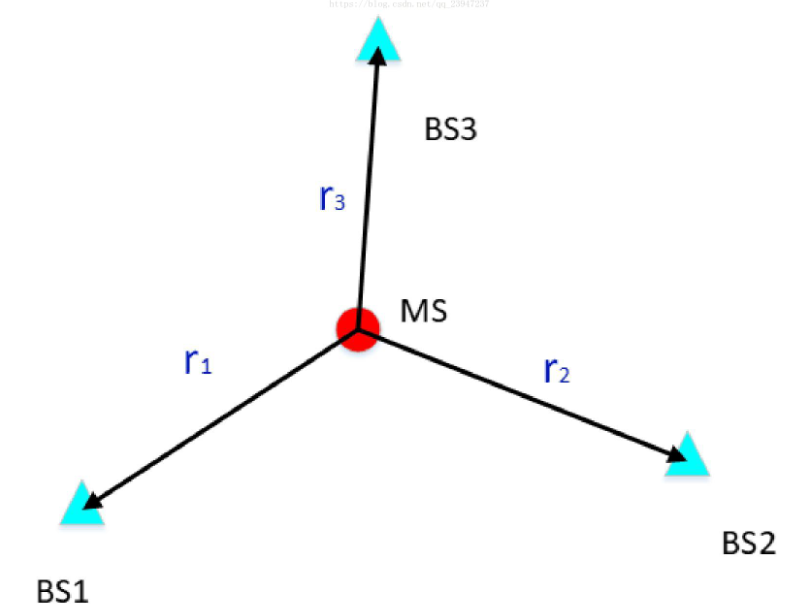
# CHAN定位算法详解

TDOA，the time differnces of arrival，到达时间差。

Chan 算法是非递归双曲线方程组解法，具有解析表达式解。其主要的特点为在测量误差服从理想高斯分布时，它的定位精度高、计算量小，并且可以通过增加基站数量来提高算法精度。该算法的推导的前提是基于测量误差为零均值高斯随机变量，对于实际环境中误差较大的测量值，比如在有非视距误差的环境下，该算法的性能会有显著下降。Chan 算法在考虑二维的情况下，可分为只有三个 BS 参与定位 和 三个以上 BS 定位两种。

1.三站定位



TDOA至少需要三个已知坐标位置的基站，通过获取不同基站之间的信号传送时间差来定位。假设三个基站坐标分别为，以第一个基站为标准，分别得到第二个基站与第一个基站的时间差，第三个基站与第一个基站的时间差，信号时间差乘以电磁波传播速度，得到距离差和，距离差是已知常量。当我们忽略实际情况中存在的信号误差，TDOA实际上归结求解两根双曲线的交点。

利用换元法：

其中,

记, ,,则有：

整理(2)式可得：

(3)式两边同时加上得：

(4)式左边整理可得：

将代入(4)式的右边得：

由(5)=(6)可得：

由有

进而得到：

令,*,,*,由(9)式可得：

令,故有,即有：

故有：

整理上式右边可得：

令,

,

,

那么(13)可写成：

利用求根公式得：

若解不存在则说明方程无解，若存在模糊解则根据先验信息进行取舍，在得到后，将其代入(10)式即可求得到.

2.多个基站

当基站的数量大于3个的时候，TDOA方程的数量多余未知数的数量，此时方程是超定的，由于测量误差存在，找不到一个解可以满足所有方程，为了利用多个基站的数据，采用WLS(加权最小二乘估计)来估计得到一个最佳解来满足方程组。令

,先不考虑它们之间的关系，假设它们线性无关。那么由(7)式可得：

记 and ,可得代表groundturth。

考虑到TDOA测量误差(即),误差向量为：

补充知识：

关于最小二乘法

为保证参数估计量具有良好的性质，通常对模型有若干基本假设。这些假设和采用的估计方法密切相关。

1. **普通最小二乘法**(ordinary least squares,OLS)

线性回归模型为,模型的基本假设有：

假设1：解释变量是确定性变量，不是随机变量。

假设2: 随机误差项e具有零均值、同方差和不相关性。

假设3：随机误差项与解释变量之间不相关

假设4：e服从零均值、同方差、零协方差的正态分布：

满足上述假设那么可使用**高斯-马尔克夫定理**：

当出现异方差，即,不满足上述定理，OLS估计量虽然具有无偏性，但是不具有效性。

1. **加权最小二乘法**

所谓最小二乘法，广泛运用于数据拟合的求解方法，优化思路是使得估计误差(residual,R)的平方和最小化。加权最小二乘法考虑到某些观测值具有更高的权重(如误差习)，则问题转化为.最普通的最小二乘法的回归模型，满足上述的高斯-马尔克夫定理时，即可通过对求导，得到估计值：

