Find a formula C^k where:

$$C = \begin{pmatrix} 2b-a & a-b \\ 2b-2a & 2a-b \end{pmatrix}$$

Calculate C^{100} where $a = b = 1$

$\Rightarrow \det(C - \lambda I) =$

$$= \det \begin{pmatrix} (2b-a) - \lambda & a-b \\ 2b-2a & (2a-b) - \lambda \end{pmatrix}$$

$$= \lambda^2 - (a+b)\lambda + ab = (\lambda - a)(\lambda - b)$$

$= a$ $\qquad$ $\lambda_2 = b$

eigenvalues

∴ eigenvectors

- $C - aI = \begin{pmatrix} 2b-2a & a-b \\ 2b-2a & a-b \end{pmatrix}$

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

- $C - bI = \begin{pmatrix} b-a & a-b \\ 2b-2a & 2a-2b \end{pmatrix}$

$$v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$G = S\Lambda S^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & +1 \\ +2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$C^k = S\Lambda^k S^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a^k & \\ & b^k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} a^k & b^k \\ 2a^k & b^k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 2b^k - a^k & a^k - b^k \\ 2b^k - 2a^k & 2a^k - b^k \end{pmatrix} //$$

$\left(2b^2 - 2a^2 \quad 2a - b \quad \right)$

$\therefore$

$a = b = -1, \; k = 100$

$$C^{100} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I$$