Семинар # 4.
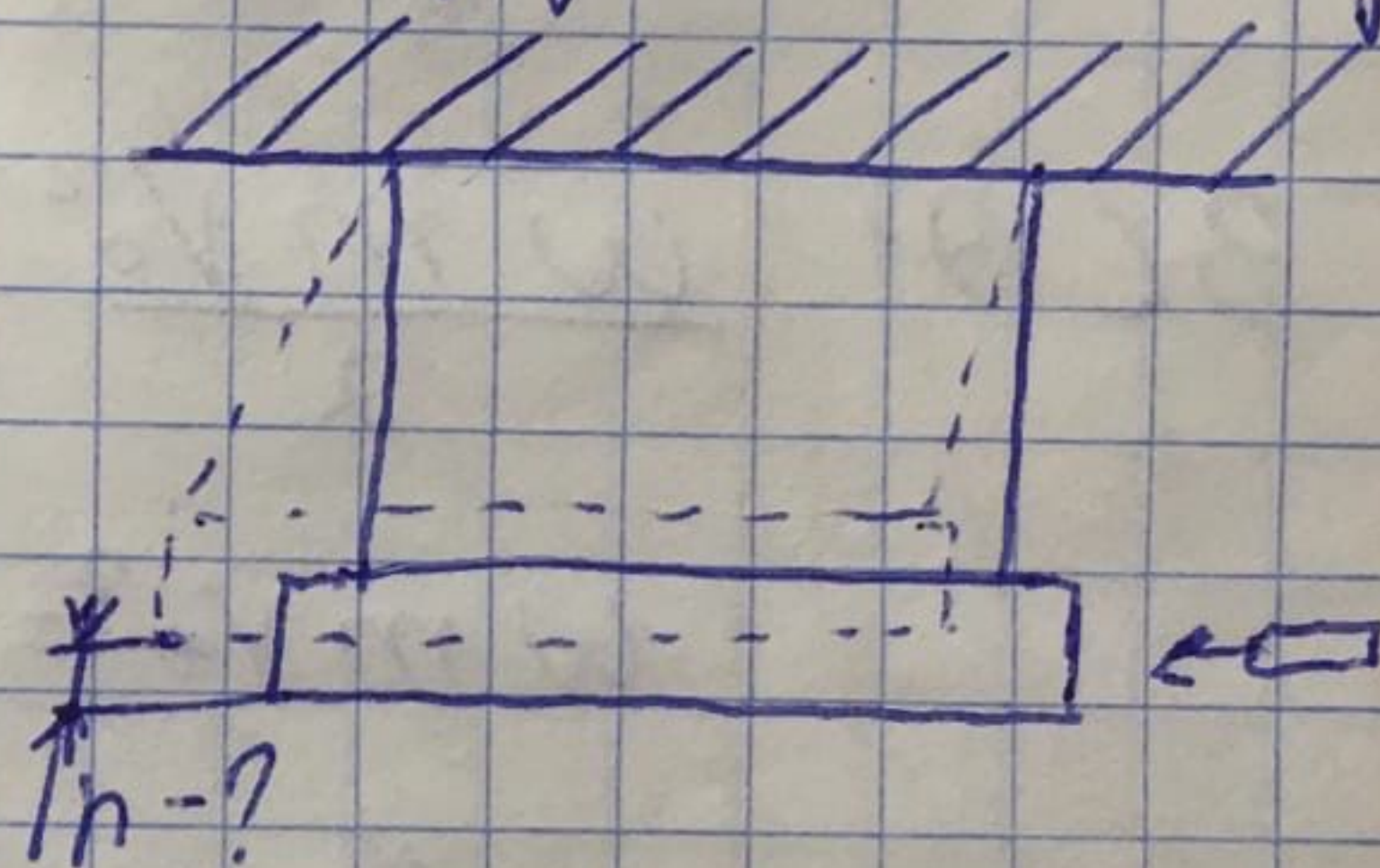
2.76.

