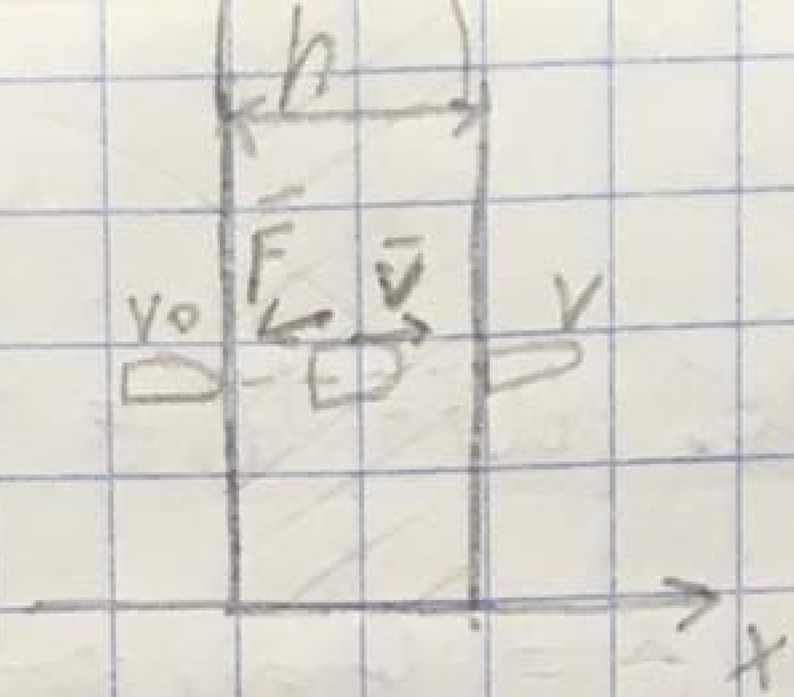
1.85.

Дано:

$v_0, v, h,$

$|\bar{F}| = r|\bar{v}|^2, r$



Решение: Основное ур-ние динамики (в пр. на OX):

$$OX: \frac{m\,dv_x}{dt} = -r v_x^2$$

$$\int \frac{dv_x}{v_x^2} = -\int \frac{r}{m}\,dt$$

$$-\frac{1}{v_x} = -\frac{r}{m}t + const \quad (1)$$

определим const: $v_x = v_0$, $t = 0$.

$$-\frac{1}{v_0} = -\frac{r}{m}\cdot 0 + const \Leftrightarrow const = -\frac{1}{v_0}$$

подставим в (1): $-\frac{1}{v_x} = -\frac{r}{m}t - \frac{1}{v_0}$

$$\Updownarrow$$

$$v_x = \frac{m v_0}{r t v_0 + m} \quad (2)$$

выразим из (2) t: $t = \frac{m}{r}\left(\frac{1}{v_x} - \frac{1}{v_0}\right)$

$$h = \int_0^t v(t)\,dt = \int_0^t \frac{m v_0}{r t v_0 + m}\,dt = \frac{m v_0}{r v_0}\int_0^t \frac{d(r v_0 t + m)}{r v_0 t + m} =$$

$$= \frac{m}{r}\left(\ln|r v_0 t + m| - \ln m\right)$$

$$\frac{m}{r} = \frac{h}{\ln|r v_0 t + m| - \ln m}$$

$$\left\{\begin{array}{l} \frac{m}{r}\left(\frac{1}{V_x}-\frac{1}{V_0}\right)=\frac{h}{\ln|-''-|-\ln m}\left(\frac{1}{V_x}-\frac{1}{V_0}\right) \\ t \end{array}\right.$$

$$t=\frac{h}{\ln|rV_0t+m|-\ln m}\left(\frac{1}{V_x}-\frac{1}{V_0}\right)$$

$$t=\frac{h}{\ln\left|\frac{rtV_0+m}{m}\right|}\left(\frac{1}{V_x}-\frac{1}{V_0}\right)$$

$$t=\frac{h}{\ln\left|\frac{V_0}{V_x}\right|}\left(\frac{V_0-V_x}{V_0V_x}\right)$$

$$t=\frac{h}{\ln\left|\frac{V_0}{V}\right|}\left(\frac{V_0-V}{V_0V}\right)$$ – ответ

1.120.

