计算机图形学

哈尔滨工业大学（威海）

计算机科学与技术学院

伯彭波

第6章：三维观察

- 三维观察是从三维场景到显示设备上的二维图形的变换过程。
- 三维观察的变换过程类比于用相机照相的过程。

三维观察

相机照相的过程

- **调整物体的位置**
- **设置相机的位置(位置、镜头方向等)**
- **拍照(三维物体在二维底上的投影)**
- **打印照片(5寸、7寸等)**

三维观察

三维观察的过程

- 建模变换
- **视点变换**
- **投影变换**
- **视口变换**

➢ 目的：构造一个场景：定义一个坐标系，场景中的物体表示为该坐标系中的坐标

三维观察

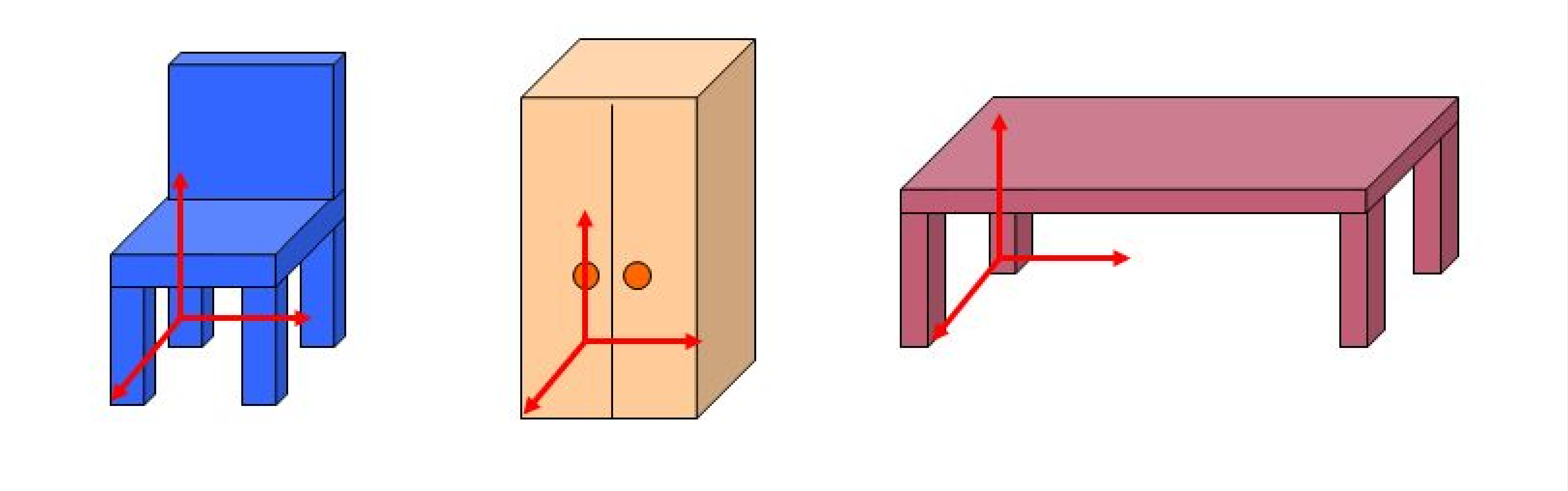
三维观察的过程

- 建模变换
- 视点变换
- 投影变换
- 视口变换

➢ 如何构造一个场景？

（1）一个场景有多个模型组成，需要首先定义每一个模型

➢ 局部坐标系(模型坐标系)



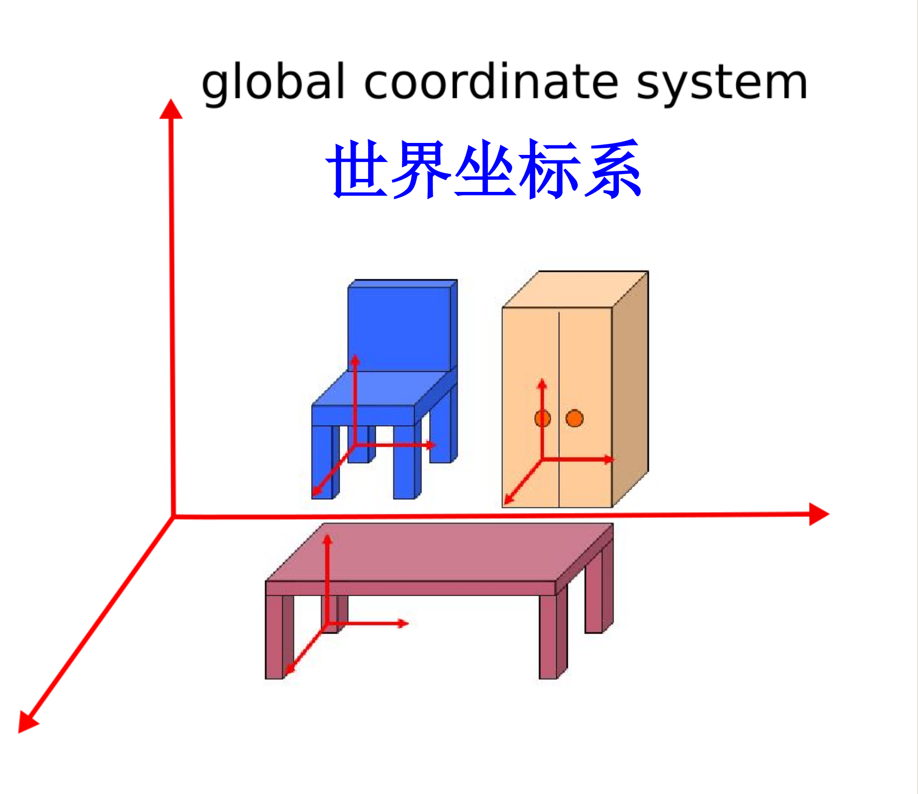
三维观察

三维观察的过程

- 建模变换
- **视点变换**
- **投影变换**
- **视口变换**

➢ 如何构造一个场景？

（2）将每一个模型在统一的世界坐标系内表示。



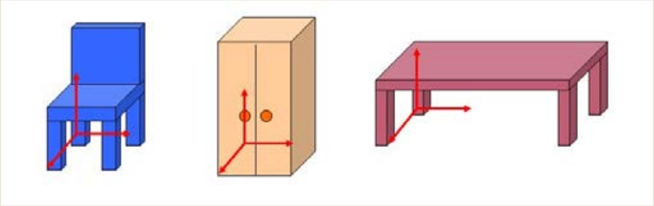
三维观察

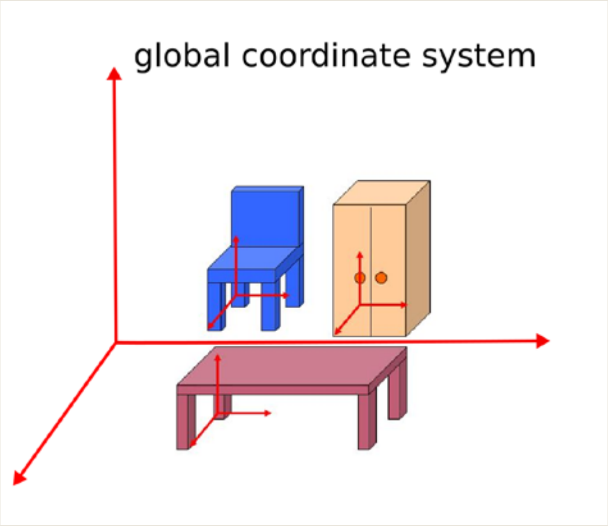
三维观察的过程

- 建模变换
- **视点变换**
- **投影变换**
- **视口变换**

建模变换：

模型坐标系→世界坐标系



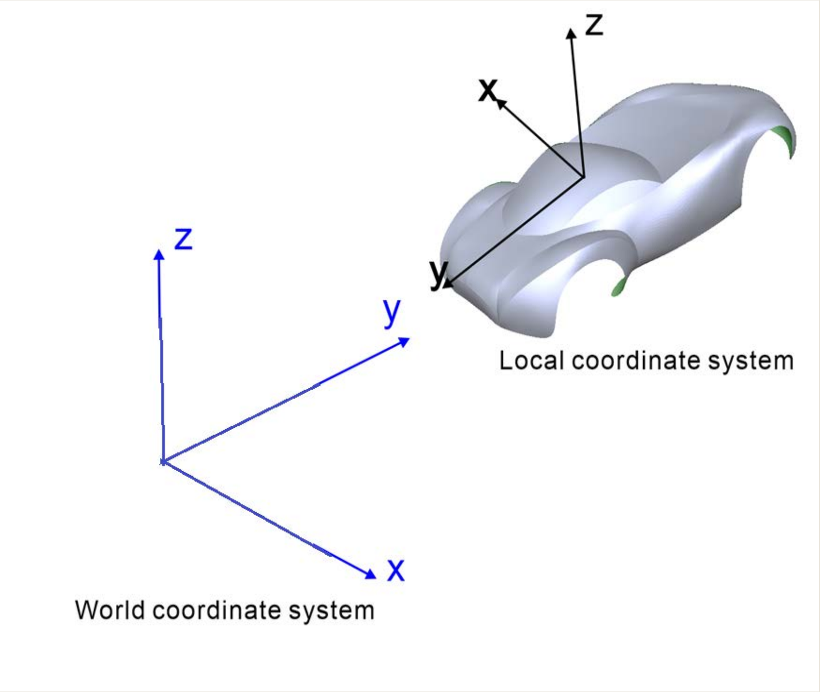


三维观察

建模变换：把一个局部坐标系定义的物体，经过几何变换，变换到世界坐标系中。

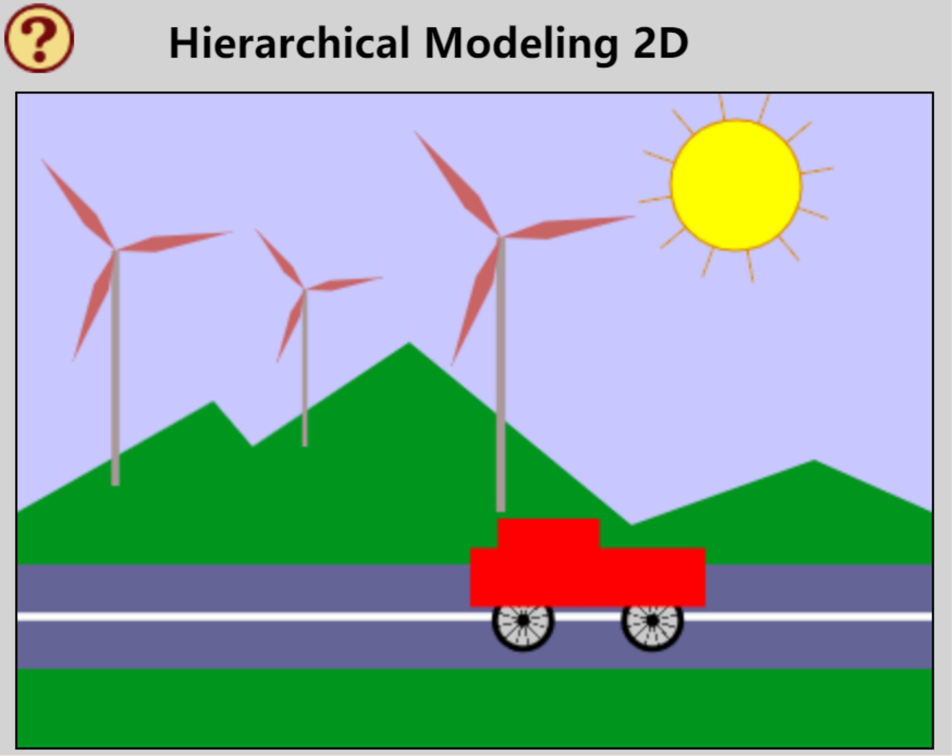
1. 将世界坐标系原点移动到模型坐标系原点: Mt
2. 对世界坐标系进行旋转使其与模型坐标系重合: Mr

