Opgave 1 - violet laser

Laseren har bølgelængden λ

$$\lambda = 405\ nm$$

a) Bestem energien af en foton i laseren

Energien E_Υ i en foton bestemmes med formlen

$$E_\Upsilon = h \cdot \frac{c}{\lambda}$$

Hvor h er planckkonstanten og c lysets hastighed

$$h = 6{,}626 \cdot 10^{-34} J \cdot s$$

$$c = 3{,}00 \cdot 10^{8} \frac{m}{s}$$

Værdierne indsat i formlen

$$E_\Upsilon = 6{,}626 \cdot 10^{-34} j \cdot s \cdot \frac{3{,}00 \cdot 10^{8} \frac{m}{s}}{405 \cdot 10^{-9} m} = 4{,}908 \cdot 10^{-19} J$$

Hver enkelt foton i laseren har dermed $4{,}9 \cdot 10^{-19} J$ hvilket lyder ret sandsynligt da der er rigtig mange fotoner i laserstråle

Gitteret har antallet n spalter per mm

$$n = 600 mm^{-1}$$

b) Bestem det totale antal afbøjningsordner der kommer ved eksperimentet

Afstanden mellem spalter d beregnes med formlen

$$d = \frac{1}{n}$$

$$d = \frac{1}{600 mm^{-1}} = 1{,}7 \mu m$$

Sammenhængen mellem vinklen ud til punktet og afbøjningsordnen vises i denne formel

$$n \cdot \lambda = d \cdot \sin(\theta_n)$$

Vinklen skal forblive under 90 grader for at det kan lade sig gøre at denne afbøjningsorden eksisterer

Afbøjningsordnen forøges med en hver gang indtil svaret ikke er under 90 grader

$n := 0:$
$solve(n \cdot 405 \cdot 10^{-9} = 1.7 \cdot 10^{-6} \cdot Sin(x))$

$$0.$$

$n := 1:$
$solve(n \cdot 405 \cdot 10^{-9} = 1.7 \cdot 10^{-6} \cdot Sin(x))$

$$13.78240937$$

$n := 2:$
$solve(n \cdot 405 \cdot 10^{-9} = 1.7 \cdot 10^{-6} \cdot Sin(x))$

$$28.45514314$$

$n := 3:$
$solve(n \cdot 405 \cdot 10^{-9} = 1.7 \cdot 10^{-6} \cdot Sin(x))$

$$45.61910034$$

$n := 4:$
$solve(n \cdot 405 \cdot 10^{-9} = 1.7 \cdot 10^{-6} \cdot Sin(x))$

$$72.35278545$$

$n := 5:$
$solve(n \cdot 405 \cdot 10^{-9} = 1.7 \cdot 10^{-6} \cdot Sin(x))$

$$90.00000000 - 34.88722398\,\mathrm{I}$$

Da det andet tal ved 5. afbøjningsorden er imaginært, er det ikke en virkelig løsning og der kommer dermed kun op til 4. afbøjningsorden. Dette virker til at kunne passe da der kan ses op til 2. orden på billedet og de bliver mindre tydelige som man kommer ud af

Opgave 2 - Sølvmønt

En sølvmønt har vægten m

$$m = 31{,}45g$$

a) Bestem størrelsen af normalkraften på sølvmønten.

Sølvmønten påvirkes af tyngdekraften med styrken g

$$g = 9{,}82\frac{N}{kg}$$

Tyngdekraftens påvirkning på mønten F_t beregnes

$$F_t = g \cdot m$$

$$F_t = 9{,}82\frac{N}{kg} \cdot 3{,}145 \cdot 10^{-2}kg = 0{,}309N$$

Da mønten er i stilstand må tyngdekraften ophæves præcist af normalkræften og størrelsen af disse kræfter kan siges at være

$$F_n = F_t = 0{,}309N$$

Normalkræftens påvirkning på mønten er dermed $0{,}309N$. Det virker til at være ret realistisk da en mønt ikke vejer særlig meget så det kræver ikke specielt meget at løfte dem

b) Opskriv passende værdier til relevante fysiske størrelser, og bestem tykkelsen af sølvmønten.