Дано:

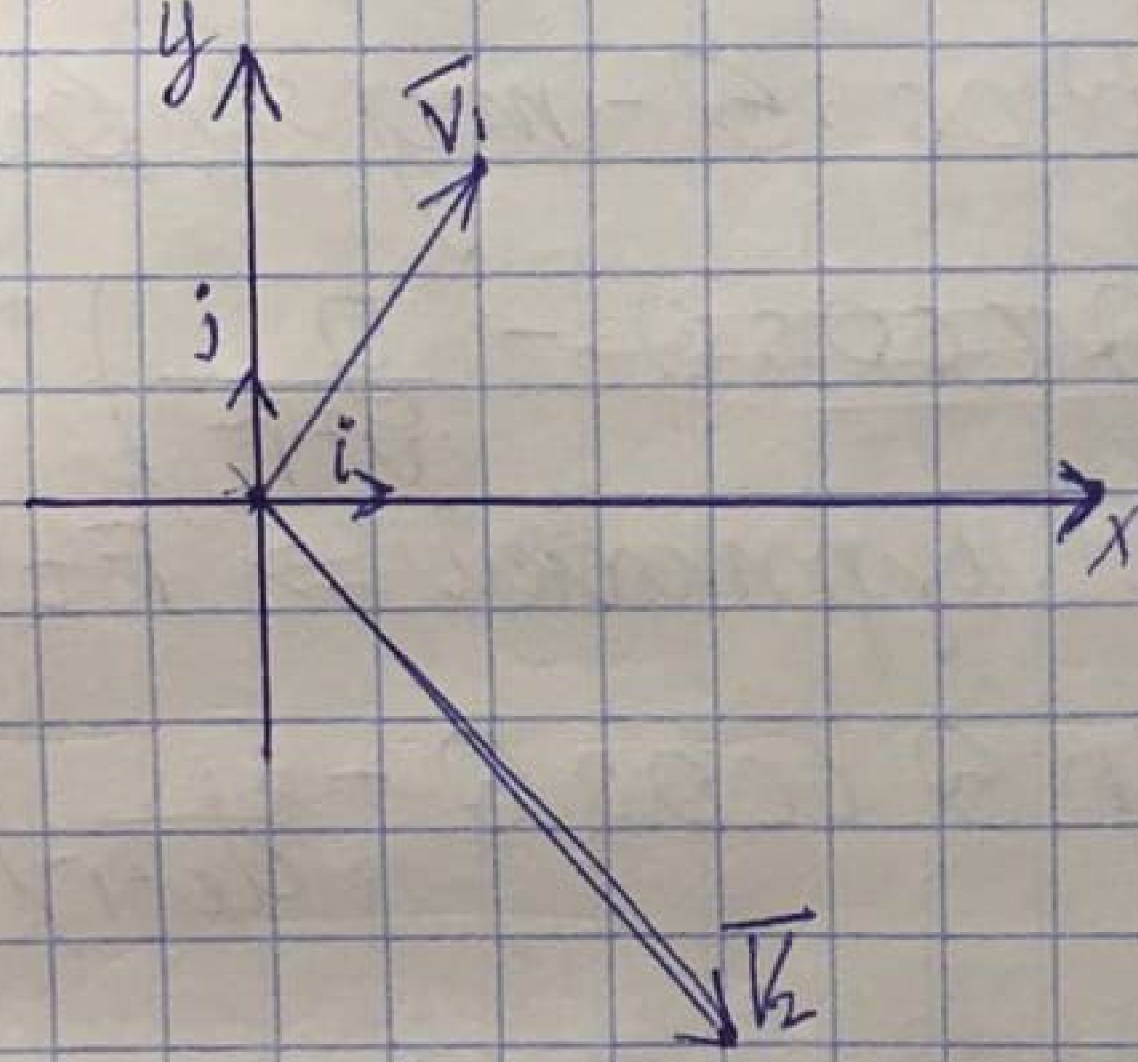
$\frac{m_2}{m_1}=2=n$

$V_1=2\bar{i}+3\bar{j}$

$V_2=4\bar{i}-5\bar{j}$

$\bar{V}$ – ?

