

四格塔法是一种求解常微分方程的数值解法，微分方程可以是线性也可以是非线性的。

$$\dot{x} = f(x, u)$$

在控制系统中，x 指系统状态，u 指系统输入。

四格塔法：

$$x_{k+1} = x_k + \frac{h}{6}(K_1 + K_2 + K_3 + K_4)$$

$$K_1 = f(x_k, u_1)$$

$$K_2 = f(x_k + \frac{h}{2}K_1, u_2)$$

$$K_3 = f(x_k + \frac{h}{2}K_2, u_3)$$

$$K_4 = f(x_k + h * K_3)$$

u_1, u_2, u_3, u_4 为对应时刻的系统输入，当微分方程中存在输入信号u时，求解步长h不能取太大，否则误差将很大。

从微分方程的形式 $\dot{x} = f(x, u)$ 可以看出，它是一个一阶微分方程，对于高阶微分方程如何求解？

一个n阶微分方程可以化成一个n个一阶微分方程，相当于一个n阶控制系统，通常取n个状态向量，从而得到n个一阶微分方程。例如，

$$\ddot{z} + \dot{z} + z = u$$

取状态向量 $x_1 = z, x_2 = \dot{z}$ ，得

$$\dot{x}_1 = \dot{z} = x_2$$

$$\dot{x}_2 = \ddot{z} = -z - \dot{z} + u = -x_1 - x_2 + u$$

代入示例：

以一个二阶非线性微分方程为例，通常取状态向量，化成2个一阶微分方程：

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = \mu(1 - x_1^2)x_2 - x_1$$

```
clc
clear all
close all
```

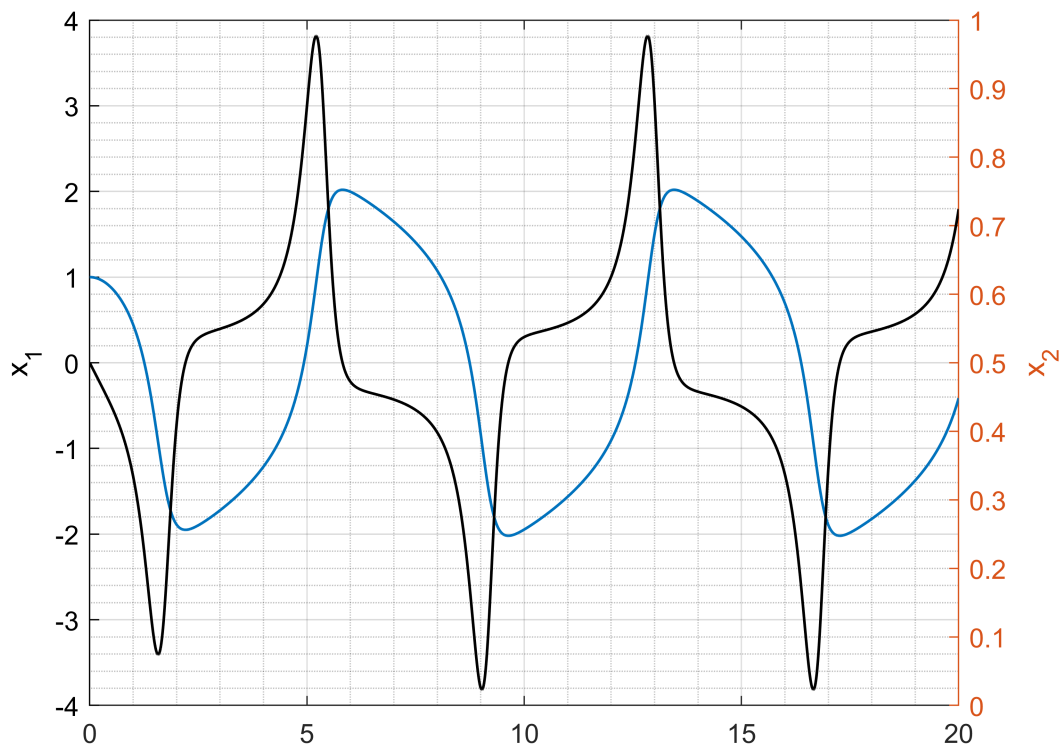
```

Tmax = 20;
h = 0.01;
T=[0:h:Tmax]; % 龙格库塔法求解区间[0,Tmax] 步长为 h
X0=[1;0]; % 微分方程初始条件

[T_labrk4,x_labrk4] = lab_ode_rk4(@non_linear_d_func,T,X0);

plot(T_labrk4,x_labrk4(1,:), 'LineWidth',1);
yyaxis left
ylabel('x_1');
hold on
plot(T_labrk4,x_labrk4(2,:), 'LineWidth',1);
yyaxis right
ylabel('x_2');
hold off
grid on
grid minor