Sølv har densiteten ρ

$$\rho = 10{,}50\frac{g}{ml}$$

Under antagelse at mønten er 100% sølv giver det mønten et rumfang V der kan beregnes ved

$$V = \frac{m}{\rho}$$

$$V = \frac{31{,}45g}{10{,}50\frac{g}{ml}} = 3{,}00ml$$

Sølvmønten har tilnærmelses vis formen af en cylinder og rumfanget af en cylinder beregnes med formlen

$$V = r^2\pi h$$

Hvor *r* er radius og *h* højden

Ud fra billedet med linealen passer det nogenlunde med at mønten har en diameter *d* på

$$d = 3cm$$

Dermed kan radius beregnes til

$$r = \frac{d}{2} = \frac{3cm}{2} = 1{,}5cm$$

De kendte værdier indsættes i formlen for rumfanget

$$solve(3 = 1.5^2 \cdot \pi \cdot h)$$

$$0.4244131815$$

Dermed må højden være cirka 4mm baseret på de antagelser taget i opgaven. Det virker til at kunne være tæt på den virkelige højde da 4 mm virker som en tykkelse mønter har

Opgave 3 - Elektrolytkapacitor

Kapacitoren har en kapacitans C på

$$C = 4{,}7 \cdot 10^{-3}F$$

Og en maksimal spænding U på

$$U = 40V$$

a) Bestem kapacitorens energiindhold, når den er fuldt opladet.

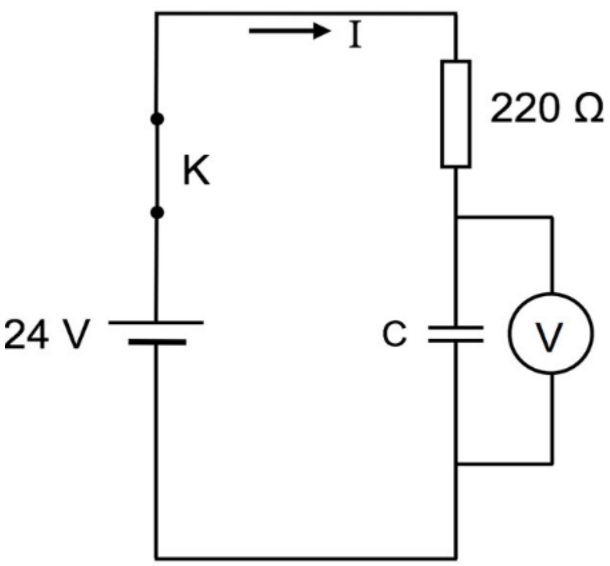
En kapacitors energi E beregnes med formlen

$$E = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2$$

De givne værdier indsættes i formlen

$$E = \frac{1}{2} \cdot 4{,}7 \cdot 10^{-3}F \cdot (40V)^2 = 3{,}76J$$

Kapacitoren har en energi på $3{,}76J$ når den er fuldt opladt. Det virker ret realistisk da den ikke ser særlig stor ud og har en ret lav kapacitans



Voltmeteret viser spændingen U_C

$$U_C = 7{,}5V$$

b) Bestem strømstyrken *I* på figur 3.3, når voltmeteret viser 7,5 V.

Det totale spændingsfald *U* er

$$U = 24V$$

Så spændingsfaldet over modstanden må være

$$U_R = U - U_C$$

$$U_R = 24V - 7{,}5V = 16{,}5V$$

Ohms lov bruges til at bestemme strømmen igennem modstanden

$$U_R = R \cdot I$$

$$I = \frac{U_R}{R}$$

$$I = \frac{16{,}5V}{220\Omega} = 0{,}075A$$

Fordi strømmen over modstanden er $0{,}075A$ så må *I* også være *0,075A* når spændingen over kapacitoren er $7{,}5V$. Dette virker realistisk nok fordi der skal ikke særlig meget til at lade en lille kapacitor op

c) Bestem resistansen af modstanden *R*.

