LABORATOR nr. 4
METODE NUMERICE PENTRU ECUATII OPERATORIALE
(titular de curs: prof. univ. dr. Bica Alexandru Mihai)

METODE ITERATIVE DE ORDINUL TREI

Metoda combinata a tangentei

Pentru aproximarea solutiei ecuatiei $f(x) = 0$ se construieste sirul iterativ

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} - \frac{f\left(x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}\right)}{f'(x_n)}, \quad n \in \mathbb{N}$$

in care este precizata din start valoarea initiala x_0 aleasa astfel incat $f(x_0) \cdot f''(x_0) > 0$.

Algoritmul metodei combinate a tangentei

I. Date de intrare:

a, b-capetele intervalului (date de tip *double*)

expresia funcţiei f (de argument real, declarata ca data de tip *double*)

expresia *df* a funcţiei f' (de argument real, declarata ca data de tip *double*)

eps- precizia dorită (data de tip *double*)

$x[0]$: valoarea initiala declarata ca data de tip *double*

II. Date de iesire: n, $x[n]$

III. Pasii algoritmului

1. Calculeaza

$$x[1] = x[0] - \frac{f(x[0])}{df(x[0])} - \frac{f\left(x[0] - \frac{f(x[0])}{df(x[0])}\right)}{df(x[0])}$$

2. Pornind cu $n \geq 1$, cat timp : $|x[n] - x[n-1]| \geq eps$
   Calculeaza

$$x[n+1] = x[n] - \frac{f(x[n])}{df(x[n])} - \frac{f\left(x[n] - \frac{f(x[n])}{df(x[n])}\right)}{df(x[n])}$$

3. Tipareste n; Tipareste $x[n]$. Stop.

Exemple:

1. Sa se aproximeze numarul $\sqrt{2}$ cu metoda combinata a tangentei folosind functia $f(x) = x^2 - 2$, cu $f'(x) = 2x$, $a = 1$, $b = 2$ si valoarea initiala $x[0] = 2$, luand succesiv pentru *eps* valorile $\varepsilon = 10^{-4}$, $\varepsilon = 10^{-8}$, $\varepsilon = 10^{-12}$, si comparand rezultatele cu cele furnizate de metoda tangentei.

2. Sa se aproximeze radacina reala a ecuatiei

$$x^3 - x - 1 = 0$$

luand $f(x) = x^3 - x - 1$, cu $f'(x) = 3x^2 - 1$, $a = 1$, $b = 2$ si valoarea initiala $x[0] = 2$. Pentru *eps* se va considera succesiv $\varepsilon = 10^{-4}$, $\varepsilon = 10^{-8}$, $\varepsilon = 10^{-12}$, si se vor compara rezultatele cu cele furnizate de metoda tangentei.

Calculul radicalilor cu metoda de ordinul 3

Se construieste sirul recurent

$$x_{n+1} = \frac{x_n \cdot \left([x_n]^2 + 3a\right)}{3[x_n]^2 + a}, \quad n \in \mathbb{N}$$

pentru a aproxima $\sqrt{a}$, luand primul termen $x_0 = a$.

Algoritm

I. Date de intrare: a, *eps*, declarate ca date de tip double

II. Date de iesire: n, $x[n]$

III. Pasii algoritmului

1. Calculeaza $x[0] := a$

Calculeaza

$$x[1] := \frac{x[0] \cdot (x[0] \cdot x[0] + 3 \cdot a)}{3 \cdot x[0] \cdot x[0] + a}$$

2. Pornind cu $n \geq 1$, cat timp : $|x[n] - x[n-1]| \geq eps$

Calculeaza

$$x[n+1] := \frac{x[n] \cdot (x[n] \cdot x[n] + 3 \cdot a)}{3 \cdot x[n] \cdot x[n] + a}$$

3. Tipareste n; Tipareste $x[n]$. Stop.

Exemple numerice:

1. Sa se aproximeze $\sqrt{2}$ luand $a = 2$. Pentru *eps* se va considera succesiv $\varepsilon = 10^{-4}$, $\varepsilon = 10^{-8}$, $\varepsilon = 10^{-12}$, si se vor compara rezultatele cu cele furnizate de metoda iterativa adaptata in urma folosirii metodei tangentei.

2. Sa se aproximeze $\sqrt{5}$ luand $a = 3$. Pentru *eps* se va considera succesiv $\varepsilon = 10^{-4}$, $\varepsilon = 10^{-8}$, $\varepsilon = 10^{-12}$, si se vor compara rezultatele cu cele furnizate de metoda iterativa adaptata in urma folosirii metodei tangentei.