2006 ACM/ICPC

Xi'an Site Judge's Comments

(Chinese Version)

Rujia Liu















Credits

- Problem Authors
 - Problem A~I: Rujia Liu
 - Problem J: Shahriar Manzoor
- Alternate Solutions
 - Problem A~J: Derek Kisman
 - Problem J: Rujia Liu
- You may use this material if you like, but do NOT modify anything

On-site Competition (5 hours)

- Time limits: 20s, 20s, 20s, 30s, 2s, 30s, 60s, 2s, 30s, 10s (10~30 times larger than the judge solutions' runtime)
- Nobody attempted A, I
- Somebody attempted C, G but failed.
 Their algorithms were proved wrong.
- Three problems (B, E, J) are solved within the first 40 minutes, but at most one problem for each team

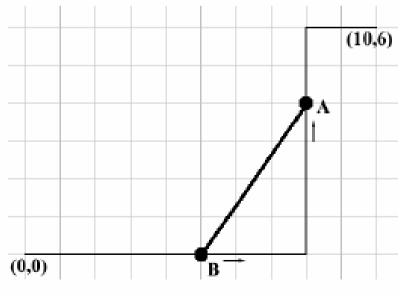
Online Competition (24 hours)

- Time limits: 3s, 5s, 3s, 5s, 1s, 3s, 5s, 1s,
 5s, 1s, for UVa's slow machine (800MHz)
- Nobody solved C and F (due to tight time limit), but A, G, I are solved by 1, 1 and 4 people respectively (A, G, I are not solved on-site)
- C is the only problem that remained unsolved after the on-site and online competitions

A Rod in a Path

• 有一根无法压缩或伸展的长度为L为杆AB, 初始时B在(0,0), A在(L,0). 路径为水平与垂直线段交替的n段折线, n为奇数(即最后一段为水平). 水平段自左向右, 垂直线段可以向上, 也可以向下. 求A到达路径最右端时

