

# 计算机图形学

哈尔滨工业大学（威海）  
计算机科学与技术学院  
伯彭波

# 三维对象的表示

- 计算机表示的虚拟世界是一个三维世界。



# 三维对象的表示

- 计算机中如何表示二维图形？

- 像素阵列

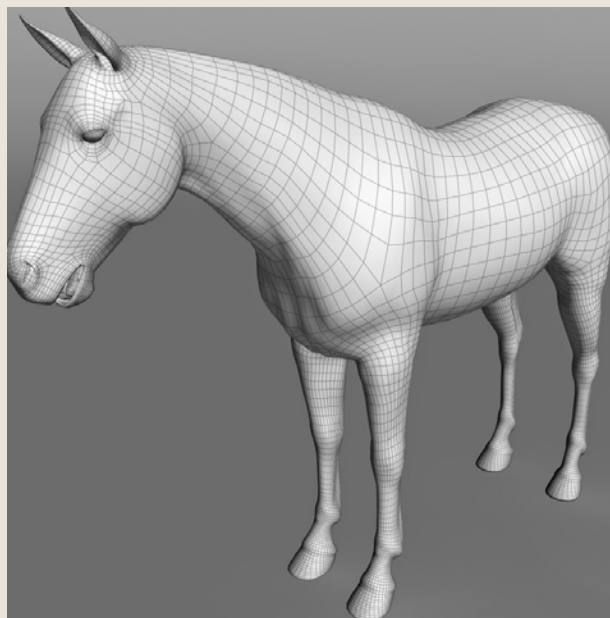


- 计算机中如何表示三维图形？

研究如何在计算机中建立恰当的模型表示不同图形对象的技术称为**实体造型技术**。

# 三维对象的表示

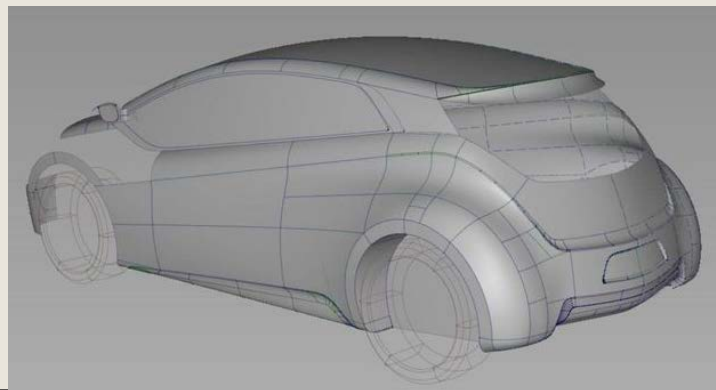
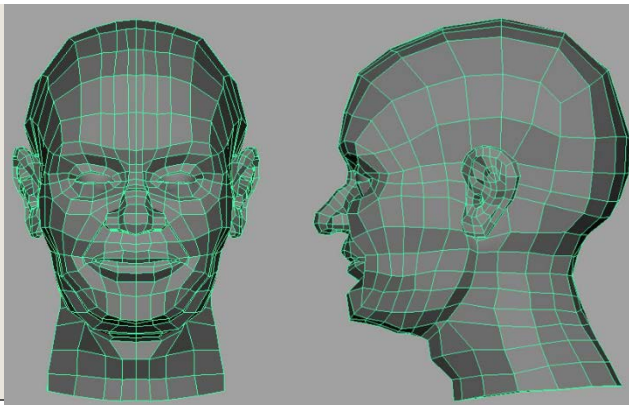
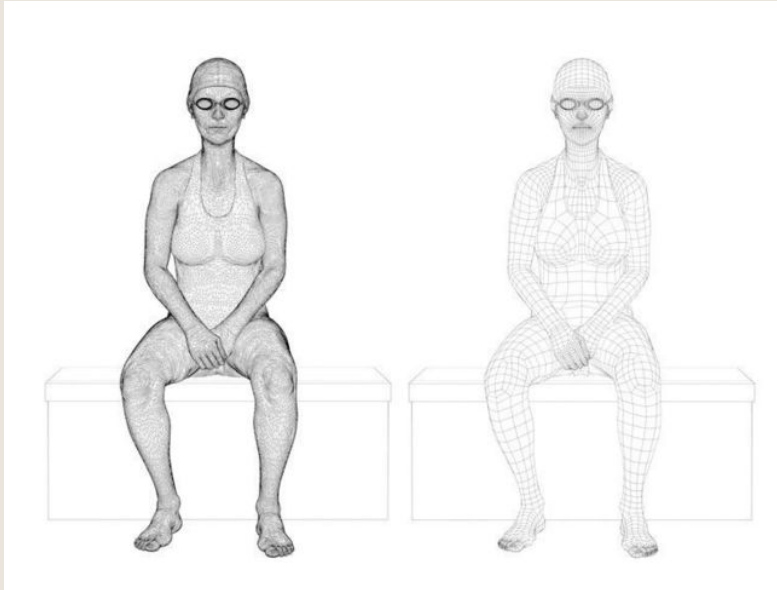
- 三维对象 = 几何模型 + 纹理  
(形状信息) (颜色信息)



- 接下来只考虑形状信息的表示

# 三维对象的表示

- 研究如何在计算机中建立恰当的模型表示不同图形对象的技术称为**实体造型技术**。





# 三维对象的表示

- 三维模型多种多样
- 不同应用对模型表示的要求不同（精度、光滑性等）



# 三维对象的表示

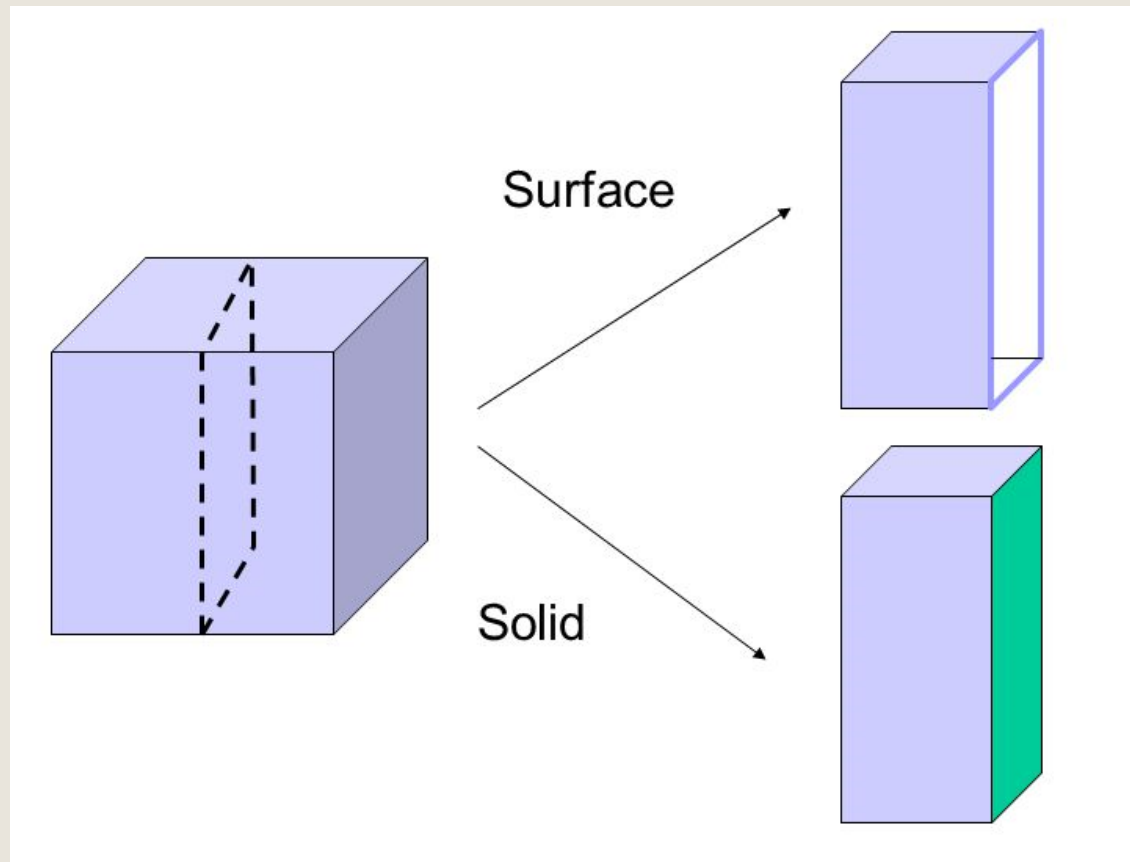
- 图形对象的分类

- **规则对象**：能用**欧氏几何**，即用**数学方程**进行描述的形体，点、线、面、实体等。
- **不规则对象**：不能用欧氏几何描述的对象。山、水、树、云、烟等。用**过程建模**进行描述：基于分形的建模、基于文法的建模、粒子系统等。



