Medizinrobotik - Praktikum

Kalman Filter

Pelcz, Philipp

WS 20/21

# Einleitung

# Der Kalman-Filter [25] bietet einen Ansatz den Messfehler in Daten zu minimieren. Er wurde 1960 von Rudolf E. Kálmán entwickelt. Der erste bedeutende Einsatz des Kalman-Fiters war im Apollo-Programm der NASA. Der Kalman-Filter basiert darauf, das System mit einem Satz von linearen Gleichungen zu beschreiben und mit Hilfe dieser eine Schätzung für den nächsten Messwert zu geben. Diese Schätzung wird mit dem aktuellen Messwert verrechnet und ergibt damit genauere Daten.

# Erklärung der Systemgleichungen

Um den Kalman-Filter optimal zu nutzen ist es hilfreich die Systemgleichungen zu verstehen. Im Folgenden werden die Systemgleichung für die Nutzung der Kalman-Filter Library erläutert. Es wird nicht vollständig auf die Funktionsweise des Kalman-Filters eingegangen, sondern nur auf die, zur Nutzung der Library notwendigen Komponenten. Dafür wurde die ausführlichere Erklärung von Wikipedia[[1]](#footnote-1) angepasst.

Der Kalman-Filter besteht aus 3 Schritten. Zuerst wird die Initialisierung ausgeführt. Dabei werden die Startwerte des Filters gegeben. Die folgenden Gleichungen stellen dies dar:

Dann folgt der Wechsel zwischen Prädiktion und der Korrektur. Dabei wird in der Prädiktion der nächste Zustand mit Hilfe der (vom KF-Library Nutzer) aufgestellten Systemgleichungen bestimmt.

Im Korrekturschritt werden die Systemgleichungen angepasst, um den Fehler zwischen Prädiktion und Messung zu minimieren.

Im Prädiktionsschritt werden diese Gleichungen genutzt:

In der Korrektur sind es die folgenden:

**Variablen und Dimensionen**

Neue Beobachtungen, die zum Zeitpunkt vorliegen.

Beobachtungsmatrix, welche die Werte des Systemzustands auf die Beobachtungen abbildet, so dass Rauschen.

Übergangsmatrix, die den Systemzustand vom Zeitpunkt gemäß auf den Zeitpunkt propagiert, z. B. mithilfe von Bewegungsgleichungen.

Prozessrauschen, beschreibt zusätzliche Unsicherheiten aufgrund von Modellierungsfehlern oder sich ändernden Bedingungen, meist als Diagonalmatrix.

Kovarianzmatrix des Messrauschens. Die Matrix kann auch nicht-diagonal sein, wenn korreliertes Rauschen vorliegt. Das Rauschen darf jedoch nicht zeitkorreliert sein, da sonst zu kleine Varianzen geschätzt werden, was zu ungenauen Vorhersagen oder gar zur numerischen Destabilisierung führen kann. In solchen Fällen sollte die Störgröße dem Systemzustand als zusätzlich zu schätzender Anteil hinzugefügt werden oder die Kovarianzen müssen  
um geeignete Terme erweitert werden.

Kalman-Gain-Matrix zur Projektion der Residuen auf die Korrektur des Systemzustandes.

Systemzustand zur Zeit , der vom Zustand des vorherigen Zeitpunkts abgeleitet wurde, vor Anwendung der neuen Beobachtungen (a-priori).

Kovarianzmatrix der Fehler von , vor Anwendung der neuen Beobachtungen (a-priori).

Systemzustand nach Anwendung der neuen Beobachtungen (a-posteriori).

Systemzustand nach Anwendung der neuen Beobachtungen (a-posteriori).

Kovarianzmatrix der Fehler von nach Anwendung der neuen Beobachtungen (a-posteriori)

Anwendung der Library

Für die genaue Nutzungsweise der Library wird auf die beigelegten Beispiele verwiesen.

In Ersterem werden die Systemgleichungen für einen Kreis mit x,y-Koordinate und einem Radius modelliert. Dabei bewegen sich sowohl die Koordinaten als auch der Radius mit einer konstanten Geschwindigkeit. Außerdem wird in einem Minimalbeispiel der Aufruf der Library gezeigt.

Im zweiten Beispiel wird die Systemgleichung für ein Modell mit x,y,z Koordinaten und konstanter Beschleunigung demonstriert.

1. <https://de.wikipedia.org/wiki/Kalman-Filter> (Stand: 11.02.21) [↑](#footnote-ref-1)