RESUMEN ANALISIS

FUNCIONES ACOTADAS → SU Im ES UN CONJUNTO ACOTADO

EJ: sen x, cos x, K ...

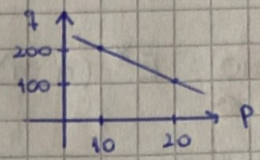
1ERO CALCULO EL DOM MATEMATICO Y DESP. LO ADAPTO AL ECO.

FUNCIONES ECONOMICAS → RELACIONAN [CANTIDAD DE PRODUCTO (q) / PRECIO UNITARIO (p)

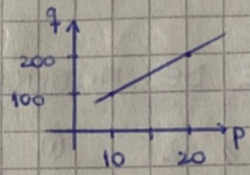
Ⓐ $q = q(p)$ ó Ⓑ $p = p(q)$ Ⓐ [q VARIABLE DEPENDIENTE (y) / p VARIABLE INDEPENDIENTE (x)

- FUNCION DE DEMANDA
  - ESTRICTAMENTE DECRECIENTE → ↑p, ↓q
  - q = CANTIDAD DEMANDADA

$q / p < 0$



- FUNCION DE OFERTA
  - ESTRICTAMENTE CRECIENTE → ↑p, ↑q
  - q = CANTIDAD OFRECIDA



- FUNCION DE INGRESO

$I = p \cdot q$ → [$I(q) = p(q) \cdot q$ / $I(p) = q(p) \cdot p$

⊛ INGRESO MEDIO

$\frac{\text{INGRESO}}{q}$

= INGRESO PROMEDIO

- FUNCION DE COSTOS

$C = C(p)$ ó $C = C(q)$

$C_{TOTAL} = C_{FIJO} + C_{VARIABLE}$ → DEPENDE DE LA CANT. PRODUCIDA

C_{FIJO} ↓ $q = 0$

$C \geq 0$

- FUNCION DE UTILIDAD → INGRESO - COSTO

$U(p) = I(p) - C(p)$ ó $U(q) = I(q) - C(q)$

└→ $U \in \mathbb{R}$ → PUEDE SER NEGATIVA

FUNCIONES ECONOMICAS PROMEDIO / MEDIO

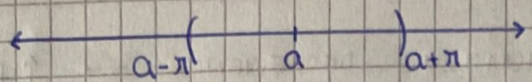
$\overline{f(x)} = \frac{f(x)}{x}$; $x \neq 0$ — $f(x)$ CUALQUIER FUNCION ECONOMICA

PUNTO DE EQUILIBRIO = PUNTO EN EL QUE LA FUNCION DE OFERTA ES = A LA FUNCION DE DEMANDA — LAS IGUALO

ENTORNO DE CENTRO EN UN PUNTO (a)

↳ CONJUNTO DE TODOS LOS NROS $\mathbb{R}$ CUYA DISTANCIA A $a < r \rightarrow \in \mathbb{R}^+$

$E(a,r) = \{x \in \mathbb{R} / |x-a| < r\}$

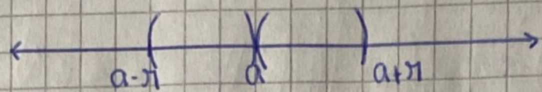


$\left\{ \begin{array}{l} x < a \\ x > a \end{array} \right. \rightarrow x \neq a$