# 三维对象的表示

- 两类表示：
  - 面表示
  - 体表示





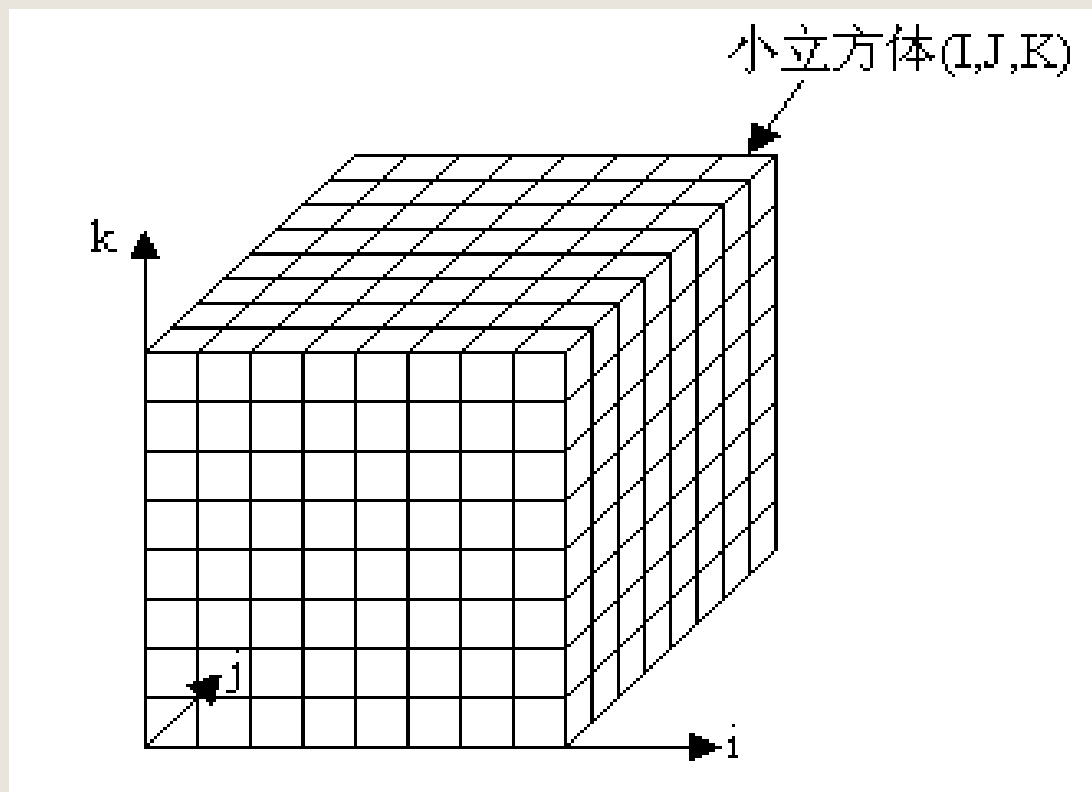
# 三维对象的表示

- 实体造型（三维模型表示）的方法：
  - 空间分解
  - 扫描体
  - 构造实体几何
  - 边界表示
  - 粒子系统
  - 隐式表示

# 空间分解表示

## 1) 均匀分解

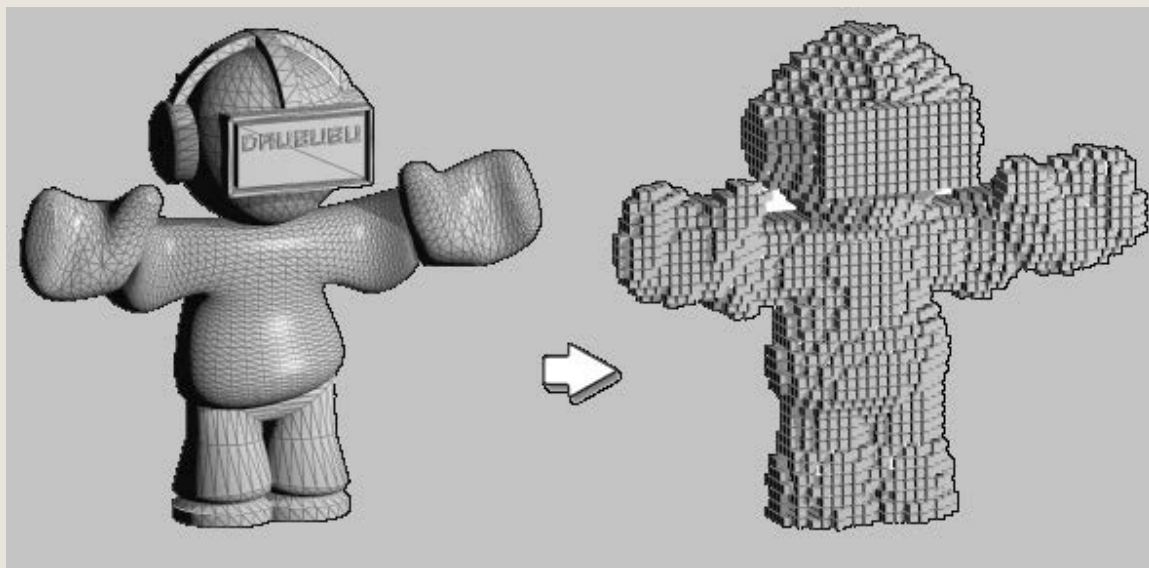
- 选择一个立方体空间，将其均匀划分
- 用三维数组  $C[i][j][k]$  表示物体，数组中的元素与单位小立方体一一对应



# 空间分解表示

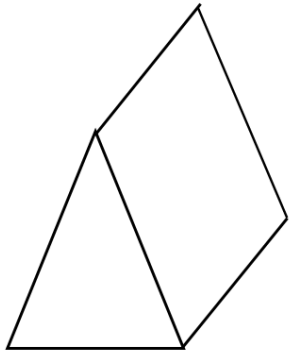
## 1) 均匀分解

- 高精度的表示需要细致的空间分解，即体素要小。

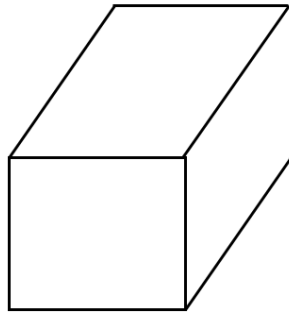


# 空间分解表示

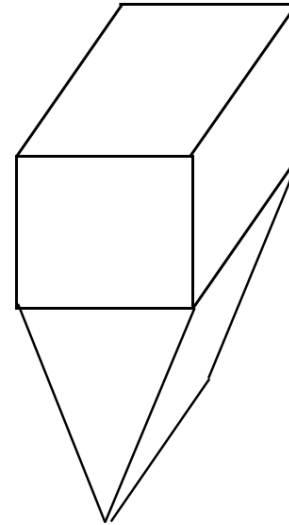
## 2) 采用多种体素的分解



(a) 棱锥体素



(b) 长方体体素



(c) 图(a)和(b)两种体素的并集

# 空间分解表示

## 空间分解表示法的优缺点

### ➤ 优点

- 可以表示任何物体
- 容易实现物体间的集合运算
- 容易计算物体的整体性质，如体积等

### ➤ 缺点

- 是物体的非精确表示
- 占用大量的存储空间，如 $1024*1024*1024 = 1\text{G bits}$
- 没有边界信息，不适于图形显示
- 对物体进行几何变换困难，如非90度的旋转变换

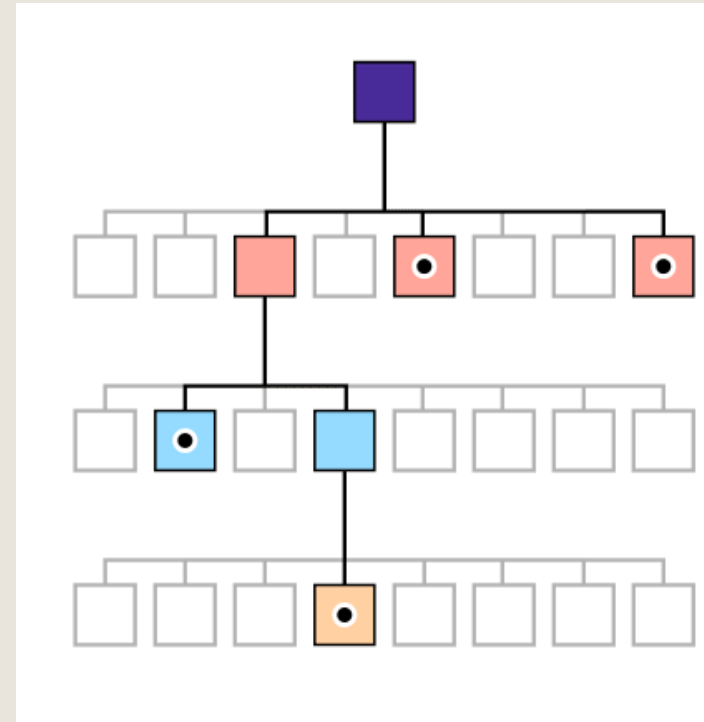
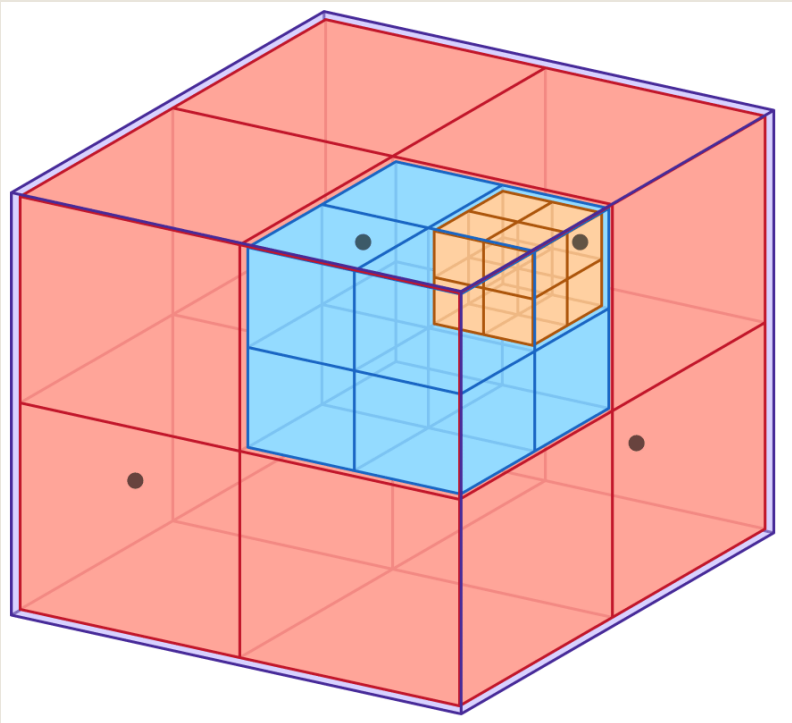


# 八叉树表示

- 八叉树（octrees）表示

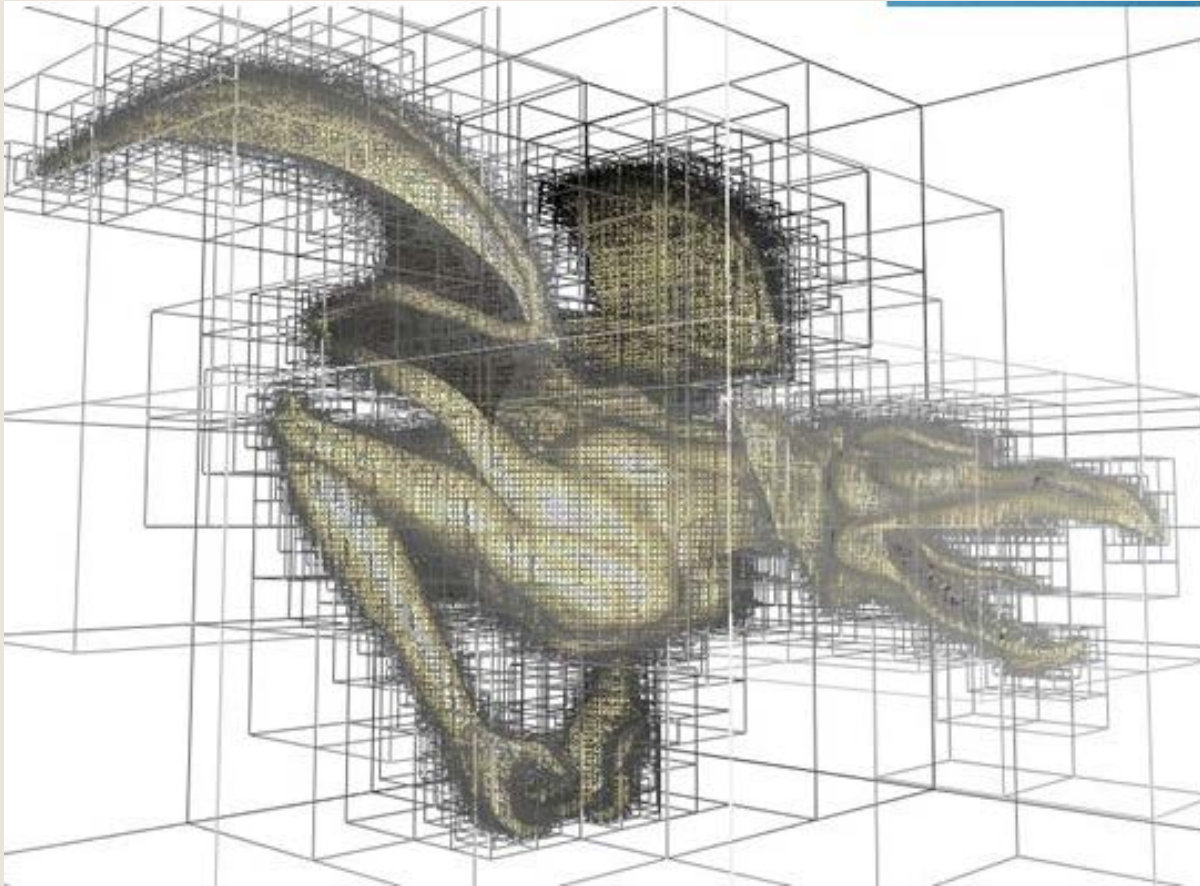
- 自适应分割

- 对包含物体边界的立方体做细分



# 八叉树表示

八叉树（**octrees**）表示



# 八叉树表示

## ● 八叉树构造过程

- ① 八叉树的根节点对应整个物体空间.
- ② 如果它完全被物体占据, 将该节点标记为**F** (Full), 算法结束.
- ③ 如果它内部没有物体, 将该节点标记为**E** (Empty), 算法结束.
- ④ 如果它被物体部分占据, 将该节点标记为**P** (Partial), 并将它分割成8个子立方体, 对每一个子立方体进行同样的处理.