变换矩阵=Mr·Mt

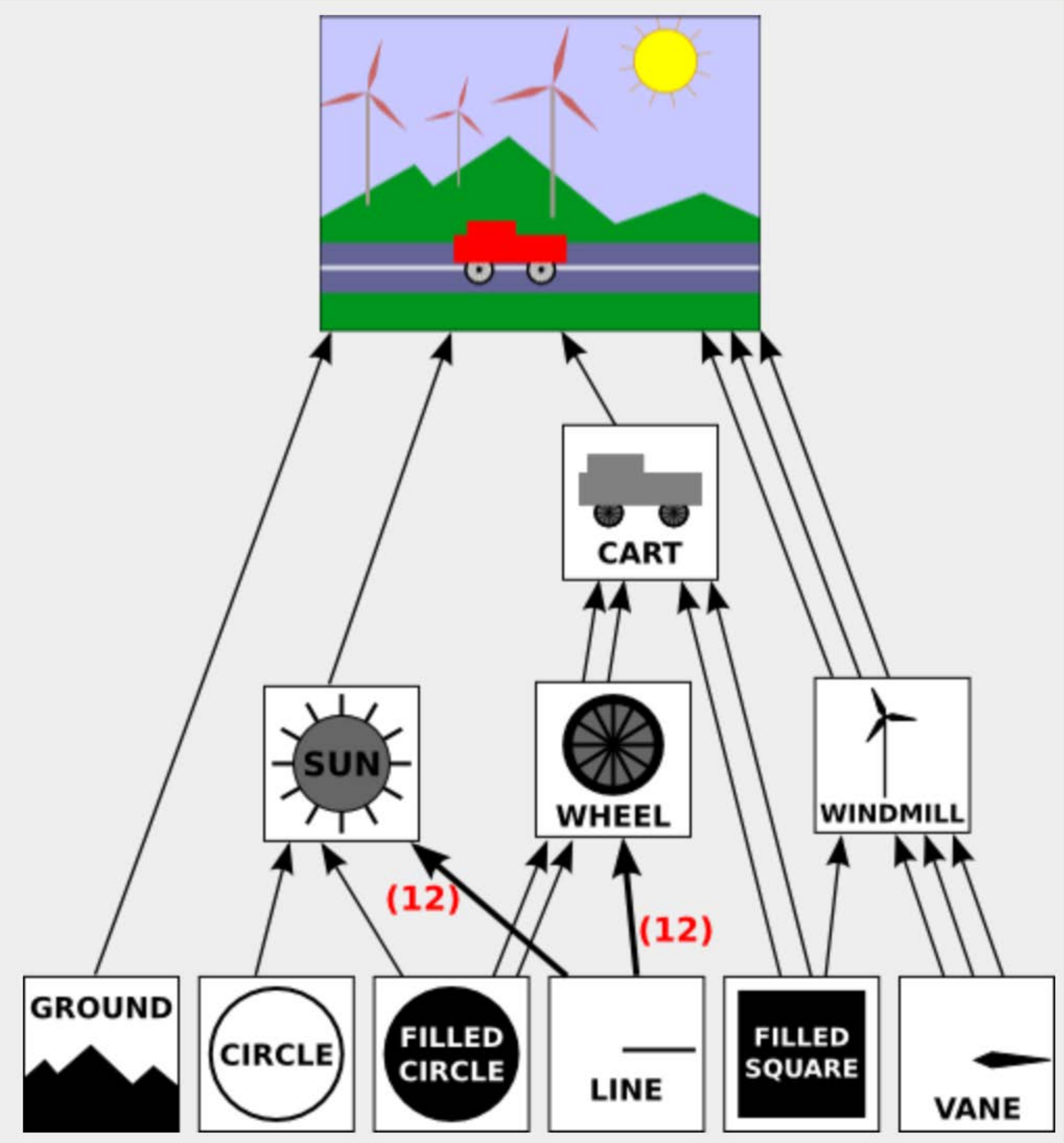


层次建模

- 从局部坐标系到整体坐标系的变换概念也常用于复杂模型的构造中
- 一个复杂图形由一些基本图形经层次结构的几何变换组合而成



层次建模


CART
SUN
WHEEL
WINDMILL
(12)
(12)
GROUND
CIRCLE
FILLED CIRCLE
LINE
FILLED SQUARE
VANE

三维观察

三维观察变换的过程

- 建模变换
- 视点变换
- 投影变换
- 视口变换

➢ 目的：将物体表示为相对于相机的位置

三维观察

三维观察变换的过程

- 建模变换
- 视点变换
- 投影变换
- 视口变换

➢ 如何表示为相对于相机的位置？

(1) 定义相机的坐标系：视点坐标系（观察坐标系）

(2) 将物体从世界坐标系下变换到视点坐标系下

三维观察

◆定义视点坐标系： *u-v-n*

给定条件：

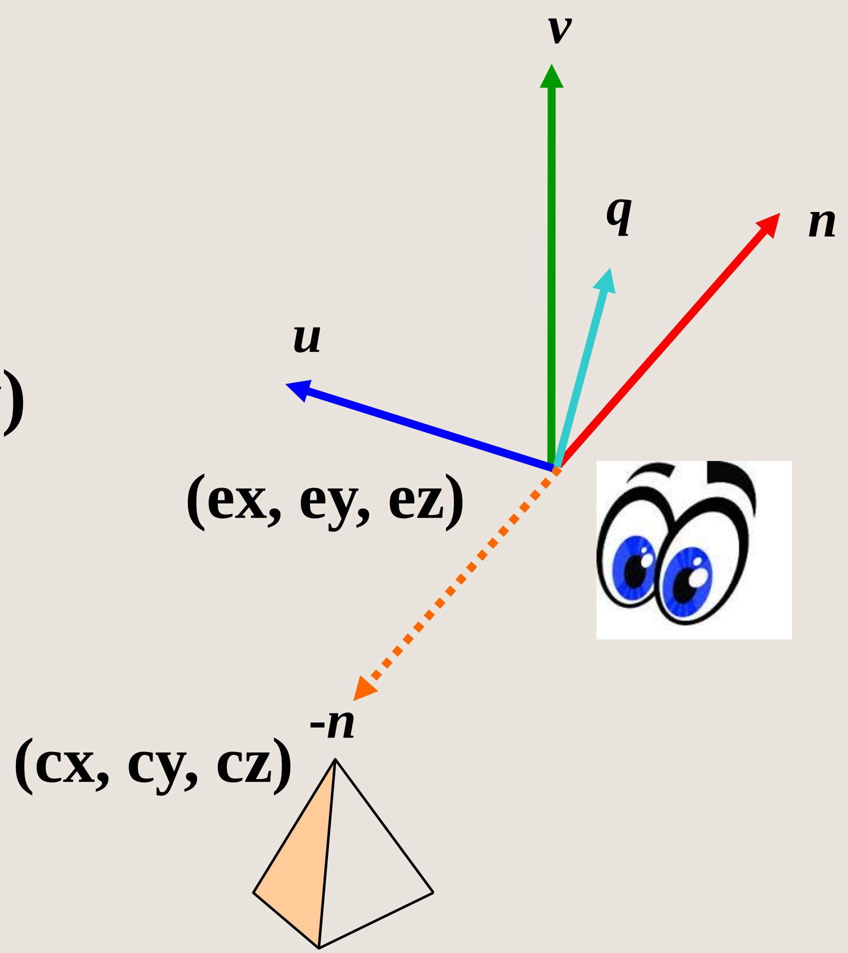
- 视点 (ex, ey, ez)
- 观察点(cx, cy, cz)
- 相机向上的向量q

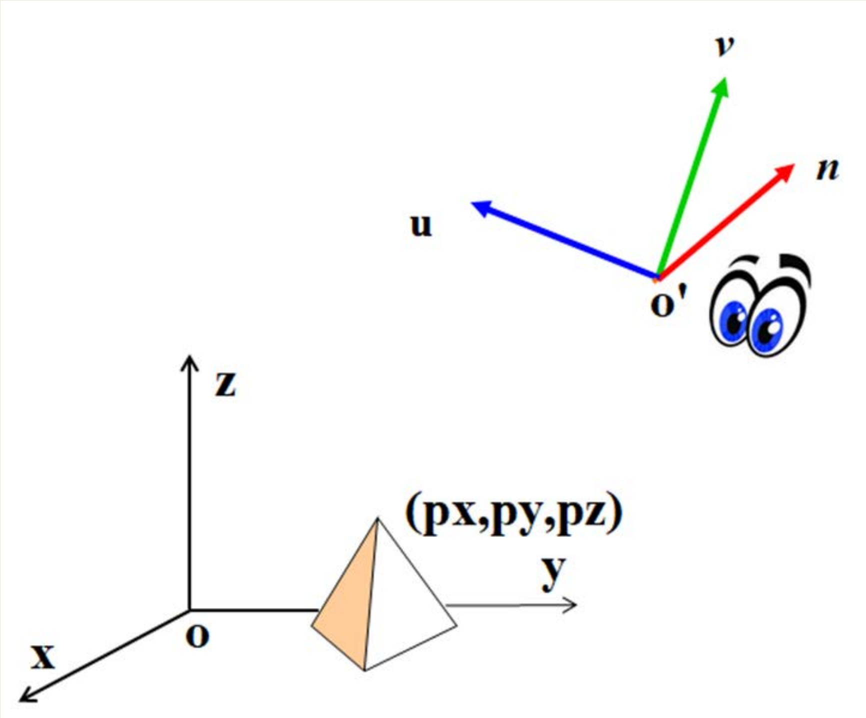
1) $\mathbf{n} = -(cx-ex,\ cy-ey,\ cz-ez)$

$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{q} \times \boldsymbol{n}$

$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{n} \times \boldsymbol{u}$

2)单位化 u ,v,n





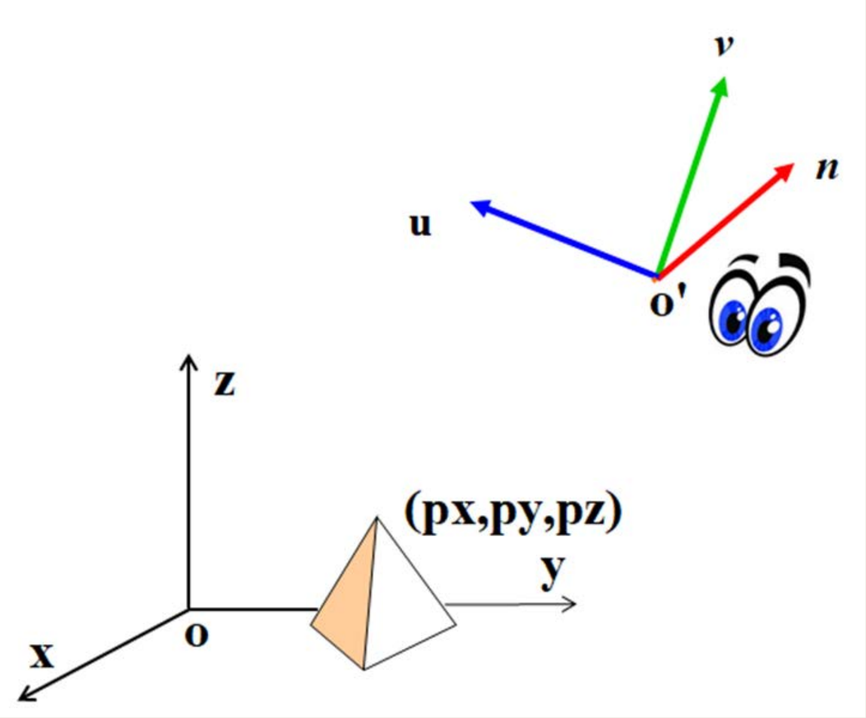
◆ 视点变换：

1. 把视点o’平移到世界坐标系原点o

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -e_x \\ 0 & 1 & 0 & -e_y \\ 0 & 0 & 1 & -e_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2. 对u-v-n进行旋转，使 *x-y-z* 坐标系的轴与*u-v-n* 坐标系重合。

$$\begin{bmatrix} u_x & u_y & u_z & 0 \\ v_x & v_y & v_z & 0 \\ n_x & n_y & n_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



◆ **视点变换的变换矩阵**

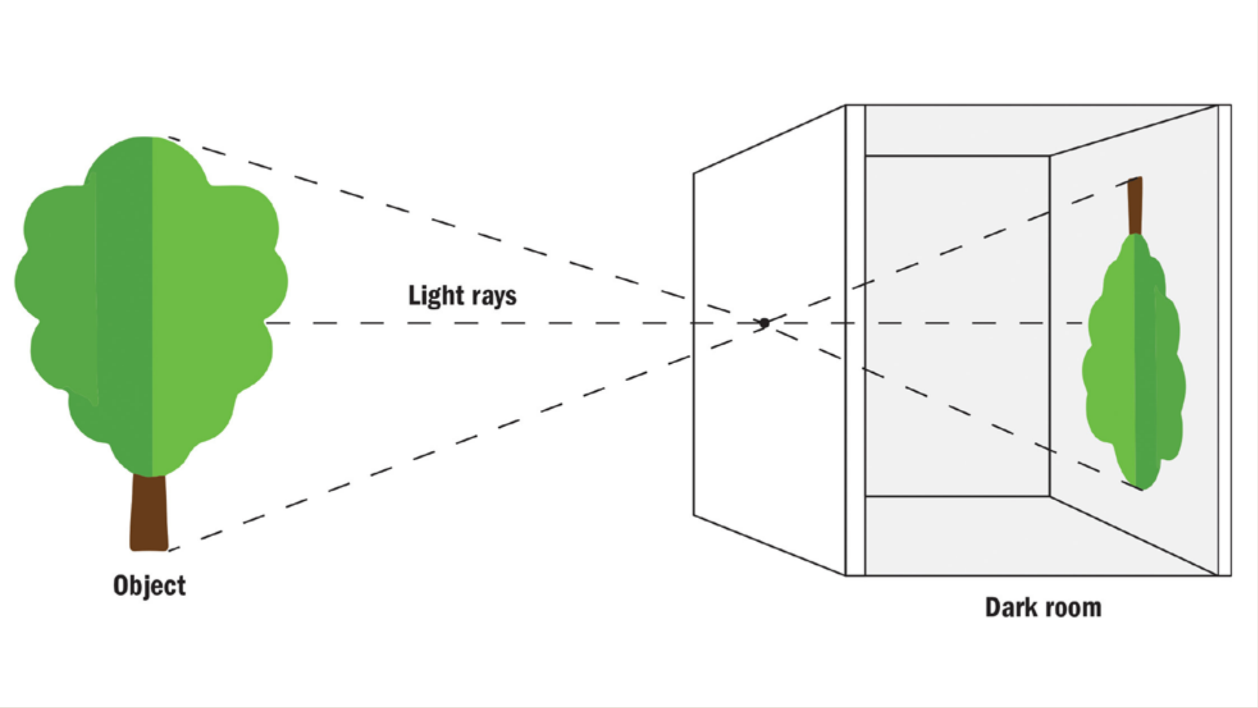
$$
\mathrm{M}_{\mathrm{eye}} = \begin{bmatrix} u_x & u_y & u_z & 0 \\ v_x & v_y & v_z & 0 \\ n_x & n_y & n_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -e_x \\ 0 & 1 & 0 & -e_y \\ 0 & 0 & 1 & -e_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
$$