ENTORNO REDUCIDO $E^*(a,r) = \{x \in \mathbb{R} / 0 < |x-a| < r\}$

↓

$E(a,r) - a$



CONJUNTOS

- DESGLOSE DE MÓDULO

$|x-4| \geq 2$

① $x-4 \geq 2$ $x \geq 6$

② $-(x-4) \geq 2$ $x \leq 2$

SE DAN LAS 2, NO UNA U OTRA

$S = (-\infty; 2] \cup [6; +\infty)$

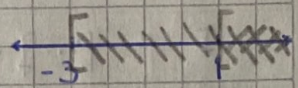
- $\ln(x^2+2x-2) \geq 0$

$x^2+2x-2 \geq e^0$

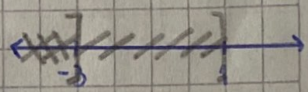
$x^2+2x-3 \geq 0$

$1.(x-1)(x+3) \geq 0$

① $x-1 \geq 0 \wedge x+3 \geq 0$
$x \geq 1 \wedge x \geq -3$



② $x-1 \leq 0 \wedge x+3 \leq 0$
$x \leq 1 \wedge x \leq -3$



$S = (-\infty; -3] \cup [1; +\infty)$

↓

IMPORTANTE PONER EL COEF. PRINCIPAL CUANDO ES $\neq 1$

DOMINIO

- DENOMINADOR $\neq 0$
- RAIZ DE INDICE PAR ≥ 0
- ARGUMENTO DE LOGARITMO > 0

NOTA

LIMITE

→ INDICA EL COMPORTAMIENTO DE LAS $f(x)$ CUANDO x SE ACERCA A a
→ TENER EN MENTE GRAFICOS DE FUNCIONES

PROPIEDADES

1. UNICIDAD : SI EXISTE, ES UNICO
2. PARA QUE EXISTA TIENEN QUE COINCIDIR LOS LATERALES

FUNCIONES ELEMENTALES

- $f(x) = K \longrightarrow \lim\limits_{x \to a} K = K$

- $f(x) = x \longrightarrow \lim\limits_{x \to a} x = a$

- $f(x) = \sqrt[n]{x} \longrightarrow \lim\limits_{x \to a} \sqrt[n]{x} = \sqrt[n]{a}$ (XA n NATURAL IMPAR)
  (SI $a > 0$ XA n NATURAL PAR)
  SI $a = 0$ SE PUEDE DEFINIR COMO EL lim LATERAL POR DERECHA

- $f(x) = a^x \longrightarrow \lim\limits_{x \to x_0} a^x = a^{x_0}$ SIENDO $\begin{cases} a > 0 \\ a \neq 1 \end{cases}$

- $f(x) = \log_b(x) \longrightarrow \lim\limits_{x \to x_0} \log_b(x) = \log_b(x_0)$ SIENDO $\begin{cases} b > 0 \\ b \neq 1 \\ x_0 > 0 \end{cases}$

ALGEBRA DE LIMITES

- SI HAY UNA K MULTIPLICANDO EN UN lim

$\lim\limits_{x \to a} K \cdot f(x) = K \cdot L \rightarrow$ RESULTADO DEL lim $f(x)$

- EL LIMITE DE LA $\begin{cases} \text{SUMA} \\ \text{MULTIPLICACION} \\ \text{DIVISION} \end{cases}$ ES LA $\begin{cases} \text{SUMA} \\ \text{MULTIPLICACION} \\ \text{DIVISION} \end{cases}$ DE LIMITES

LIMITE DE FUNCIONES COMPUESTAS

$$\lim_{x \to -1} \ln\Big(\underbrace{\underbrace{\sqrt[3]{\underbrace{x^2+7}_{f(x)}}}_{g(x)}}_{h(x)}\Big)$$

Ⓐ $\lim_{x \to -1} x^2+7 = 8$

Ⓑ $\lim_{x \to -1} \sqrt[3]{x^2+7} = 2$

Ⓒ $\lim_{x \to -1} \ln\sqrt[3]{x^2+7} = \ln 2$

POTENCIALES - EXPONENCIALES

SI $\begin{cases} \lim_{x \to x_0} f(x) = L \\ \lim_{x \to x_0} g(x) = L' \end{cases} \longrightarrow \lim_{x \to x_0} f(x)^{g(x)} = L^{L'}$

INDETERMINACIONES

⟶ NO SE SI EL NUMERADOR O EL DENOMINADOR "TIRA CON MÁS FUERZA"