# 八叉树表示

## 八叉树（**octrees**）表示的优缺点

### ➤ 优点

- 可以表示任何物体,数据结构简单
- 容易实现物体间的集合运算
- 容易计算物体的整体性质，如体积等
- 较空间位置枚举表示占用的存贮空间少

### ➤ 缺点

- 是物体的非精确表示
- 没有边界信息，不适于图形显示
- 对物体进行几何变换困难

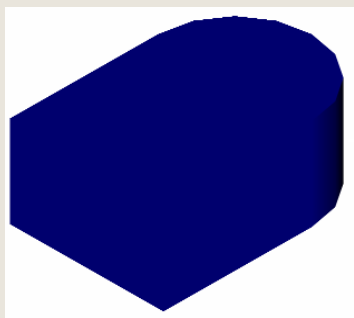
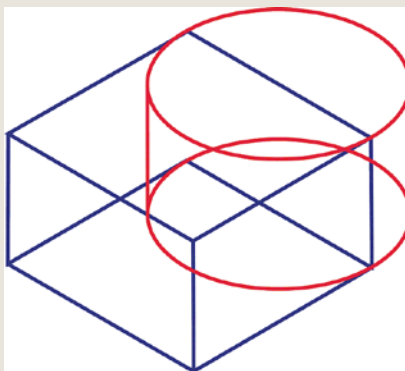
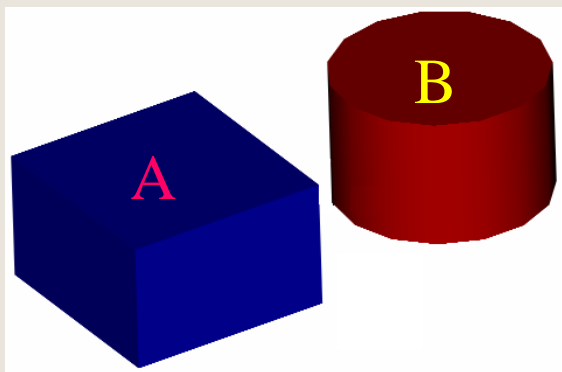
# 构造实体几何法

- 构造实体几何表示 (constructive solid geometry, 简称CSG)
  - 采用单一的“建筑块”形式的实体造型方法，由两个物体的正则集合操作生成新的物体
    - 并 (union)
    - 交 (intersection)
    - 差 (difference)

