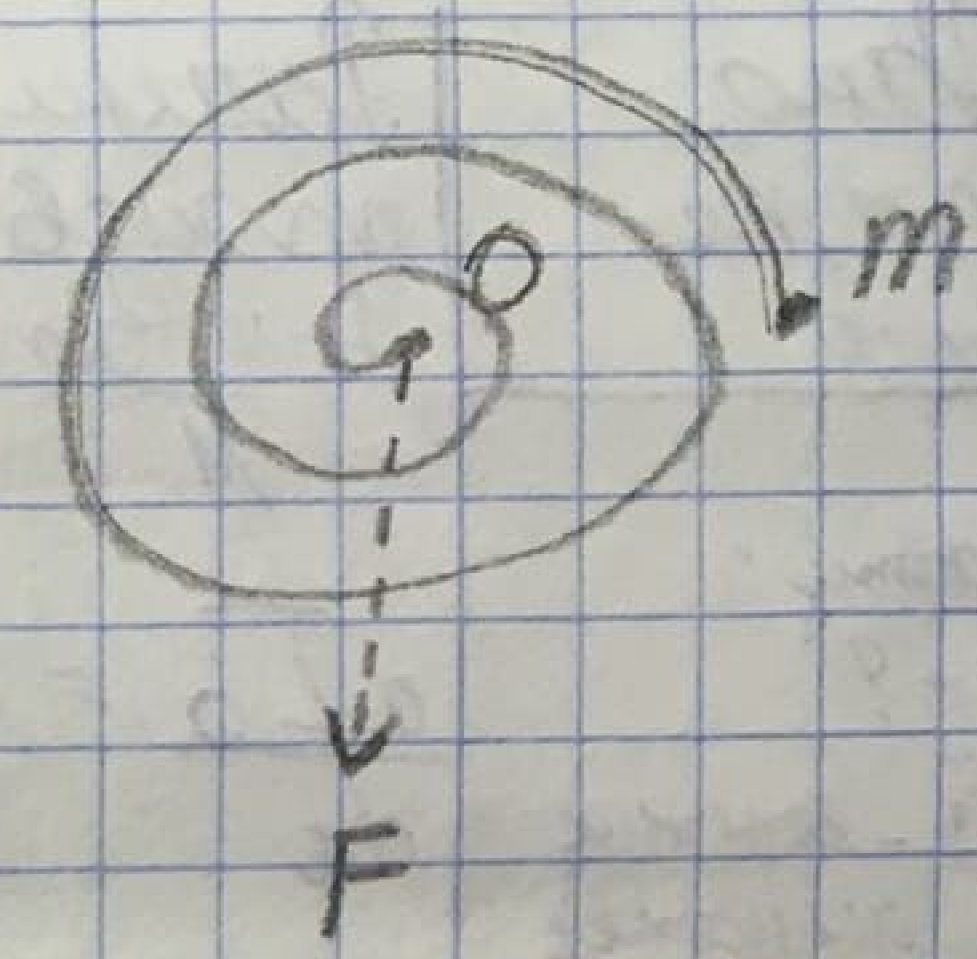
Семинар #3.

1.228.



Дано:	Решение:
$m, V=const$	ЗСМИ: $\vec{L} = m(\bar{R} \times \bar{V})$ (1)
R_0, ω_0	Соотношения скоростей:
Найти: $F_н - ?(R)$	$\frac{V}{R} = \omega$ (2) $\quad V = \omega R$ (3)

По 2-му закону Ньютона $F_{цб} = F_н$

$$F_{цб} = \frac{mV^2}{R} = mR\omega^2 \quad (4)$$

Перепишем (1) с участием момента инерции м.т. I и ω:

$$mVR = I\omega \quad (5)$$

Учтем, что $I_0 = mR^2$: $mVR = mR^2\omega$ (6)

Учтем, ~~что~~ (3): $\omega R^2 = \omega_0 R_0^2$ (7)

