诚信保证

本人知晓我校考场规则和违纪处分条例的有关规定，保证遵守考场规则，诚实做人。 本人签字：__________

编号：__________

西北工业大学考试试题（卷）

2014 －2015 学年第 一 学期

成绩	

开课学院____理学院____ 课程____线性代数____ 学时__40__

考试日期__2014 年 11 月 14 日__ 考试时间__2__小时 考试形式（开/闭）（A/B）卷

考生班级		学 号		姓 名	

题 号	一	二	三	四	五	六	七	八
得 分								

一、(每小题 3 分共 24 分)选择填空：

1．设 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 均为 3 维列向量，记矩阵

$$\boldsymbol{A}=(\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3)，\ \boldsymbol{B}=(\boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\alpha}_2+\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_1+2\boldsymbol{\alpha}_2+4\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_1+3\boldsymbol{\alpha}_2+9\boldsymbol{\alpha}_3)$$

如果 $\det\boldsymbol{B}=-10$，则 $\det\boldsymbol{A}=$________.

2．设方阵 $\boldsymbol{A}$ 满足 $2\boldsymbol{A}^2+12\boldsymbol{A}-25\boldsymbol{E}=\boldsymbol{O}$，则 $(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{E})^{-1}=$__________________.

3．设 $\boldsymbol{A}$ 为 3 阶方阵，将 $\boldsymbol{A}$ 的第 1 列与第 2 列交换得到矩阵 $\boldsymbol{B}$，再把 $\boldsymbol{B}$ 的第 2 列加到第 3 列得到矩阵 $\boldsymbol{C}$，则满足 $\boldsymbol{AQ}=\boldsymbol{C}$ 的矩阵 $\boldsymbol{Q}=\begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$.

4．设 $\boldsymbol{A}$ 是 $m\times n$ 矩阵，$\boldsymbol{B}$ 是 $n\times m$ 矩阵，$\boldsymbol{E}$ 是 n 阶单位矩阵．若 $\boldsymbol{BA}=\boldsymbol{E}$，则________.

(A) $\operatorname{rank}\boldsymbol{A}=\operatorname{rank}\boldsymbol{B}=m$.　(B) $\operatorname{rank}\boldsymbol{A}=m$，$\operatorname{rank}\boldsymbol{B}=n$.

(C) $\operatorname{rank}\boldsymbol{A}=\operatorname{rank}\boldsymbol{B}=n$.　(D) $\operatorname{rank}\boldsymbol{A}=n$，$\operatorname{rank}\boldsymbol{B}=m$.

5．设矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} a & b & b\\ b & a & b\\ b & b & a\end{pmatrix}$，且 $\boldsymbol{A}$ 的伴随矩阵 $\boldsymbol{A}^*$ 的秩为 1，则必有________.

(A) $a\neq b$ 且 $a+2b=0$.　(B) $a\neq b$ 且 $a+2b\neq 0$.

(C) $a=b$ 且 $a+2b=0$.　(D) $a=b$ 且 $a+2b\neq 0$.

6．设向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_4$ 线性无关，则由向量组 $\boldsymbol{\beta}_1=\boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\alpha}_2$，$\boldsymbol{\beta}_2=\boldsymbol{\alpha}_2+\boldsymbol{\alpha}_3$，$\boldsymbol{\beta}_3=\boldsymbol{\alpha}_3+\boldsymbol{\alpha}_4$，$\boldsymbol{\beta}_4=\boldsymbol{\alpha}_4+\boldsymbol{\alpha}_1$ 生成的向量空间的维数为________.