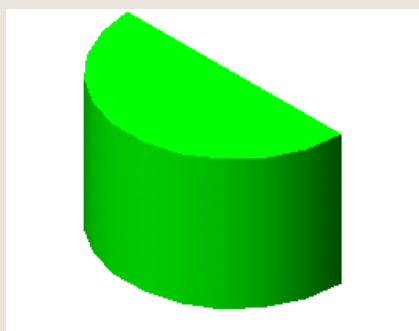


# 构造实体几何法

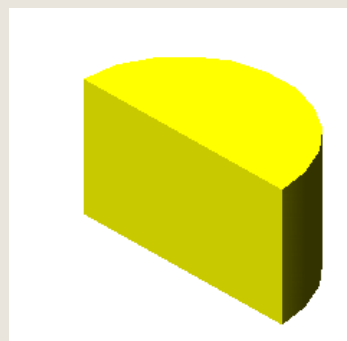
- 利用集合运算（并、交、差）进行实体造型



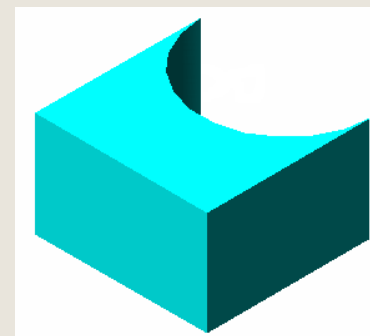
$A \cup B$



$A \cap B$



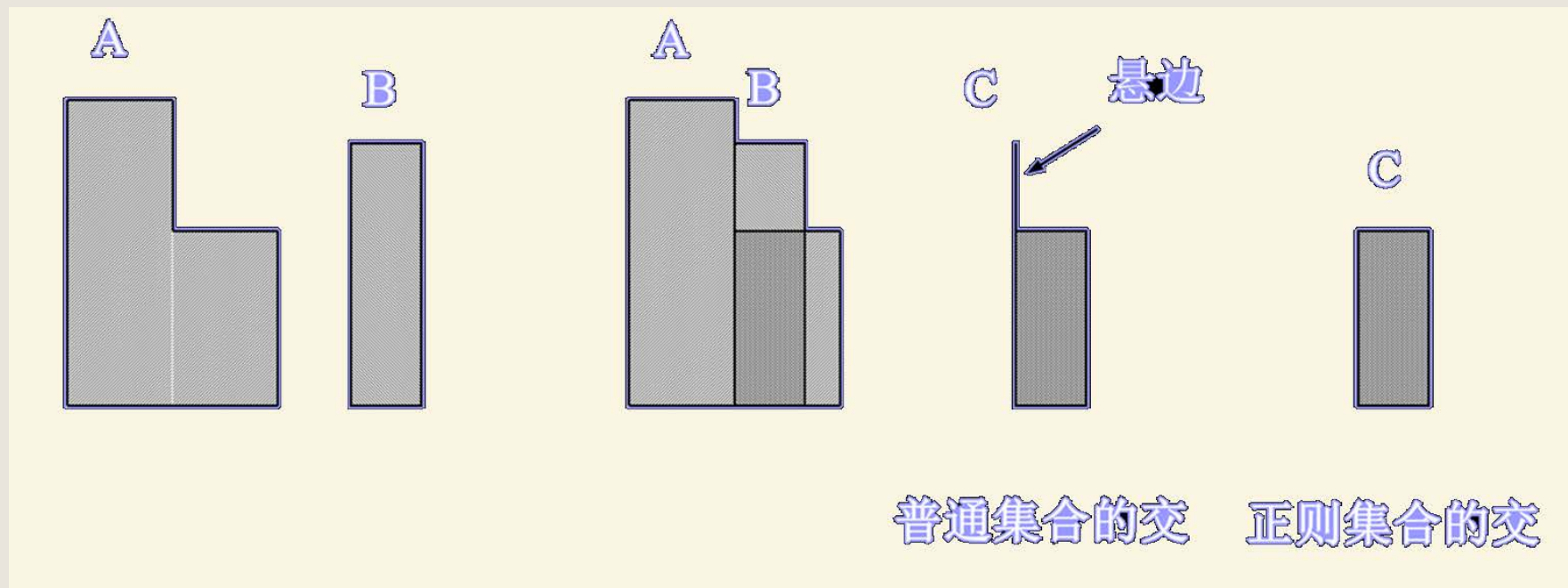
$B - A$



$A - B$

# 构造实体几何法

- 普通的集合运算会产生悬边、悬面等低于三维的形体

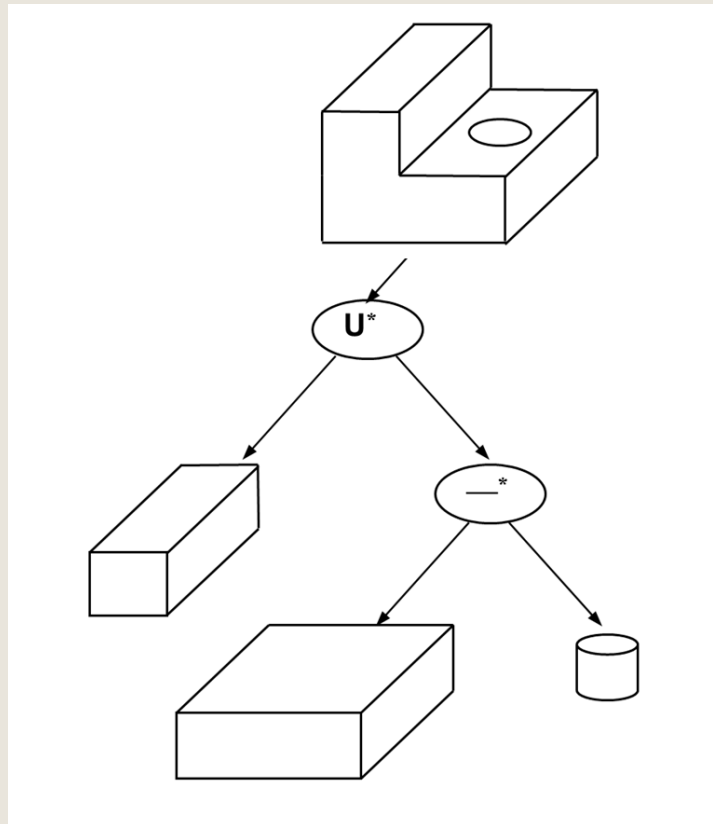


- 正则集合运算保证集合运算的结果仍是一个正则形体即丢弃悬边、悬面等

# 构造实体几何法

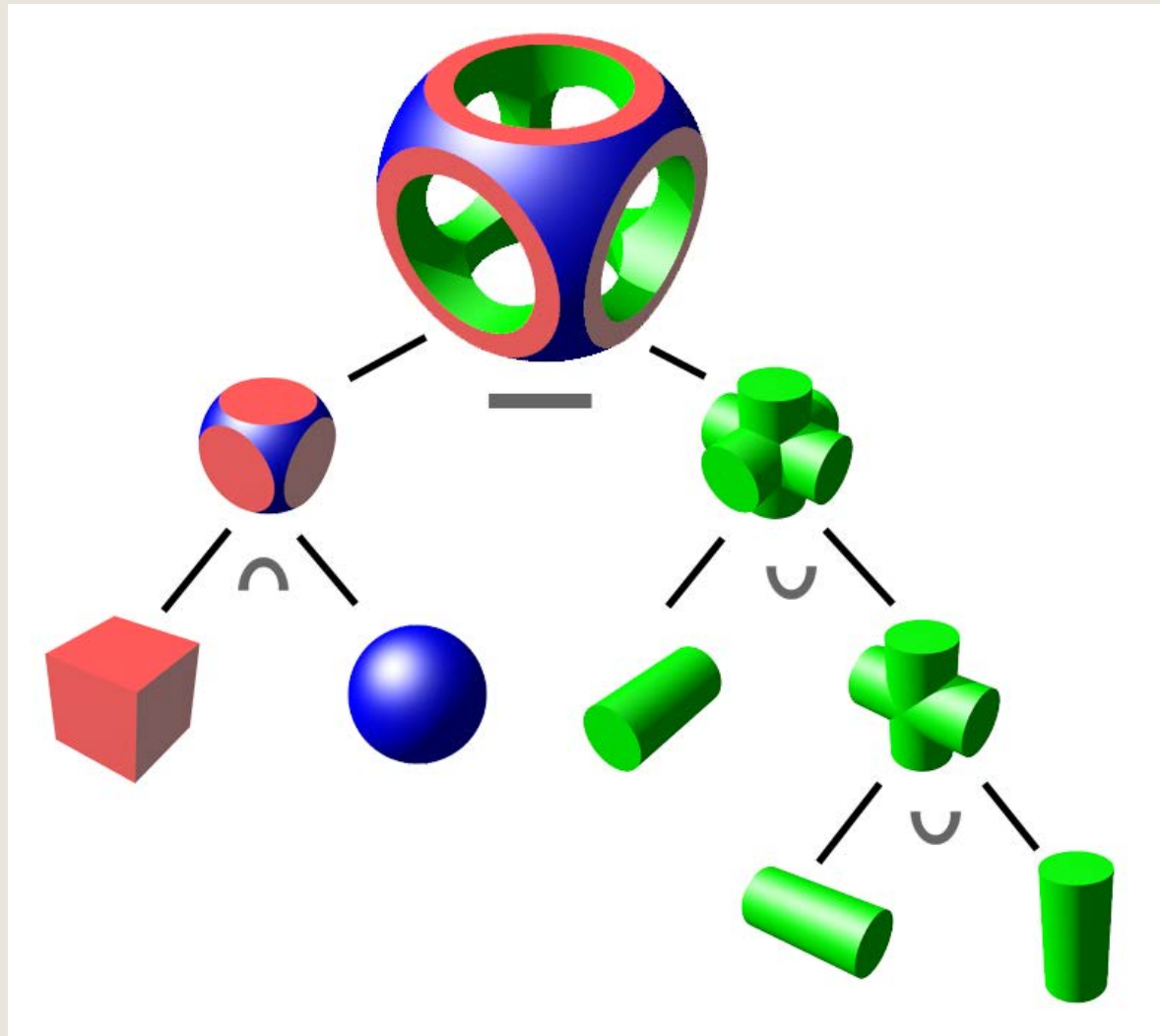
➤ CSG树: 物体表示为一棵二叉树

- 叶节点——基本体素, 如立方体、圆柱体、圆环、锥体、球体等
- 中间节点——并、交、差正则集合运算



# 构造实体几何法

## ➤ CSG树



# 构造实体几何法

- 优点

- 表示简单、直观，无二义性
- 形体形状容易被修改
- 可用作图形输入的一种手段
- 容易计算物体的整体性质
- 物体的有效性自动得到保证

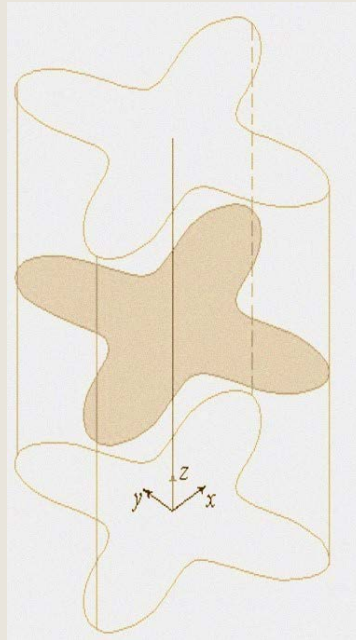
- 缺点

- 表示物体的CSG树不唯一
- 受体素种类和对体素操作种类的限制，CSG方法表示形体的覆盖域有较大的局限性
- 形体的边界几何元素（点、边、面）隐含地表示在CSG中，因此，显示与绘制CSG表示的形体需要较长的时间
- 求交计算麻烦



# 扫描表示

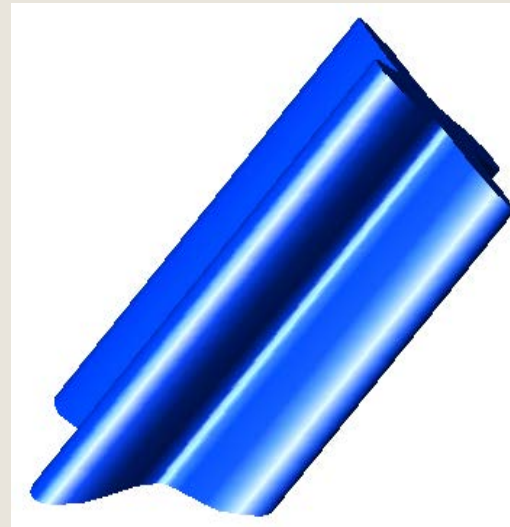
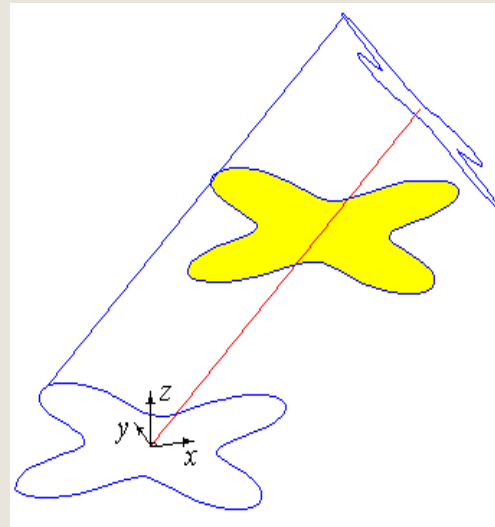
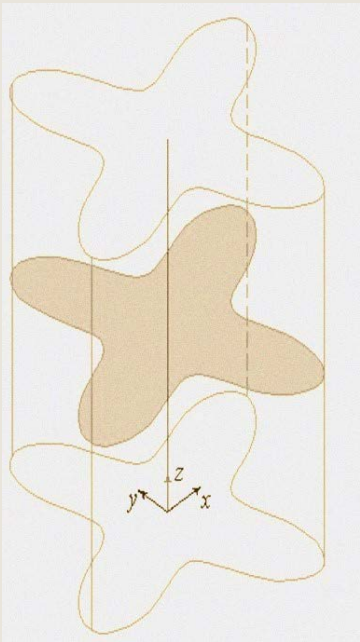
- **扫描表示**：基于一个**基体**（一般为封闭的二维区域）沿某一**路径**运动而产生形体
  - 平移扫描
  - 旋转扫描
  - 广义扫描



# 扫描表示

## 1) 平移扫描体

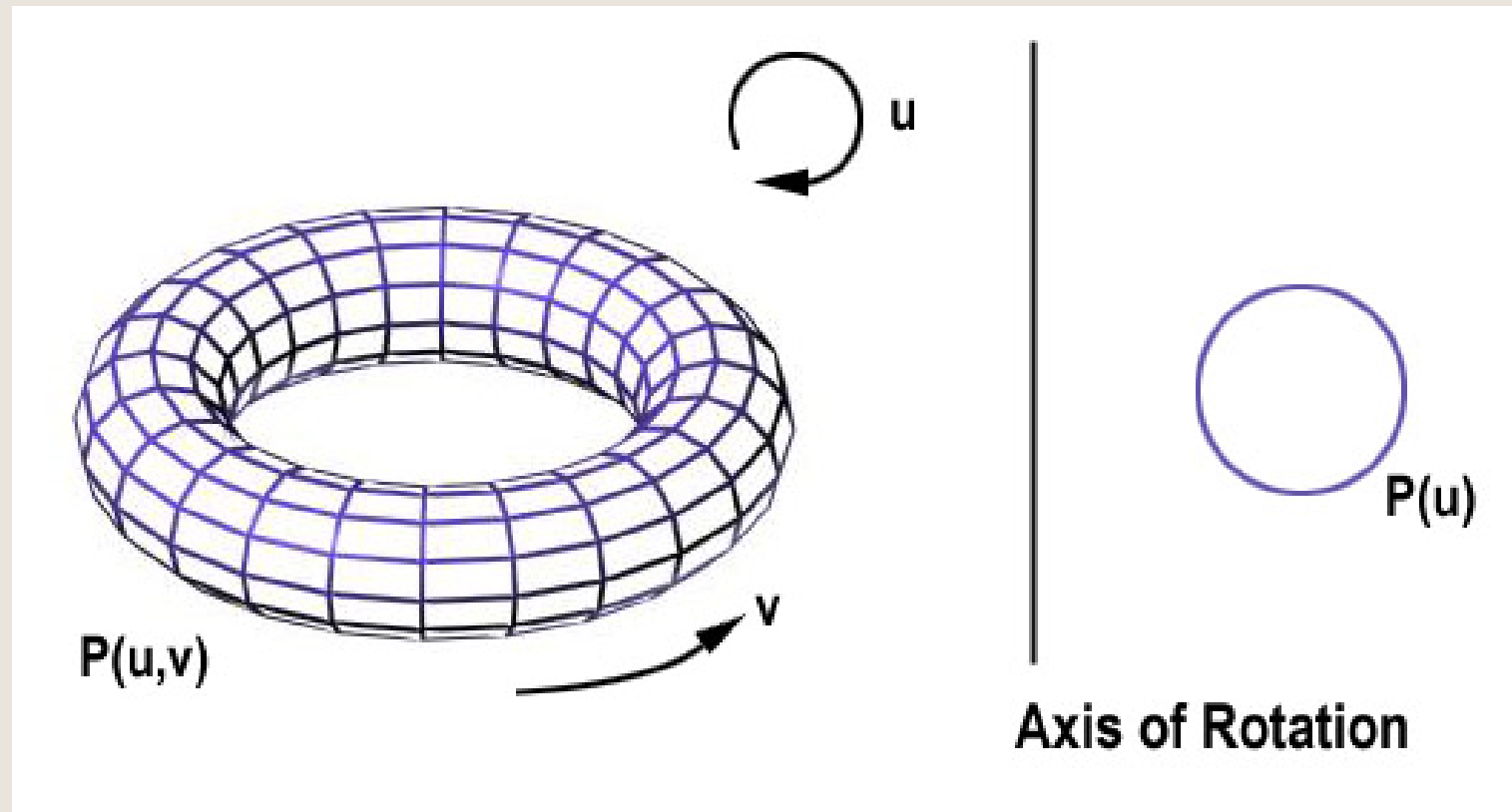
- **正平移：** 二维图形沿与其垂直的直线移动。
- **斜平移：** 二维图形沿任意直线方向移动。



# 扫描表示

## 2) 旋转扫描体

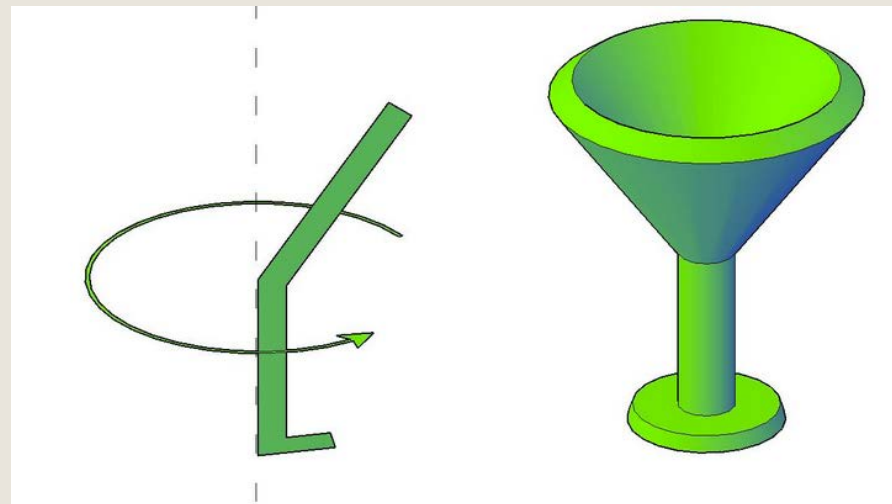
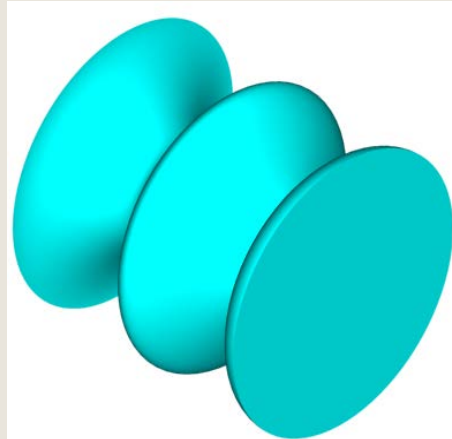
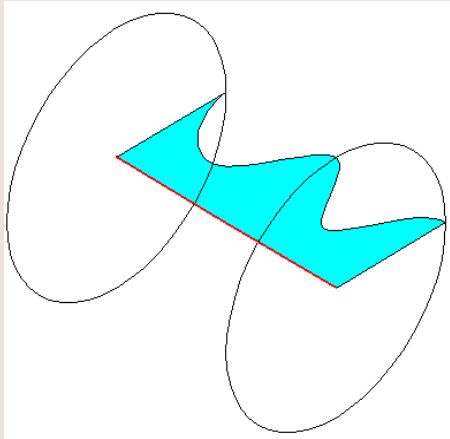
- 将一个二维区域绕旋转轴旋转一特定角度（如一周）