Дано:
$m = 10 г = 0,01$ кг
$V = 600$ м/с
$M = 5$ кг

$h - ?$

Решение:

u — скорость бруска после удара

ЗСИ: $mV = (m+M)u$

$u = \dfrac{mV}{m+M}$

$h - ?$
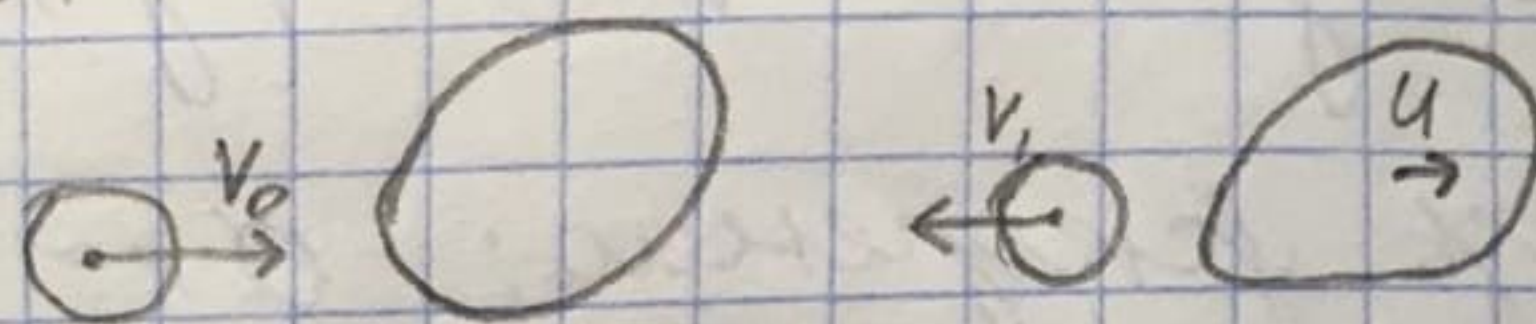
ЗСЭ: $\dfrac{(M+m)u^2}{2} = (M+m)gh$

$h = \dfrac{u^2}{2g} = \dfrac{m^2 V^2}{2g(m+M)^2} = \dfrac{0,01^2 \cdot 600^2}{2 \cdot 9,8 \cdot (0,01+5)^2} =$

$\approx 0,073 м \approx$ $\boxed{7,3 \text{ см}}$ — ответ

2.87.

Дано:
$m = 1,8$ кг
$\omega = 0,36$?

Найти:
$M - ?$

Решение:

ЗСЭ: $\dfrac{mV_0^2}{2} = \dfrac{Mu^2}{2} + \dfrac{mV_1^2}{2}$ (1)

учтём ω:

$$\dfrac{mV_0^2}{2} = \omega \dfrac{mV_0^2}{2} + \dfrac{mV_1^2}{2}$$

$$V_0^2 \, 0,64 = V_1^2$$

$$V_1 = 0,8 \, V_0 \quad (2)$$

ЗСИ: $mV_0 = -mV_1 + Mu$ (3)

$$u = \dfrac{1,8 \, mV_0}{M}$$

ЗСЭ: $\dfrac{\omega m V_0^2}{2} = \dfrac{Mu^2}{2}$

$$\omega m V_0^2 = \dfrac{M \cdot 1,8^2 \cdot m^2 V_0^2}{M^2}$$

$$M = \dfrac{1,8^2 \, m}{\omega} = \boxed{16,2 \text{ кг}} - \text{ответ}$$

1.142.

Дано:
R, S
$T = \alpha S^2$

Найти:
$F(S) - ?$

Решение:

1) $\dfrac{mv^2}{2} = \alpha S^2$

$v^2 = \dfrac{2\alpha S^2}{m} \Rightarrow v = \sqrt{\dfrac{2\alpha}{m}} \, S$

2) $a_n = \dfrac{v^2}{R} = \dfrac{2\alpha S^2}{mR}$

$a_\tau = \dfrac{dV}{dt} = \dfrac{dV}{dS} \cdot \dfrac{dS}{dt} = \sqrt{\dfrac{2\alpha}{m}} \cdot \sqrt{\dfrac{2\alpha}{m}} \cdot S = \dfrac{2\alpha S}{m}$

3) $F = m a = m\sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} = m\sqrt{\dfrac{4\alpha^2 S^4}{m^2 R^2} + \dfrac{2^2 \alpha^2 S^2}{m^2}} = 2\alpha S \sqrt{\dfrac{S^2}{R^2} + 1}$

Ответ: $F = 2\alpha S \sqrt{\dfrac{S^2}{R^2} + 1}$ H

1.157.

