

Pràctica 9: Equació de Poisson

Objectius: Resolució de EDP, equacions el·líptiques, equació de Poisson, equació de la calor

— Nom del programa **P9-18P.f**.

- 1) Escriu un programa per resoldre l'equació de Poisson 2D en una geometria rectangular amb condicions de contorn de Dirichlet,

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \rho(x, y) = 0.$$

Considera per exemple el problema de calcular la distribució estacionària de temperatures en un rectangle de $L_x = 33.5 \text{ cm} \times L_y = 45.5 \text{ cm}$ amb les condicions de contorn, $T(0, y) = 17^\circ\text{C}$, $T(x, L_y) = 11.2^\circ\text{C}$, $T(L_x, y) = 25.3^\circ\text{C}$ i $T(x, 0) = 0.5^\circ\text{C}$. Utilitza $h = 0.5 \text{ cm}$.

Com a font de calor considera $\rho(x, y) = \rho_1(x, y) + \rho_2(x, y) + \rho_3(x, y)$:

- El primer escalfa en una circumferència, centrada al punt $(8, 22.5) \text{ cm}$, modelat com, $\rho_1(x, y) = \rho_{1,0} e^{-(r-5)^2/0.3^2}$ amb $r = \sqrt{(x-8)^2 + (y-22.5)^2}$ i $\rho_{1,0} = 10 \text{ }^\circ\text{C}/\text{cm}^2$.
- El segon fogó escalfa en un rectangle de $4 \text{ cm} \times 6 \text{ cm}$ centrat a $(x, y) = (20, 32) \text{ cm}$, dins del rectangle $\rho_2(x, y) = 3 \text{ }^\circ\text{C}/\text{cm}^2$, mentre que fora és $\rho_2(x, y) = 0 \text{ }^\circ\text{C}/\text{cm}^2$.
- El tercer és un fogó model·lat com a, $\rho_3(x, y) = \rho_{3,0} e^{-(r-4)^2/0.8^2}$ amb $r = \sqrt{(x-22)^2 + (y-10.5)^2}$ i $\rho_{3,0} = 6 \text{ }^\circ\text{C}/\text{cm}^2$.

- 2) Programa els mètodes de Gauss-Seidel i de sobrerelaxació, amb una variable **icontrol** per a seleccionar el mètode emprat.
- 3) Estudia la convergència de la temperatura en el punt $(x, y) = (15.5, 23.5)$ amb els 2 mètodes, fes una figura **P9-18P-fig1.png** comparant els mètodes, mostrant la dependència amb els valors inicials utilitzats, per exemple, $T_{\text{interior}} = 10, 120, 1040 \text{ }^\circ\text{C}$. Pel cas de sobrerelaxació considera $\omega = 1.35$.
- 4) Genera una figura 2D amb el mapa de temperatures calculat, **P9-18P-fig3.png**.
- 5) Genera una figura 2D amb el mapa de temperatures calculat pel cas sense cap font de calor, **P9-18P-fig4.png**.

Entregable: **P9-18P.f**, **P9-18P-fig1.png**, **P9-18P-fig2.png**, **P9-18P-fig3.png**, **P9-18P-fig4.png**