Statistic Theory of Passive Location System无源定位系统统计理论

概述：分析了双曲线定位系统和方向角定位系统的主要算法实现以及性能。

**Part 1估计方法：**

设X的分量是待估计的位置坐标(2维或者3维)和其他参数(比如说辐射发生时间)，在不同地点测量的到.在不存在随机误差的时，(一个已知函数)，在误差存在时有：

将上面个方程写成N维列向量的形式：

其中假设测量误差n是一个多元随机向量，并有的正定协方差矩阵：

如果假设是一个未知非随机的向量，是服从均值为0的高斯分布，那么在条件下的关于的条件密度分布是：

-1表示求逆，|N|代表求行列式。的极大似然估计是指取值将公式4取最大值。定义:

最小化是确定估计量的合理判据，即使在额外误差不能假设为高斯分布。这种情况下，估计结果被称为最小二乘估计，并且被看做是一个加权系数矩阵。

通常情况下,是一个非线性向量函数。为了确定一个合理并且简单的估计，可以将在一个特定参考点出做泰勒展开并且保留前两项，得到：

G是阶偏导矩阵：

该矩阵的每行分量的一个梯度向量。向量可以是由估计过程的先前迭代确定的x的估计值，也可以是先验信息确定的。下面分析过程中，我们假设是足够靠近的。

结合（5）和（6）可以得到：

其中

为了确立条件使得最小化从而得到估计量，计算的梯度

为了解得使.从定义中，是一个对称矩阵，所以有.由,可以得到,这表明是一个对称矩阵，因此有：

我们假设矩阵是非奇异的。那么(11)式的解是：

用(12)式将(8)式改写为：

上式中仅第一项依赖于，由于矩阵是对称正定矩阵，它的特征值为正。若,那么.因此如果是矩阵关于特征值的特征向量，那么e也是矩阵关于特征值，由于是对称且正定的并且它的特征值为正，那么也是正定的。因此，当时, 有最小值。此时的估计量被称为线性化最小二乘估计。

将(2)式带入(12)中并整理，可以将写成：

说明线性化误差和噪声会影响估计量的误差。定义估计量的偏移为。利用(14)式，可以得到:

若是线性的，如(6)所示，那么.那么最小二乘估计是无偏的。如果测量中存在系统误差，那么.为了减小系统误差导致的估计量偏移。那么应该通过系统校准使得每个的大小减小。如果某些是各种参数的已知函数并且是足够大的。这些参数能够构成的分量，并与x的其他分量一起估计。可以通过保留关于泰勒展开式的二次项，来估计非线性因素导致的估计偏移。

让代表着的协方差矩阵，并利用(14)式可得：

的对角线元素是估计量的各分量的方差，由于是(12)给出的估计量的一部分，所以可以同时计算估计量和协方差。若符合均值为0的高斯分布，那么线性化模型的最大似然估计、最小二乘估计量以及最小方差无偏估计量相同。

假设测量误差向量包含了所有误差的贡献，包括系统或者物理参数中的不确定性，如台站坐标或者传播速度。如果 是这些参数的矢量，那么测量向量通常可以表示为：

其中是一个向量函数，是与的不确定性无关的因素导致的随机误差。假设是的近似值，那么通过泰勒展开有：

其中是的导数矩阵在处的取值。对比(2)式有：

如果是非随机的，那么参数的不确定性最终导致最小二乘估计偏移。如果是随机的，那么方差和偏差可能会受到影响。

任何先验信息都可以通过几种方式合并到估计过程中。它可以用来为最小二乘估计器的第一次迭代选择一个精确的参考点。如果已知发射机位于某一区域内，但估计位置在该区域之外，则逻辑过程是将估计更改为最接近原始估计的区域内的点。如果能够指定发射机位置的先验分布函数，就可以确定贝叶斯估计量.

如果采取一系列测量，位置估计可以不断地改进。如果连续的测量值不相关，则可以结合新的测量值和旧的估计值来确定新的最小二乘估计值。由于测量数据不必在处理后存储，因此有时可以节省大量的计算时间.