经过的距离



Sample Input

$$5.2 -30 <= l_i <= 30$$

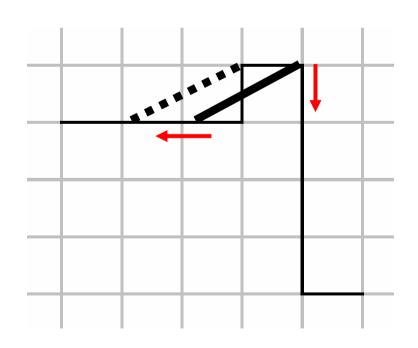
0

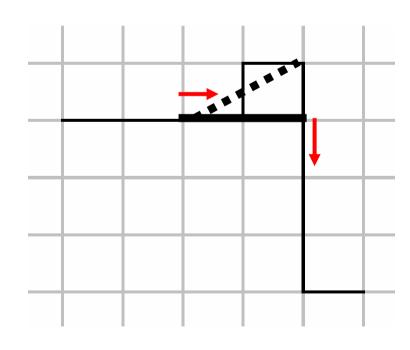
Sample Output

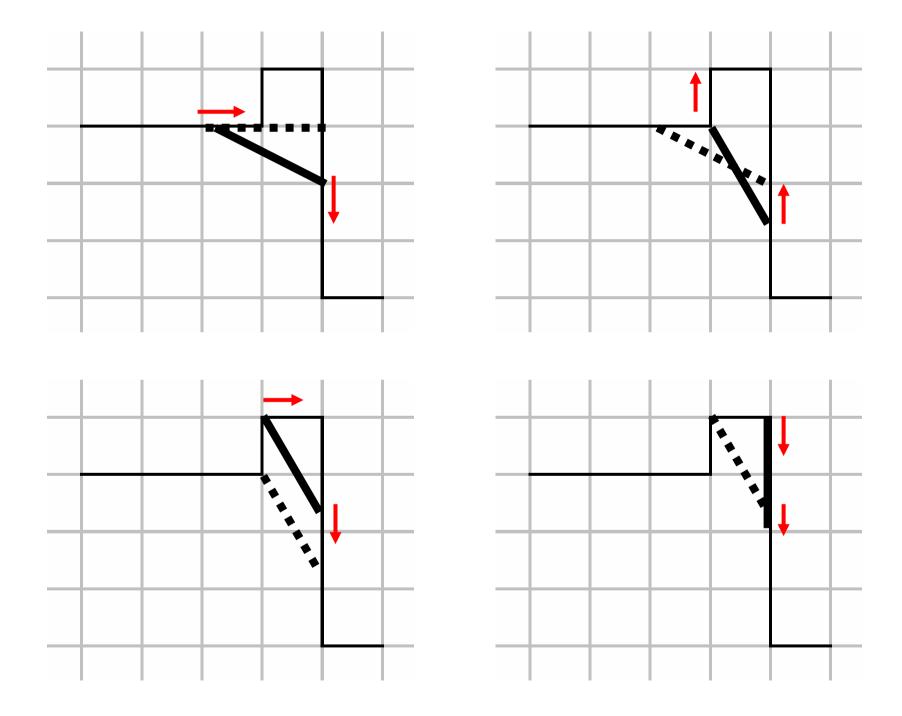
Case 1: 11.00

Case 2: 10.00

Negative: up-to-down







情况介绍

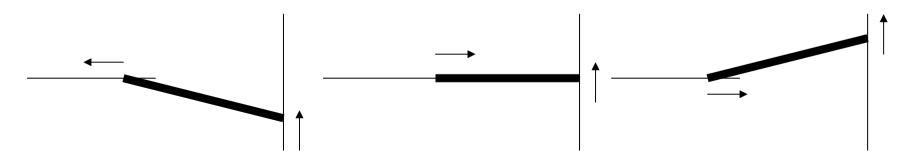
- On-site比赛无人提交
- Online比赛20份提交, 其中1个Yes

分析

- 用P_A与P_B表示棍的两个端点离起点的位置,则(P_A, P_B)共同描述了棍的状态
- 引理: 最优运动过程中, 不会存在两个时刻 t_1 和 t_2 , 使得($P_A(t_1)$, $P_B(t_1)$) = ($P_A(t_2)$, $P_B(t_2)$)
- 注意,此引理并不代表需要考虑的路径总是惟一的(留给读者思考),需要建立图论模型
- 问题: 状态是连续的, 因而是不可数无穷多的! 我们需要把状态数减少到有限多个

关键状态

- 在任何时刻,两个端点要么往前,要么往后, 我们把端点运动方向可能改变的状态的称 为关键状态.特别的,初始与终止状态也是 关键状态.
- 不难得出: 关键状态只有以下两种:
 - -A或B处于路径的拐点
 - -A或B处于路径某两条垂直线段的延长线交点上

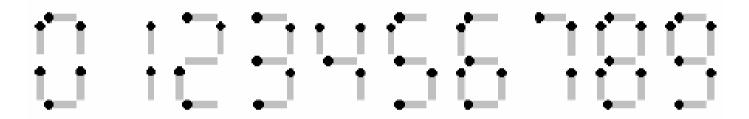


算法

- 算法1: 把关键状态看成点, 状态之间的转移 看作边, 建立有向带权图, 则问题转化为经 典的s-t最短路问题, 可以用Dijkstra求解. 关 键是细心设计状态转移过程.
- 算法2: 本题的I_i很小, 且所有长度均为整数, 因此可以直接考虑所有整状态, 即某端点处于整点的状态, 大大降低编程复杂度

Bigger is Better

• 用不超过n根火柴组成m的非负整数倍. 这个数应该尽量大



Sample Input	Sample Output
6 3	Case 1: 111
	Case 2: -1
0 1<=n<=100.	1<=m<=3000

情况介绍

- On-site比赛约40个Yes
- Online比赛231份提交, 11个Yes, 76个WA, 109个TLE(原因见后), 11个MLE

分析

• 很容易得到这样的动态规划算法: 设d_{i,i}为i根 火柴拼成除以m余数为j的最大整数,则状态 转移时可以枚举首位,也可以枚举末位.枚 举首位的问题很容易得到错误算法! (想一想, 为什么) 比较稳妥的方法是枚举末位. 这样, 状态总数为nm,决策量为10,但由于d_{i.i}可能 很大,需要用高精度存储,实际的运行时间 比较长. On-site时限很长, 此法可以通过数 据, 但Online比赛缩短时限, 此法将超时

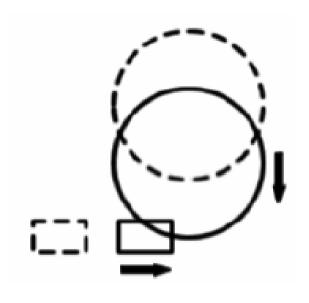
分析

- 换一个思路: 设d_{i,j}表示用拼一个除以m余数为j的i位数至少需要多少根火柴,则很容易用O(nm)时间递推出所有d_{i,j}. 找到让d_{i,0}<=n的最大i,也就求出了答案的位数. 接下来只需要根据d_{i,j}贪心的一位一位取即可, 总时间复杂度为O(nm)
- 也可计算d_{i,j}: 用i根火柴拼一个除以m余数为j 的最大位数, 但容易出错(想一想, 为什么)

Collapse!!!

