LABORATOR nr. 3
METODE NUMERICE PENTRU ECUATII OPERATORIALE
(titular de curs: prof. univ. dr. Bica Alexandru Mihai)

GENERALIZARI ALE METODEI TANGENTEI
METODA LUI HALLEY SI METODE DE TIP CEBÎŞEV

Metoda lui Halley

Este bazata pe constructia sirului iterativ

$$x_{n+1} = x_n - \frac{2f(x_n) \cdot f'(x_n)}{2[f'(x_n)]^2 - f(x_n) \cdot f''(x_n)}, \quad n \in \mathbb{N}$$

cu iteratia initiala x_0 aleasa astfel incat $f(x_0) \cdot f''(x_0) > 0$.

Criteriul de oprire este acelasi ca la metoda tangentei.

Algoritmul metodei lui Halley

I. Date de intrare:

a, b-capetele intervalului (date de tip *double*)

expresia funcţiei f (de argument real, declarata ca data de tip *double*)

expresia *df* a funcţiei f' (de argument real, declarata ca data de tip *double*)

expresia *ddf* a funcţiei f'' (de argument real, declarata ca data de tip *double*)

eps- precizia dorită (data de tip *double*)

// eventual se da direct $x[0]$: valoarea initiala declarata ca data de tip *double*

II. Date de iesire: n, $x[n]$

III. Pasii algoritmului

1. Daca $f(a) \cdot ddf(a) > 0$ atunci $x[0] := a$
   altfel $x[0] := b$
2. Calculeaza

$$x[1] = x[0] - \frac{2 \cdot f(x[0]) \cdot df(x[0])}{2 \cdot df(x[0]) \cdot df(x[0]) - f(x[0]) \cdot ddf(x[0])}$$

3. Pornind cu $n \geq 1$, cat timp : $|x[n] - x[n-1]| \geq eps$
   Calculeaza

$$x[n+1] = x[n] - \frac{2 \cdot f(x[n]) \cdot df(x[n])}{2 \cdot df(x[n]) \cdot df(x[n]) - f(x[n]) \cdot ddf(x[n])}$$

4. Tipareste n; Tipareste $x[n]$; Stop.

Exemple numerice:

1. Sa se aproximeze numarul $\sqrt{2}$ cu metoda lui Halley folosind functia $f(x) = x^2 - 2$, cu $f'(x) = 2x$, $f''(x) = 2$, $a = 1$, $b = 2$ si valoarea initiala $x[0] = 2$, luand succesiv pentru *eps* valorile $\varepsilon = 10^{-4}$, $\varepsilon = 10^{-8}$, $\varepsilon = 10^{-12}$, si comparand rezultatele cu cele furnizate de metoda tangentei.

2. Sa se aproximeze radacina reala a ecuatiei

$$x^3 - x - 1 = 0$$

luand $f(x) = x^3 - x - 1$, $f'(x) = 3x^2 - 1$, $f''(x) = 6x$, cu $a = 1$, $b = 2$ si valoarea initiala $x[0] = 2$. Pentru *eps* se va considera succesiv $\varepsilon = 10^{-4}$, $\varepsilon = 10^{-8}$, $\varepsilon = 10^{-12}$, si se vor compara rezultatele cu cele furnizate de metoda tangentei.

Metoda lui Cebîşev

Este bazata pe constructia sirului iterativ

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} - \frac{[f(x_n)]^2 \cdot f''(x_n)}{2[f'(x_n)]^3}, \quad n \in \mathbb{N}$$

cu iteratia initiala x_0 aleasa astfel incat $f(x_0) \cdot f''(x_0) > 0$.

Criteriul de oprire este acelasi ca la metoda tangentei.

Algoritmul metodei lui Cebîşev

I. Date de intrare:

a, b-capetele intervalului (date de tip *double*)

expresia funcţiei f (de argument real, declarata ca data de tip *double*)

expresia *df* a funcţiei f' (de argument real, declarata ca data de tip *double*)

expresia *ddf* a funcţiei f'' (de argument real, declarata ca data de tip *double*)

eps- precizia dorită (data de tip *double*)

$x[0]$: valoarea initiala declarata ca data de tip *double*

II. Date de iesire: n, $x[n]$

III. Pasii algoritmului

1. Calculeaza

$$x[1] = x[0] - \frac{f(x[0])}{df(x[0])} - \frac{f(x[0]) \cdot f(x[0]) \cdot ddf(x[0])}{2 \cdot df(x[0]) \cdot df(x[0]) \cdot df(x[0])}$$

2. Pornind cu $n \geq 1$, cat timp : $|x[n] - x[n-1]| \geq eps$

Calculeaza

$$x[n+1] = x[n] - \frac{f(x[n])}{df(x[n])} - \frac{f(x[n]) \cdot f(x[n]) \cdot ddf(x[n])}{2 \cdot df(x[n]) \cdot df(x[n]) \cdot df(x[n])}$$

3. Tipareste n; Tipareste $x[n]$. Stop.

Exemplu numeric:

Sa se aproximeze radacina reala a ecuatiei

$$x^3 - x - 1 = 0$$

luand $f(x) = x^3 - x - 1$, $f'(x) = 3x^2 - 1$, $f''(x) = 6x$, cu $a = 1$, $b = 2$ si valoarea initiala $x[0] = 2$. Pentru *eps* se va considera succesiv $\varepsilon = 10^{-4}$, $\varepsilon = 10^{-8}$, $\varepsilon = 10^{-12}$, si se vor compara rezultatele cu cele furnizate de metoda tangentei.