Отсюда $\omega = \omega_0 \frac{R_0^2}{R^2}$

$$\Rightarrow F_н = mR\left(\omega_0 \frac{R_0^2}{R^2}\right)^2$$

Ответ: $F = mR\left(\omega_0 \frac{R_0^2}{R^2}\right)^2$

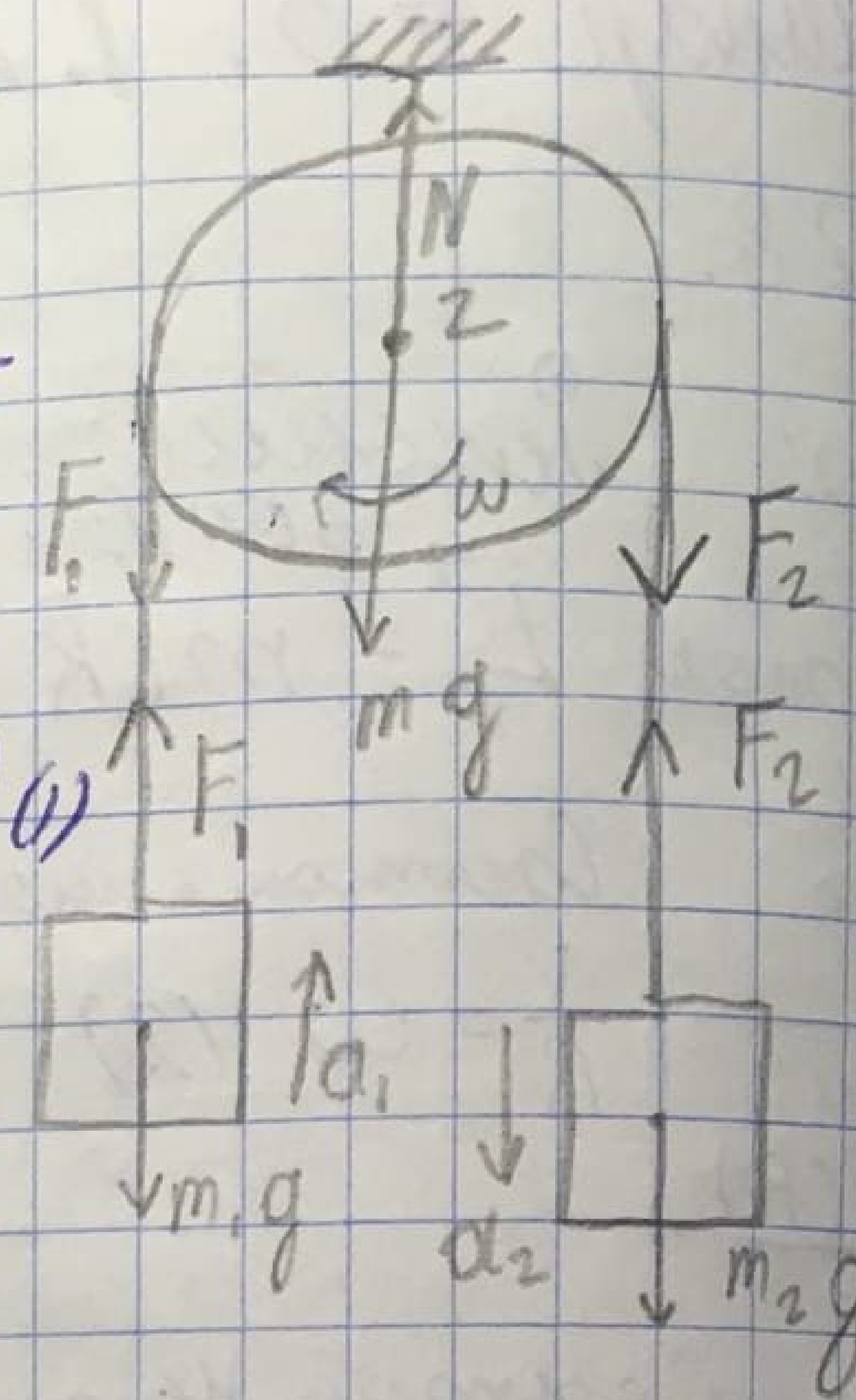
1.292.

Дано:
m, m_1, m_2
$F_{тр} = 0$

Найти:
ε - ?
F_1, F_2 – знач-ние сил натяж.