- 你坐着一个a*b的矩形飞船,左下角位于 (0,0)。你的任务是在T时刻前让它的左下角 到达(L,0). 你可以选择一个时刻t₀让飞船往 右以你选择的速度v₀运动,途中不能与下落 的圆形石头相撞,但可以相切
 - 所有石头速度均为 V
 - 石头i半径r_i,下落时间t_i
 - 石头i下落时中心为(X_i,H)
 - 石头顶端落到y=0时消失

最小化



Sample Input	Sample Output				
1 2 1 20 12 3 20 5 2 5	Case 1: 1.00				
$ \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$	$\begin{bmatrix} t_i \end{bmatrix}$				

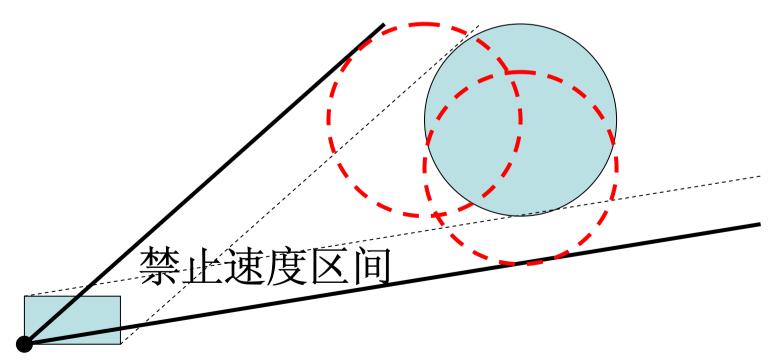
- 1<=n<=50 石头个数
- 1<=a,b<=10
- 1<=L,H,V,T<=10000 刚下落时不会砸到飞船
- $1 <= t_i <= T, 1 <= r_i <= 200, a + r_i <= x_i <= L r_i, b < H r_i$

情况介绍

- On-site有约5支队伍提交,均没有通过. 赛后询问后得知均是错误算法或近似算法(按较小步长枚举出发时间后计算最小速度). 由于数据比较难故而未通过
- Onsite有22份提交,均未通过

相对运动 + 拆圆

- 给出发时间t, 哪些速度不会与石头i相撞?
 - -相对运动: 石头不动, 飞船往右上方移动
 - 拆圆: 飞船变成一个点



极限法

- 最优直线有以下几种情况
 - 与两圆相切
 - 经过(0,0)并与一个圆相切
 - -经过(L, V_t)并与一个圆相切
 - 经过(0,0)与(L, V_t)
- 枚举O(N²)条直线后判断是否合法即可.注 意不能只判断出发与到达时刻是否合法,以 及直线是否和某圆相交(想一想,为什么)

Digit Puzzle

• 给出形如a*b=c的数子谜,修改尽量少的数字使得解惟一. a, b, c分别不超过2, 2, 4位

Sample Input	Sample Output					
7 ** 8*	Case 1: 7 ** 8*					
** ** ***	Case 2: ** ** 1*1					
0						

情况介绍

- On-site有约15支队伍提交,约5个Yes,其中一个使用在线搜索,其他均为离线搜索
- Online有49份提交, 4个Yes, 24个WA, 19个TLE. 注意Online比赛时限比较紧

思路一

- 离线搜索, 先保存所有解惟一的数字谜, 然后每次遍历所有元素, 选一个最接近的
- 显然,如果枚举所有游戏一一判断是否解惟一,还不如在线搜索.注意到合法等式不超过100²=10000种,因此可以从等式出发进行修改,即枚举方格位置集合(最多有2⁸=256种),让该数字谜对应的解加1,最后删除解不惟一的,得到770589个数字谜

思路二

- 虽然看上去搜索量很大,但本题确实可以在线搜索.
- 迭代加深搜索: 枚举花费c, 枚举与输入游戏相距为c的所有游戏并逐个判断.