# 扫描表示

## 2) 旋转扫描体

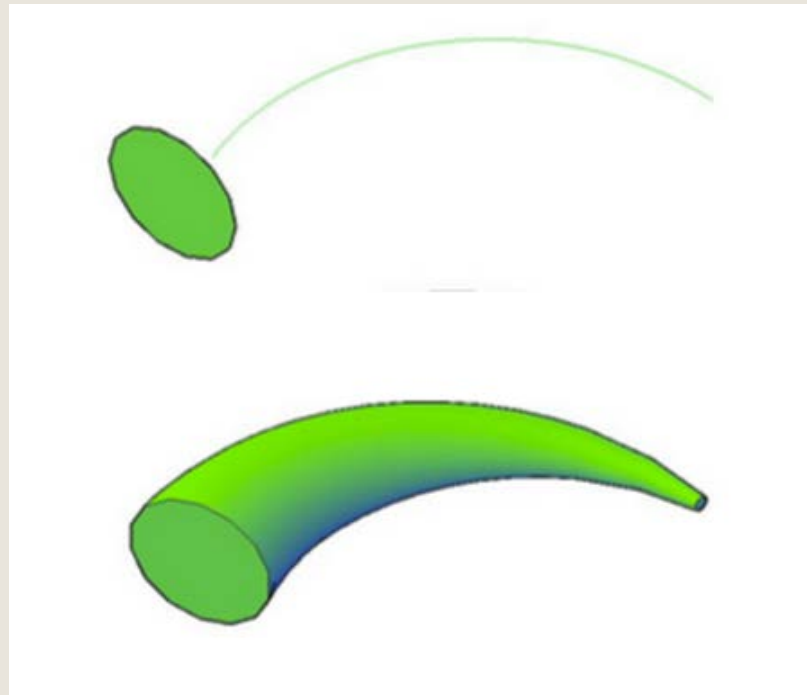
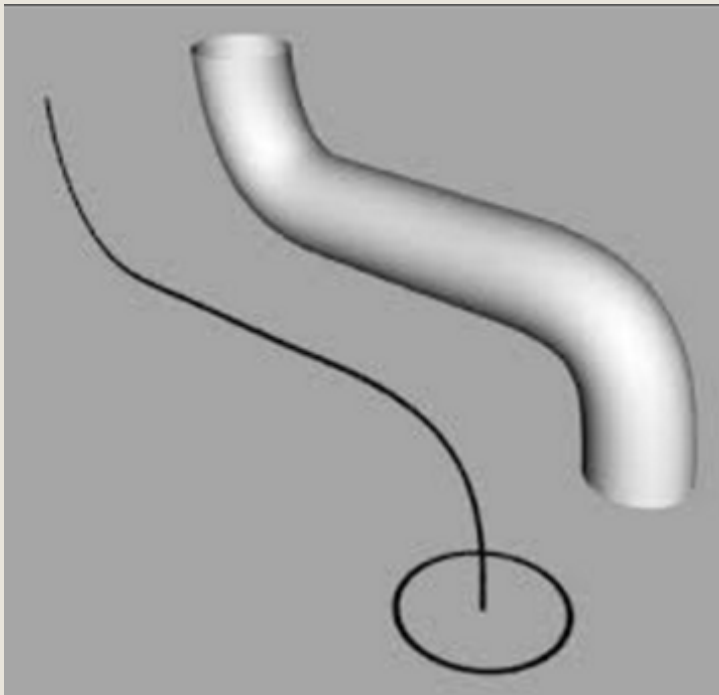
➤ 将一个二维区域绕旋转轴旋转一特定角度（如一周）



# 扫描表示

## 3) 广义扫描体

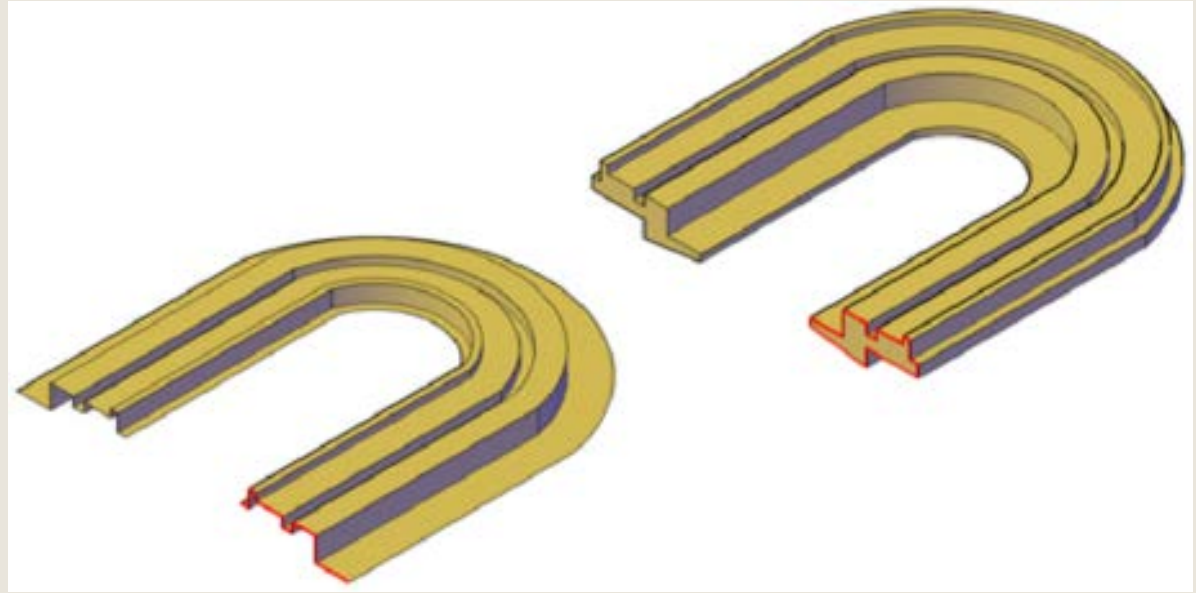
- 扫描路径可以用**曲线**来描述
- 可以沿扫描路径**变化剖面的形状和大小**





# 扫描表示

- 扫描表示



# 扫描表示

- 优点

- 表示简单、直观
- 适合做图形输入手段

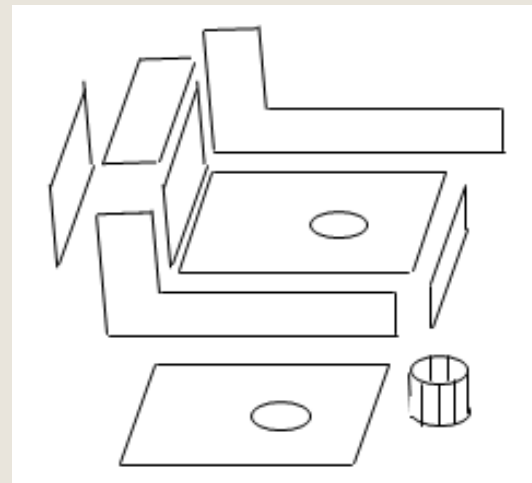
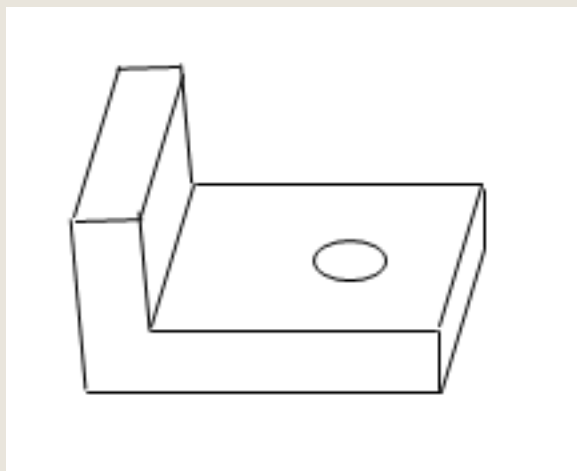
- 缺点

- 作几何变换困难
- 不能直接获取形体的边界信息
- 表示形体的覆盖域非常有限

# 边界表示

## ● 边界表示 (B-rep)

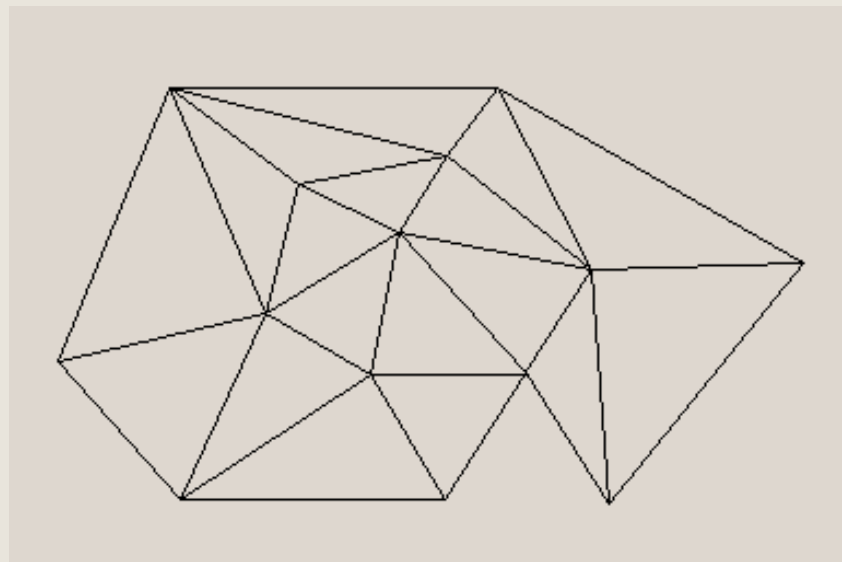
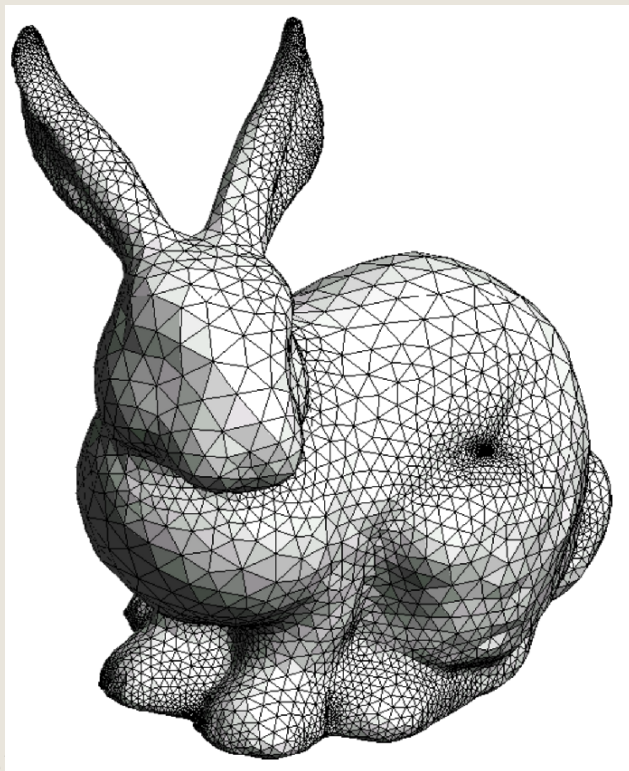
- 用组成实体边界的基本元素(即顶点、边和面)及其连接关系信息表示实体。
- 采用边界表示法定义的实体为有限数量的面的集合，面则由边及顶点加以定义。