Решение:
производная по времени от вектора $\frac{dL}{dt} = \overline{M}$.

$$\frac{d\overline{L_o}}{dt} = \overline{M_o}(\overline{F_1} + \overline{F_2} + \overline{N} + m\overline{g}) \quad (1)$$



$$\frac{dL_z}{dt} = F_2 R - F_1 R \quad (2)$$

$$L_z = I_z \omega, \quad I_z = \frac{mR^2}{2}$$

из (2) следует: $\frac{mR}{2} \cdot \frac{d\omega}{dt} = F_2 - F_1 \quad (3)$

$$m_1 a_1 = F_1 - m_1 g \quad (4)$$

$$m_2 a_2 = m_2 g - F_2 \quad (5)$$

т.к нить нерастяжимая, то $a_1 = a_2 = a$, $a = \varepsilon R$, где $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$. Выразим из (4) и (5) $F_н$:

$$F_1 = m_1 a + m_1 g \quad (6)$$

$$F_2 = m_2 g - m_2 a \quad (7)$$

Подставим (6), (7) в (3):

$$\frac{mR}{2}\varepsilon = (m_2 - m_1)g - (m_2 + m_1)\varepsilon R \quad (8)$$

выразим ε:

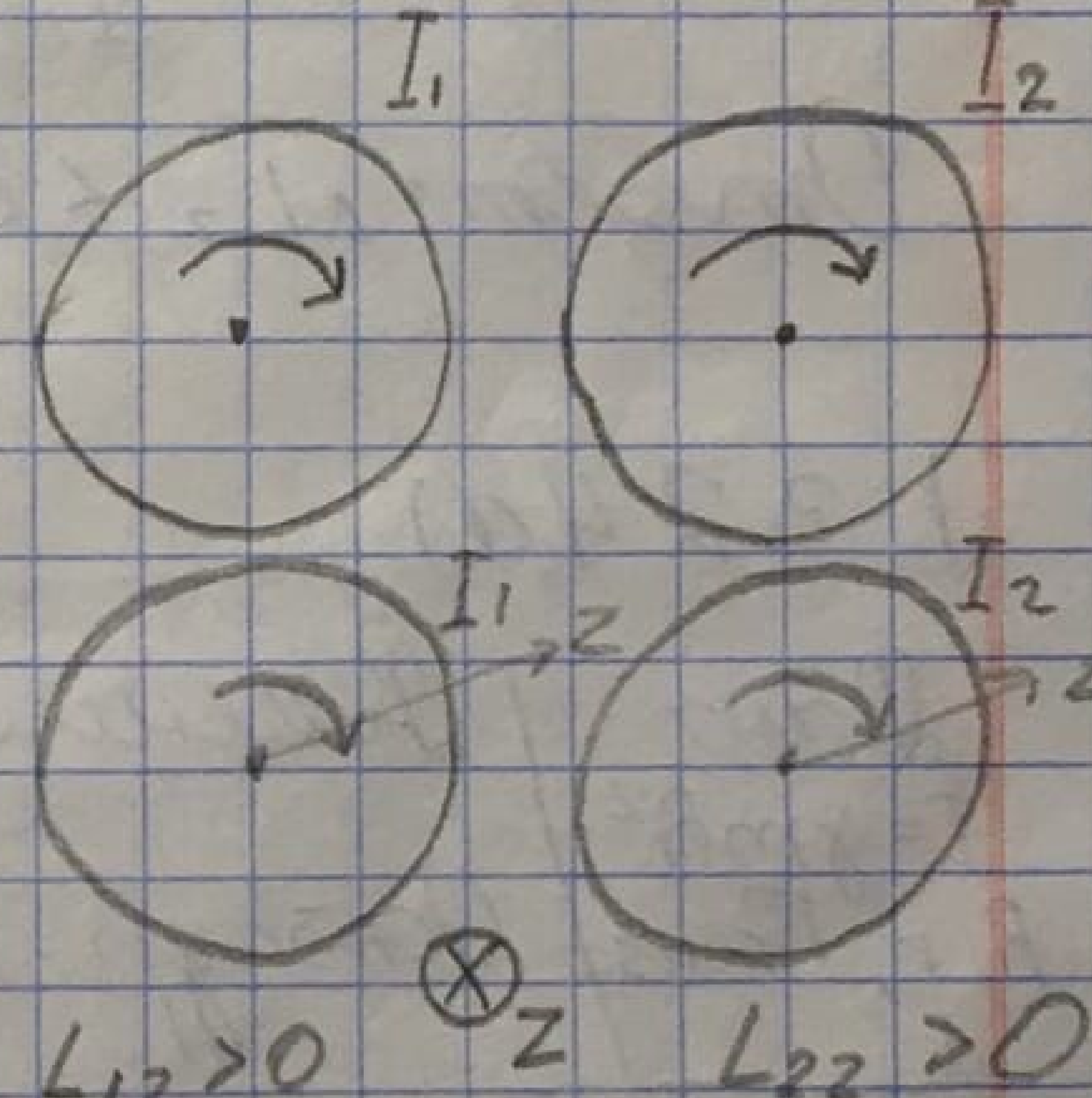
$$\varepsilon = \frac{(m_2 - m_1)g}{(\frac{m}{2} + m_2 + m_1)R} \quad (9)$$