Spændingen over en kapacitor U_C følger formlen når den begynder at bliver afladt ved tiden $t = 0$ igennem en modstand med resistansen R

$$U_C(t) = U_C(0) \cdot e^{-\frac{1}{RC} \cdot t}$$

Hvor $U_C(0)$ er start spændingen, $U_C(t)$ er spændingen til tiden t og C kapacitansen af kapacitoren

alle værdierne indsættes i formlen og værdien for R bestemmes

$$solve\left(16.92 = 20 \cdot e^{-\frac{1}{R \cdot 0.0047} \cdot 120}\right)$$

152670.0423

Dermed må den indre modstand R være 152670Ω.Det virker ret højt men det skal også være højt for at tabet sker så langsomt som muligt i forhold til formlen så det kunne godt passe

Opgave 4 - Intercooler

Tilstand	Tryk (bar)	Temperatur (°C)
1	0,96	25
2	2,5	120
3	2,5	55

a) Bestem rumfanget af 1,00 mol luft i hver af de tre tilstande.

Ideal gasligningen ser således ud

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

Omskrevet til at isolere for volumen V

$$V = \frac{n \cdot R \cdot T}{p}$$

Hvor p er trykket, n stofmængden, R gaskonstanten og T temperaturen i kelvin

Temperaturene for de tre tilstande omskrives til kelvin

$$T_1 = 25 + 273{,}15 = 298{,}15°K$$

$$T_2 = 120 + 273{,}15 = 393{,}15°K$$

$$T_3 = 55 + 273{,}15 = 328{,}15°K$$

Gaskonstanten er

$$R = 8{,}314 \frac{J}{mol \cdot K}$$

Stofmængden er

$$n = 1\,mol$$

Trykket er dem vist i skemaet i starten af opgaven

$$V_1 = \frac{1mol \cdot 8{,}314 \frac{J}{mol \cdot K} \cdot 298{,}15°K}{0{,}96 \cdot 10^5 Pa} = 0{,}026m^3$$

$$V_2 = \frac{1mol \cdot 8{,}314 \frac{J}{mol \cdot K} \cdot 393{,}15°K}{2{,}5 \cdot 10^5 Pa} = 0{,}013m^3$$

$$V_3 = \frac{1mol \cdot 8{,}314 \frac{J}{mol \cdot K} \cdot 328{,}15°K}{2{,}5 \cdot 10^5 Pa} = 0{,}011m^3$$

Ovenover ses værdierne for volumen af én mol luft ved de tre tilstande. Det virker realistisk nok fordi forholdet mellem dem ser rigtigt nok ud baseret på tryk og temperatur og at 1 mol luft ikke er så meget igen.

b) Undersøg, om kompressionen af luften fra tilstand 1 til tilstand 2 med god tilnærmelse er adiabatisk.

Adiabateksponenten Υ af atmosfærisk luft er

$$\Upsilon = 1{,}401$$

En gas der undergår en adiabatisk proces vil have sit tryk og temperatur følge formlen

$$p_1^{1-\Upsilon} \cdot T_1^{\Upsilon} = p_2^{1-\Upsilon} \cdot T_2^{\Upsilon}$$

Ved atindsætte værdierne for tryk og temperatur beregnes der en værdi for adiabat eksponenten og det kan tjekkes hvor tæt denne er på databogens værdi

$$solve\left(\left(0.96\cdot10^5\right)^{1-x}\cdot298.15^x=\left(2.5\cdot10^5\right)^{1-x}\cdot393.15^x\right)$$

$$1.406446871$$

Dette er en værdi ret tæt på databogens så processen kan godt tilnærmelsesvis beskrives som en adiabatisk proces. Hvilket også virker til at skulle passe da kompressionen af luften sker ret hurtigt så der ikke kan nå at udveksles særlig meget varme energi med omgivelserne

En bil bruger stofmængden n indsuningsluft per sekund

$$\frac{n}{t} = 4{,}0\,\frac{mol}{s}$$

c) Hvor stor effekt skal intercooleren fjerne fra indsugningsluften?

