Nama : Faiq Mananul Faqih
NIM : 5312922006
Prodi : Teknik komputer

Filter IIR dan FIR

• Filter

Filter adalah suatu sistem linear dan invarian waktu, dimana invarian waktu berarti respon suatu sistem tidak berubah seiring pergeseran waktu. Artinya jika sistem diberikan input yang sama pada waktu yang berbeda, outputnya akan sama.
Sehingga memenuhi sifat-sifat berikut :
Jika $F(x(n))$ adalah fungsi filter sinyal masukan (n), maka mempunyai :
Linearitas untuk 2 sinyal, $x_1(n)$ dan $x_2(n)$

$$F(x_1(n) + x_2(n)) = F(x_1(n) + x_2(n))$$

$$F(a \cdot x(n)) = a \cdot F(x(n))$$

Yang berarti kita dapat "mengeluarkan" jumlah dan faktor dari fungsi.
Invariansi waktu : jika

$$y(n) = F(x(n))$$

maka untuk delay dari n_0

$$y(n+n_0) = F(x(n+n_0))$$

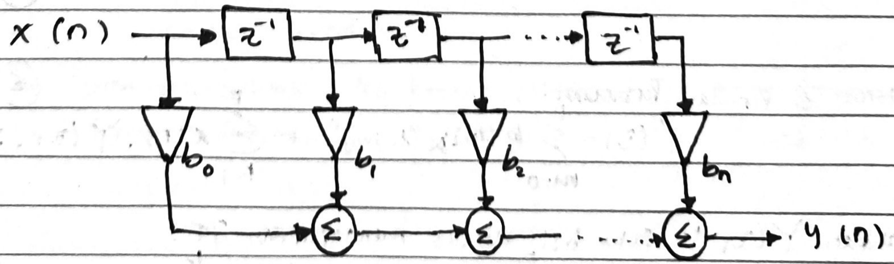
Artinya fungsi akan sama, walaupun waktunya berbeda.

• FIR Filter

Finite Impulse Respon (FIR) memiliki persamaan perbedaan, dengan $x(n)$ masukan dari filter dan $y(n)$ keluaran. Sebagai berikut :

$$y(n) = \sum_{m=0}^{L} b(m)\, x(n-m)$$

Bahwa ini merupakan konvolusi sinyal $x(n)$ dengan $b(n)$. $b(m)$ adalah koefisien filter atau respon impulse. Biasa disebut dengan "taps", karena dipandang sebagai garis tunda.
Bentuk diagram blok FIR Filter :



Blok dengan z^{-1} diimplementasikan dengan penundaan sebesar interval pengambilan sampel, bukan perkalian dengan z seperti yang dilakukan di domain z.
Setelah blok penundaan z^{-1} kita mempunyai $x(n-1)$, setelah blok penundaan kedua kita mempunyai $x(n-2)$ dst. Setiap blok penundaan "menyimpan" nilai dari kiri sebesar satu sampel siklus jam, dan melepaskannya ke kanan pada siklus jam sampel berikutnya.
Oleh karena itu dilakukan menunda sampel sebanyak 1 siklus jam sampel.

Transformasi Z dari Persamaan selisih konvolusi:

$$y(n) = \sum_{m=0}^{L} b(m)\, x(n-m)$$

Menggunakan linearitas Z transform:

$$Y(z) = \sum_{m=0}^{L} b(m).z^{-m}.X(z) = X(z) . \sum_{m=0}^{L} b(m).z^{-m}$$

lalu hitung transfer function, yaitu output dibagi input:

$$H(e^{j\Omega}) = \sum_{m=0}^{L} b(m).e^{-j\Omega m}$$

karena $e^{j\Omega}$ bilangan kompleks, respon frekuensi H juga kompleks. Sehingga bilangan kompleks untuk setiap frekuensi Ω. Biasanya diplot sebagai magnitudo dan frekuensi. Besarannya mengetahui redaman pada setiap frekuensi, dan fase pergeseran fasanya untuk setiap frekuensi.

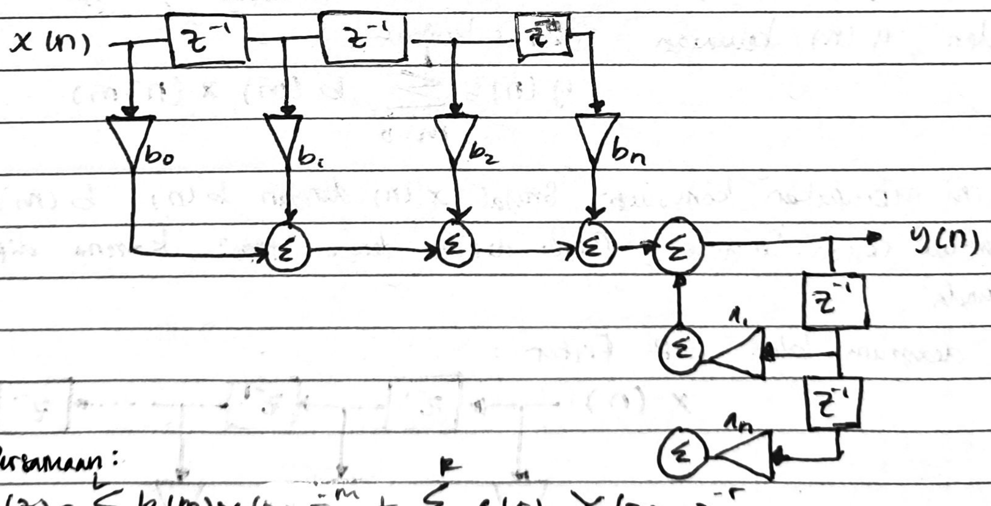
- IIR Filter

Perbedaan Persamaannya:

$$y(n) = \sum_{m=0}^{L} b(m).x(n-m) + \sum_{r=1}^{R} a(r).y(n-r)$$

Disini terdapat 2 konvolusi. feedback dimulai dengan penundaan r=1. Hal ini karena kita ingin menghindari apa yang disebut perulangan tanpa penundaan. Nilai y(n) tidak dapat digunakan sebelum menghitungnya.

