, hogy ehhez tökéletes mérések kellenek, a valóságban viszont a különböző zajok és mérési pontatlanságok miatt a két vetítősugár nem fogja

metszeni egymást. Ennek következtében a valóságban csak közelítő eredményt keresünk. A háromszögelés lineáris megoldása: Szétbontjuk az alábbi egyenletet:

$$x = PX$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & p_{14} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} & p_{24} \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} & p_{34} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Vesszük a P mátrix sorait és transzponáljuk:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{---} & p_1^T & \text{---} \\ \text{---} & p_2^T & \text{---} \\ \text{---} & p_3^T & \text{---} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} | \\ X \\ | \end{bmatrix}$$

A mátrix egyes sorait szorozzuk az  $X$  vektorral:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_1^T X \\ p_2^T X \\ p_3^T X \end{bmatrix}$$

Vesszük az egyenlőség két oldalának keresztszorzatát:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} p_1^T X \\ p_2^T X \\ p_3^T X \end{bmatrix} = 0$$

(Két párhuzamos vektor keresztszorzata 0. Keresztszorzatot az alábbi minta szerint végzünk:

$$a \times b = \begin{bmatrix} a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{bmatrix}$$

)

$$\begin{bmatrix} yp_3^T X - p_2^T X \\ p_1^T X - xp_3^T X \\ xp_2^T X - yp_1^T X \end{bmatrix} = 0$$

A harmadik sor az első két sor kombinációja (az első sor  $x$ -szer, és a második sor  $y$ -szor), az a sor jelenleg nem jelentős, így azt elhagyjuk. Az eddigi eljárást megcsináljuk mindkét kamera esetében:

$$\begin{bmatrix} yp_3^T X - p_2^T X \\ p_1^T X - xp_3^T X \end{bmatrix} = 0, \begin{bmatrix} y' p_3'^T X - p_2'^T X \\ p_1'^T X - x' p_3'^T X \end{bmatrix} = 0$$

A két mátrixot összeillesztjük és kiemeljük az  $X$ -et:

$$\begin{bmatrix} yp_3^T - p_2^T \\ p_1^T - xp_3^T \\ y' p_3'^T - p_2'^T \\ p_1'^T - x' p_3'^T \end{bmatrix} X = 0$$

A mátrixot egy  $A$ -val jelöljük:

$$AX = 0$$

Ez az egyenlőség pedig szinguláris értékek felbontásával (SVD) oldható, megkapva a pont közelítő, 3D koordinátáját.

17.  $numPixels = size(var, dim1) * size(var, dim2)$  = a  $size$  függvény visszatérési értéke a  $var$  változó mérete a meghatározott  $dim1$  dimenzióban ( $1$  = sorok száma,  $2$  = oszlopok száma). A mi példánkban az egyenlettel lekérjük a kép magasságát és szélességét, ezek szorzatával pedig kiszámítsuk a kép pixeleinek számát.
18.  $allColors = reshape(I1, [numPixels, 3])$  = a megadott képet átalakítjuk egy tömbbé, amelynek minden sora a kép egy pixele, az oszlopai pedig az adott sorban található pixel RGB értékét adja meg.
19.  $colorIdx = sub2ind([size(I1, 1), size(I1, 2)], round(matchedPoints1(:, 2)), round(matchedPoints1(:, 1)))$  = A megfeleltetett pontok indexeinek kiolvasása. Az indexeket subscript (sor és oszlop indexek) típusból lineáris indexszé (az index egy darab szám, amely az oszlopok mentén haladva a legelső elemtől kezdődik) alakítjuk.
20.  $color = allColors(colorIdx, :)$  = kiolvassuk a megfeleltetett pontok színeit az indexvektor segítségével.
21.  $pointCloud(xyzPoints, colors)$  = meghatározott színekkel létrehozza a pontfelhő objektumot.