Дано:
$U = \dfrac{a}{r^2} - \dfrac{b}{r}$
$(a, b > 0)$
$r - ?$
$r_0 - ?$
$F - ?$

Решение:

1) $F = \dfrac{dU}{dr} = \dfrac{b}{r^2} - \dfrac{2a}{r^3}$

при $F = 0$:

$\dfrac{b}{r^2} - \dfrac{2a}{r^3} = 0$

$br_0 = 2a \Rightarrow r_0 = \dfrac{2a}{b}$
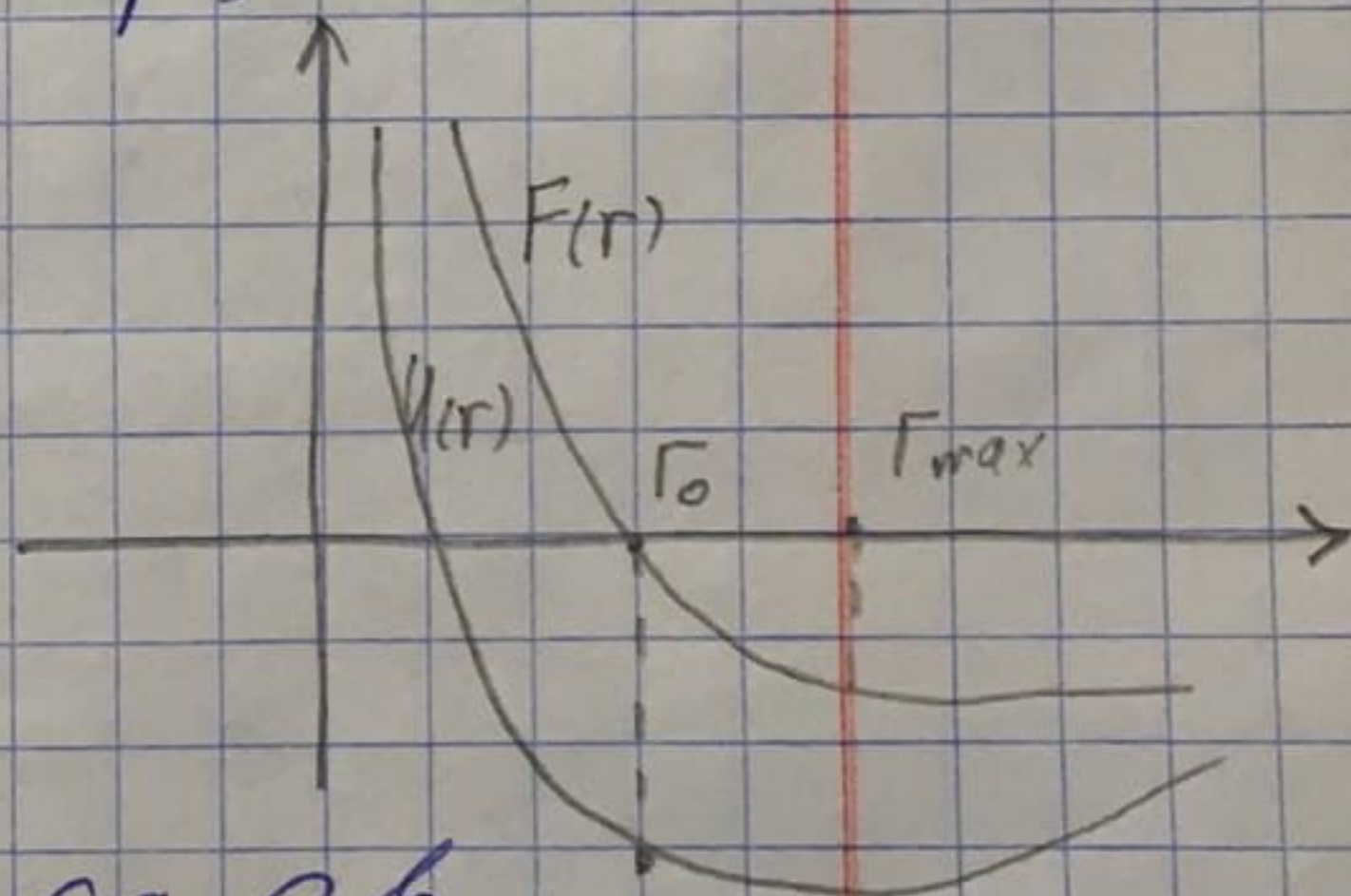
2) $(-2a r^{-3} + b r^{-2})' = 6a r^{-4} - 2b r^{-3} = \dfrac{6a}{r^4} - \dfrac{2b}{r^3}$

$\dfrac{6a}{r^4} = \dfrac{2b}{r^3} \Rightarrow 3a = br \qquad r = \dfrac{3a}{b}$

3) $F = \dfrac{b \cdot b^2}{3a} - \dfrac{2ab^3}{2ra^3} = \dfrac{b^3}{2ra^2}$

$F(r_0) = 0 \quad \left(F = \dfrac{dU}{dt} \rightarrow U_{max}\right)$

Ответ: $r_0 = \dfrac{2a}{b}; \quad F_{max} = \dfrac{b^3}{2} \dfrac{b^3}{a^2}$