三维观察

三维观察变换的过程

- 建模变换
- 视点变换
- 投影变换
- 视口变换

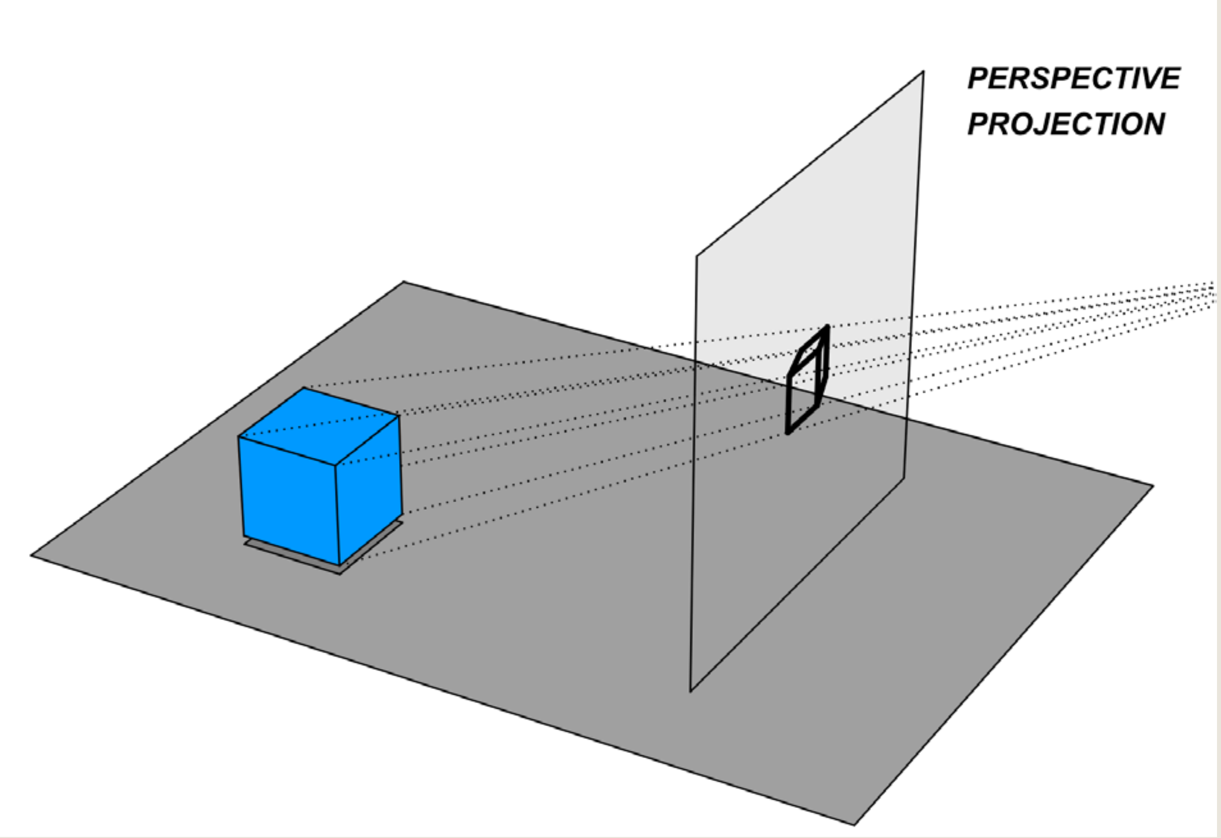
➢ 目的： 从三维物体得到二维平面图形



三维观察

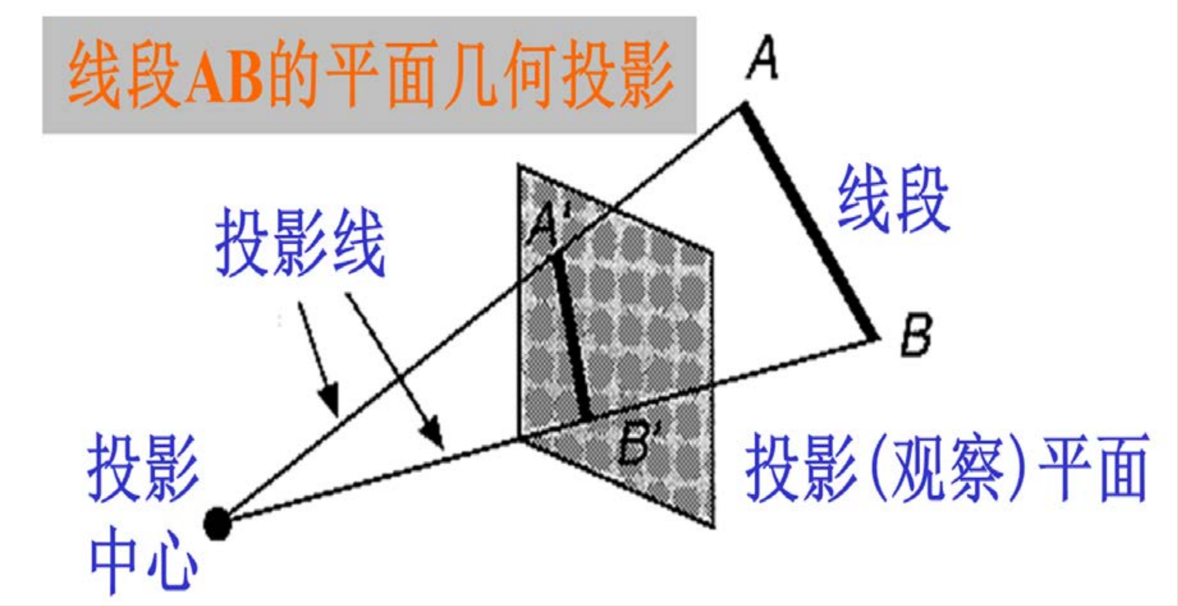
投影变换

- 解决在二维设备上显示三维图形对象的问题。



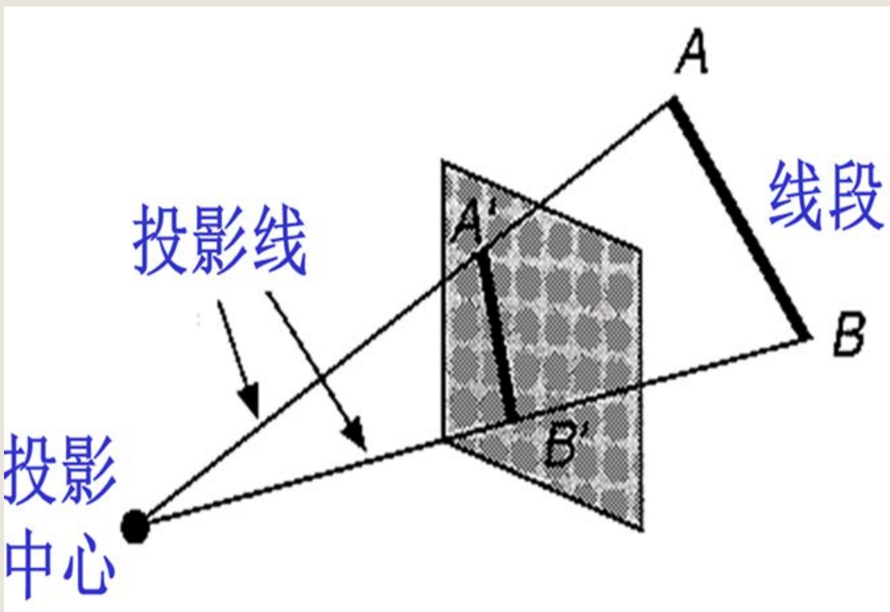
投影变换

- 投影变换是三维物体变换为二维图形的过程。
  - 投影中心
  - 投影平面
  - 投影线：连接投影中心与三维物体上点的直线
  - 投影线和投影平面的交点即为物体上点的投影。

