




网络流 Network Flow

2016-8-6



内容列表

- 一些优化
- 限制条件与对应模型



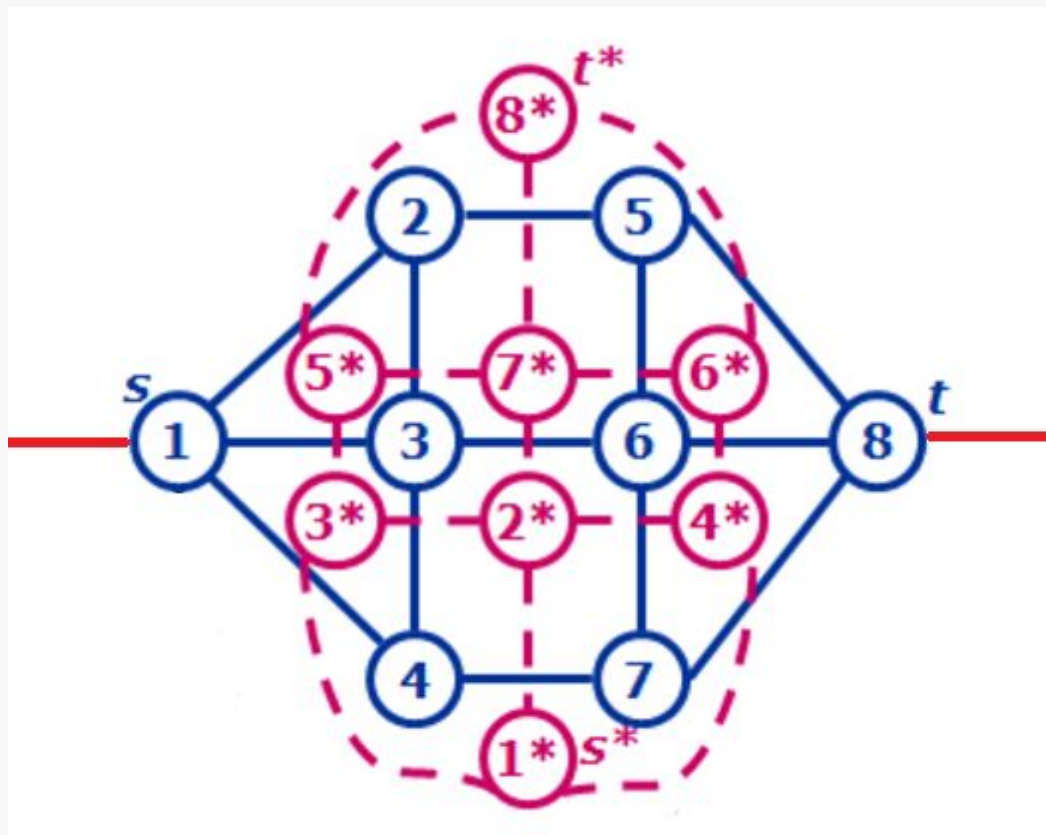
一些优化

- 平面图
- 二分图
- 小规模流量上界
- 单位图与单出度
- 特殊图结构



一些优化 - 平面图

- 平面图最大流 = 平面图最小割 = 对偶图最短路



一些优化 - 二分图

- 二分图最大流 $O(M N^{1/2})$
- Hopcraft Karp
- Dinic



一些优化 - 小规模流量上界

- 每一条边的流量限制都是整数
- 且最大为C
- $O(NM\log C)$
- 最高标号推进



一些优化 - 单位图与单出度

- 直接Dinic
- $O(MN^{2/3})$
- $O(MN^{1/2})$



一些优化 - 特殊图结构

- 链式图
- 分层图



一些优化 - 链式图 - 产品销售

A 公司正在热销某计算机产品，作为 A 公司 CEO 的小 A 打算为接下来连续的 N 个销售季度制定一份具体的生产和销售方案。已知第 i 个销售季度该产品的订购量为 D_i ，在第 i 个季度， A 公司会通过如下几种方式来解决用户的订购需求：