# 边界表示

## 1) 用多边形表示物体的边界

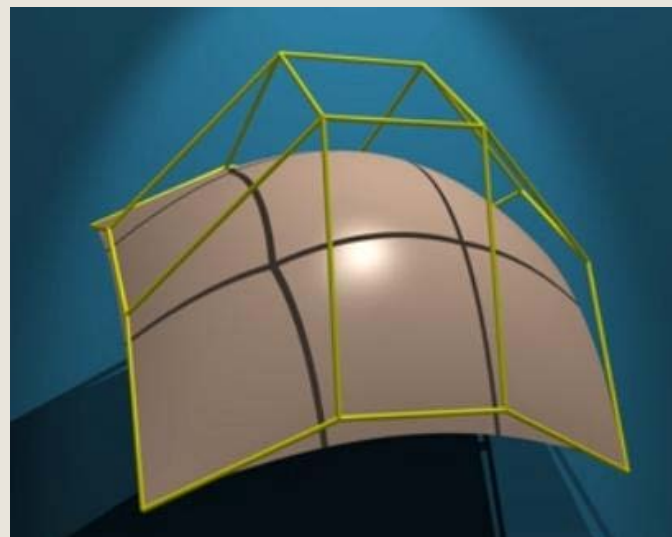
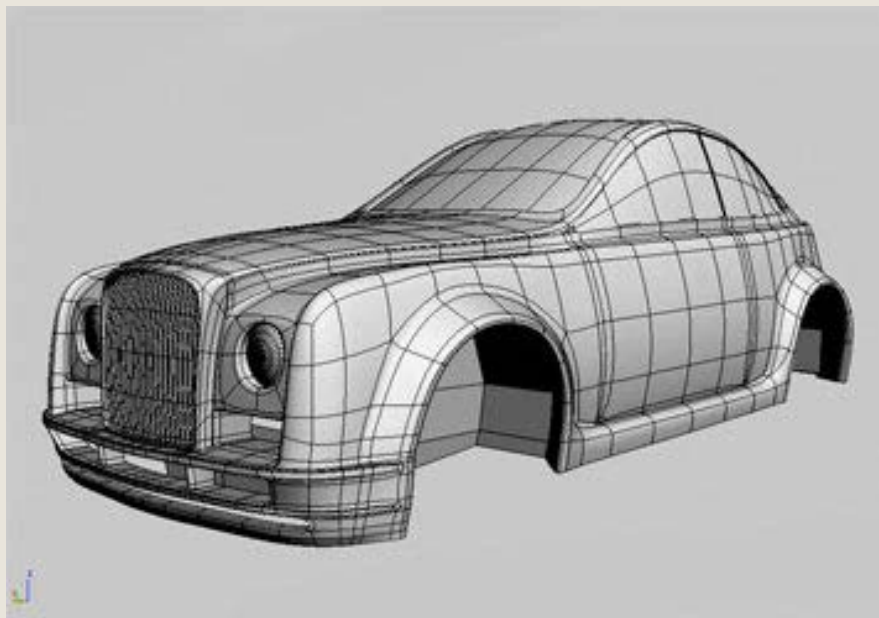
兔子模型由一些三角片拼接构成，这样的模型称为多边形网格模型。



# 边界表示

## 2) 用光滑曲面表示物体的边界

汽车模型由一些弯曲曲面片拼接构成光滑的曲面模型，曲面片由控制网格定义。



# 边界表示

- 边界表示是实体造型的一种重要方法
- 光滑曲面边界表示相对与多边形有很多优点



# 边界表示

- 优点

- 精确表示物体
- 表示覆盖域大，表示能力强
- 容易确定几何元素间的连接关系，几何变换容易
- 显式表示点、边、面等几何元素，绘制速度快

- 缺点

- 数据结构及其维护数据结构的程序复杂
- 需大量的存储空间
- 有效性难以保证



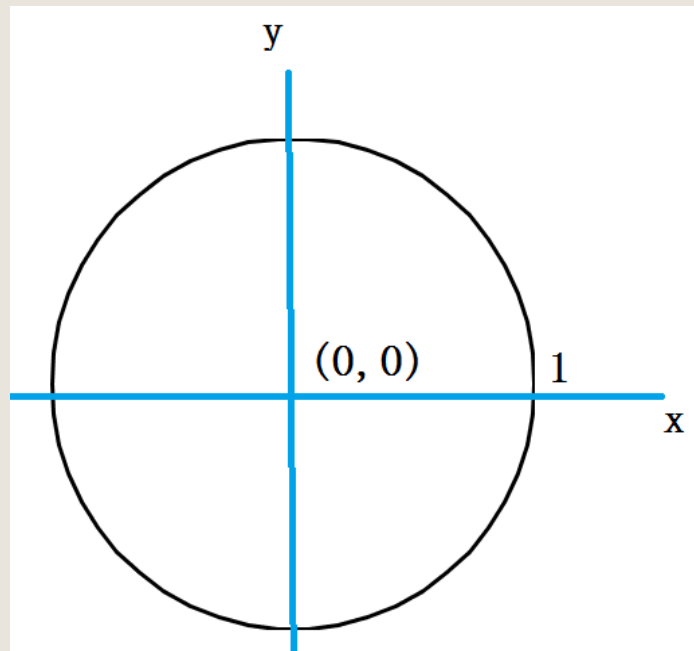
# 隐式表示

- 前面所述方法的特点：直接指定 3 维模型的点的空间坐标。
- 另一类方法不直接指定模型点的坐标，而是用方程的解来表示，这类方法称为隐式表示。

# 隐式表示

- **曲线的隐式表示**

- 方程  $F(x,y)=0$  的解的集合表示的曲线。
- **优点：**通过判断函数  $F(x,y)$  大于、小于或等于零，来判断点落在所表示曲线上或在曲线的内侧或外侧。



