Лекция 12. Теплоёмкость идеального газа при изопроцессах

1. Изохорный процесс

теплоёмкость при постоянном объёме C_V

$dU_м = C_V dt$; $U_м = C_V T$; $C_V = \frac{i}{2}R$;

2. Изобарный процесс ($C_p > C_V$)

CP - теплоёмкость при постоянном давлении

- если нагревать газ при постоянном давлении P в сосуде с поршнем, то поршень поднимется на высоту h, т.е. газ совершит работу.

Связь между CP и CV $C_p = C_V + R$

Теплоёмкость при постоянном объёме равна:

$C_V = \frac{dQ}{dT} = \frac{dU_м}{dT}$ ($C_V = \frac{i}{2}R$)

Вывод ур-ния Майера (спрашивают на экзамене)!

$\delta Q = dU_м + PdV$

$\frac{\delta Q}{dT} = \frac{dU_м}{dT} + \frac{PdV}{dT}$

$C_p = \frac{dU_м}{dT} + P\left(\frac{\partial V_м}{\partial T}\right)_p$

$C_p = C_V + P\left(\frac{\partial V_м}{\partial T}\right)_p$

$PV_м = RT \Rightarrow V_м = \frac{RT}{P}$

$C_p = \frac{i}{2}R + R = \frac{i+2}{2}R$

$\Rightarrow \left(\frac{\partial V_м}{\partial T}\right)_p = \frac{R}{P} \Rightarrow C_p = C_V + R$ - уравнение Майера для одного моля газа

1 кал = 4,19 Дж

3. Адиабатический процесс

Адиабатический процесс - процесс, происходящий без теплообмена с окр. средой.

Адиабатический ~ изоэнтропийный ($\Delta S = 0$, $S = const$)

$PV^{\gamma} = const$ - уравнение адиабаты

Адиабатический процесс хар-я показателем адиабаты γ.

$C_V = \frac{i}{2}R$, $C_P = \frac{i}{2}R + R = \frac{i+2}{2}R$; $\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{i+2}{i}$

Выражение внутренней энергии идеального газа с участием показателя адиабаты

Ур-ние Майера: $C_P = C_V + R$

с уч. показателя адиабаты: $\gamma = 1 + \frac{R}{C_V}$

$$C_V = \frac{R}{\gamma - 1} \longrightarrow C_P = \frac{R\gamma}{\gamma - 1}$$

$$dU = C_V dt \longrightarrow U = \frac{\nu \cdot RT}{\gamma - 1} = \frac{PV}{\gamma - 1}$$

Вывод ур-ния адиабаты

Из первого начал ТД (термодин), с учетом: $U = \frac{\nu \cdot RT}{\gamma - 1} = \frac{PV}{\gamma - 1}$

$$\delta Q = d\left(\frac{PV}{\gamma - 1}\right) + PdV$$

$$d(PV) + (\gamma - 1)PdV = VdP + PdV + \gamma PdV - PdV = 0$$

$VdP + \gamma PdV = 0$ | разделим на PV

$$\frac{dP}{P} + \gamma\frac{dV}{V} = 0 \longrightarrow \gamma\, d(\ln V) + d(\ln P) = 0 \Rightarrow$$

$\Rightarrow \ln V^{\gamma} + \ln P = c$; $PV^{\gamma} = const$ - Ур-ние Пуассона

$\frac{C_P}{C_V} = \gamma$ - постоянная адиабаты (коэф. Пуассона)

В других к-тах (спрашивают часто)

сделав подстановки из $PV=\nu RT$ в $PV^{\gamma}=const$, это можно преобр-ть:

$$PV^{\gamma}=\frac{\nu RT}{V}\cdot V^{\gamma}\sim TV^{\gamma-1}=const$$

$$PV^{\gamma}=TV^{\gamma-1}=T\left(\frac{\nu RT}{P}\right)^{\gamma-1}\sim P^{1-\gamma}T^{\gamma}=TP^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}=const$$

Для газовой смеси $\gamma=\frac{C_p}{C_v}$

$$\gamma=\frac{\nu_1 C_{p_1}+\nu_2 C_{p_2}}{\nu_1 C_{v_1}+\nu_2 C_{v_2}}$$

(работа при адиаб. процессе! отдельно разобрать)

4. Политропический процесс

Процесс, при котором теплоемкость газа остается постоянной. $C=const$

Политропический процесс - самый общий из всех изопроцессов

Уравнение Политропы: $PV^{n}=const$, n - показатель политропы

$$n=\frac{C-C_p}{C-C_v}$$

Показатель политропы и теплоемкость в изопроцессах

Изопроцесс	Хар-ка	Значение	Теплоемкость
Адиабатический	$\delta Q=0$	$n=\gamma$	$C=0$
Изобарический	$P=const$	$n=0$	$C=C_p$
Изотермический	$T=const$	$n=1$	$C=\infty$
Изохорический	$V=const$	$n=\pm\infty$	$C=C_v$
Политропический	$C=const$	$n=\frac{C-C_p}{C-C_v}$	$C=\frac{nC_v-C_p}{n-1}$