- 在第 i 个季度生产新的产品来销售。
- 若在第 i 个季度以前库存还有多余的产品，则可以直接在第 i 个季度销售(注意第一个季度之前没有任何库存产品)。
- 在第 i 个季度可以未完成全部的订购需求，而将未完成的订购需求推迟，归入到下一个季度($i+1$)的产品订购需求中。

A 公司需要考虑以下几种耗费：生产新产品的成本耗费、库存产品的额外储存耗费以及推迟订购需求而需要赔偿给用户的损失费。另外由于劳力和资源的限制，每个销售季度能够生产新产品的数量是有限的，各季度的耗费和可以生产的产品上限数也不尽相同，具体如下：

- 在第 i 个季度最多可以生产 U_i 件新的产品，每一件的成本为 P_i 。
- 第 i 个季度保存下来的产品，可以用于以后季度的销售。对于每一件产品，若从第 i 季度保存到第 $i+1$ 季度，需要额外支付 M_i 的存储费用(注意产品保存到下个季度后可能再次库存)。
- 对于第 i 个季度需要推迟而归入到下一个季度订购需求的每一件产品， A 公司需要赔偿给用户损失费 C_i (注意延迟到下个季度可能再次被延迟，费用按后面季度的延迟费用计)。

在第 N 个季度结束后， A 公司必须解决之前所有的用户订单。可以保证， A 公司能够生产的产品总数不会低于总订购量，也就是说**一定存在一组生产和销售方案使得满足所有的用户订购需求**。小 A 想知道如何来安排产品的生产和销售，使得在满足所有订购需求的前提下公司总的耗费最小。



限制条件与对应模型

- 要求不可达与所有增广路
- 二选一
- 三选一
- 强制依赖
- 大小限制
- 贪心与费用流
- 有优先级的限制



要求不可达与所有增广路

- **Hold Your Hand**

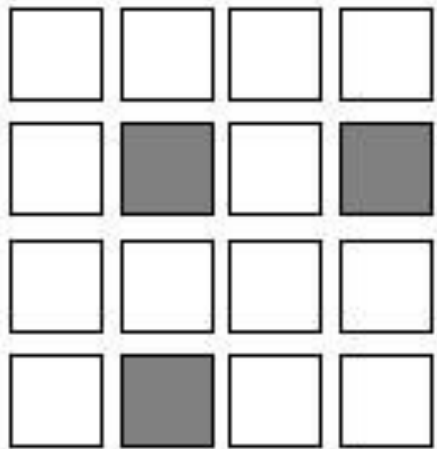
- Fang Fang hates some 8-digit binary numbers.
- Cupid can sell me some supernatural powers.
- Some of them can eliminate all 8-digit binary numbers in the world with a certain prefix, and some of them can eliminate all 8-digit binary numbers with a certain suffix (offer ur IQ in exchange for them).
- I should minimize my damage.



二选一

- **CoVH之柯南开锁**

- 锁是由 $M \times N$ 个格子组成, 其中某些格子凸起(灰色的格子). 每一次操作可以把某一行或某一列的格子给按下去.
- 开给定的锁所需的最少次数.



三选一

- **刷油漆**

- 一面墙 $N \times M$ ，给每一个格子刷油漆。
- 1) 给一行刷油漆
- 2) 给一列刷油漆
- 3) 给单独一个格子刷油漆
- 求最少费用



强制依赖

- 最大权闭合子图
- Gold Mine
- Long long ago, there is a gold mine. The mine consist of many layout, so some area is easy to dig, but some is very hard to dig. To dig one gold, we should cost some value and then gain some value. There are many area that have gold, because of the layout, if one people want to dig one gold in some layout, he must dig some gold on some layout that above this gold's layout. A gold seeker come here to dig gold. The question is how much value the gold he can dig, suppose he have infinite money in the begin.

