

Josef Vojkovský

Sociální geografie a geoinformatika

1. 2. 2022

VIZUALIZACE KOCHOVY VLOČKY



Zadání

Vytvořit program, který vizualizuje Kochovu vložku pro uživatelem zadanou úroveň.

Kochova křivka

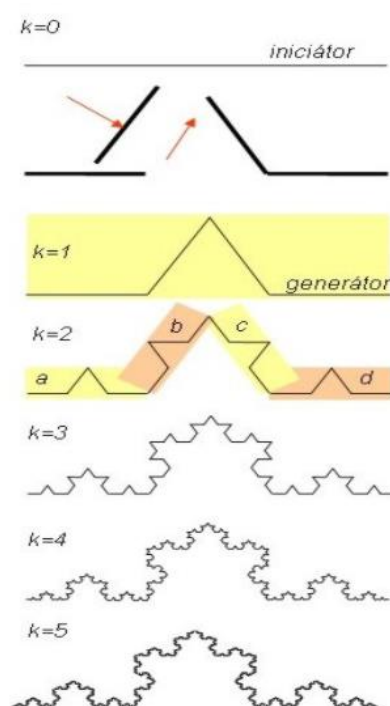
Kochova vložka je fraktální křivka. Fraktály jsou složitě strukturované objekty, jejichž charakter se nemění při zvětšení či zmenšení. Poprvé toto slovo použil Benoit Mandelbrot, když se snažil odpovědět na otázku „Jak dlouhé je pobřeží Velké Británie?“ v roce 1977. Došel k závěru, že čím větší měřítko mapy, ze které délku měří, tím podrobnější je linie pobřeží a tím pádem i větší délka pobřeží. Proto je Mandelbrot označován jako otec fraktální geometrie. Ovšem v té době již některé fraktální objekty (konkrétně právě Kochova křivka) již byly objeveny. Zjednodušeně lze říct, že jako fraktály jsou označovány nepravidelné geometrické útvary dělitelné na jednotlivé části, přičemž každá tato část je zmenšenou kopií celku.

Kochova křivka patří mezi tzv. IFS (Iteration Function System) fraktály. To znamená, že ke konstrukci používá transformace, které se cyklicky opakují.

U fraktálů hovoříme o iniciátoru a generátoru. V případě Kochovy křivky je iniciátor úsečka a generátor je útvar vzniklý vyjmutím střední třetiny a nahrazením dvěma úsečkami délky této třetiny – z prostřední třetiny vznikne rovnostranný trojúhelník, který postrádá jednu stranu (Obrázek 1).

Dalším důležitým údajem u fraktálních křivek je počet iterací potřebných ke vzniku dané křivky. V Obrázku 1 je tato úroveň označena jako k .

V mém programu je tedy potřeba zohlednit úroveň Kochovy křivky a zajistit, aby se vykonal správný počet iterací. Nová úroveň vznikne tak, že z každé úsečky v úrovni o jedna nižší se vykreslí pouze třetina, poté se v úhlu 60° nakreslí třetina délky původní úsečky, opět následuje rotace o 60° a nakreslení třetinové vzdálenosti, a nakonec se nakreslí poslední třetina původní úsečky.



Obrázek 1

Zdroj: <http://www.ksr.tul.cz/fraktaly/>

Algoritmus

Pro zobrazení byl zvolena knihovna Pillow. Tato knihovna kreslí linie na základě počátečních a koncových bodů. Klíčovým charakterem programu je využití rekurze funkce koch, která zajistí správné délky všech částí vložky. Každé další volání rekurze totiž zkracuje nakreslenou linii o jednu třetinu. Funkce má tyto parametry: počáteční a koncový bod, počet iterací křivky (tedy úroveň) a modul kreslicí linie. Funkce je rozdělena na 4 části, přičemž každá kreslí jednu