```



代口示例：

假口 $x = e^t$, 口 $\dot{x} = e^t = x$ (对比解析解和数值解)

```

Tmax = 3;
t = 0:0.001:Tmax;
x = exp(t);
h = 0.909;

```

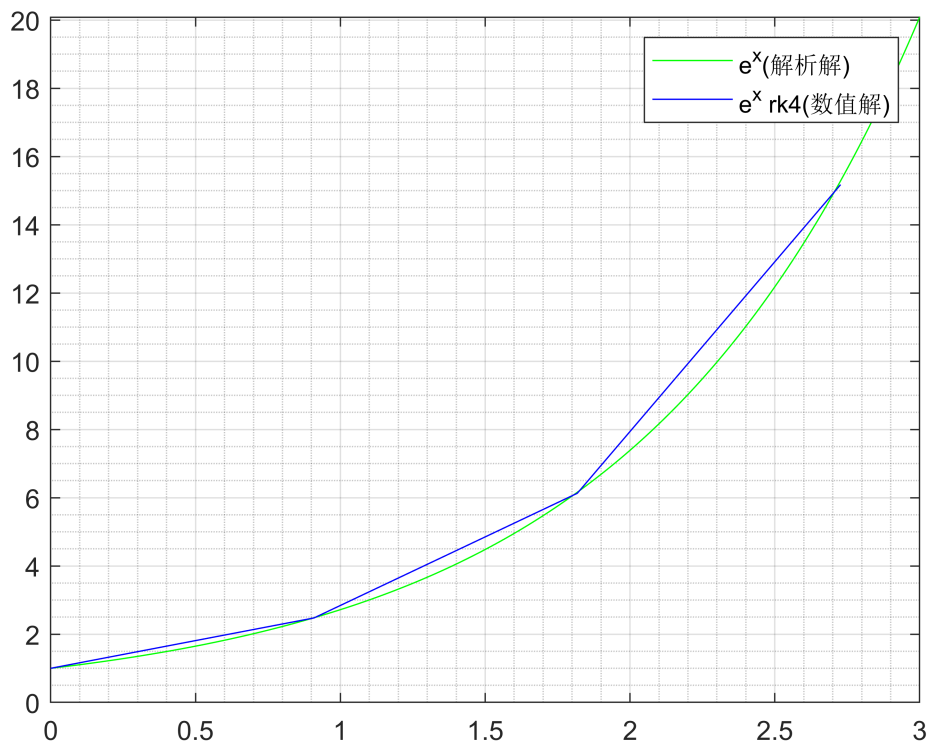
```

T = [0:h:Tmax];
X0 = 1;

[T_labrk4,x_labrk4] = lab_ode_rk4(@exp_diff,T,X0);

figure()
plot(t, x, 'g')
hold on
plot(T_labrk4, x_labrk4, 'b')
hold off
legend("e^{x}(解析解)", "e^{x} rk4(数值解)")
grid on
grid minor

```



```

function dx = exp_diff(t,x)
    dx = x;
end

```