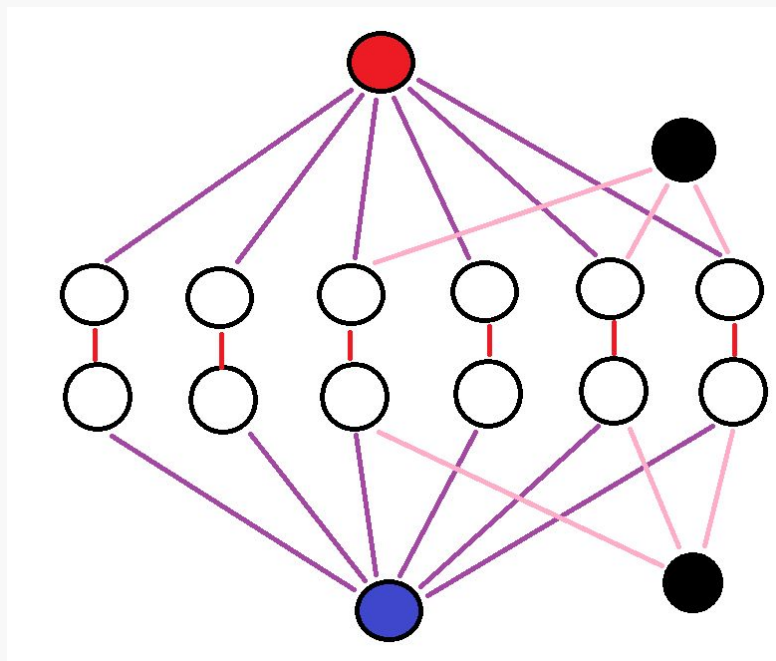
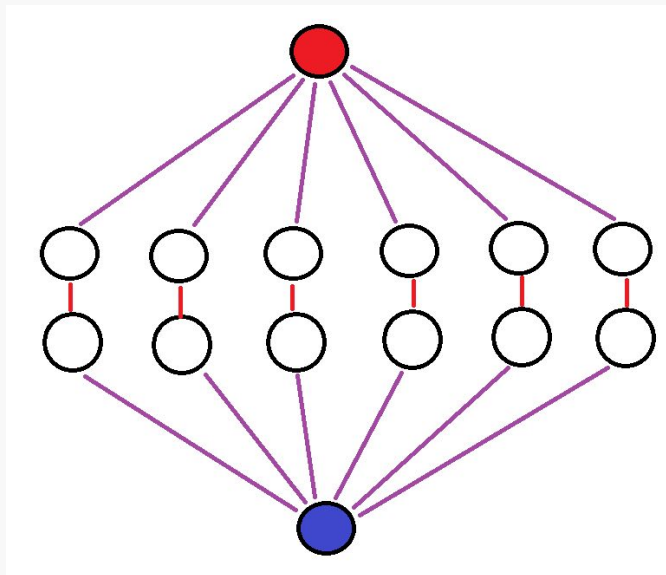


强制依赖

- **双语句子**
- 给定若干单词，其中有些是英语单词，一些是法语单词，也有可能同时是英语单词和法语单词
- 已知其中一些单词是英语单词，其中一些单词是法语单词
- **还给了若干句子（句子内的单词是同一种语言）**
- 最少有多少双语单词？



强制依赖



大小限制

- (1) 要求某些边的流量之和大于等于另外一条边
- 增加额外结点：**Dustbin !**
- (2) 找不到源点汇点，且有大量恒等关系
- **平衡流 !**



贪心与费用流

- M区间和最大问题
- 给定 $A(1), A(2), \dots, A(n)$
- 找出恰好M个区间
 - 区间可以相切
 - 区间不能相交
 - 每一个区间不能为空
- 使得区间内的和最大！