Atmosfærisk luft har en specifikvarmekapacitet ved konstanttryk c_p på

$$c_p = 1{,}01\,\frac{kJ}{kg\cdot K}$$

Og en molar masse M på

$$M = 28{,}97\cdot10^{-3}\,\frac{kg}{mol}$$

Massen m af luft per sekund er

$$\frac{m}{t} = M\cdot\frac{n}{t}$$

$$\frac{m}{t} = 28{,}97 \cdot 10^{-3}\,\frac{kg}{mol} \cdot 4{,}0\,\frac{mol}{s} = 0{,}116\,\frac{kg}{s}$$

Varmekapaciteten af luften der kommer igennem intercooleren per sekund beregnes

$$\frac{C}{t} = \frac{m}{t} \cdot c_p$$

$$\frac{C}{t} = 0{,}116\,\frac{kg}{s} \cdot 1{,}01\,\frac{kJ}{kg \cdot K} = 0{,}117\,\frac{kJ}{K \cdot s}$$

For at beregne effekten som er energi per sekund skal der nu bare ganges med temperatur forskellen ΔT mellem tilstand 2 og 3

$$\Delta T = T_2 - T_3$$

$$\Delta T = 393{,}15°K - 328{,}15°K = 65°K$$

Effekten P findes ved at gange temperaturforskellen med varmekapaciteten per sekund

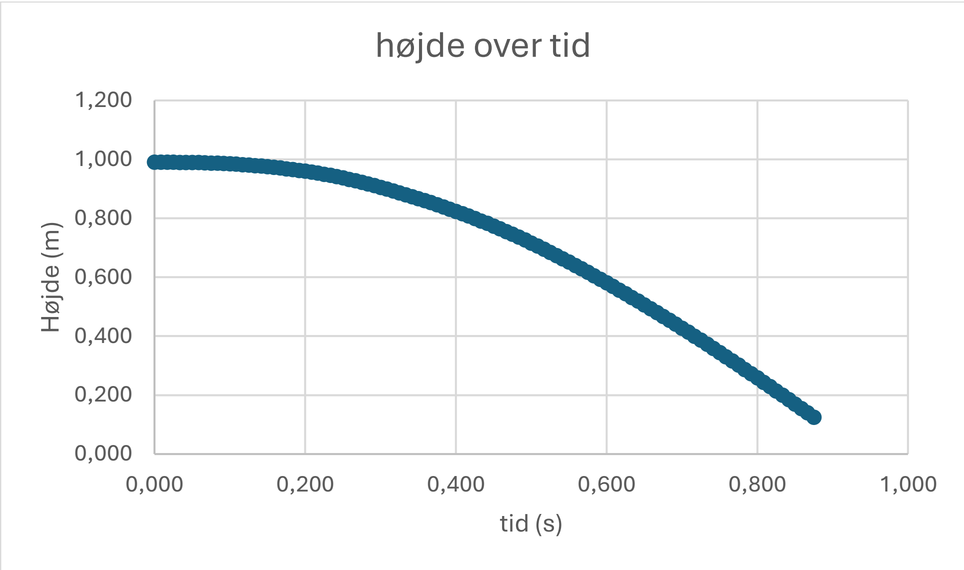
$$P = \Delta T \cdot \frac{C}{t}$$

$$P = 65°K \cdot 0{,}117\,\frac{kJ}{K \cdot s} = 7{,}6\,\frac{kJ}{s} = 7{,}6\ kW$$

Intercooleren fjerner dermed en effekt på 7,6 kW. Det virker som en ret stor effekt men kan nok godt passe da det er ret meget at den køler luften ned og ikke så lille en mængde