тогда $a_1 = a_2 = a = \dfrac{(m_2 - m_1)g}{\left(\frac{m}{2} + m_2 + m_1\right)}$ (10)

$\dfrac{F_1}{F_2} = \dfrac{m_1(a+g)}{m_2(g-a)}$ (11) подставим (10) в (11):

$\dfrac{F_1}{F_2} = \dfrac{m_1\left(\frac{m}{2} + 2m_2\right)}{m_2\left(\frac{m}{2} + 2m_1\right)}$ – ответ

1.310.(a))



Дано:
ω_0,
$F_{тр} = 0$
I_1, I_2
Найти: приращение L – ?

Решение:

$L_{1z} = I_1\omega_0$, $L_{2z} = I_2\omega_0$ (1)

$L_{1z} > L_{2z}$ (2)

Ур-ние динамики вращ. дв.:

$\dfrac{dL_{1z}}{dt} = -F_{тр}R$ $\quad \dfrac{dL_{2z}}{dt} = -F_{тр}R$ (3)

$\Rightarrow \dfrac{dL_{1z}}{dt} = \dfrac{dL_{2z}}{dt}$ (4)

из (4) $\Rightarrow$ $\Delta L_{1z} = \Delta L_{2z}$

В результате действ. сил трения скольжения:

с учетом (2): $L_{1z} = I_1\omega_к$, $L_{2z} = -I_2\omega_к$ (6)

из (5) $\Rightarrow$: $I_1\omega_к - I_1\omega_0 = -I_2\omega_к - I_2\omega_0$

отсюда выразим $\omega_к$: $\omega_к = \dfrac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2}\omega_0$ (7)

Приращение момента импульса системы в проекции на ось z: $\Delta L_z = L_z^{кон} - L_z^{нач}$ (8)

$L_z^{нач} = (L_{1z} + l_{2z})_{нач} = I_1 \omega_0 + I_2 \omega_0$ (9)

$L_z^{кон} = I_1 \omega_k - I_2 \omega_k$ (10)

имеем: $\Delta L_z = (I_1 \omega_k - I_2 \omega_k) - (I_1 \omega_0 + I_2 \omega_0)$ (11)

$\Delta L_z = (I_1 - I_2) \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2} \omega_0 - (I_1 + I_2)\omega_0 = -\frac{4 I_1 I_2}{(I_1 + I_2)} \omega_0$ (12)