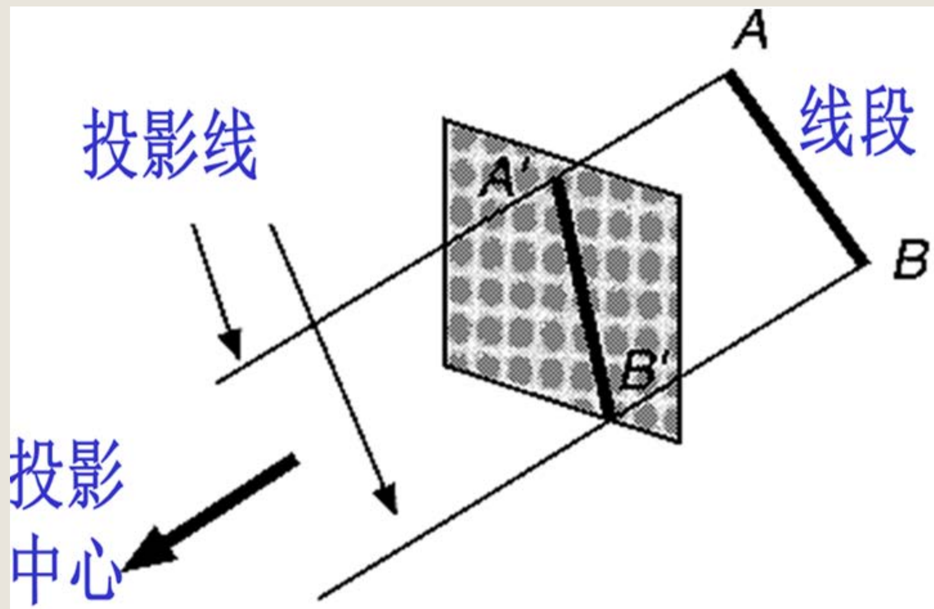


投影变换

- 平行投影：投影中心在无穷远处。
- 透视投影：投影中心非无穷远。



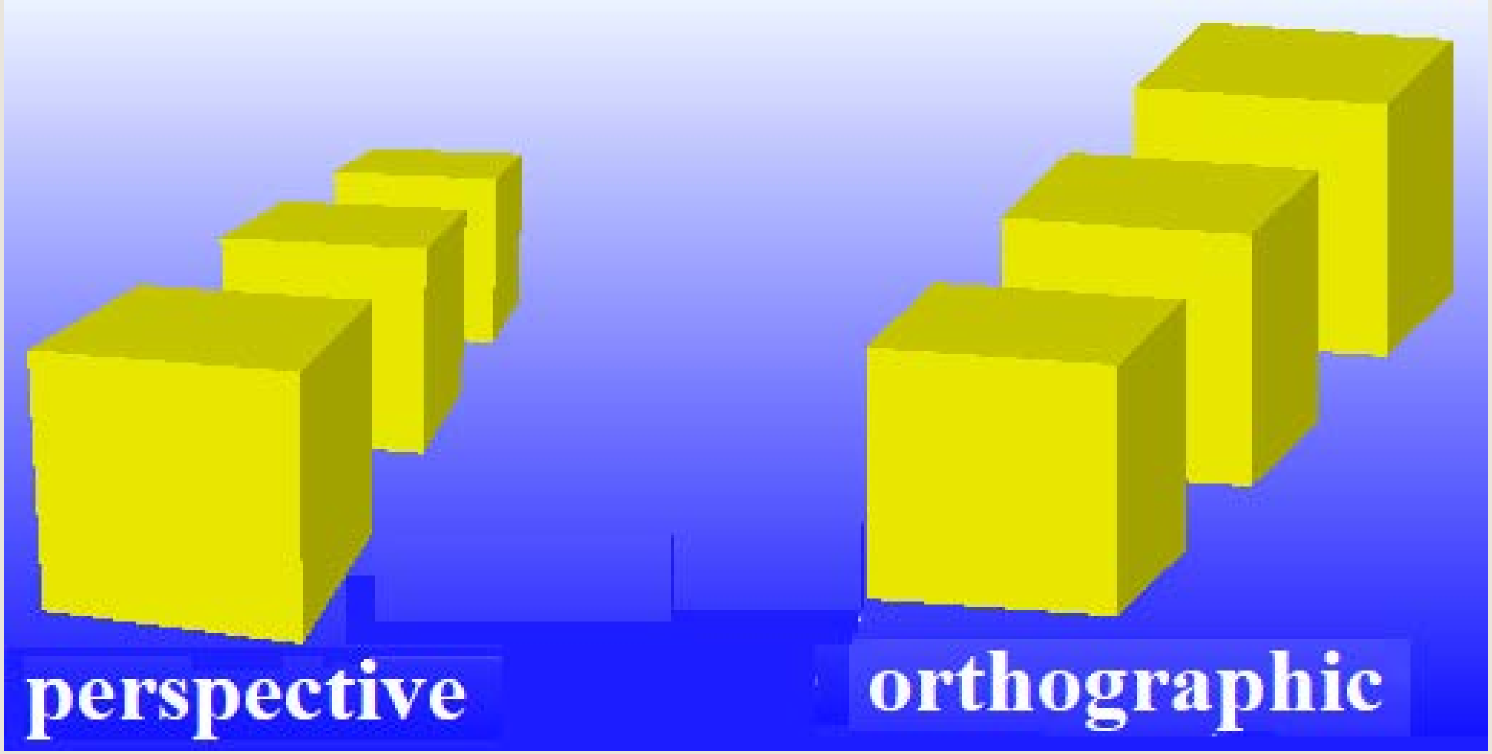
透视投影



平行投影

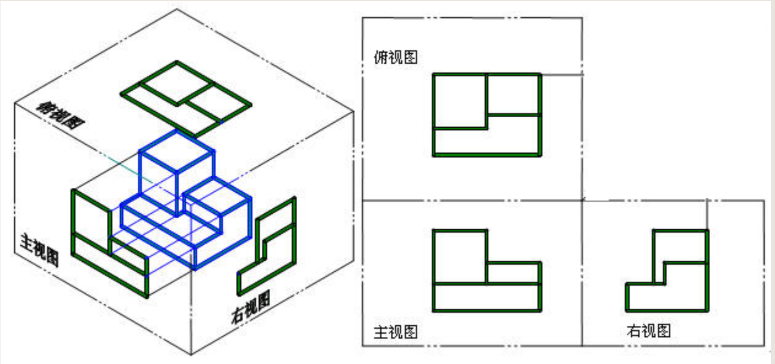
投影变换

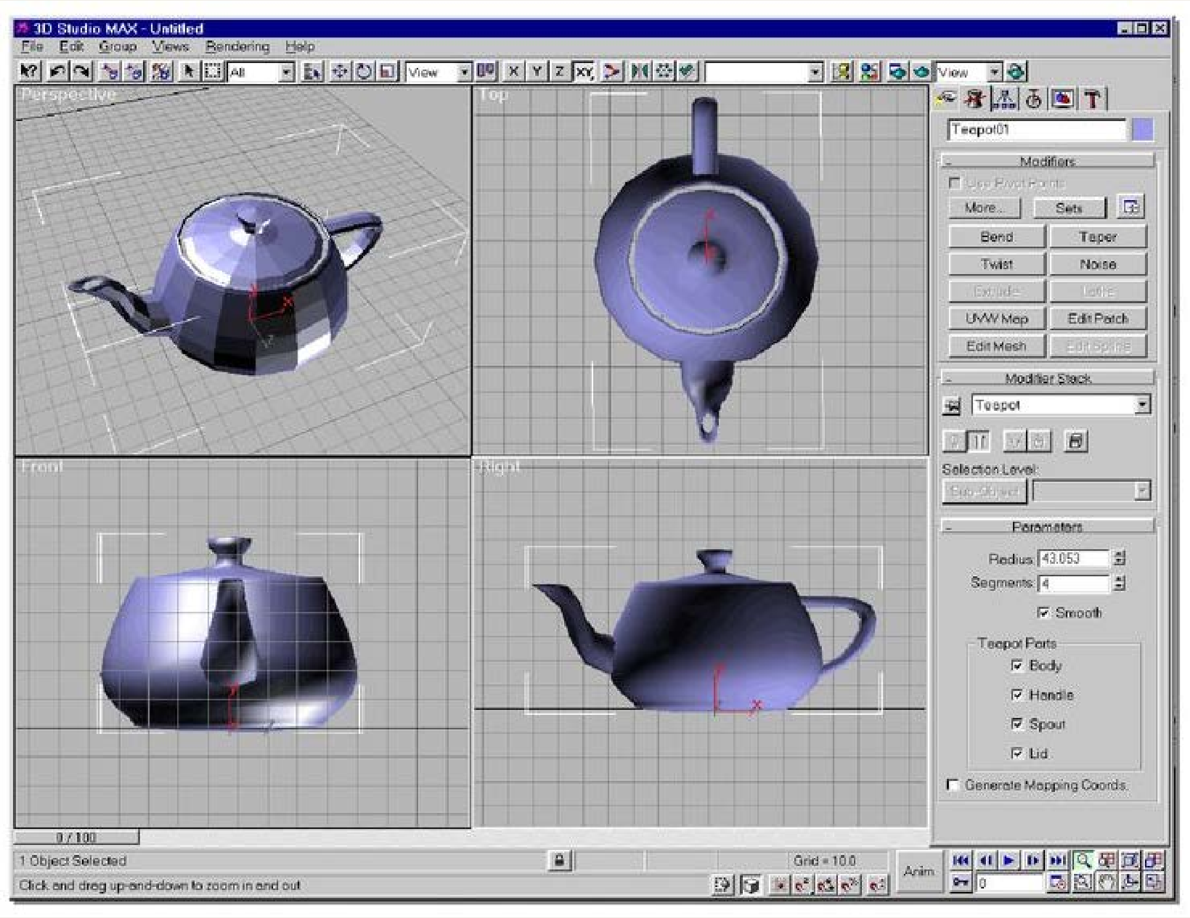
- 平行投影和透视投影



投影变换

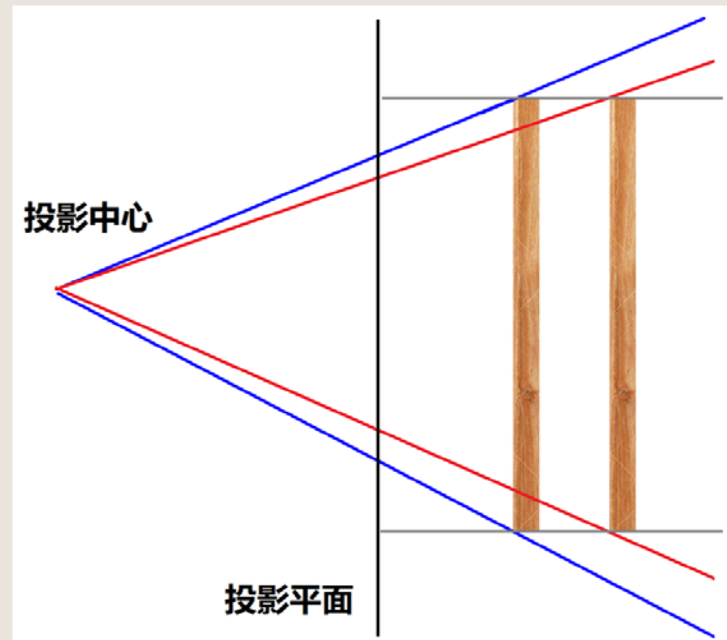
- 例子: 3dmax 的视图





投影变换

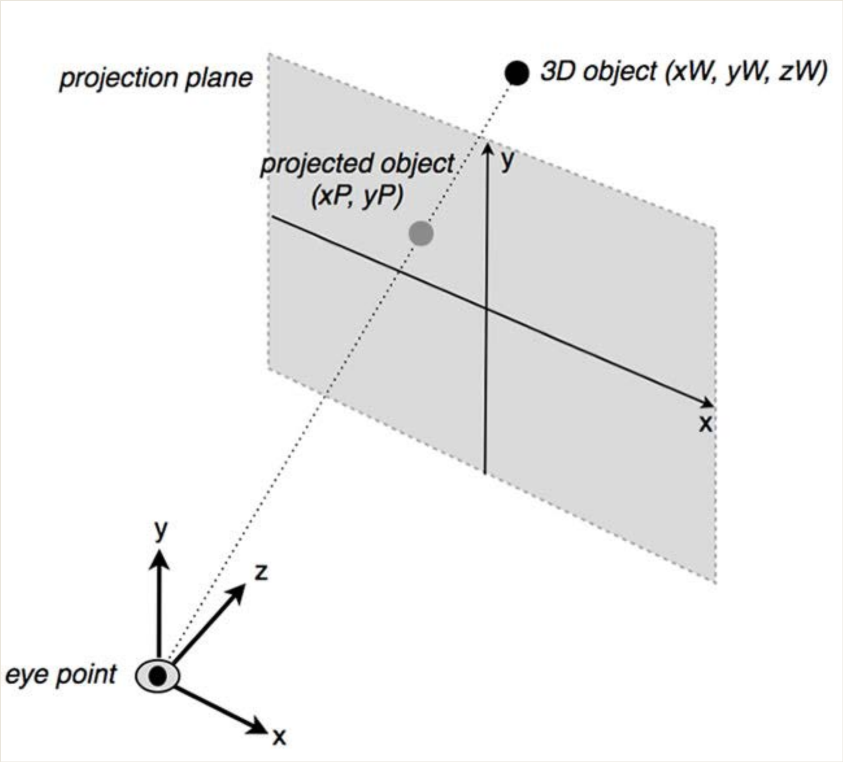
- 透视投影举例：平行轨道



投影变换

投影变换的变换矩阵

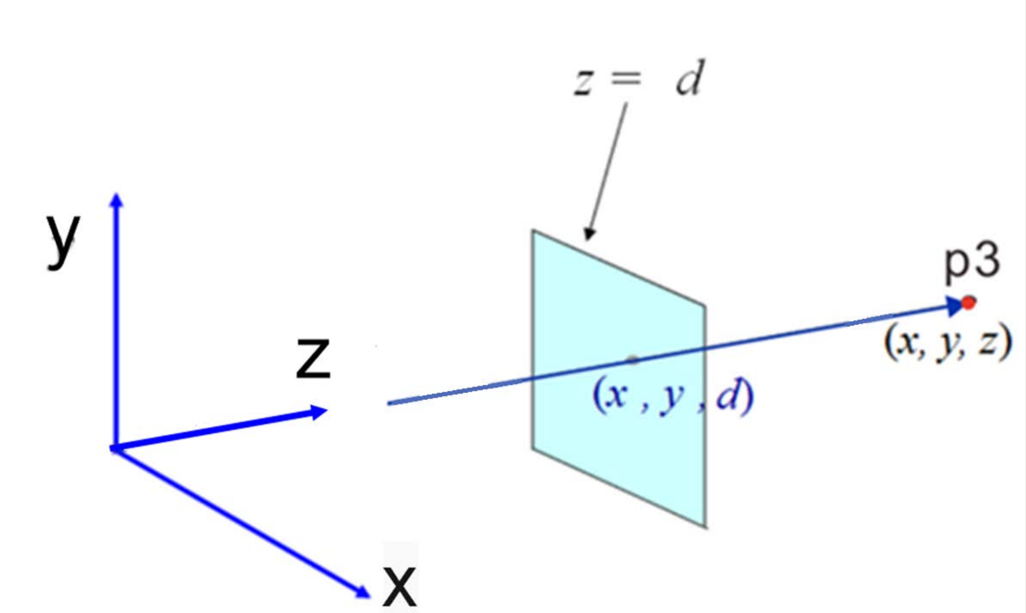
- 视点坐标系下的投影变换表示
  - 投影平面是 $z = d$ 的平面
  - 投影点在视点坐标系的原点



投影变换---平行投影

- 投影线与Z轴平行

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ d \end{pmatrix}$$



- 变换的矩阵表示

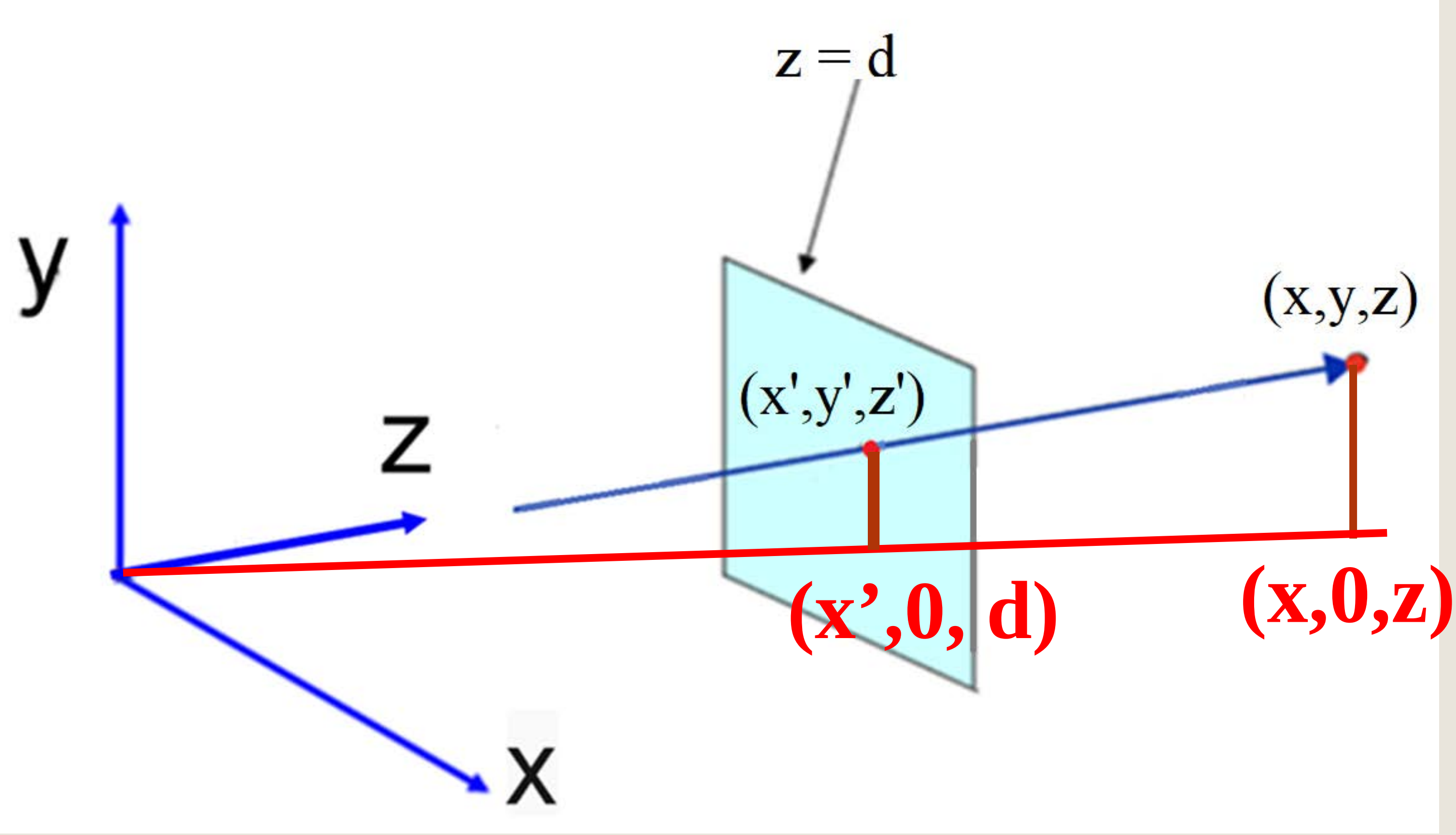
$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ w' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ d \\ 1 \end{bmatrix}$$