$|\bar{V}|$ – ?



пусть $m_1=m$
тогда $m_2=2m$

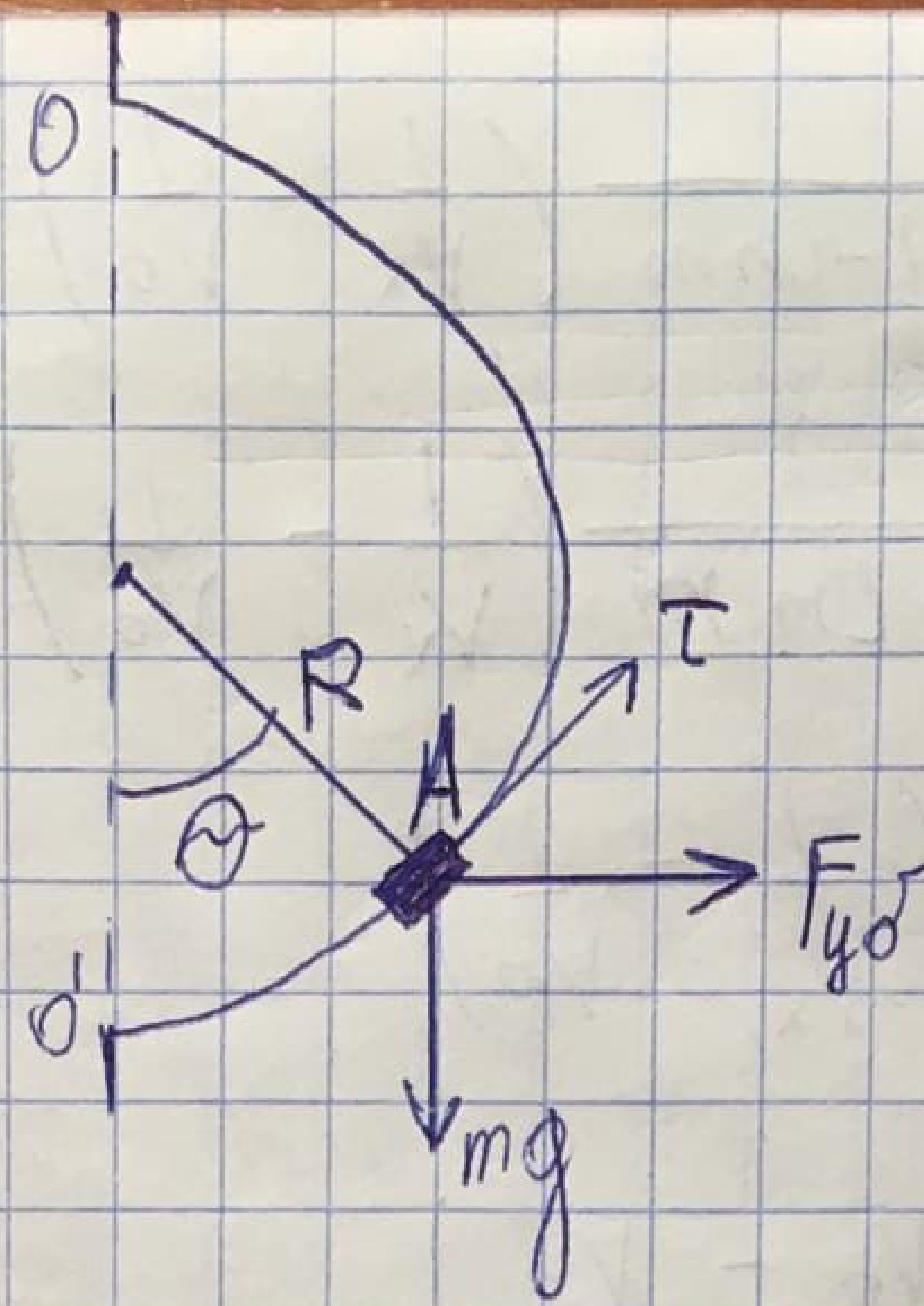
Решение: $m_1\bar{V}_1+m_2\bar{V}_2=(m_1+m_2)\bar{V}$