用方程  $x^2 + y^2 - 1 = 0$  表示的圆

# 隐式表示

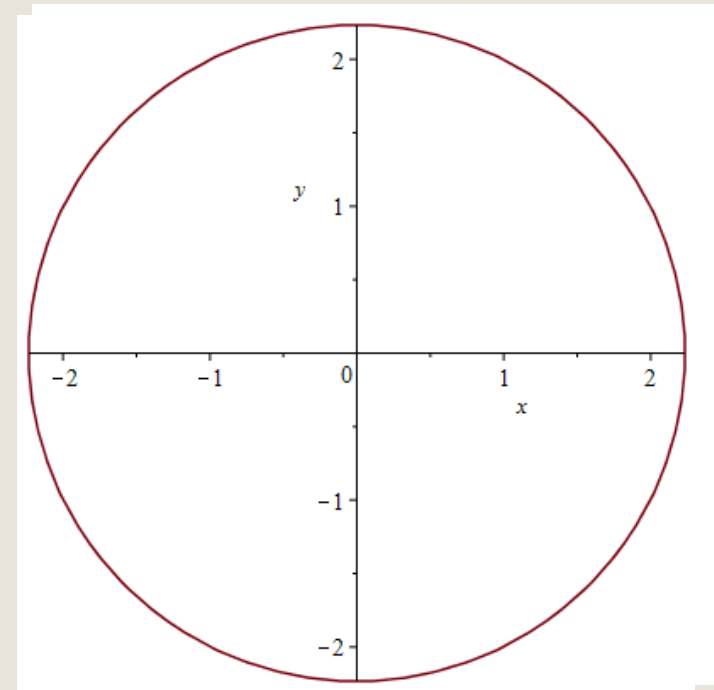
- **隐式曲线定义：**  $\{p=(x,y): F(x,y)=0\}$

➤ **意义是：** 函数  $F(x,y)$  的图与平面  $z=0$  的交线

例子：

函数：  $F(x,y) = x^2 + y^2 - 5$   
的图(Graph)如右图所示

$F(x,y)=0$  定义的曲线是：  
这个图与  $z=0$  的平面的交线



# 隐式表示

## 隐式曲线例子

$$(x^2 + y^2 - 1)^3 - x^2 y^3 = 0$$

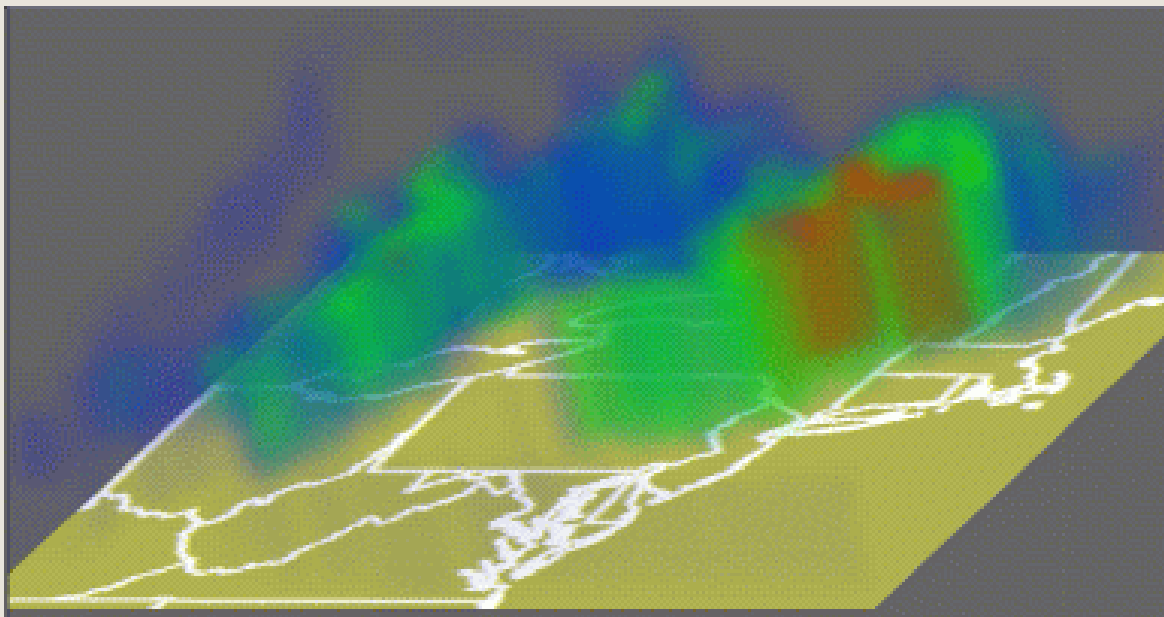


# 隐式表示

## ● 曲面的隐式表示

➤ 定义在3维空间的函数 $F(x,y,z)$ 举例：

- ✓ 空间中每一个点污染物浓度
- ✓ 湖水中每一个点的温度

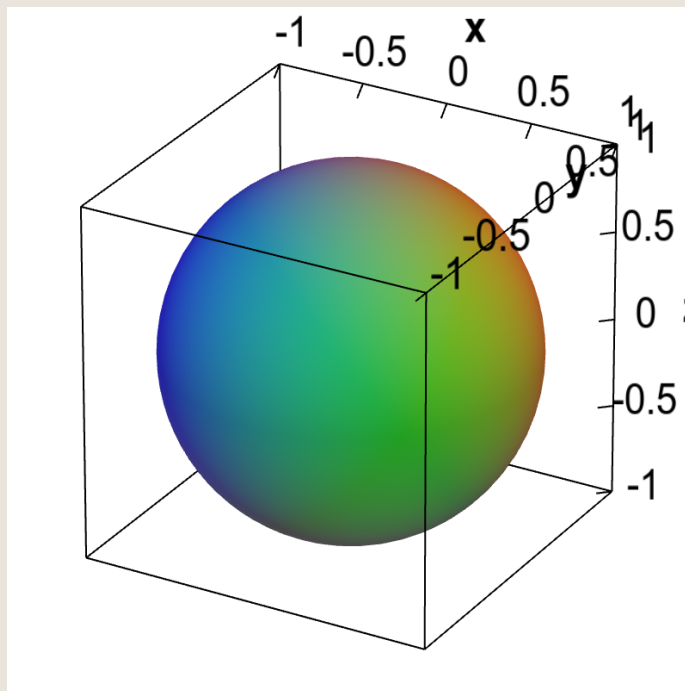


# 隱式表示

- 曲面的隱式表示：方程的解集合

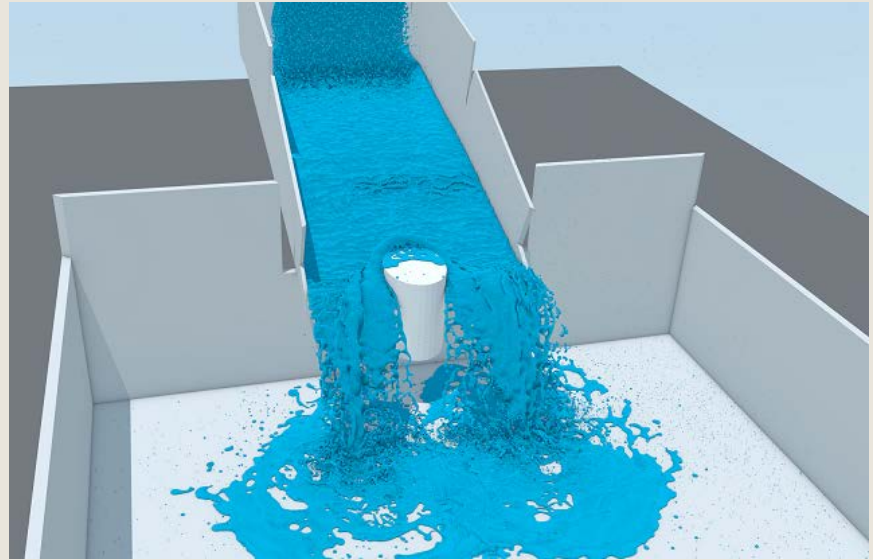
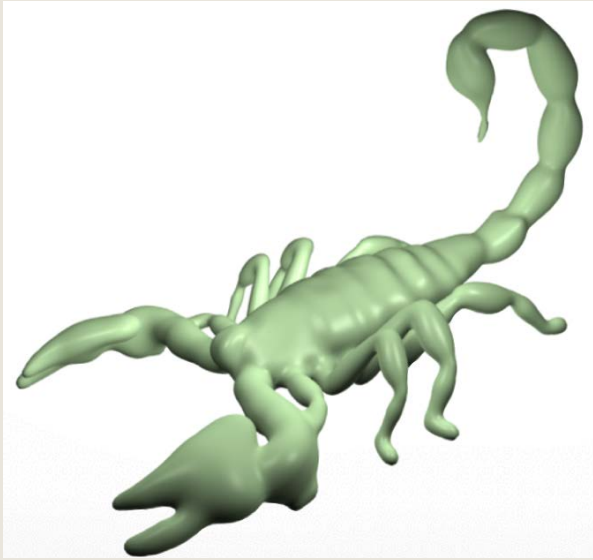
$$\{ p = (x, y, z) : F(p) = 0, p \in R^3 \}$$

➤ 例子：  $F(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 1$



# 隱式曲面

隱式曲面例子：



本章结束



# 隐式表示

- **隐式曲线定义:**  $\{p=(x,y): F(x,y)=0\}$

- **函数 $F(x,y)$ 的图与平面 $z=0$ 的交线**

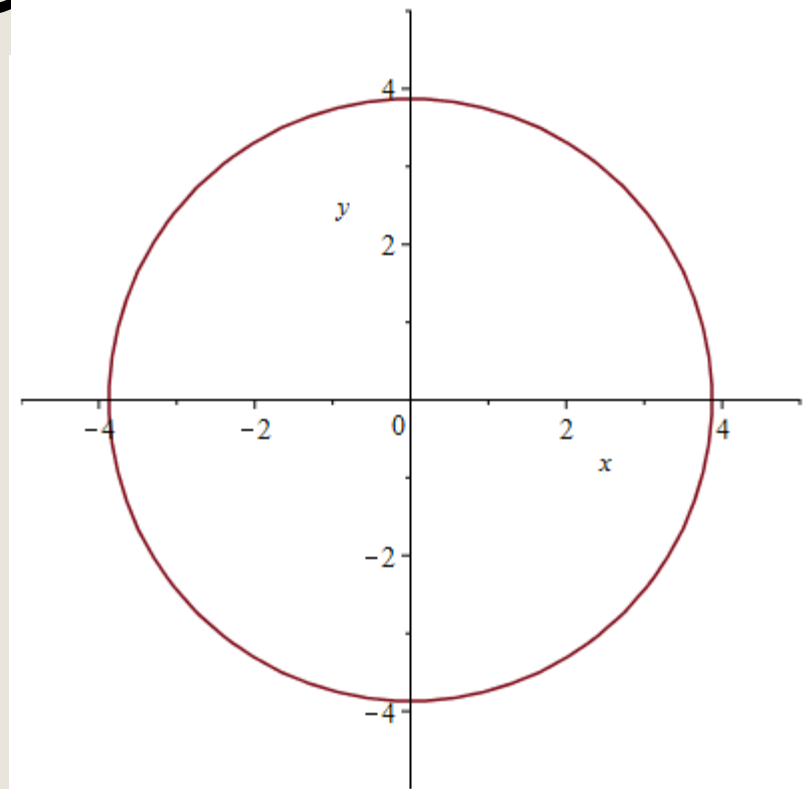
- **等高线:** 函数  $F(x,y)$  的图与平面  $z=w$  的交线称为该函数的一个等高线。