投影变换---透视投影

- 投影线与z轴不平行

  方法： 将投影线垂直投到 xz 平面上

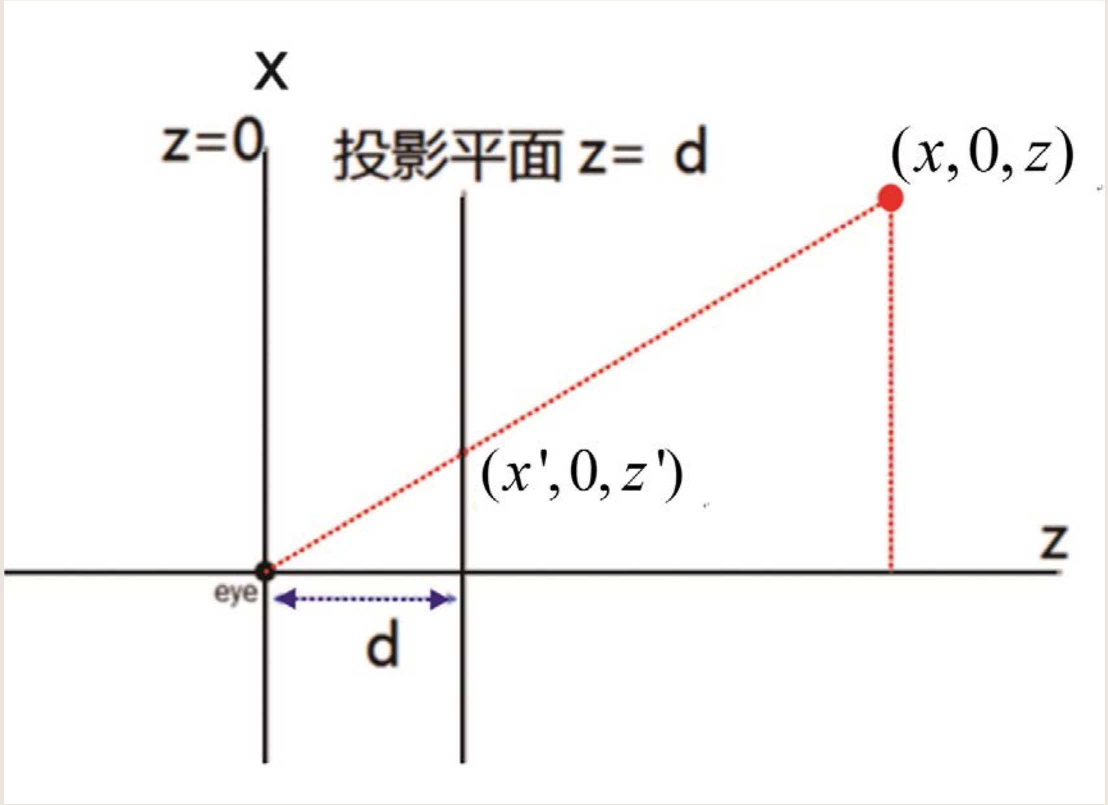
  结果： 点的 y 坐标变成 0； x, z 坐标值不变



投影变换---透视投影

- 投影线与z轴不平行

$$\frac{x'}{x}=\frac{d}{z}, x'=\frac{dx}{z}$$



➢ 类似可得：

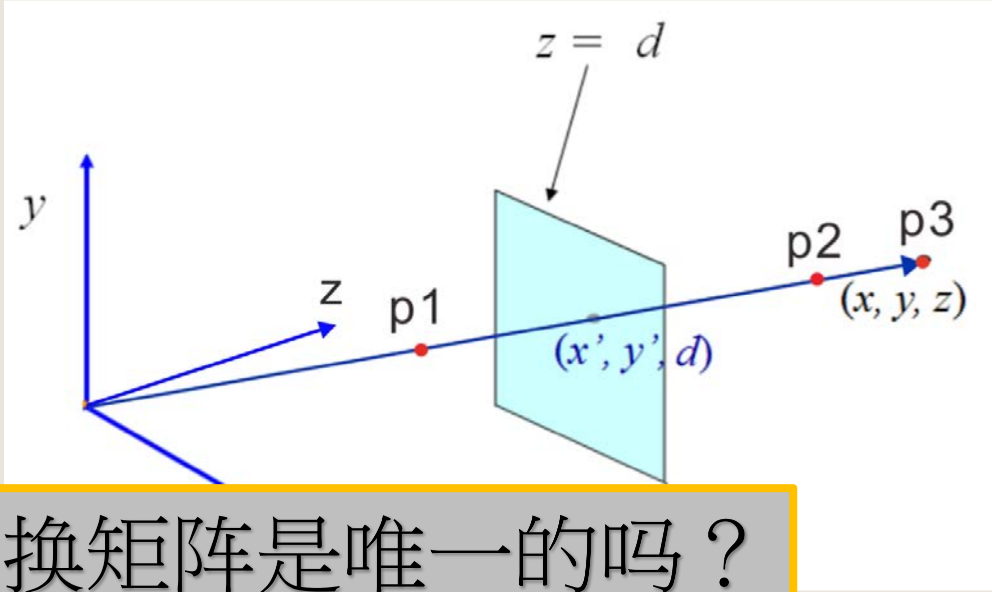
$$y'=\frac{dy}{z}$$

$$z'=d$$

投影变换---透视投影

- 变换矩阵表示

$$\begin{cases} x' = \dfrac{xd}{z} = \dfrac{x}{z/d} \\ y' = \dfrac{y}{z/d} \\ z' = d \end{cases}$$



投影变换矩阵是唯一的吗？

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ w' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/d & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ z/d \end{bmatrix}$$

存在问题：如何获得点到视点的距离---深度值。

三维观察

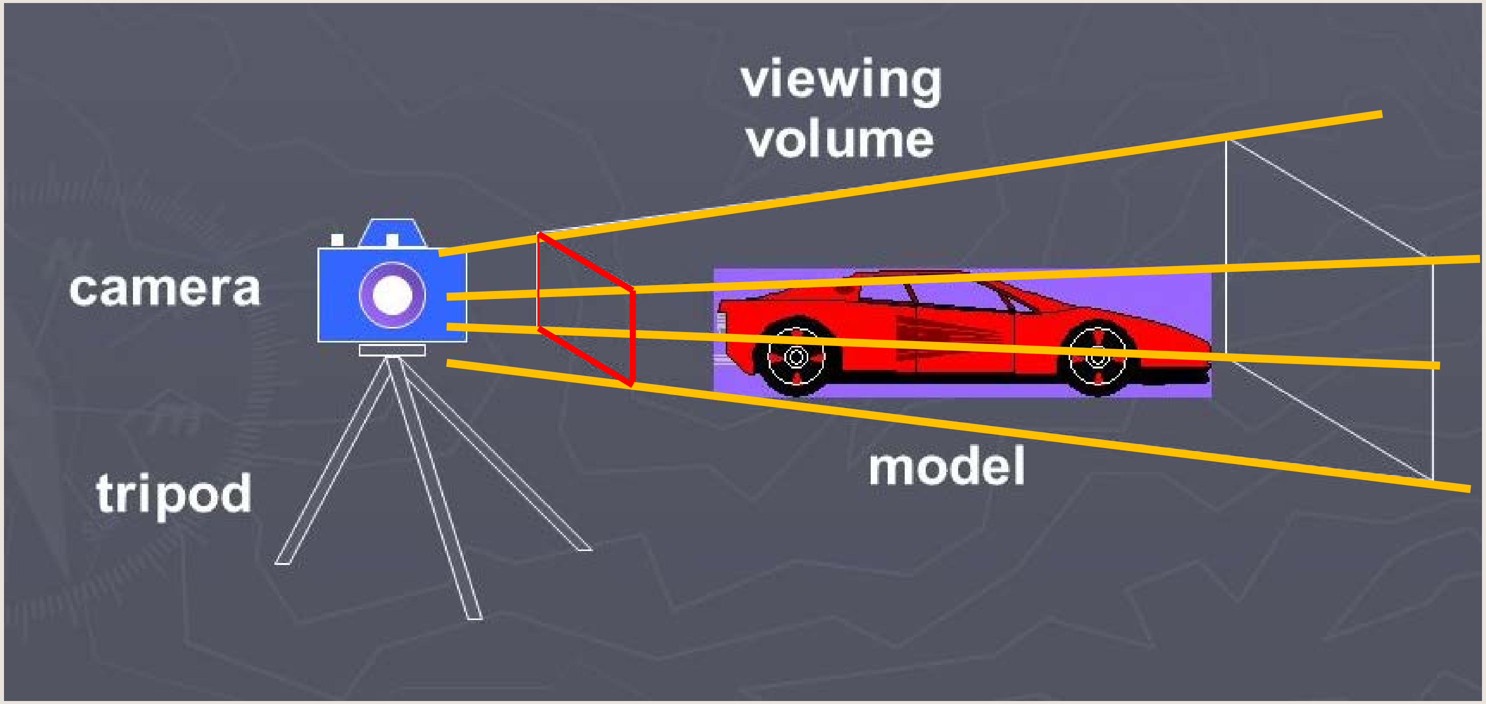
观察空间：受限制的投影空间

- 投影平面上窗口大小限制了投影空间的范围

三维观察

● 观察空间

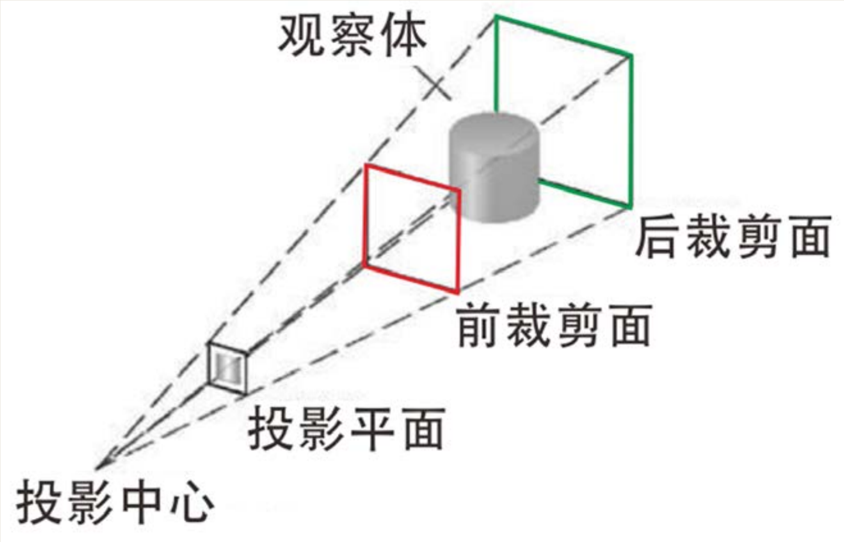
- 投影变换中除了定义投影面还要在投影面上定义一个窗口
- 能够投影到该窗口内的物体构成观察空间