Opgave 5 - Yoyo

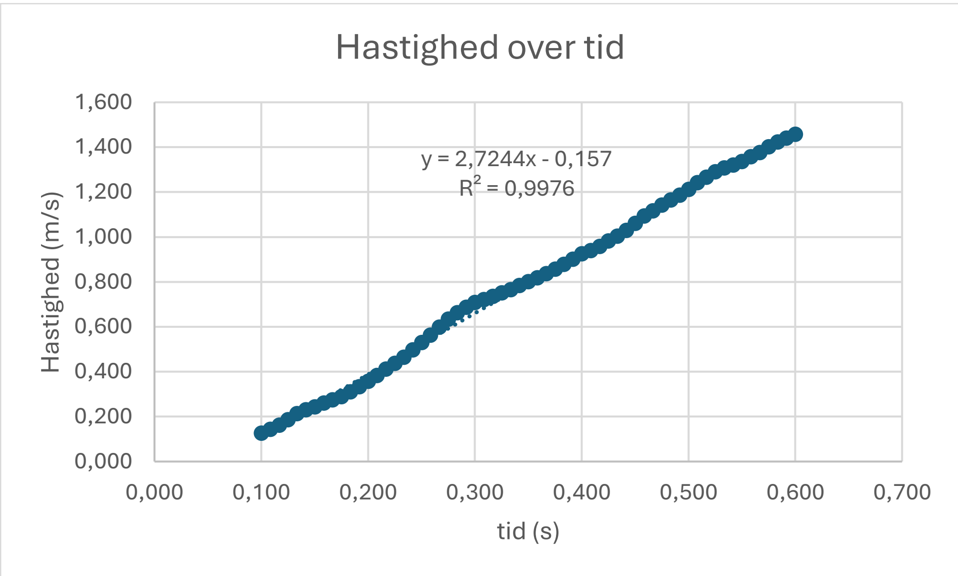
a) Tegn en graf, der viser højden af massemidtpunktet som funktion af tiden.



Ovenover vises en graf hvor højden er plottet som funktion af tiden

b) Gør rede for, at massemidtpunktet i tidsrummet fra 0,10 s til 0,60 s med god tilnærmelse har konstant acceleration, og bestem denne.

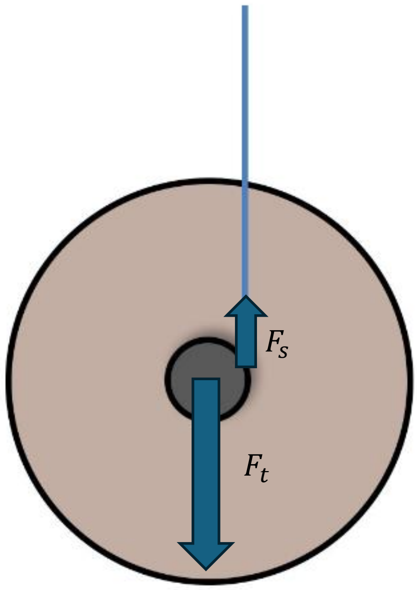
Der laves en hastighed over tid graf til denne interval



Da hastighed over tid grafen er tilnærmelsesvis lineær i det givne interval må accelerationen være konstant og da hældningen fortæller hvor meget hastigheden ændrer sig per sekund som er det hastigheden er kan hældningen også kaldes for accelerationen i denne sammenhæng.

Dermed vist at accelerationen er konstant fra 0,1 til 0,6 sekunder og at accelerationen i denne periode er cirka $2{,}72\,\frac{m}{s^2}$. Accelerationen virker lidt lav i forholdt il tyngdekraften men der er jo også en del energi der går til at sætte yoyoen i rotation

c) Indtegn de væsentlige kræfter, der virker på yoyoen, på en kopi af figur 5.4 med angivelse af retning og angrebspunkt.



Angrebspunktet for F_t er massemidtpunktet af yoyoen og angrebspunktet for F_s er der hvor snoren har kontakt med midter cirklen

Yoyoen har massen m

$$m = 50g$$

Og diameteren d

$$d = 6{,}0cm$$

Kræfterne der påvirker yoyoen og deres størrelser er blevet tegnet på figuren

d) Bestem en tilnærmet værdi for yoyoens inertimoment, og forklar hvilke tilnærmelser du gør.