Extraordinarily-Tired Students

- 每个学生的睡觉方式用三元组(a, b, c)表示,即先听课a分钟,然后睡觉b分钟.第一分钟时处于周期的第c分钟,准备睡觉时如果发现有至少一半的学生在听课,就不再睡觉
- 求出所有学生都开始听课的时间

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
		3	3	3	3			3	3	3	3						
55	(5)	(5)	(5)	(5)		6	6	3	3	(5)		6	3	3	(5)	6	
3	3	3		3	3	6	3		3	5	3	3					

(2,4,1), (1,5,2), (1,4,3)

Sample Input	Sample Output				
3	Case 1: 18				
2 4 1	Case 2: -1				
1 5 2 1<=n<=	:10				
1 1 2					
1<=a, b 1<=c<=	a+b				
1 2 1					
1 2 2					
1 2 3					
0					

- - -

情况介绍

- 本次比赛最简单的题目
- On-site约90支队伍通过, 但第一份Yes在30 分钟后才出现
- Online有172分提交, 47个Yes, 71个WA, 31个TLE

分析

- 每人周期c<=10, 因此lcm(1,2,..,10)=2520个时间单位后一定出现循环
- 算法: 模拟3000个周期, 如果仍有人睡觉, 则输出-1

Fairies' Defence

• 在长方体(0,0,0)-(a,b,c)内有n只天使,另有一只生物将此长方体中以均匀概率密度出现,并 攻击最近的天使. 求每只天使被攻击的概率.

Sample Input	Sample Output					
2 3 3 3	Case 1: 0.500 0.500					
1 1 1	Case 2: 0.286 0.714					
$2 \ 2 \ 2$ $2 < = n$	<=20					
2 7 2 10	b, c <= 1000					
11 1 6						
0 < = x < 0	<=a, 0<=y<=b, 0<=z<=c					
0						

情况介绍

- 考虑到整场比赛难度太大, On-site的时限故意设得很宽, 优化的Monte-Carlo算法可以通过本题. 但Online时限紧, 近似算法无法通过
- Online比赛11分提交, 5个WA, 6个TLE

分析

- 模型: 计算三维Voronoi图, 计算每个点所在 Voronoi多面体与长方题相交部分的体积
- 本题的规模很小,因此不需要十分高效的三维Voronoi图算法.事实上,本题不需要任何三维Voronoi图的知识
- 假设只有两个天使P和天使Q,怪兽出现在哪些位置将攻击P而不是Q呢?作线段PQ的中垂面,则处于半空间Q-P时攻击P

Voronoi多面体

- 对于天使P, 单独考虑所有天使Q, 则所有半空间Q-P的交再与(0,0,0)-(a,b,c)求交后得到一个体积有限的凸多面体
- 连接P和多面体的各个顶点,则多面体被切割成了若干个棱锥,每个棱锥的体积等于 V=Sh/3,其中S为底面积,h为P到该底面的距离.下面考虑如何求出Voronoi多面体

切割多面体

- 增量法: 依次考虑各个半空间, 把当前多面体中非法的部分切掉. 初始多面体是长方体(0,0,0)-(a,b,c)
- 半空间可用点法式: (P, Q), 其中P为半平面上一点, Q为单位法向量.
- 先考虑顶点V_i, 记d_i=(V_i-P)*Q, 则
 - $-d_{i} < 0, V_{i}$ 不在(P,Q)半空间中
 - d_i >=0, V_i仍然是顶点

图论模型

- 考虑原来的每条边(V_i,V_i)
 - d_i<0, d_i<=0, 或d_i<=0, d_i<0, 删除该边
 - d_i>=0, d_i>=0,保留该边
 - $-d_id_j<0$,则用 (V_i,V_j) 与半空间的公共部分代替 (V_i,V_j)
- 最后缺少的一部分边: 把所有满足d_i=0的顶点取出, 求出二维凸包, 加入边集
- 求出图表示法后, 计算体积

Gargoyle

• 城堡顶层有n个怪兽状滴水嘴,还有一个m个连接点和k个水管的水流系统.从滴水嘴流出的水直接进入蓄水池,通过水管后重新由滴水嘴流出.假设水量无损失,每个连接点处的总入水速度应等于总出水速度.水管中水流的速度有上下界,单位水速有固定费用

设计各水管的水速, 用尽量少的总**费用** 让各滴水嘴的出水速度相同



Sample Input	Sample Output
3 1 4	Case 1: 60.00
0 4 8 15 5	
4 1 2 5 2	
4 2 1 6 1	
4 3 3 7 2	
0	