22. *figure*

*plotCamera(Size=cameraSize, Color="r", Label="1", Opacity=0);*

*hold on*

*grid on*

*plotCamera(AbsolutePose=relPose, Size=cameraSize, Color="b", Label="2",*

*Opacity=0)* = kirajzoljuk az első kamerát az origóba piros színnel, majd

pedig a második kamerát kék színnel az első kamera pozíciójától a ki-

számolt relatív pozícióba.

## 3. fejezet

### Forrás

- <https://www.mathworks.com/help/vision/ug/structure-from-motion-from-two-views.html>
- [https://www.mathworks.com/help/vision/ref/undistortimage.html?s\\_tid=doc\\_ta](https://www.mathworks.com/help/vision/ref/undistortimage.html?s_tid=doc_ta)
- <https://www.mathworks.com/help/visionhdl/ug/image-undistort.html>
- [https://e-learning.ujs.sk/pluginfile.php/23441/mod\\_resource/content/1/01-ProjektivKamera.pdf](https://e-learning.ujs.sk/pluginfile.php/23441/mod_resource/content/1/01-ProjektivKamera.pdf)
- <https://www.mathworks.com/help/vision/ref/detectmineigenfeatures.html>
- <https://aishack.in/tutorials/features/>
- <https://aishack.in/tutorials/harris-corner-detector/>
- <https://aishack.in/tutorials/shitomasi-corner-detector/>
- [https://docs.opencv.org/3.4/dc/d0d/tutorial\\_py\\_features\\_harris.html](https://docs.opencv.org/3.4/dc/d0d/tutorial_py_features_harris.html)
- <https://www.mathworks.com/help/vision/ref/vision.pointtracker-system-object.html>
- <https://lorenzopeppoloni.com/lkttracker/>

- <https://www.baeldung.com/cs/optical-flow-lucas-kanade-method>
- <https://www.inf.u-szeged.hu/~kato/teaching/IpariKepfeldolgozas/08-Motion.pdf>
- [http://www.inf.fu-berlin.de/inst/ag-ki/rojas\\_home/documents/tutorials/Lucas-Kanade2.pdf](http://www.inf.fu-berlin.de/inst/ag-ki/rojas_home/documents/tutorials/Lucas-Kanade2.pdf)
- [https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-29451-3\\_29](https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-29451-3_29)
- <https://www.mathworks.com/help/matlab/ref/step.html>
- <https://www.mathworks.com/help/vision/ref/showmatchedfeatures.html>
- <https://www.baeldung.com/cs/fundamental-matrix-vs-essential-matrix>
- [https://e-learning.ujs.sk/pluginfile.php/23450/mod\\_resource/content/1/05-SztereoKamera.pdf](https://e-learning.ujs.sk/pluginfile.php/23450/mod_resource/content/1/05-SztereoKamera.pdf)
- <https://learnopencv.com/introduction-to-epipolar-geometry-and-stereo-vision/>
- <https://www.mathworks.com/help/vision/ref/estrelpose.html>
- <https://www.mathworks.com/help/vision/ref/cameraprojection.html>
- <https://ksimek.github.io/2012/08/14/decompose/>
- [https://www.cs.cmu.edu/~16385/s17/Slides/11.1\\_Camera\\_matrix.pdf](https://www.cs.cmu.edu/~16385/s17/Slides/11.1_Camera_matrix.pdf)
- <https://www.mathworks.com/help/images/ref/rigidtform3d.html>
- <https://www.storyofmathematics.com/rigid-transformation/>
- <https://staff.fnwi.uva.nl/r.vandenboomgaard/ComputerVision/LectureNotes/CV/StereoVision/triangulation.html>
- [https://e-learning.ujs.sk/pluginfile.php/23450/mod\\_resource/content/1/05-SztereoKamera.pdf](https://e-learning.ujs.sk/pluginfile.php/23450/mod_resource/content/1/05-SztereoKamera.pdf)