$$\bar{V}=\frac{m_1\bar{V}_1+m_2\bar{V}_2}{m_1+m_2}=\frac{m_1 2\bar{i}+m_1 3\bar{j}+m_2 4\bar{i}-m_2 5\bar{j}}{m_1+m_2}=$$

$$=\frac{m2\bar{i}+m3\bar{j}+8m\bar{i}-10m\bar{j}}{3m}=\frac{\cancel{m}(10\bar{i}-7\bar{j})}{3\cancel{m}}=\frac{10}{3}\bar{i}-\frac{7}{3}\bar{j}$$

$$|\bar{V}|=\sqrt{\left(\frac{10}{3}\right)^2+\left(\frac{7}{3}\right)^2}=\sqrt{\frac{100}{9}+\frac{49}{9}}=\frac{\sqrt{149}}{3}\ \text{м/с}$$

1.103.



Дано:

R, ω

Θ-угол-Найти!

Решение:

$$F_\tau = F_{цб}\cos\Theta - mg\sin\Theta \quad (1)$$

$$F_{цб} = m\omega^2 R\sin\Theta \quad (2)$$

(1): $F_\tau = m\omega^2 r\sin\Theta\cos\Theta - mg\sin\Theta$

$$F_\tau = m\omega^2 r\sin\Theta\left(\cos\Theta - \frac{g}{\omega^2 r}\right) \quad (3)$$

Устойчивое положение муфточки $\Rightarrow F_\tau = 0$:

(3): $0 = \cancel{m\omega^2 r}\sin\Theta\left(\cos\Theta - \frac{g}{\omega^2 r}\right)$

$$\left[\begin{array}{l}\sin\Theta = 0\\ \cos\Theta = g/\omega^2 R \ \text{(2-ое)}\end{array}\right.$$

(2-ое) только при $g/\omega^2 R < 1$

$$\Rightarrow \left\{\begin{array}{l}\Theta_1 = 0\\ \Theta_2 = \arccos\left(g/\omega^2 R\right), \text{ при } g/\omega^2 R < 1 \Leftrightarrow \omega > \sqrt{g/R}\end{array}\right.$$

ответ

1.138.

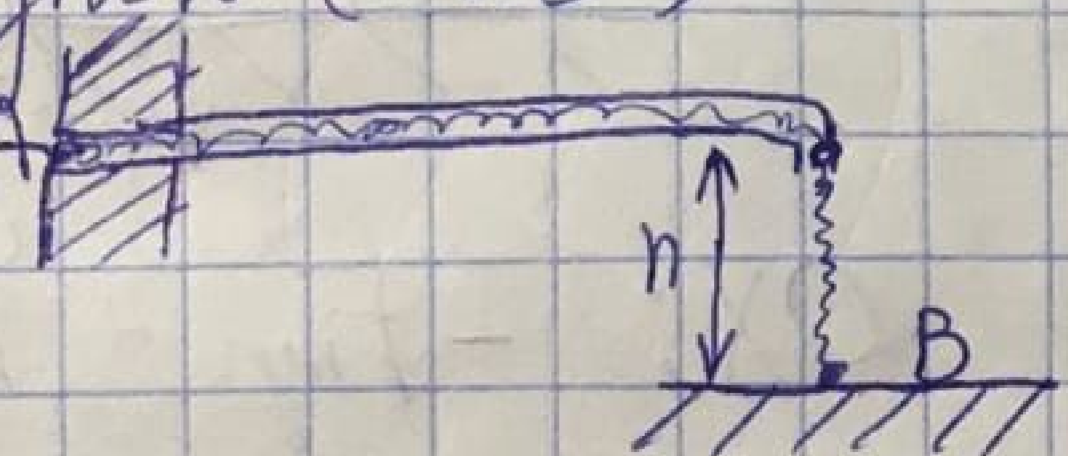
Дано:

$AB = l,\ h$

$F_{тр} = 0$ (трубка гл.)

$v = ?$

Рисунок: (1.23)



Решение:

~~Закон сохранения импульса~~

$\frac{d\bar{p}}{dt} = \bar{F}$; $F = \frac{h}{l} mg$ – сила тяжести, действующая на свешивающийся конец цепочки.

$\frac{d\bar{p}}{dt} = \frac{l_1}{l} \cdot m \cdot \frac{d\bar{v}}{dt}$

m – масса цепочки

l_1 – длина части цепочки, лежащей на столе

Получим:

$$\frac{l_1}{\cancel{l}} \cdot \cancel{m} \cdot \frac{dv}{dt} = \frac{\cancel{m} g h}{\cancel{l}}$$

$$-\frac{l_1\, dv \cdot v}{dl_1} = hg$$

$$\int_0^v dv \cdot v = -\int_l^h \frac{dl_1}{l_1} hg$$

$$\frac{v^2}{2} = -hg(\ln h - \ln l)$$

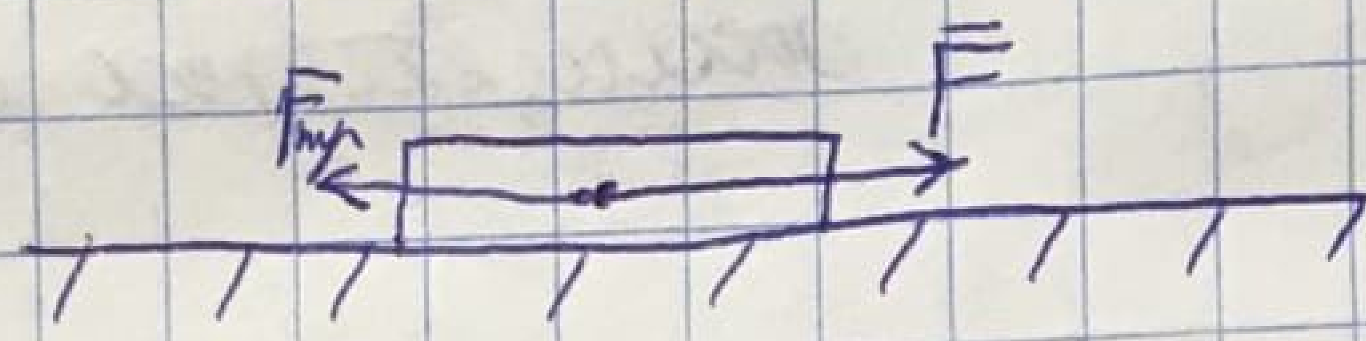
$$v^2 = 2hg(\ln l - \ln h)$$

$$v = \boxed{\sqrt{2gh \cdot \ln \frac{l}{h}}}$$ – ответ

1.87.

Дано:
m $t=0$
$\vec{F}=\vec{b}t$

Найти:
$S-?(t)$



Решение:

$bt-\mu mg=ma$

$bt-\mu mg=m\frac{dv}{dt}$

$\int m\,dv=\int(bt-\mu mg)\,dt$

$mv=\frac{bt^2}{2}-\mu mgt$

$v=\frac{1}{2mb}(bt-\mu mg)^2$

$\int_0^t v\,dt=\frac{1}{6mb}(bt-\mu mg)^3+\frac{1}{6mb}(\mu mg)^3+C$