- 1<=n<=25, 1<=m<=50, 1<=k<=1000,
- 0<=a,b<=n+m, 0<=l<=u<=100, 1<=c<=100
- 无自环和重边,水管入口不会是滴水嘴,出口不会是蓄水池. 蓄水池编号为0,滴水嘴编号为1~n,连接点编号为n+1~n+m

- On-site有三份提交,均未通过,但答案已比较接近.事后得知该队错误的认为答案一定可以写成分母为n的有理数.
- Online有23份提交, 1个Yes, 9个WA, 13个 TLE

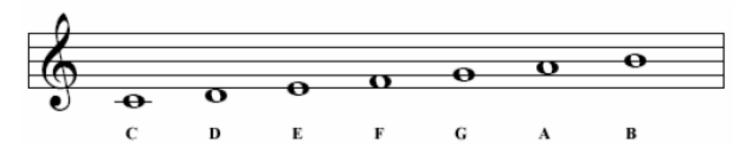
- 模型: 求一个最小费用流使得某边集上流量相同. 假设该边集的流量均为f, 则当f确定下来以后问题转化为普通的带上下界最小费用流. 假设该问题的解为c(f), 我们有:
- 引理1: f的可行域(让c(f)存在的取值范围)为 连续区间[l, r]
- 引理2: 在可行区域内, c(f)是f的下凸函数
- 证明略. 因此可以通过二分/三分法求解

另一个结论

- 本题还有一个结论, 但并不一定要用:
- 引理3: 最优值对应的f一定是有理数, 且分母为不超过n的整数, 其中n为滴水嘴的个数
- 证明略. 有了这个定理, 可以进一步缩小二分/三分的范围

Hidden Music Score

- 五线谱的相邻两线的距离称为一个标准距离(sd),为1.0cm到5.0cm.相邻音符的水平距离保证不小于1sd,不大于5sd
- 擦掉五线谱后旋转a度(-60<=a<=60, a为整数)后给出所有音符的坐标和第一个、最后一个音符的名称(保证不相同), 求原始音符. 解保证惟一, 且对浮点误差不敏感



Sample Input	Sample Output
6 E G	Case 1: EEECEG
0.0000000 1.00000000	Case 2: ADEC
1.00000000 1.00000000	Case 3: BDEGGFF
2.00000000 1.00000000	
4.00000000 0.00000000 3<=n	<=20
5.00000000 1.00000000	1120
8.00000000 2.00000000	
4 A C	
0.00000000 15.62499286	
11.28111236 5.80618831	
20.63744497 6.54957842	
37.94846083 0.00000000	
7 B F	
0.0000000 0.0000000	
15.14798698 18.22443643	
25.04608611 30.65582149	
19.58478851 24.56084570	
23.09216832 27.86533768	
11.29672536 9.31513384	
8.65999632 3.84492903	
0	



- 出题者的本意是送分,但On-site只有不超过5支队伍通过,且第一份提交是3小时以后才出现的. 很多队伍错误的原因是看题不仔细
- Online有177份提交,14个Yes,87个WA, 17个TLE

- 关键点:
 - 旋转角度为整数
 - 第一个音符和最后一个音符不同
 - -1<=sd<=5, 相邻水平距离为1sd到5sd之间
- 因此只需枚举旋转角度,排序后就可以得到第一个和最后一个音符,并计算出sd并且 第出其他音符的音名.注意判断sd和水平距 离是否符合要求.
- 累积每个字符垂直位置的误差,输出误差 最小的,而不要想当然的设置epsilon

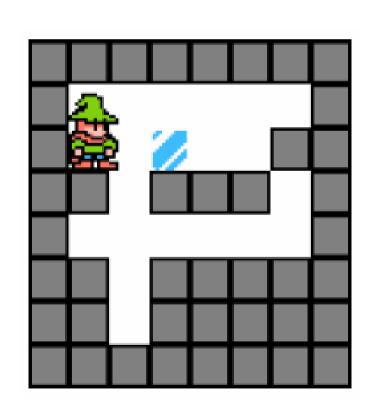
ceman

• 在寒冰王国的一个房间里有一个冰人,你 的任务是用最少的步数让他到达一个给定 的目的地。这个房间是一个n*m网格,各行 从上到下编号为 $1\sim m$,各列从左到右编号 为1~n。每格要么为空,要么是冰,要么是 石头。石头始终不变,而冰可以由魔法创 造或者销毁。房间的第一行、最后一行、 第一列和最后一列都是石头。冰人的初始 位置总是一个空格,目的地也是一个空 格,它的正下方总是一块石头。冰人看上 去比较大,但它总是恰好占据一个空格