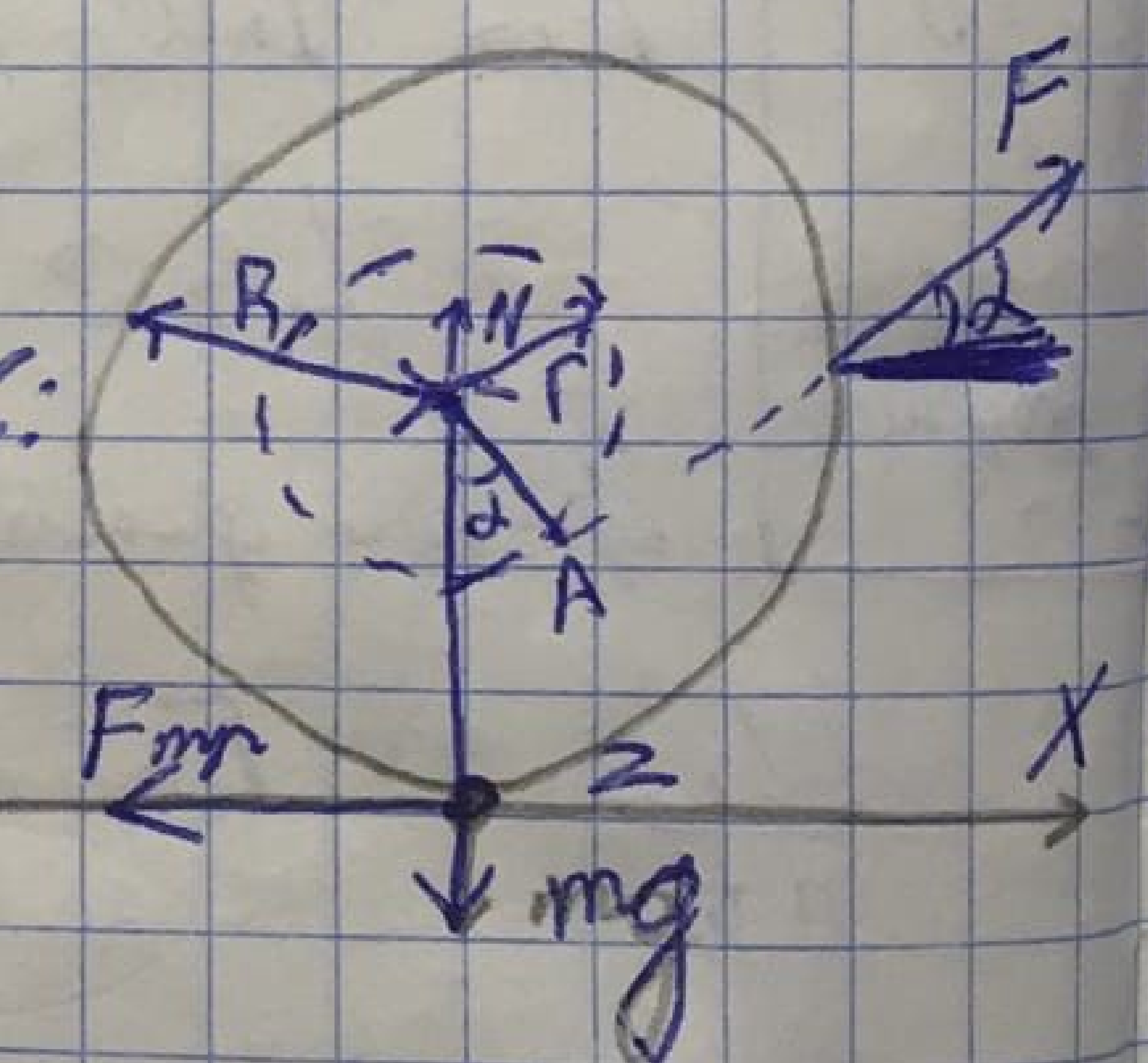
Ответ: $\Delta L_z < 0$, $\Delta L_z = -\frac{4 I_1 I_2}{I_1 + I_2} \cdot \omega_0$

1.324а)

Дано:
$I = \gamma m R^2$
$R, r, F = const$
α

Найти:
a_x - ?

Решение



Основное ур-ние динамики вр. дв.:

$I_z \varepsilon_z = M_z(m\bar{g} + \bar{N} + \bar{F}_{тр} + \bar{F})$ (1)

$M_z(mg), M_z(N), M_z(\bar{F}_{тр}) = 0$ (2)

$\bar{F} = \bar{F}_x + \bar{F}_y$ (3), $F_x = F\cos\alpha$, $F_y = F\sin\alpha$ (4)

$M_z(\bar{F}) = M_z(\vec{F}_x) + M_z(\bar{F}_y)$ (5)

$M_z(\bar{F}_x) = F_x(R - r\cos\alpha)$

$M_z(\bar{F}_y) = -F_y r \sin\alpha$ (6)

$M_z(\bar{F}) = F\cos\alpha(R - r\cos\alpha) - F\sin\alpha \cdot r\sin\alpha$ (7)

после преобр-ий:

$M_z(\bar{F}) = F(R\cos\alpha - r)$

$I_z = \gamma m R^2 + mR^2 = (\gamma + 1) mR^2$ (9)

Связь ускорений: $a_x = R\varepsilon_z$ (10)

перепишем ур-ние (1): $(\gamma+1)mR^2 \frac{a_x}{R} = F(R\cos\alpha - r)$ (11)

отсюда выразим a_x: $a_x = \frac{F(R\cos\alpha - r)}{(\gamma+1)mR}$ – ответ