此时残差项e的方差不再是已知的，且不再是互不相关的，即。用WLS改进原模型，使之不存在异方差即,因此有:

加权最小二乘法，就是对上述的取对角阵，而这个对角阵的对角元都是常数，也就是权重的倒数，如下：

权重的选取原则是：对于较大的残差赋予较小的比重，反之赋予较大的权重。令表示权重矩阵。令表示给个元素开根号后的矩阵。那么此时改变回归模型：

此时，(22)右侧模型满足OLS的条件，所以可以得到的估计值为：

首先要解决未知的问题。

利用上述模型来考虑(18)式，由文献表明，.

其中的分量表示时延误差，的均值为0，协方差矩阵为.是信号传播速度。由于在实际情况下满足,因此忽略上式中的第二项，则误差变成高斯随机向量，由于(18)式服从均值为0的高斯随机分布，故结合(18)式和(23)式，得到的估计值：

都是已知量，此时的问题在于求.

假设有个BS,那么误差的协方差矩阵为：

其中,。由于中包含MS到BS的距离，是未知量。**如果基站与源很远很远**，那么可以合理近似(常数)，即有

,则,有论文指出的缩放不影响结果，因此我们可以近似得到估计值：

如果基站与源比较近，那么则将用(26)式计算得到的代入到时差方程(1)中重新估计,然后利用(25)得到,再代入式(24)得到在忽略元素之间关系(认为互相独立)下的计算结果。

这时求得的是假设各元素相互独立求得的结果，实际上之间存在约束关系，用近似代替误差矢量的协方差矩阵会带来一定的误差。为了进一步得到更加精确的定位结果，可以接着进行第二次WLS估计。注意到与之间存在约束关系:

那么可以利用这个关系来进一步提高估计的进度！假设TDOA的测量噪声足够小且满足均值为零的高斯随机分布，那么此时是一个随机向量，其均值为真值，它的元素如下：

注意计算出来的量当做常量处理，此时由第一次WLS估计得到了，但真值是未知的确定值，我们现在就是要利用第一次WLS的结果和(27)式对真值做进一步精确估计。

构造矩阵,分别为：

新的误差矢量表明了矢量的不准确性，利用(29)进一步计算其各分量：

当较小时，(30)近似成立。现在只考虑近似后的矢量,计算的协方差矩阵：

将(30)代入(31)yield：

其中,此时得到了近似的协方差矩阵.误差为高斯随机向量，利用(23)式的方法进行估计：

上式中，是已经计算得到的，是未知的,下一步来计算。

首先计算估计的协方差矩阵,采用**一阶扰动方法计算和保留线性扰动分量**，由(17)式可知包含随机变量 ,设其真值分别为,则有,且由(17)式可得,将其代入(18)式可得：

记(28)式为,结合(24)式有：

保留一阶扰动分量，并略去高阶扰动量，结合公式和(34)，并利用(25)式得到和的协方差矩阵表达式：

其中,都是常量矩阵，此时我们得到了的协方差矩阵,然后回到(32)式，发现协方差矩阵中包含未知的真值，因此不能直接利用(33)式求解，先利用第一次WLS得到(24)式的估计值来近似计算，然后将代入(32)式中得到,进而代入(33)式求解得到,其中在中未知的用(17)式中的近似代替。

具体而言，考虑两种情况：

1.考虑源距离很远的情况下：。利用(25)式有,由(37)式近似可得。

(个人觉得应该是,因为故有利用，不过由于在后续计算中舍弃了常数项，因此这点不重要)

结合(32)式可得：

顺便给出的协方差矩阵(省略了计算过程)为：

综上，可得估计的位置坐标,结合公式(29)可以得到：

由(40)可以得到两个解，根据先验信息对解进行取舍可消除解的模糊性。下面给出的协方差矩阵（省略计算过程）：

其中 。

2.对于源距离较近的情况

先利用第一次WLS得到(24)式的估计值来近似计算，然后将代入(32)式中得到,进而代入(33)式求解得到,其中在中未知的用(17)式中的近似代替。

总结

上述两次WLS的前提是TDOA测量误差服从均值为零的高斯分布，结果如下：

1. 远距离节点的定位公式：

2.近距离节点的定位公式