- 左魔法. 作用于他的左下方
 - 如果该格子是石头,则魔法无效;
 - 如果格子是空格,则变为冰;
 - 如果是冰,则变为空格。
- 魔法把空格变成冰时,如果它的左(右)边相邻 格是冰或者石头,那么这块新创造出来的冰会 和左(右)边的相邻冰或者石头粘在一起。"粘"的 作用是相互的,同一行中的多块冰或石头可以 粘成一个整体。连接在一起且最左/右端都不是 石头的整体称为冰棒。冰棒中每个格子的正下 方均为空时该冰棒将整体下落。但直接或间接 与石头粘在一起的冰块不会自由下落的。魔法 把冰变成空格时,它左右的连接(如果有的话) 都将随之被销毁

- 左移. 假设冰人在(r,c)
 - (r,c-1)为空,则冰人移动到此方格。如果此时他脚下的方格(r+1,c-1)为空,则冰人垂直下落,直到脚下是冰或者石头.下落过程中不能进行操作
 - (r,c-1)是石头,则试着往上爬。如果(r-1,c-1)和(r-1,c)均为空,则爬到(r-1,c-1),否则留在(r,c);
 - (r,c-1)是冰,则当且仅当(r,c-2)也为空时,该冰被推向左方。它将一直向左运动,直到被冰或石头挡住,或者它正下方为空(此时冰块按照前面叙述的规则下落,且落地后不再继续往左移动)。
- 冰块被推走后,它上方的冰棒将会落下。每次操作后,冰人总是等所有冰块都不再移动后才能继续操作。如果(r,c-1)是冰但不能被推走,则把它当作石头一样处理(尝试往上爬上)

- 只有水平连接,没有垂直连接(冰块下落后不会和下方的冰块/石头粘在一起),且只有魔法操作可以创建或销毁这些连接.根据冰块的与左右两边格子的连接情况,用四种不同的字符表示
 - -双端自由"O", 双端连接"="
 - 左端自由"[", 右端自由"]"
 - 右魔法">"与左魔法"<"对称
 - 右移"R"与左移"L"对称
 - -初始位置用"@"表示
 - 目标用"#"表示
 - 空格用"."表示
 - 石头用"X"表示



Sample Input		Sample Output
5 5		Case 1: >RR
xxxxx		Case 2: R>R
x@.#x		Case 3: RR>RLLLLL>R
xx.xx		
xx		
XXXXX	地图不超过10*10	
7 7		
XXXXXX	一定有解且不超过15步	
xx		
X@[=].X	一步数最少的解惟一	
XXX.XXX		
XXX.XXX		
XXX#XXX		
XXXXXXX		
6 6		
XXXXXX		
X@X		
XXXX=X		
xo.x		
x.#0.X		
XXXXXX		
0		

- On-site无人提交
- Online有32份提交, 4个Yes, 14个WA, 4个TLE

- 本题的背景是FC游戏《所罗门之匙2》, 日 文名为《Solomon no Kagi 2 – Coolmin Tou Kyuushutsu Sakusen》
- 实现规则时注意细心
- On-site时限很长,只要实现正确均可通过数据.即使使用DFS作为主框架,只要使用了简单的h函数,也不会超时

布局的表示

有多种复杂的表示,不过这里采取最简单的方式:自上而下自左向右各个方格连接而成的字符串

```
char map[20][20]; for(int i = 0; i < n; i++) scanf("'%s", map[i]); string s = ""; for(int i = 0; i < n; i++) for(int j = 0; j < m; j++){    if(map[i][j] == '#'){ target = i*m + j; map[i][j] = '.'; }    s += map[i][j]; }
```

算法框架

• 有多种复杂的框架,这里采取BFS

```
q.push(s); 和始状态入队,操作序列为空 sol.clear(); sol[s] = '''; 和while(!q.empty()){ string s = q.front(); q.pop(); if(expand(s, '<')) break; if(expand(s, '>')) break; if(expand(s, 'R')) break; }
```