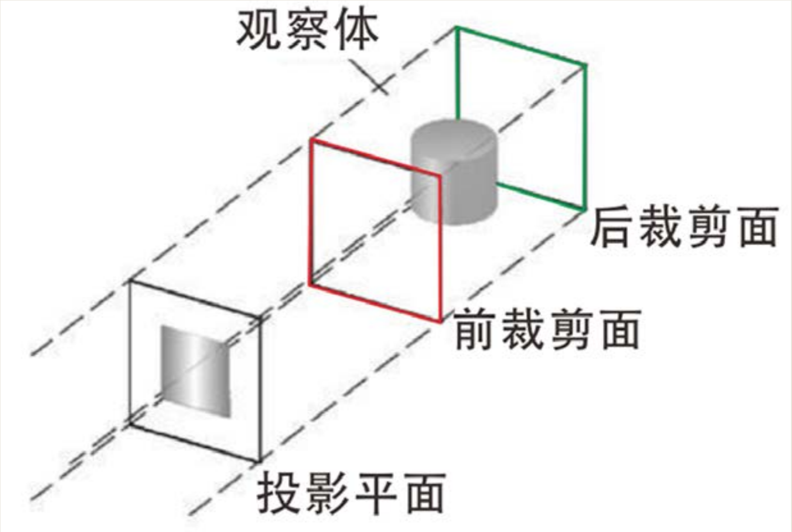
三维观察

● 观察体（视见体）

- 在观察空间的基础上，再定义前裁剪面和后裁剪面，形成观察体



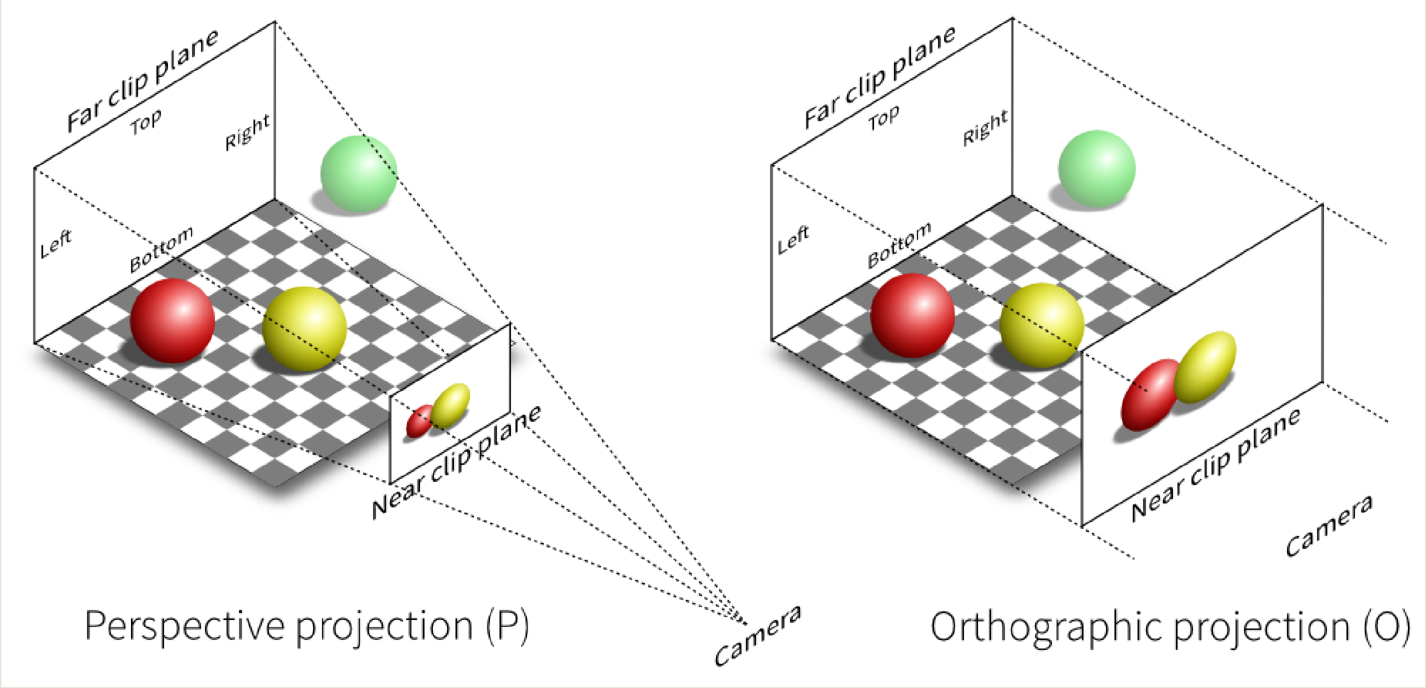
透视投影的观察体



平行投影的观察体

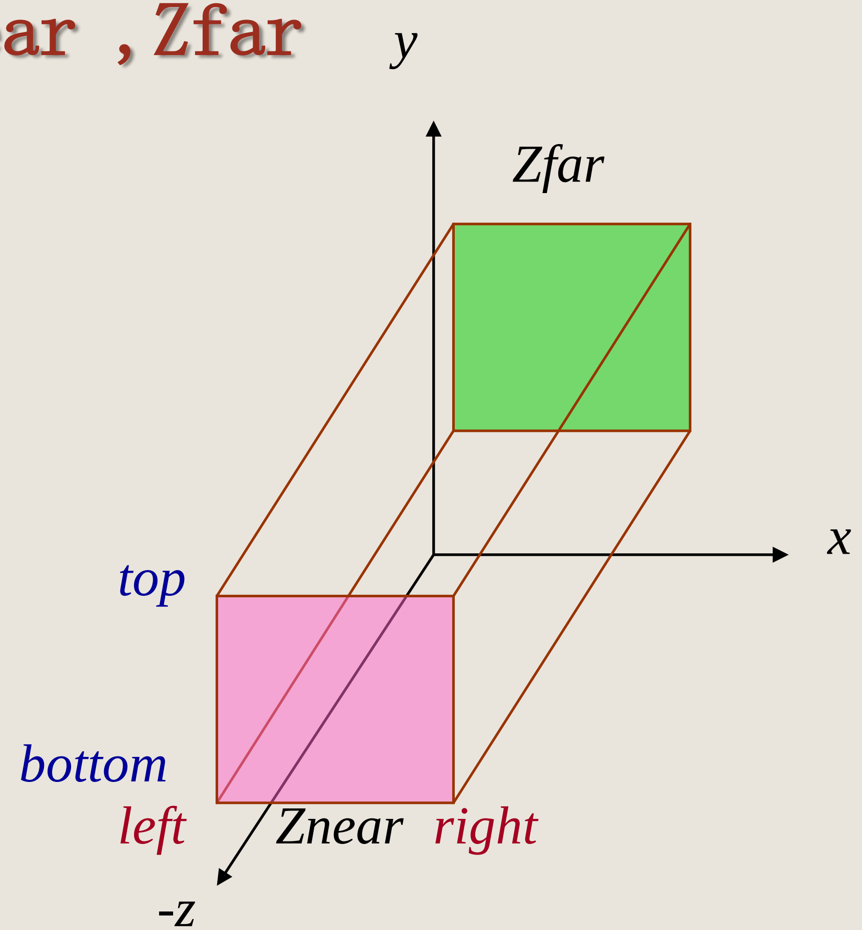
观察体的作用

- 观察体是一个三维的裁剪区域，只有在观察体内的物体才会被投影到投影平面窗口内显示出来。
- 在投影之前利用观察体对三维物体进行裁剪。



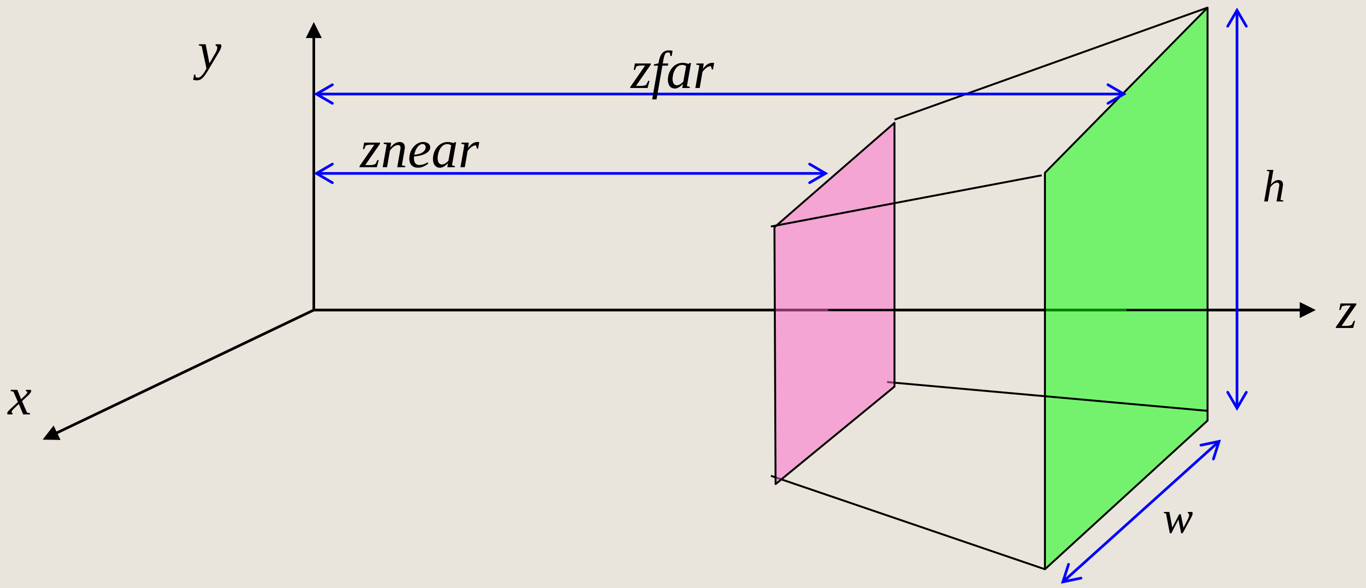
观察体（视见体）

- 平行投影观察体, 参数 top, bottom, left, right, Znear ,Zfar



观察体（视见体）

- 透视投影观察体, 参数：Znear, Zfar, h, w

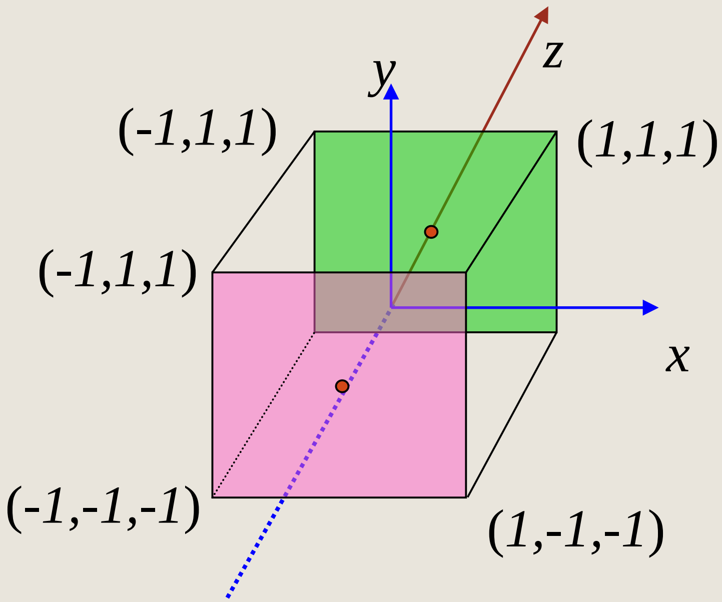


- 注意：投影点在坐标原点

观察体（视见体）

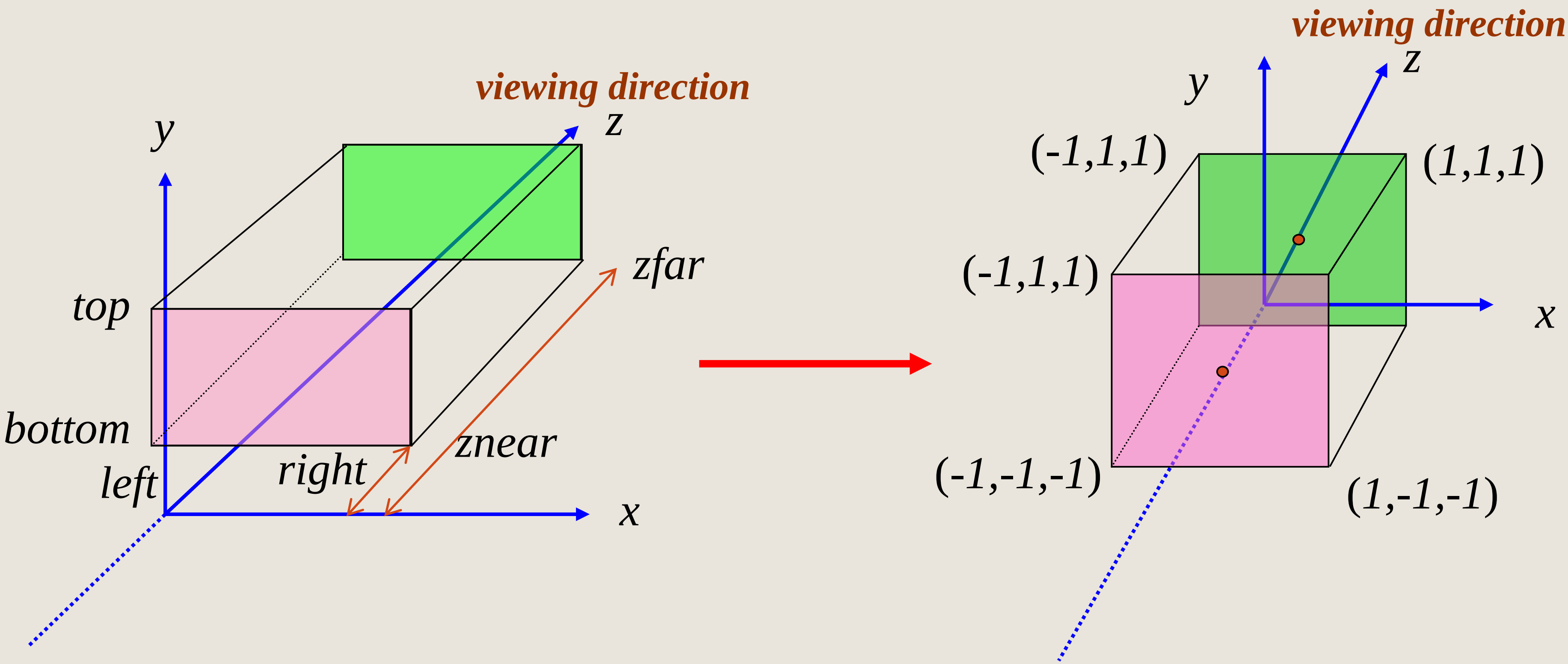
◆ 规范化观察体：

- 中心位于坐标原点，边长为2的立方体
- 利用规范化观察体可以简化及标准化裁剪算法



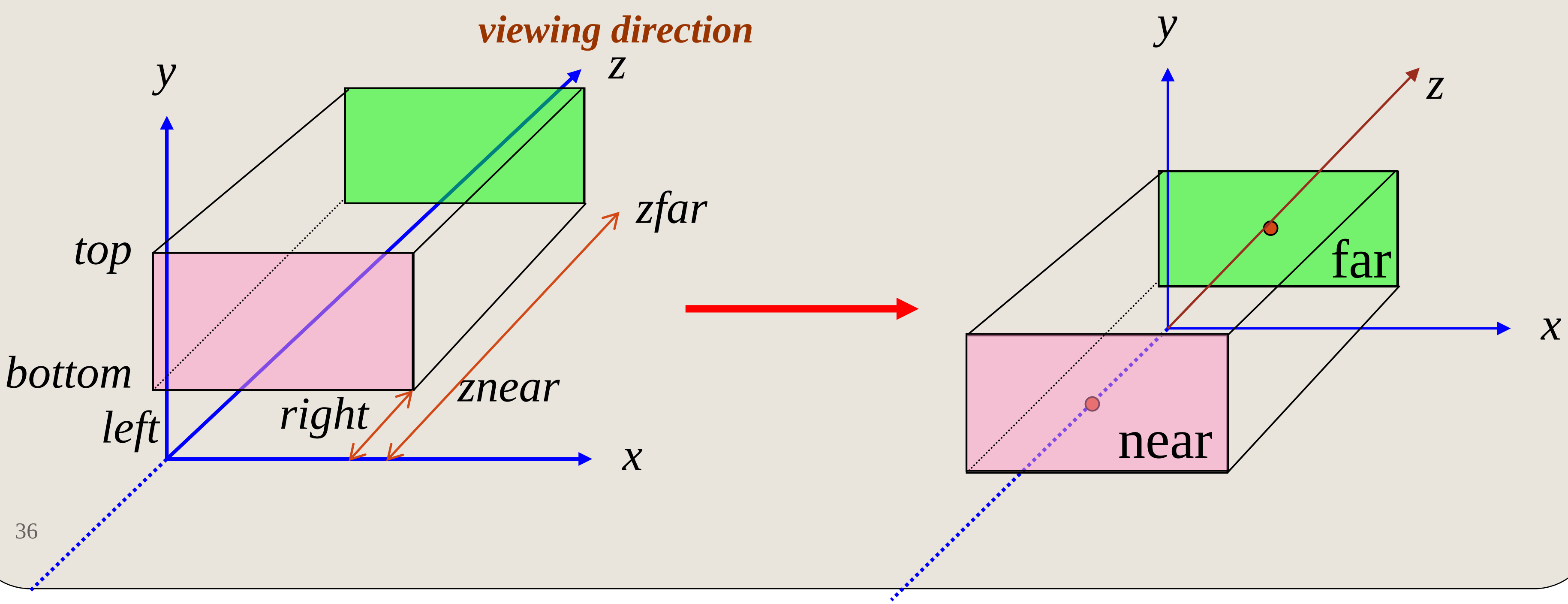
三维观察

◆ 平行投影观察体到规范化观察体的变换



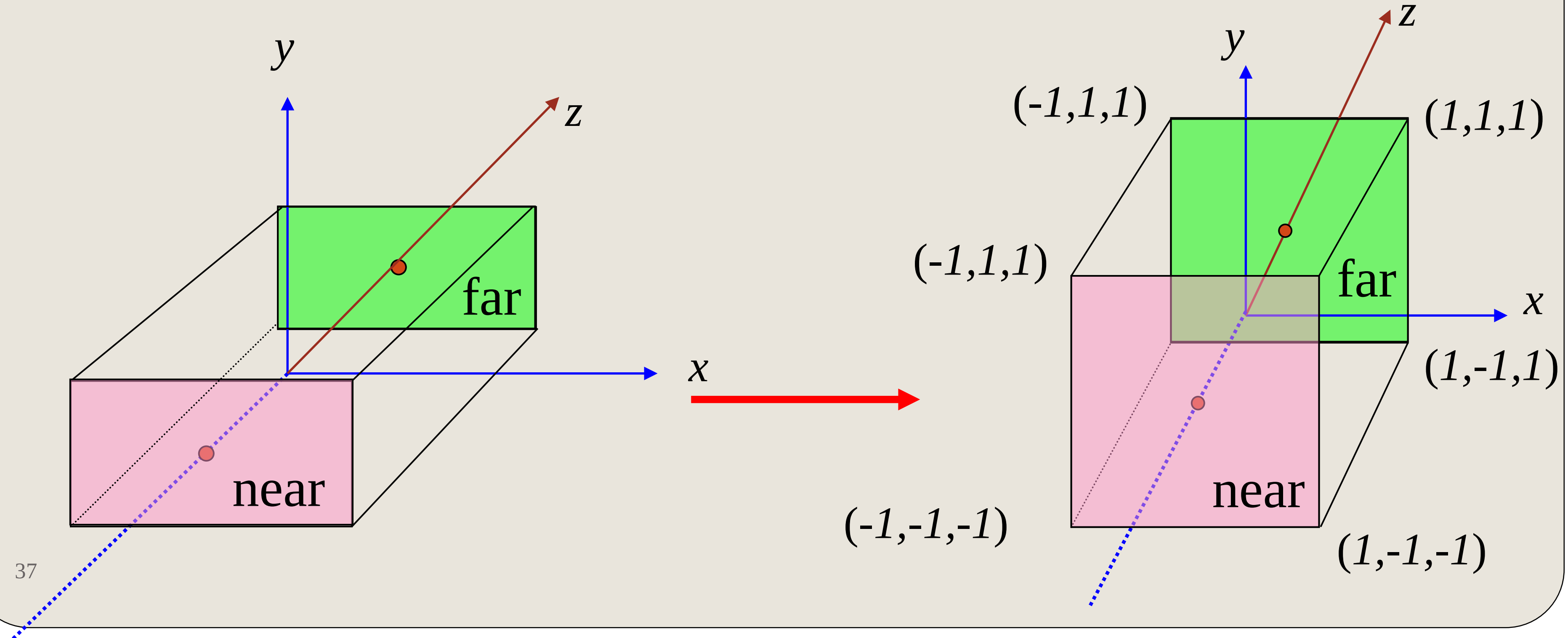
◆ **Step 1:** 把长方体的中心移到坐标原点

$$M_T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -\dfrac{right+left}{2} \\ 0 & 1 & 0 & -\dfrac{top+bottom}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -\dfrac{zfar+znear}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