7．设 $\boldsymbol{A}$ 是 n 阶实对称矩阵，$\boldsymbol{P}$ 是 n 阶可逆矩阵，n 维列向量 $\boldsymbol{\alpha}$ 是 $\boldsymbol{A}$ 的属于特征值 λ 的特征向量．则矩阵 $(\boldsymbol{PAP}^{-1})^{\mathrm{T}}$ 属于特征值 λ 的特征向量是________．

(A) $\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{\alpha}$．　(B) $\boldsymbol{P}\boldsymbol{\alpha}$．　(C) $\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\alpha}$．　(D) $(\boldsymbol{P}^{-1})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\alpha}$．

8．若实对称矩阵 $\boldsymbol{A}$ 与矩阵 $\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&2\\0&2&0\end{pmatrix}$ 合同，则二次型 $f=\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}$ 通过可逆线性变换 $\boldsymbol{x}=\boldsymbol{P}\boldsymbol{y}$ 化成的规范形为________________．

二、(10 分)计算 n 阶行列式

$$D_n=\begin{vmatrix}1+a_1&2&3&\cdots&n\\1&2+a_2&3&\cdots&n\\1&2&3+a_3&\cdots&n\\\vdots&\vdots&\vdots&&\vdots\\1&2&3&\cdots&n+a_n\end{vmatrix}\qquad(\text{其中 } a_1a_2\cdots a_n\neq 0)$$

三、(10 分) 设 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$，且 $\boldsymbol{A}^*\boldsymbol{X}(\frac{1}{2}\boldsymbol{A}^*)^*=8\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{X}+4\boldsymbol{E}$，其中 $\boldsymbol{A}^*$ 为 $\boldsymbol{A}$ 的伴随矩阵，$\boldsymbol{E}$ 是 2 阶单位矩阵，求矩阵 $\boldsymbol{X}$.

四、(15 分) λ 取何值时，线性方程组

$$\begin{cases}(2\lambda-2)x_1-x_2+(\lambda-2)x_3=2\lambda-1\\3x_1+(1-\lambda)x_2+3x_3=-\lambda\\(\lambda-2)x_1+(\lambda-1)x_2+(\lambda-2)x_3=\lambda\end{cases}$$

有唯一解、无解、无穷多解?在有无穷多解时，求通解.

五、(10 分) 已知 4 维向量空间 $\mathbf{R}^4$ 的两组基 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_4$ 和 $\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\beta}_2,\boldsymbol{\beta}_3,\boldsymbol{\beta}_4$ 满足

$$\boldsymbol{\alpha}_1=3\boldsymbol{\beta}_1+\boldsymbol{\beta}_2,\quad \boldsymbol{\alpha}_2=5\boldsymbol{\beta}_1+2\boldsymbol{\beta}_2,\quad \boldsymbol{\alpha}_3=2\boldsymbol{\beta}_3-5\boldsymbol{\beta}_4,\quad \boldsymbol{\alpha}_4=-3\boldsymbol{\beta}_3+8\boldsymbol{\beta}_4$$

1) 求由基 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_4$ 到基 $\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\beta}_2,\boldsymbol{\beta}_3,\boldsymbol{\beta}_4$ 的过渡矩阵 $\boldsymbol{C}$；

2) 求向量 $\boldsymbol{\beta}=2\boldsymbol{\beta}_1+\boldsymbol{\beta}_2-\boldsymbol{\beta}_3+3\boldsymbol{\beta}_4$ 在基 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_4$ 下的坐标.

六、(10 分) 设$\boldsymbol{\alpha}_1$和$\boldsymbol{\alpha}_2$分别是n阶方阵$\boldsymbol{A}$对应特征值 1 和 2 的特征向量，又设向量$\boldsymbol{\alpha}_3$满足$\boldsymbol{A}\boldsymbol{\alpha}_3=\boldsymbol{\alpha}_2+2\boldsymbol{\alpha}_3$．证明：向量组$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$线性无关.

七、(15 分) 已知二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+5x_2^2+x_3^2-2x_1x_2+2tx_1x_3+4x_2x_3$.

1) 问 t 取何值时，该二次型是正定的；

2) 取 $t=0$，试用正交变换化相应的二次型为标准形，并写出所用的正交变换；

3) $t=0$ 时， $f=1$ 表示何种二次曲面?

八、(6 分)设 $\boldsymbol{A}$ 为 $m\times n$ 实矩阵，证明：$\operatorname{rank}(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A})=\operatorname{rank}\boldsymbol{A}$.