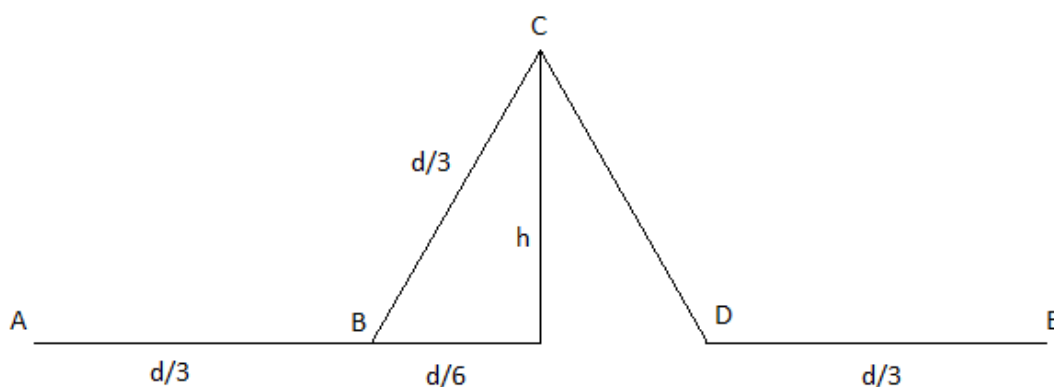
stranu, protože každý segment se dá rozdělit na 4 části směřující jiným směrem (viz Obrázek 2).



Obrázek 2

U první strany se jedná pouze o vykreslení rovné čáry vedoucí do třetiny celkové délky segmentu vločky. Pro konstrukci druhé strany je potřeba zjistit bod C (Obrázek 3), v jeho výpočtu hraje klíčovou roli následující forma Pythagorovy věty:

$$h = \sqrt{\frac{d^2}{9} - \frac{d^2}{36}} = \frac{d}{2\sqrt{3}}$$



Obrázek 3

V programu se d rovná $(x_2 - x_1)$, protože v kódu platí:

$$x_2 = E, x_1 = A$$

tudíž se jedná o celkovou velikost vločky, tedy d ve vzorci. Proto se pro výpočet vrcholu C v programu opakuje následující vzorec:

$$(x_1 - x_2) / (2 * \text{sqrt}(3))$$

Body x_1 a x_2 jsou obráceně z důvodu, kterým knihovna počítá souřadnice na ose y – čím vyšší číslo, tím níže se bod nachází. Je tedy potřeba jít do záporných čísel vůči bodu B. Třetí strana vrací křivku zpět na úroveň první strany (bod D se nachází ve $2/3$ celkové vzdálenosti od počátečního bodu A) a čtvrtá strana je opět jen třetina segmentu v hlavním směru křivky. Program opakuje hlavní funkci koch celkem třikrát s různými počátečními parametry, aby se zobrazila celá vločka.

Vstupní data

Vstupním parametrem od uživatele je pouze úroveň vločky.

Výstup

Výstupem je Kochova vločka zobrazena jako PNG soubor otevřený ve výchozím programu na prohlížení obrázků (ve Windows 11 se jedná o program Fotky).

Dokumentace

Program díky rekurzi kreslí Kochovu vločku. Uživatel musí po vyzvání zadat požadovanou úroveň vločky. Úroveň vločky určuje, kolik iterací program provede, tedy „jak moc bude vločka detailní“. U úrovně vyšší než 6 již není opticky vidět rozdíl, při úrovni 10 a více se vločka bude vykreslovat velmi dlouho.

Zdroje

KATEDRA SKLÁŘSKÝCH STROJŮ A ROBOTIKY, FAKULTA STROJNÍ, TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI (2011): Fraktální geometrie, <http://www.ksr.tul.cz/fraktaly/> (cit. 1. 2. 2022)

BAYER, T. (2021): Přednáška 7. – Rekurze., Úvod do programování, <https://web.natur.cuni.cz/~bayertom/images/courses/Prog1/programovani6.pdf> (cit. 8. 2. 2022)