◆Step 2:放缩变换

$$M_s = \begin{bmatrix} \frac{2}{right-left} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{top-bottom} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{zfar-znear} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



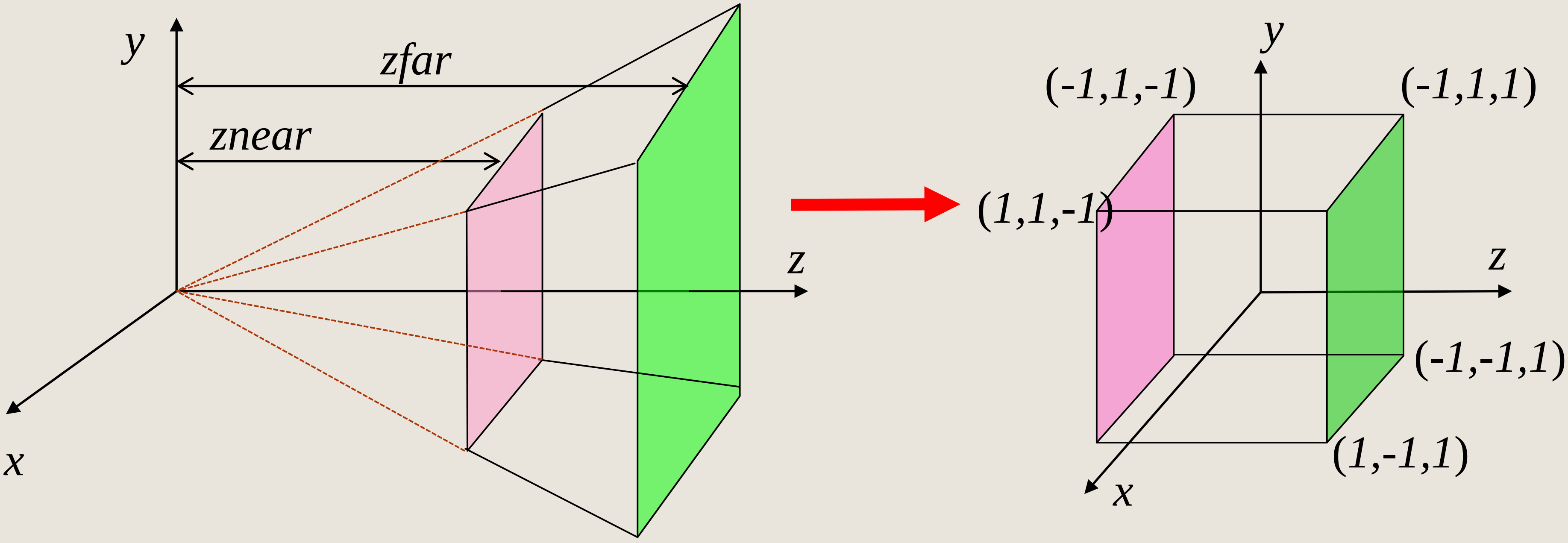
◆组合变换矩阵： $M_S M_T =$

$$
\begin{bmatrix} \frac{2}{right-left} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{top-bottom} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{zfar-znear} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{right+left}{2} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{top+bottom}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{zfar+znear}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
$$

$$
= \begin{bmatrix} \frac{2}{right-left} & 0 & 0 & -\frac{right+left}{right-left} \\ 0 & \frac{2}{top-bottom} & 0 & -\frac{top+bottom}{top-bottom} \\ 0 & 0 & \frac{2}{zfar-znear} & -\frac{zfar+znear}{zfar-znear} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
$$

三维观察

◆ 透视投影观察体到规范化观察体的变换

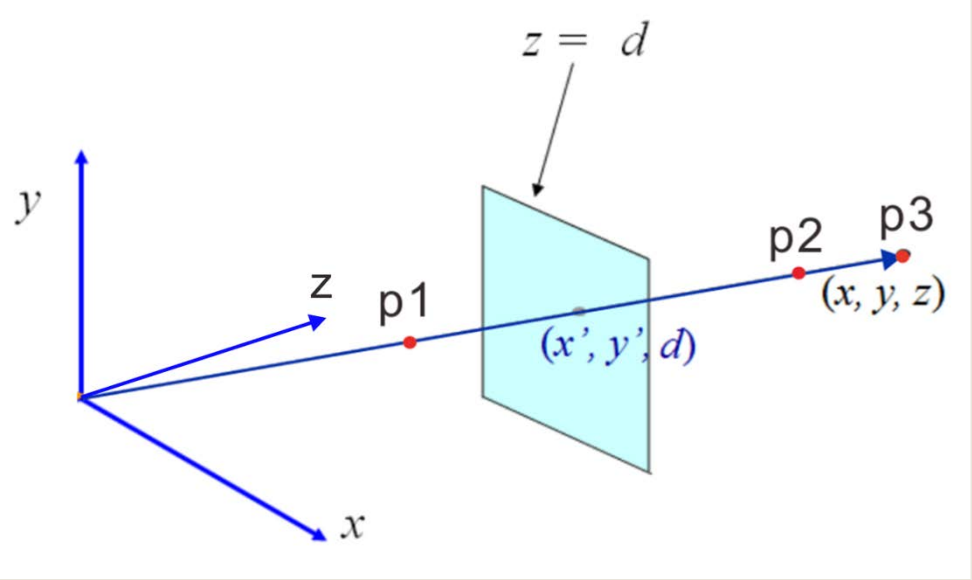


三维观察

◆ 透视投影观察体到规范化观察体的变换

回顾:投影变换的深度值丢失问题

$$\begin{cases} x' = \dfrac{xd}{z} \\ y' = \dfrac{yd}{z} \\ z' = d \end{cases}$$



◆ 透视投影观察体到规范化观察体的变换

采用伪深度值

$$\begin{cases} x' = \dfrac{xd}{z} \\ y' = \dfrac{yd}{z} \\ z' = a + \dfrac{b}{z} \end{cases}$$

矩阵表示

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ w' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & b \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} xd \\ yd \\ az + b \\ z \end{bmatrix}$$

◆ 透视投影观察体到规范化观察体的变换

- 采用伪深度值

$$\begin{cases} x' = \dfrac{xd}{z} \\ y' = \dfrac{yd}{z} \\ z' = a + \dfrac{b}{z} \end{cases}$$

计算a, b的值，使得：

- **深度Z’从[Znear,Zfar]变换到[-1,1]**
- **当Z=Znear时， Z’=-1**
- **当Z=Zfar时， Z’=1**

◆ 透视投影观察体到规范化观察体的变换

$$\begin{cases} x' = \dfrac{xd}{z} \\ y' = \dfrac{yd}{z} \\ z' = a + \dfrac{b}{z} \end{cases}$$

- 采用伪深度值

$$\begin{cases} a + \dfrac{b}{Znear} = -1 \\ a + \dfrac{b}{Zfar} = 1 \end{cases}$$

求得：

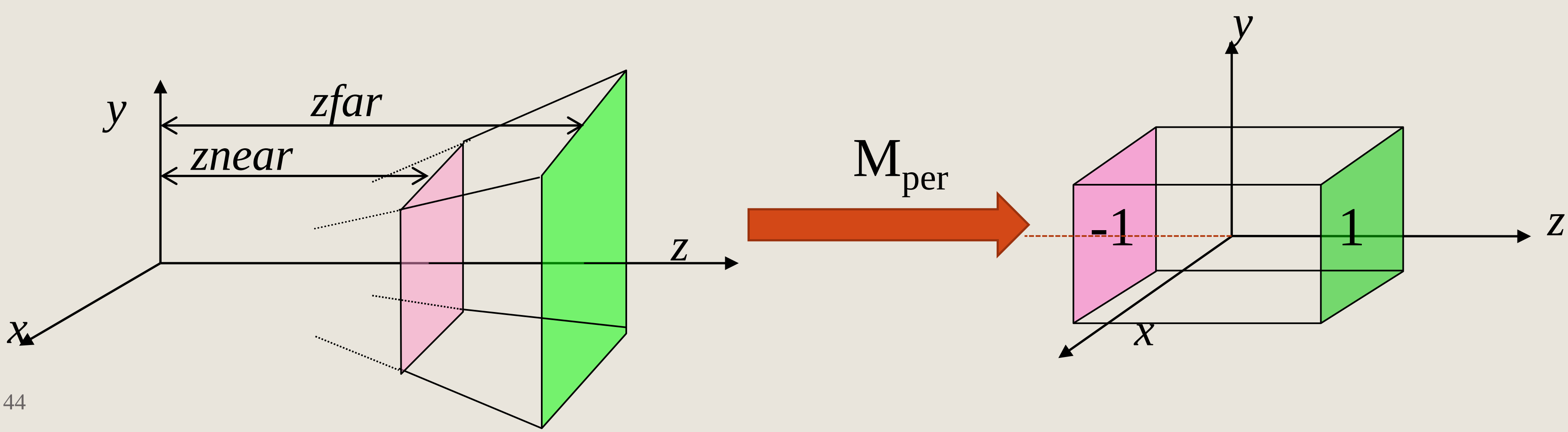
$$\begin{cases} a = \dfrac{Zfar + Znear}{Zfar - Znear} \\ b = \dfrac{2Znear \cdot Zfar}{Znear - Zfar} \end{cases}$$

注意到：b<0

◆ 透视投影观察体到规范化观察体的变换

- 采用伪深度值，透视投影变换矩阵为

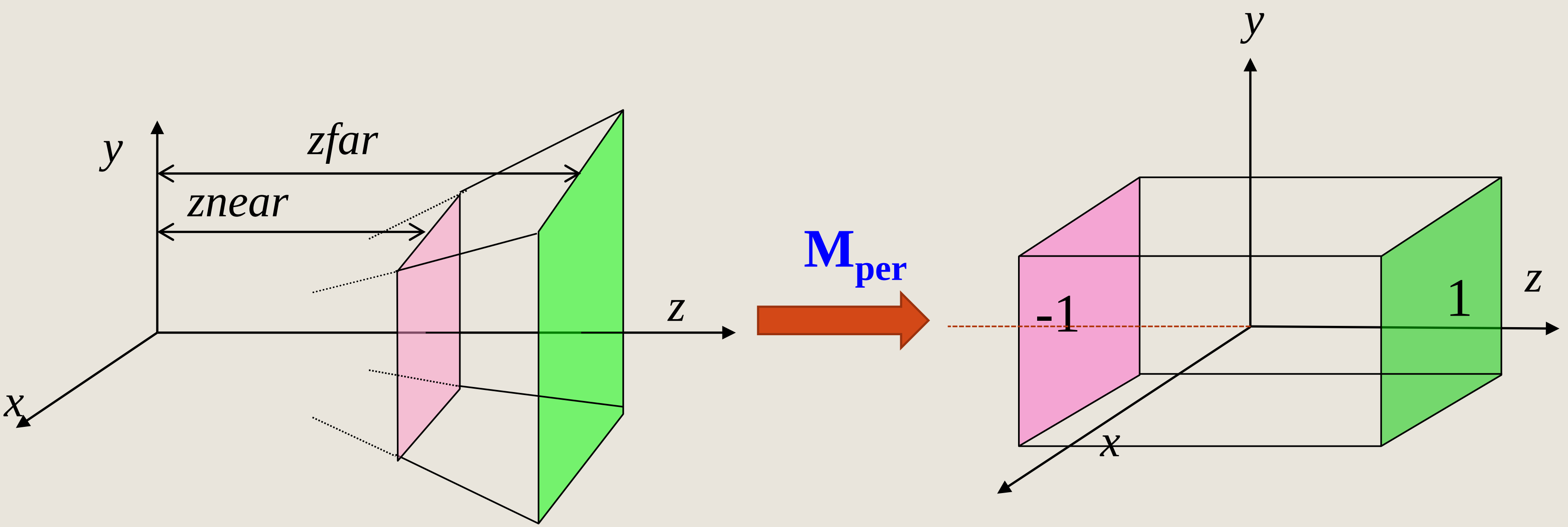
$$M_{per}=\begin{bmatrix} d & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{Zfar+Znear}{Zfar-Znear} & \dfrac{2ZnearZfar}{Znear-Zfar} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$



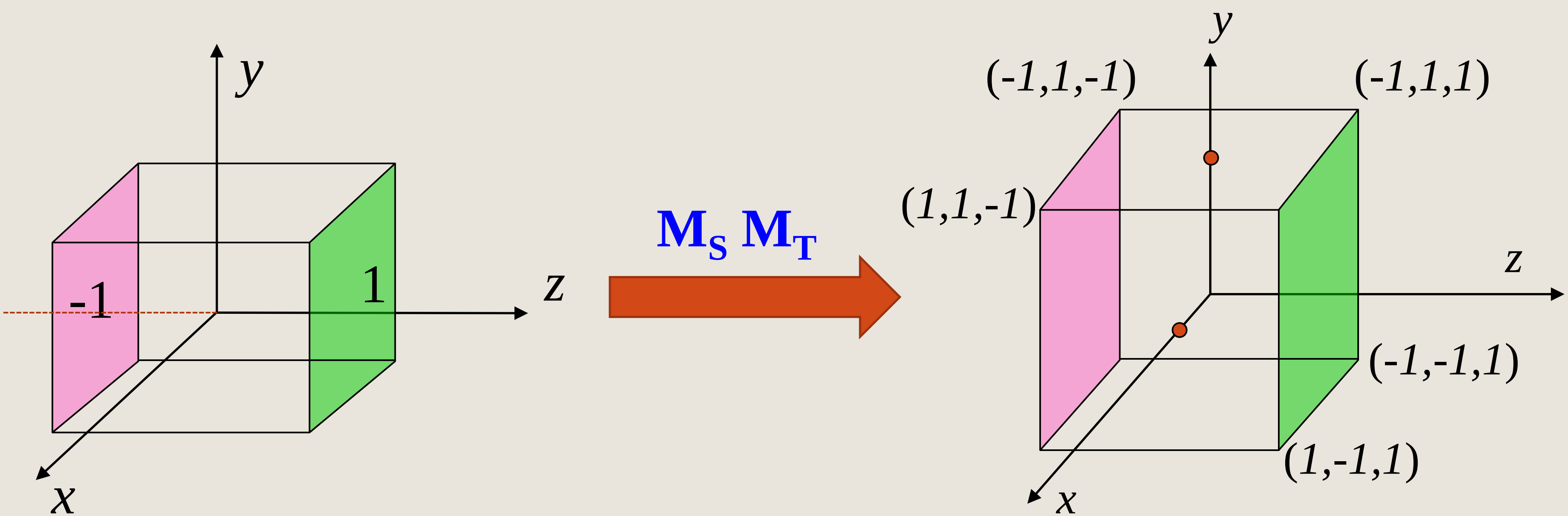
三维观察

◆ 透视投影观察体到规范化观察体的变换

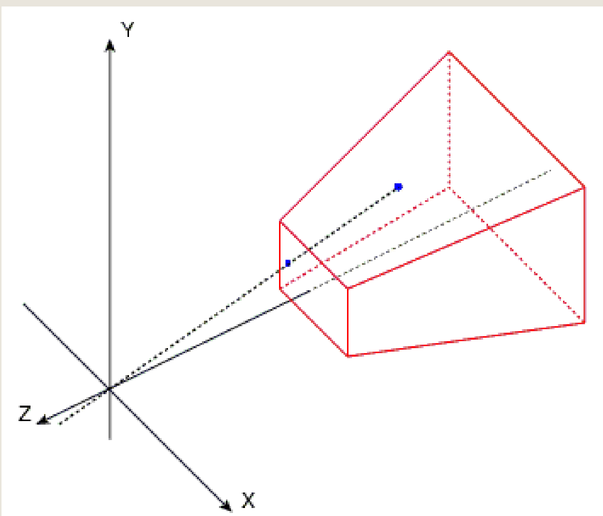
Step 1: 利用投影变换$\mathbf{M}_{\mathbf{per}}$将椎体变换为长方体