Der antages at yoyoen har formen af en massiv cylinder med sin masse ligeligt fordelt

En cylinder af denne type der rotere gennem sit midtpunkt langs en akse der er parralel med sin højde har et inertimoment I_0 der kan findes ved formlen

$$I_0 = \frac{1}{2}m \cdot r^2$$

Hvor r er radius

$$r = \frac{d}{2} = \frac{6cm}{2} = 3cm$$

Inertimomentet beregnes

$$I_0 = \frac{1}{2}50 \cdot 10^{-3}kg \cdot (3 \cdot 10^{-2}m)^2 = 2{,}25 \cdot 10^{-5}m^2 \cdot kg$$

Dermed er intertimomentet ved antagelserne lavet lig $2{,}25 \cdot 10^{-5}m^2 \cdot kg$. Resultatet er relativt tæt på den rigtige værdi givet til delopgave e

Det rigtige inertimoment I for yoyoen er

$$I = 2{,}12 \cdot 10^{-5}$$

e) Lav en graf, der viser yoyoens vinkelhastighed som funktion af tiden.

Den potentielle energi omdannes til translationsenergi og til Rotationsenergi, det antages at dette sker uden tab, rotationsenergien kan dermed findes ved et hvilket som helst tidspunkt ved formlen

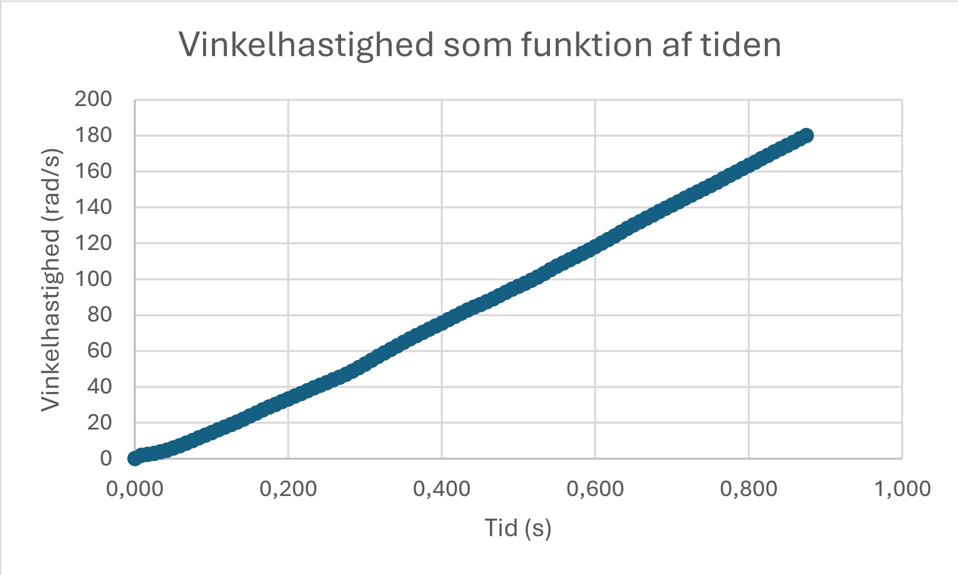
$$E_{rot} = E_{pot\ start} - E_{pot} - E_{tran}$$

Rotationsenergien indgår i en formel med vinkelhastigheden der ser således ud

$$E_{rot} = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2$$

Vinkelhastigheden isoleres i ligningen

$$\omega = \sqrt{\frac{E_{rot}}{\frac{1}{2} \cdot I}}$$



Ovenover ses en graf hvor vinkelhastigheden er plottet som funktion af tiden. Den endelige rotationshastighed virker lidt høj da det svare til cirka 30 rotationer i sekundet eller 1800 rotationer i minuttet men det er vel også pointen med en yoyo at den skal spinde hurtigt.