- 同一等高线上的点具有**相同的函数值**。

$$F(x,y)=0$$

$$F(x,y)=3$$

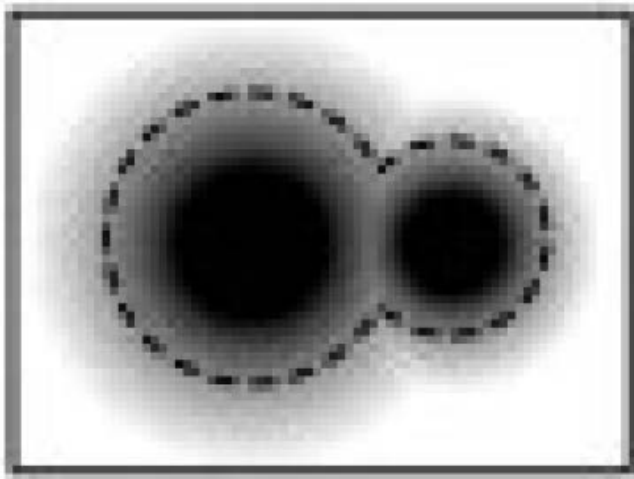
$$F(x,y)=10$$



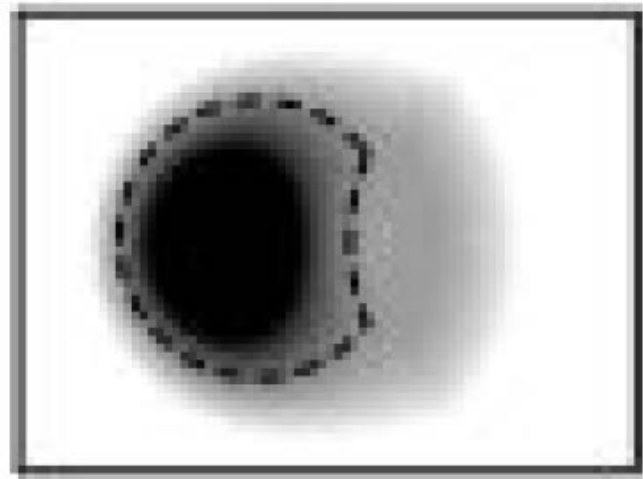
$$F(x,y) = x^2 + y^2 - 5$$

# 隐式曲面的优点:

## (3) 布尔运算简单



Union

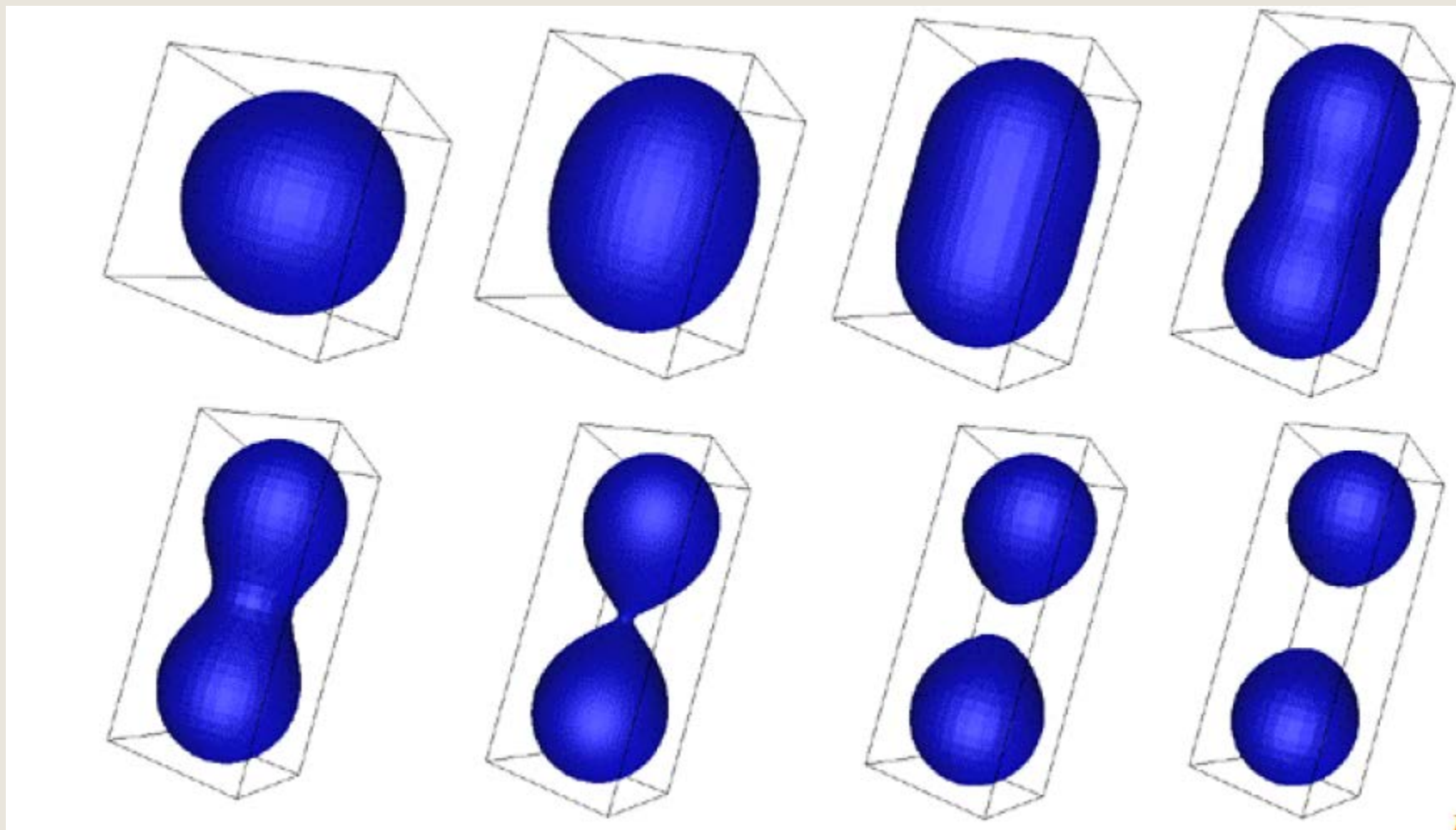


Difference

# 隐式曲面的优点:

## (4) 容易表示曲面拓扑的改变

改变函数的系数，改变曲面的拓扑



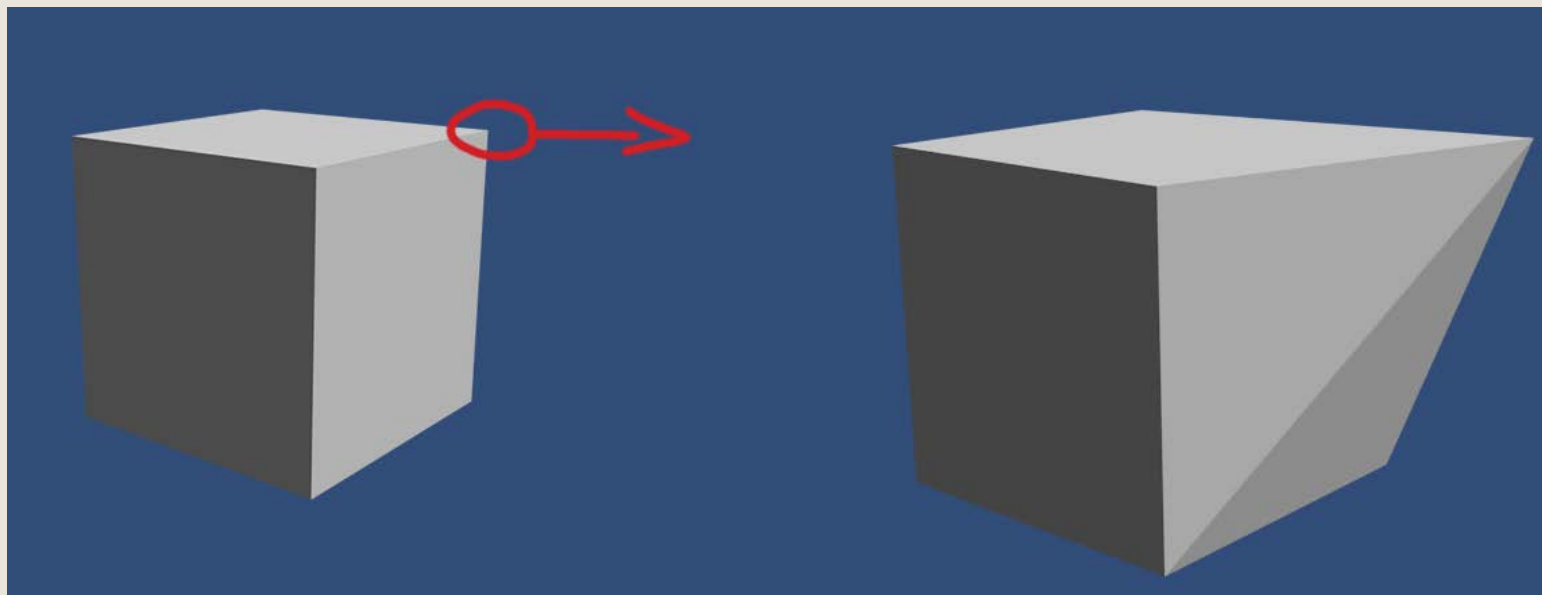
# 隱式曲面的优点:

## (5) 隱式曲面的光滑性高



# 隐式曲面的缺点：

## (1) 隐式曲面缺乏直观的交互控制手段

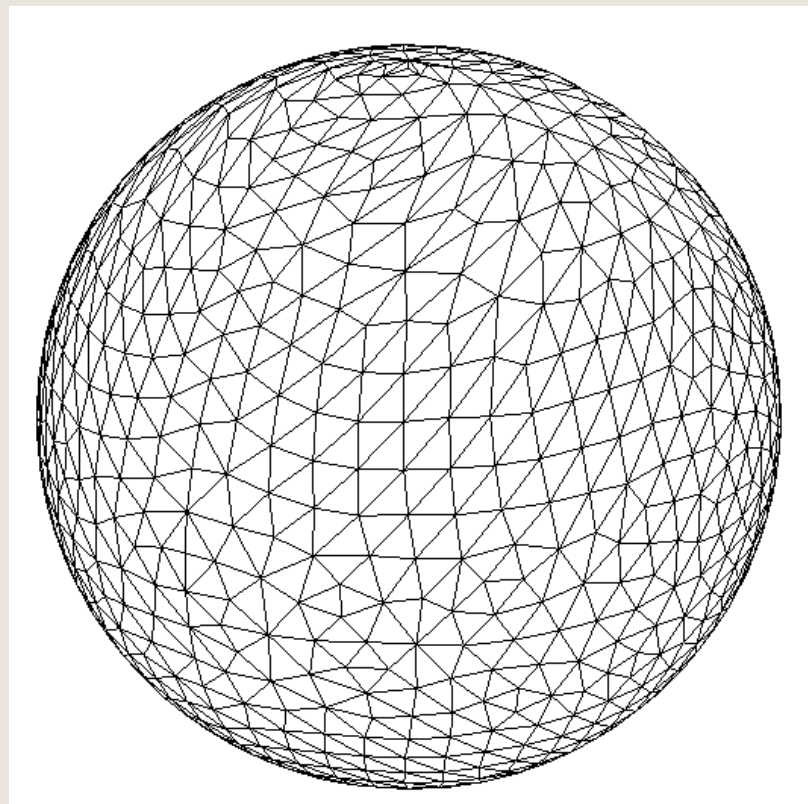


网格曲面的编辑通过网格顶点的控制实现

# 隐式曲面到网格曲面的转化

- 隐式曲面没有表面的直接表示，使得绘制和一些几何处理比较困难
- 转化为表面的网格表示

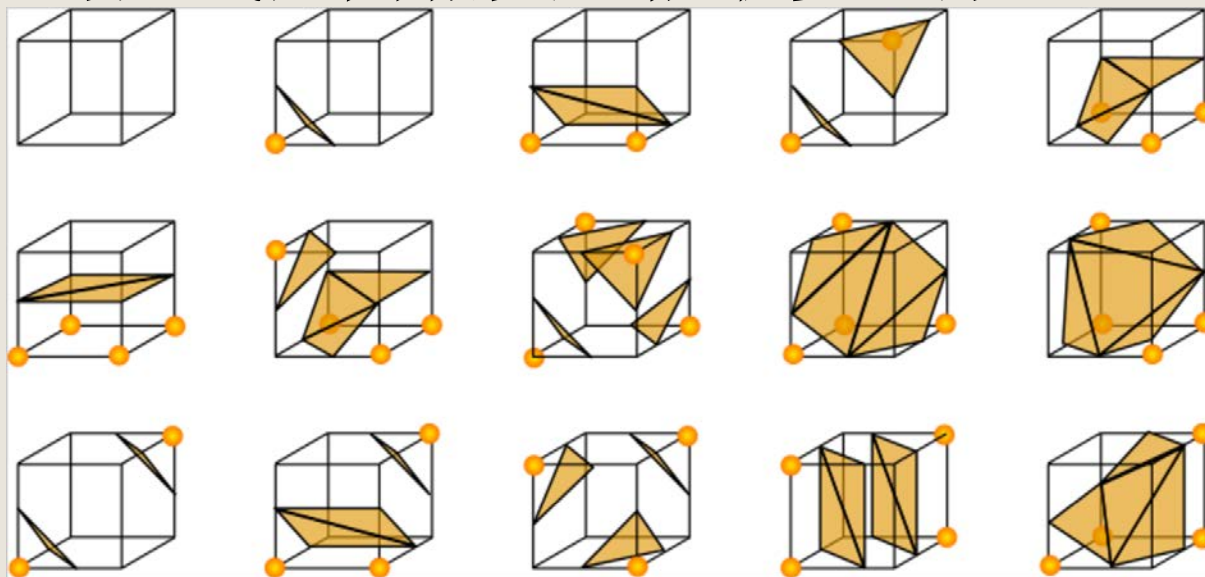
$$x^2+y^2+z^2-R^2=0 \quad \longrightarrow$$



# 隐式曲面到网格曲面的转化

## ● Marching Cubes 算法

1. 将空间划分成立方体格子
2. 容易判断一个顶点是在隐式曲面内部还是外部，并分别标记为  $+$  和  $-$ 。
3. 如果一个立方体的8个顶点中同时含有  $+$  和  $-$ ，说明它与隐式曲面相交，抽取多边形。

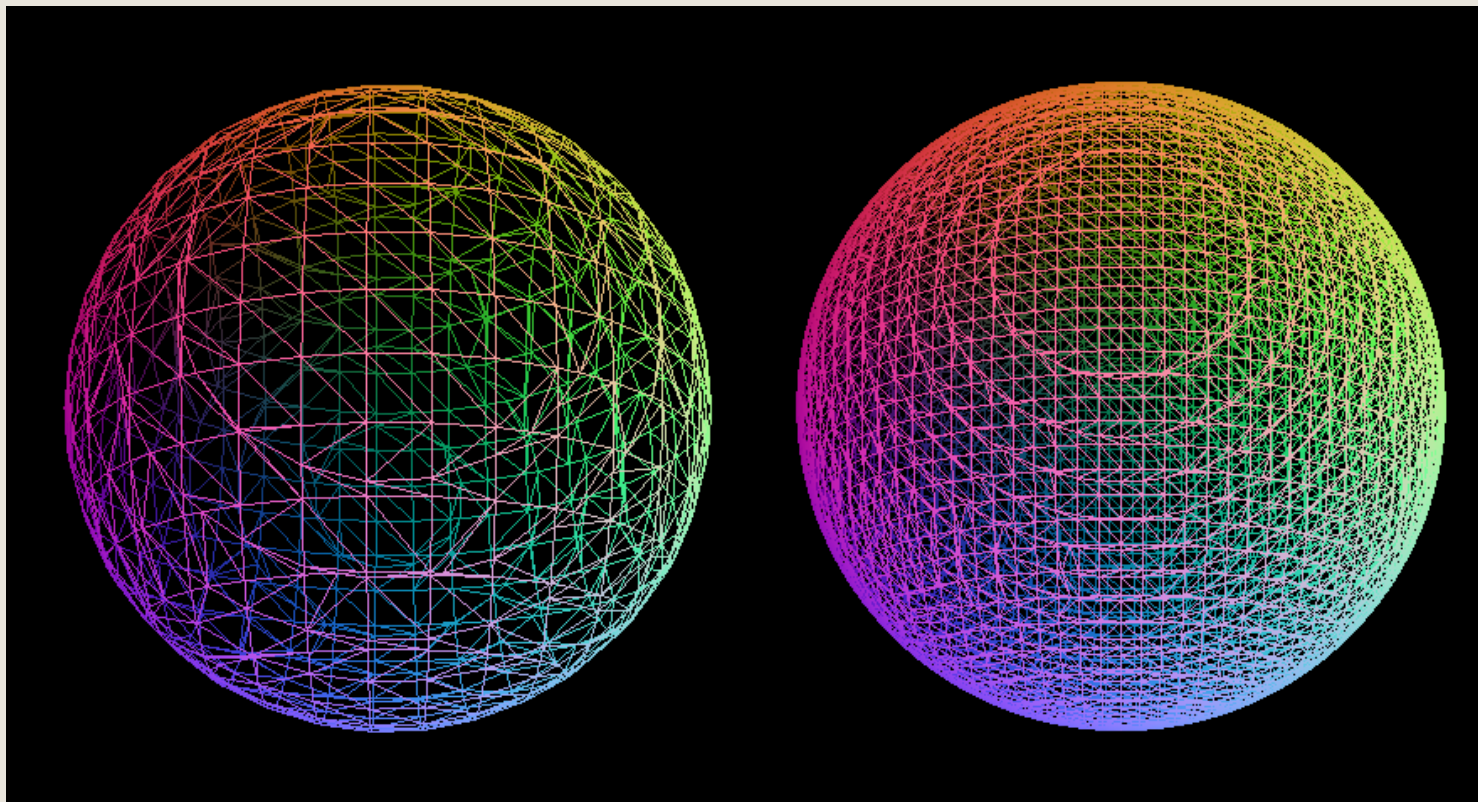




# 隐式曲面到网格曲面的转化

- **Marching Cubes 算法**

2个不同分辨率下的Marching Cubes 结果





# 隐式曲面到网格曲面的转化

## ● Marching Cubes 算法

- ✓ 局部细化的Marching Cubes结果(右图) 和更先进的网格化技术（左图）对比。