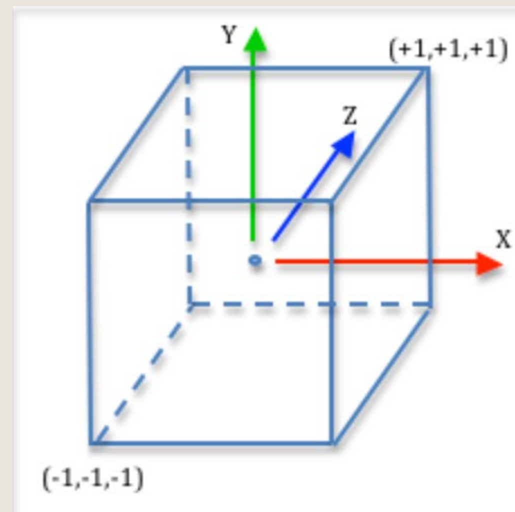
Step 2: 使用平行投影变换的Steps 1 & 2，将视域变换到中心位于坐标原点的正立方体



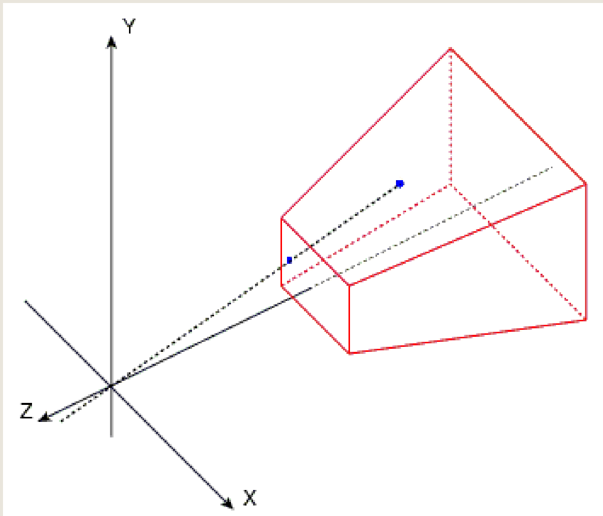
透视投影变换：　经过变换 $M_S\ M_T\ M_{per}$，最终得到了规范化的观察体。

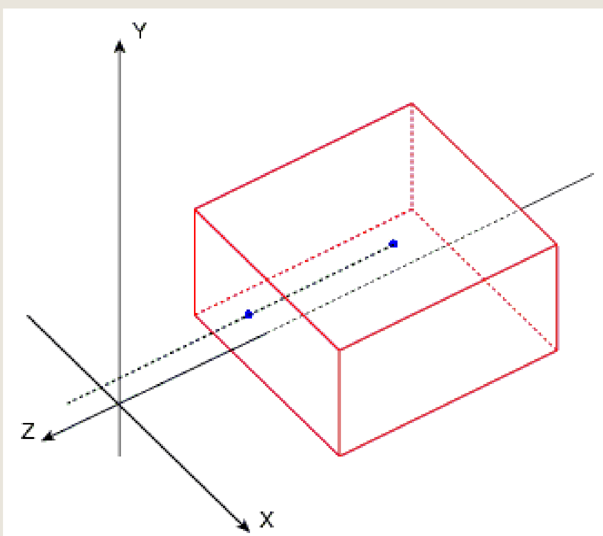


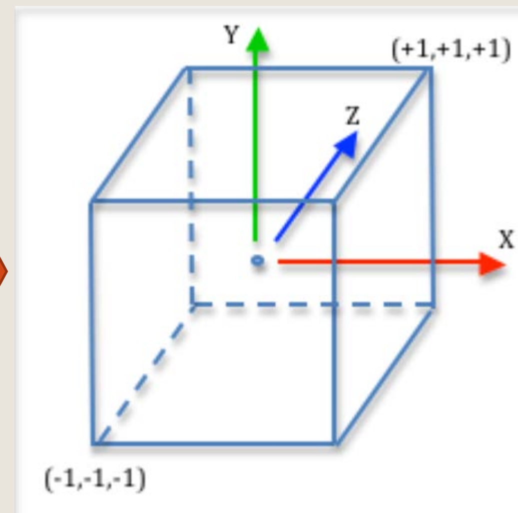
$M_S\ M_T\ M_{per}$



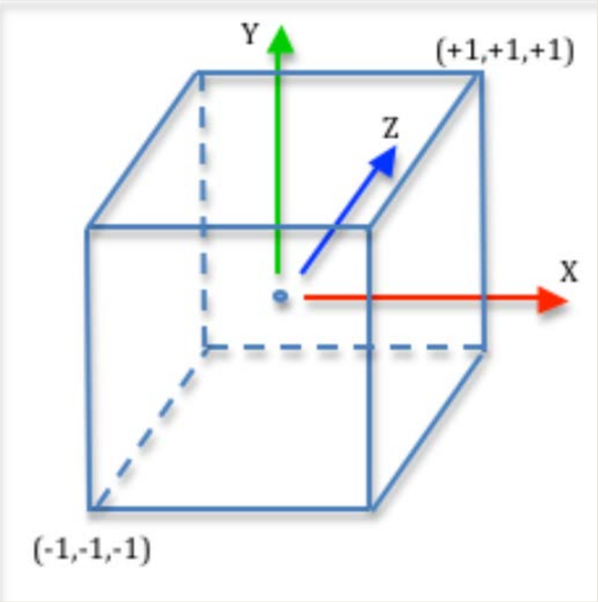
投影变换







如何得到平面图形?



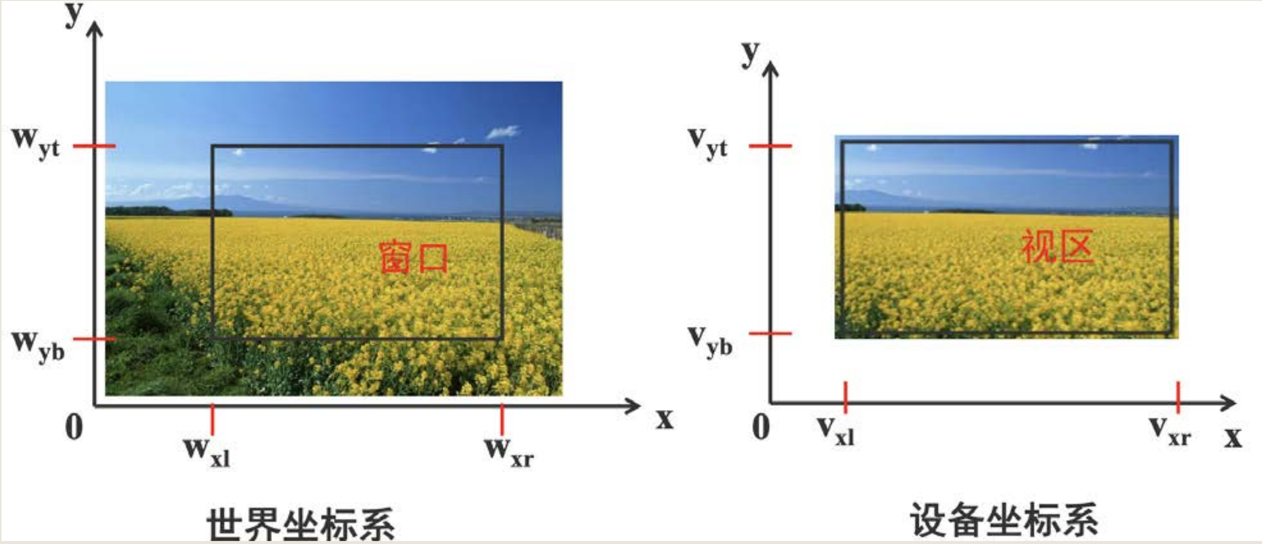
$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

三维观察

三维观察变换的过程

- 建模变换
- 视点变换
- 投影变换
- 视口变换

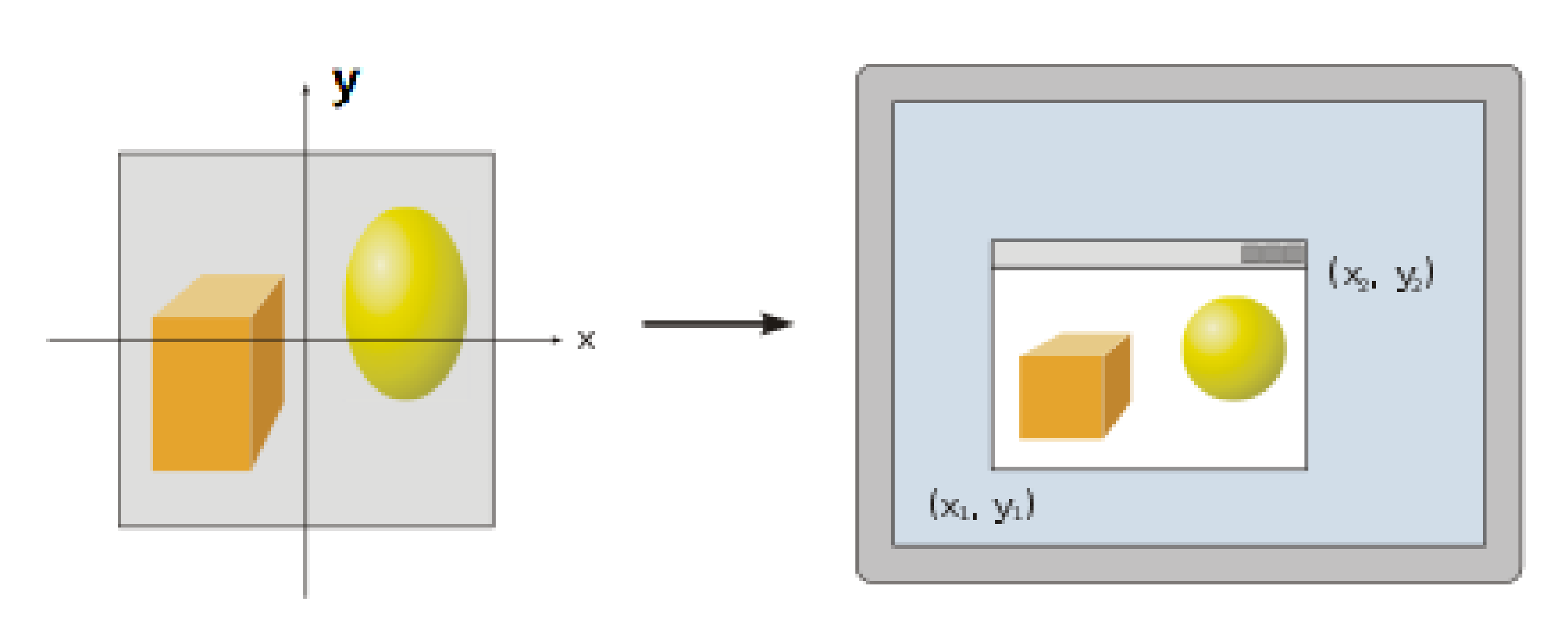
➢ 目的：投影得到的二维图形变换到显示器的视区。



三维观察

视口变换

- 视口变换发生在投影到2D 投影平面之后，该变换是将投影之后规范化的点映射到屏幕上一块区域内的坐标。



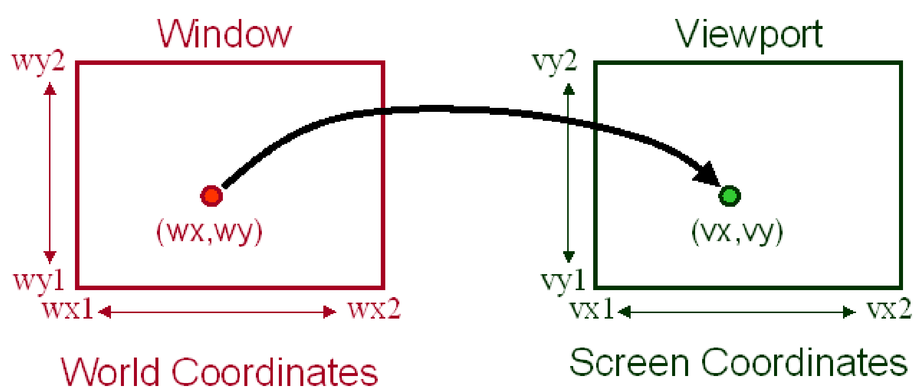
三维观察

视口变换

- 视口变换发生在投影到2D 投影平面之后，该变换是将投影之后规范化的点映射到屏幕上一块区域内的坐标。

2D Viewing Transformation

- Window-to-viewport mapping




```
vx = vx1 + (wx - wx1) * (vx2 - vx1) / (wx2 - wx1);
vy = vy1 + (wy - wy1) * (vy2 - vy1) / (wy2 - wy1);
```

三维观察

- 三维观察流程：不同坐标系间的转换

模型坐标

建模变换

世界坐标

视点变换

视点坐标

投影变换

规范化设备坐标

正投影

规范化二维坐标

视口变换

显示窗口二维坐标

本章结束