有优先级的限制

- 费用 (c_1, c_2)
- 新费用 $c_1 * INF + c_2$

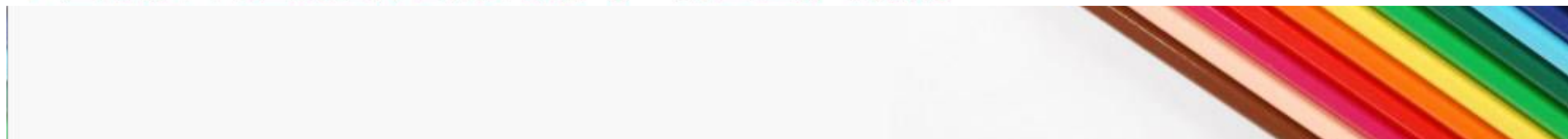


一道综合题 - 芯片的难题

【问题描述】 一家著名的微处理器公司请您帮助他们在一些他们自己的电脑芯片上安装一些可互换组件（部件）。每块芯片都被设计成 $N \times N$ 的带插槽的正方形。一个插槽可以安装一块单独的组件，你的任务是尽可能多地插入这些组件。

现代处理器的设计是很复杂的。你要面对下面几个限制：

- 一些插槽是不可用的。
- 一些插槽已经被其它的组件占据了，因而无法被新的组件使用。
- 内存总线要连接到芯片的水平和垂直的边界上，它们的带宽负载需要匹配。除外，在第一行和第一列上的组件数目必须一样多，在第二行和第二列上的组件数目也必须一样多，依此类推。计数的组件包括之前已经存在于芯片之上和后来加上去的。
- 类似地，由于一些电源连接到行尾和列尾。为了避免插槽过热，对于给出的 A 和 B ，在任何行和列上的组件总数不能多于芯片上组件总数的 A/B 。



一道综合题 - 芯片的难题

芯片被描述为一个 N 行，每行 N 个字符的矩阵，其中 '.' 表示开放插槽， '/' 表示不可用插槽， 'c' 表示插槽已被一个组件占据。举例来说：

```
CC/..  
././.  
..C.C  
/.C..  
/./C/
```

图8.4-1



一道综合题 - 芯片的难题

如果每行每列上的组件不可以超过组件总数的 $3/10$ ，那么这块 5×5 的芯片的可被安装的最大组件数是7。图8. 4-2是一种可行方案，其中'W' 表示新加到开放插槽中的组件。

```
CC/W.  
W/W//  
W.C.C  
/.CWW  
/W/C/
```

输入:

输入数据由多组测试用例组成。每组测试用例由含有3 个整数的一行开始: 芯片的规模 N ($1 \leq N \leq 40$), 以及 A 和 B ($1 \leq B \leq 1000, 0 \leq A \leq B$), 含义如上所述。然后给出 N 行, 每行 N 个字符描述插槽, 字符为 '.', '/' 或 'C' 之一, 含义如上所述。

一道综合题 - 芯片的难题

- 试题要求计算安装在开放插槽中的最多组件数，即安装的最多组件总数-必须放的组件数。
- 依次枚举安装的组件总数Answer
- (Answer的枚举范围？)
- 如果没有条件(3)：
 - 网格的每行和每列分别作为一个节点 u_i 和 v_i
 - 构成二分图。



一道综合题 - 芯片的难题

- 如果不考虑条件(2)
 - 可以用费用流来维护答案
- 加入条件(2)
 - 保证其一定被放置
 - 修改其费用为-INF
 - 最优解cost
 - $\lfloor \text{cost} / \text{INF} \rfloor$ 是必须安装的组件数
 - $\lfloor \text{cost} \% \text{INF} \rfloor$ 是新安装的组建数



一道综合题 - 芯片的难题

- 对于条件(3)
 - 满足第 i 行的组件个数=第 i 列的组件个数
- 构造环流
- 平衡流



训练题列表

- <http://acm.hust.edu.cn/vjudge/contest/126609>
- Uvalive 5131 Chips Challenge
- SGU 326 Perspective
- POJ 1149 Pigs
- POJ 1637 Sightseeing tour
- POJ 2391 Ombrophobic Bovines
- POJ 2699 The Maximum Number of Strong Kings
- POJ 3281 Dining
- SPOJ NETADMIN Smart Network Administrator
- SPOJ IM Intergalactic Map
- SPOJ FASTFLOW Fast Maximum Flow
- BZOJ 1497
- BZOJ 1565
- HDU 5457
- 欢迎提问！

