# Introducción

La geometría diferencial tiene como objetivo el estudio de las propiedades geométricas de las curvas y superficies a través del uso del cálculo diferencial e integral. Esta rama de las matemáticas tiene formalmente sus orígenes en siglo XIX, con las investigaciones realizadas por matemáticos como Carl Friedrich Gauss, Bernhard Riemann y Nikolái Lobachevsky sobre las propiedades de las superficies con curvatura.

Si bien en sus inicios la geometría diferencial fue estudiada desde un punto de vista extrínseco, considerando a las curvas y superficies como partes de algún espacio ambiente más grande, heredando de manera natural propiedades de estos espacios, resultados como el *theorema egregium* de Gauss resaltaron la importancia de las propiedades intrínsecas a las curvas y las superficies, como lo son la longitud de una curva o la curvatura de una superficie.

Desde entonces ha habido grandes avances en esta área, los trabajos realizados durante el siglo XX por Henri Poincaré y Feliz Hausdorff sobre los fundamentos formales de la topología dieron lugar a que matemáticos como Élie Cartan y Hassler Whitney replantaran la geometría diferencial en términos de lo que ahora conocemos como *teoría de variedades*, la cual nos ha permitido generalizar las nociones de curva y superficies a dimensiones arbitrarias, librándonos además de la necesidad de tener que considerar a estos objetos como parte de un espacio ambiente más grande.

La teoría de variedades y la geometría diferencial han probado ser herramientas indispensables, no solo para las matemáticas, siendo de gran utilidad en el estudio de la topología, el análisis complejo, la geometría algebraica, sino también para la física, dando el marco matemático bajo el cual se entienden teorías como la relatividad general de Einstein o la teoría de gauge.

El presente trabajo está divido en tres capítulos.

El primer capítulo, titulado, *Variedades y mapas*, tiene como objetivo presentar definiciones y ejemplos básicos que permitan familiarizarnos con los objetos con los que estamos trabajando, las variedades, los cuales son espacios topológicos que localmente se asemejan a ; así como dotar a las variedades de una estructura adicional a la cual llamamos *atlas*, la cual nos da una manera bien definida de lo que significa que una función sea suave.

En el segundo