核心过程: 扩展状态并返回是否找到解

```
bool expand(string s, char cmd){
string seq = sol[s] + cmd;
int x = s.find('@'); 获取人的位置并删除
s[x]='.'; 否则可能会把人当障碍
if(cmd == '<' || cmd == '>'){
}else{
s = fall(s); 物体自由下落  利用h函数剪枝
if(h(s) + seq.length() > 15) return false;
if(s.find('@') == target){ printans(seq); return true; }
if(!sol.count(s)){ sol[s] = seq; q.push(s); }
return false; 新结点放入已扩展结点集中并入队
```

```
s[x] = '@'; 人的位置不变
int p = (cmd == '<' ? x+m-1 : x+m+1); 被操作位置
if(s[p] == 'X') return false;
else if(s[p] == '.'){
  s[p] = 'O'; 创建冰与相关连接
  if(icy[s[p-1]]) s[p-1] = link_r[s[p-1]];
  if(s[p-1]!='.') s[p] = link_l[s[p]];
  if(icy[s[p+1]]) s[p+1] = link_l[s[p+1]];
  if(s[p+1]!='.') s[p] = link_r[s[p]];
}else{
  s[p] = '.'; 消除冰与相关连接
  if(icy[s[p-1]]) s[p-1] = clear_r[s[p-1]];
  if(icy[s[p+1]]) s[p+1] = clear_l[s[p+1]];
                                       魔法的处理
```

```
int k, p = (cmd == 'L' ? x-1 : x+1);
if(s[p] == '.') s[p] = '@'; 成功移动
else{
if(s[p] == 'O' && cmd == 'L' && s[p-1] == '.')
  for(k = p-1; k > 0; k--) if(s[k-1] != '.' || s[k+m] == '.') break;
 s[p] = '.'; s[k] = 'O'; s[x] = '@';
 for(k = p+1; k < n*m; k++) if(s[k+1] != '.' || s[k+m] == '.') break;
 s[p] = '.'; s[k] = 'O'; s[x] = '@';
 else{ 往上爬
 if(s[p-m] == '.' && s[x-m] == '.') s[p-m] = '@'; else s[x] = '@';
                                           移动的处理
```

自由下落过程

- 从下到上处理每一行,每行自左向右扫描,处理人和冰
- 人和O: 单独处理
- 遇到[则接下来的几个方格为====]或===X
 - -以]终止:判断是否下落
 - -以X终止: 不用判断, 一定不会下落

思考:

如何减少不必要的判断?如果需要,可以附加信息或者修改状态表示

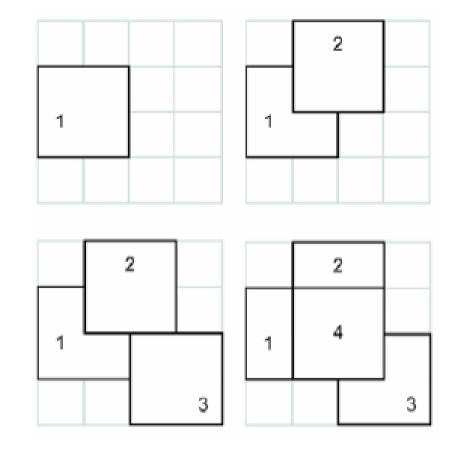
启发函数h

• h(s)表示从局面s出发到达目标状态至少还需要多少步.可以用最短路算法代替简单的h函数, 但是不能考虑冰块

```
int h(string s){
    int a, b, x = s.find('@');
    a = x%m - target%m; if(a < 0) a = -a; 水平移动
    if(x/m > target/m) b = x/m - target/m;
    else b = (x/m < target/m ? 1 : 0);
    return a > b ? a : b;
}
```

Overlapping Squares

• 把1到6个2*2正方形放到4*4的格子中. 给出图案, 问是否可能



Sample Input	Sample Output
#	Case 1: Yes
#	Case 2: Yes
#	Case 3: No
_ #	Case 4: Yes
#	
#	
#	
#	
#	
#	
_ _ _ #	
_ _ _ #	
_ _ _ #	
_ _ _ #	
#	
_	
#	
_ #	
_ _ #	
0	

- On-site约有40支队伍通过
- Online有159份提交,34个Yes,60个WA, 55个TLE

- 思路一: 预处理算出所有图案, 然后每次询问时进行简单查找
- 思路二:在线搜索,注意从"上往下"搜,即 先搜最顶上的(它必须完全露在外面而且 中间不能有其他线条),然后搜压在底下 的。这样利于及时排除不可能的情况