Diagram bloknya:



Transform Z Persamaan persamaan:

$$Y(z) = \sum_{m=0}^{L} b(m)X(z).z^{-m} + \sum_{r=1}^{R} a(r).Y(z).z^{-r}$$

Pindahkan Y(z) ke satu sisi untuk mendapatkan TF:

$$Y(z)\left(1 - \sum_{r=1}^{R} a(r).z^{-r}\right) = X(z).\sum_{m=0}^{L} b(m).z^{-m}$$

TF ditemukan:

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum_{m=0}^{L} b(m).z^{-m}}{1 - \sum_{r=1}^{R} a(r).z^{-r}}$$

Dengan menggunakan Transfer Function kita dapat memperoleh informasi kestabilan sistem.

• Kombinasi FIR - IIR Struktur Menggunakan Python.

Karena "delay" adalah operasi linear, maka kita bisa menggesernya setelah penjumlahan sehingga bisa menggabungkan rantai penundaan untuk bagian FIR dan IIR.

Contoh Penerapan :

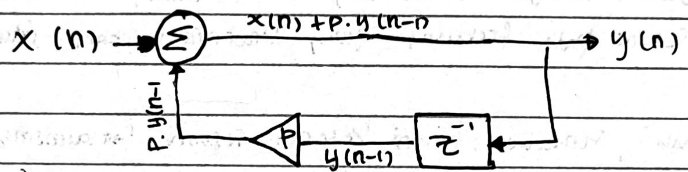
Sistem dengan tiang pada posisi p. diatas persamaan kita memperolehnya dengan menetapkan $b(0) = 1$ dan $a(1) = p$. Didapatkan :

$$y(n) = 1 \cdot x(n) + p \cdot y(n-1)$$

Jika $x(n)$ adalah unit pulsa, outputnya adalah barisan peluruhan eksponensial :

$$1, p, p^2, p^3 \ldots$$

Dalam bentuk diagram blok :



$$Y(z) = X(z) + p \cdot z^{-1} \cdot Y(z)$$

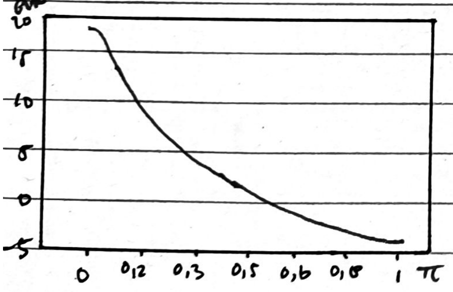
$$\text{sehingga } H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1}{1 - p \cdot z^{-1}}$$

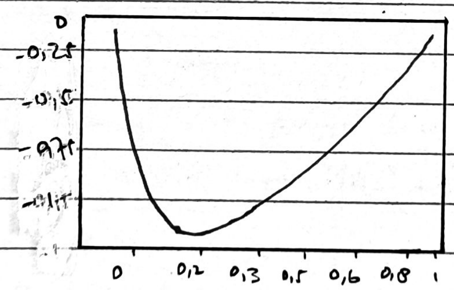
Pada struktur ini terdapat feedback. Ketika kita mengubah kembali ke domain waktu, diperoleh fungsi eksponensial yaitu respon impulse filter. Sehingga hasil invers z transform dari TF :

$$1, p^1, p^2, p^3 \ldots$$

• Menghitung respon frekuensi yang di hasilkan.

Jika kita memilih $a(1) = p = 0,9$, maka didapatkan $A = (1, -0,9)$ dan $B = (1)$

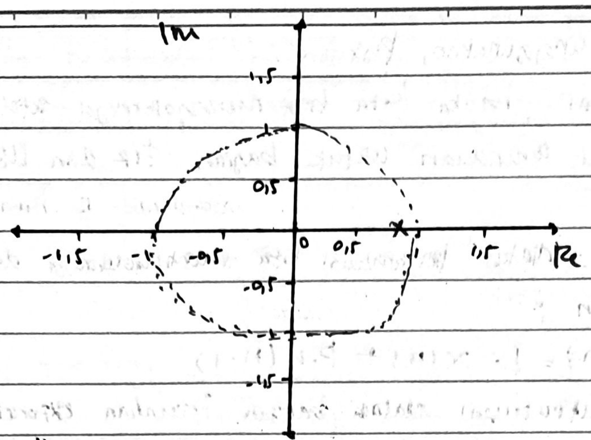




Sumbu horizontal adalah frekuensi yang dinormalisasi, sisi kanannya adalah π yang merupakan frekuensi Nyquist atau setengah frekuensi sampling. Respon tersebut termasuk karakteristik low pass.

Dari : $\longrightarrow$ $H(z) = \frac{1}{1 - p \cdot z^{-1}}$

Menggunakan "zplane" untuk plot lokasi nol dan kutub pada bidang z yg kompleks.



Zero ditandai dg "0", Poles "x". Poles terletak di 0,9.
Secara umum, semakin dekat dengan kutub lingkaran satuan, semakin besar puncak besaran respon frekuensi yang sesuai pada frekuensi yang dinormalisasikan identik dengan sudut kutub ke titik asal.
Semakin dekat ke kutub, semakin tinggi besaran respon frekuensinya. Sebaliknya semakin dekat angka nol semakin kecil respon frekuensinya.