

Лекция 9. Элементы релятивистской динамики

Сталкивание 2-х частиц

Для выполнения ЗСИ требуется, чтобы
менялась масса (т.е. движение по оси y нет)

$$m = m_0 / \sqrt{1 - (v/c)^2}$$

Релятивистское выражение для импульса

$$\vec{p} = \frac{m \vec{v}}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad \beta = \frac{v}{c}$$

Отсюда можно получить важное соотношение,
связывающее полную энергию движущейся частицы:

$$E = c \sqrt{m^2 c^2 + p^2} \quad \text{или} \quad E^2 - c^2 p^2 = m^2 c^4 = m_0^2 c^4$$

Вывод инвариантного соотношения для энергии и импульса

$$E^2 - p^2 c^2 = \left(\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right)^2 - m^2 v^2 c^2 = \frac{m_0^2 c^4}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) = m_0^2 c^4$$

Кинетическая энергия релятивистской частицы

вывод формулы: $dT = \vec{F} \cdot \vec{v} dt$

$$\vec{F} dt = d(m \vec{v}) = dm \cdot \vec{v} + m \cdot d\vec{v}$$

$$dT = \vec{v} (dm \cdot \vec{v} + m d\vec{v}) = v^2 dm + m v dv, \quad \text{где учтем, что } \vec{v} d\vec{v} = v dv$$

возведем в квадрат обе части формулы:

$$m = m_0 / \sqrt{1 - (v/c)^2}$$

$$\text{получим: } m^2 c^2 = m^2 v^2 + m_0^2 c^2$$

Найдем дифференциал этого выражения, $m_0 c = \text{const}$

$$2 m c^2 dm = 2 m v^2 dm + 2 m^2 v dv$$

сократив на $2m$ правыми с выражением для dT :

$$dT = \vec{v} (dm \vec{v} + m d\vec{v}) = v^2 dm + m v dv, \quad \text{в результате:}$$

$$dT = c^2 dm \quad T = (m - m_0)c^2$$

Приращение кинетической энергии равно приращению ее массы. Энергия покоя $= m_0 c^2$

Кинетическая энергия

$$T = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right)$$

$$T = E_{\text{полн}} - E_{\text{покая}}$$

Полезные соотношения

- $E^2 - p^2 c^2 = m_0^2 c^4$
- $\vec{p} = m \vec{v} = E \cdot \vec{v} / c^2$
- $p c = \sqrt{T(T + 2m_0 c^2)}$
- при $T \ll m_0 c^2$: $p = \sqrt{2m_0 T}$
- (при $T \gg m_0 c^2$: $p = \frac{E}{c}$)

Взаимосвязь массы и энергии покоя

Соотношение:

$$E_0 = m c^2$$

Отсюда вытекает, что всякое изменение массы m сопровождается изменением энергии покоя E_0

$$\Delta E_0 = c^2 \Delta m$$

Это утверждение носит название взаимосвязь массы и энергии покоя и стало символом современной физики.

Энергия связи - энергия которую нужно затратить, чтобы разорвать связь между частицами, представляется при котором взаимодействия частиц друг с другом можно пренебречь.

Основное ур-ние релятивистской динамики

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{m_0 v}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \right) = F$$

Соответствует общему уравнению:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = F$$

Эффект увеличения массы элементарных частиц, рождаемых до больших скоростей на ускорителях:

$$m = m_0 / \sqrt{1 - (v/c)^2}$$

Эффект Доплера

• Изменение частоты: $\Delta \nu = \frac{u}{c} \nu_0$

• Воспринимаемая частота: $\nu = \nu_0 \left(\frac{1 - v_n/c_0}{1 - v_n/c_0} \right)$

• Воспринимаемая длина волны при движении источника:

$$\lambda = \frac{c_0}{\nu} = \frac{c_0}{\nu_0} \left(1 \pm \frac{v_n}{c_0} \right)$$

В релятивистском случае наблюдается поперечный эффект Доплера!:

$$\nu = \nu_0 \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 \pm \beta \cos \alpha}, \text{ при } \alpha = \frac{\pi}{2}: \nu = \nu_0 \sqrt{1 - \beta^2}$$