⟶ "$\frac{0}{0}$" ; "$\frac{\infty}{\infty}$" ; "$0 . \infty$" ; "1^∞" ; "0^0" ; "∞^0" ; "$-\infty + \infty$"

↓

$\boxed{\text{CUANDO EL LIM TIENDE A ESO}}$ → SI BASE = 1 NO

Ⓐ $\frac{0}{0}$

FACTOREO

- BUSCO LAS RAICES $\lim_{x \to -1} \frac{\overset{\to 0}{x^2-1}}{\underset{\to 0}{x^3+1}}$ ⊛ $= \lim_{x \to -1} \frac{\cancel{(x+1)}\overset{\to -2}{(x-1)}}{\cancel{(x+1)}\underset{\to 3}{(x^2-x+1)}} = \frac{-2}{3}$

- RACIONALIZO $\lim_{x \to 1} \frac{\overset{\to 0}{\sqrt{x}-1}}{\underset{\to 0}{x^3-1}} = \lim_{x \to 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x^3-1} \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} =$

$\lim_{x \to 1} \frac{\cancel{x-1}}{\cancel{(x-1)}\underset{\to 3}{(x^2+x+1)}\underset{\to 2}{(\sqrt{x}+1)}} = \frac{1}{6}$

⊛ APLICO RUFFINI

Ⓑ $\frac{\infty}{\infty}$ ⟶ SACO FACTOR COMUN EL x DE > GRADO

$\lim_{x \to -\infty} \frac{\overset{\to \infty}{1+2x}}{\underset{\to \infty}{3+2x}} = \lim_{x \to -\infty} \frac{\cancel{x}\,(\overset{\to 0}{1/x}+2)}{\cancel{x}\,(\underset{\to 0}{3/x}+2)} = \frac{2}{2} = 1$

$\lim_{x \to x_0} \frac{P(x)}{Q(x)} \longrightarrow$ SI $\begin{cases} \text{GRADO } P(x) > \text{GRADO } Q(x) \longrightarrow \infty \\ \text{GRADO } P(x) < \text{GRADO } Q(x) \longrightarrow 0 \\ \text{GRADO } P(x) = \text{GRADO } Q(x) \longrightarrow \text{COEFICIENTES P.} \end{cases}$

INFINITESIMO

SI $\lim_{x \to x_0} f(x) = 0 \longrightarrow f$ ES UN INFINITESIMO EN $x = x_0$

"EL PRODUCTO DE UN INFINITESIMO EN $x = x_0$ Y UNA FUNCION ACOTADA EN UN ENTORNO REDUCIDO DE x_0, TAMBIEN ES UN INFINITESIMO EN $x = x_0$"

$\boxed{\text{LIMITE DE FUNCIONES X TRAMOS}}$ $\longrightarrow$ **SIEMPRE VER 1ERO DOM**

- ANALIZO LATERALES $\longrightarrow$ SI COINCIDEN EL LIMITE EXISTE
- EN LIMITE DE UNA FUNCION CON MODULO REESCRIBO LA FUNCION $\longrightarrow$ POR PARTES
- CUANDO ELIJO QUE FUNCION USAR (QUE RAMA) $\Big\langle$ AGARRO LA DEL ENTORNO / **NO** LA RAMA CUANDO $x = x_0$

OPERATORIA CON ∞

(*) $\lim_{x \to \infty} a^x \begin{cases} +\infty = 0 \\ -\infty = +\infty \end{cases}$

$\longrightarrow\ \to \infty + \to L = \infty$

$\longrightarrow\ \to \infty \cdot \to L = \infty$ (SIEMPRE QUE $L \neq 0$)

$\longrightarrow\ \to \infty \cdot \to \infty = \infty$

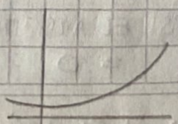
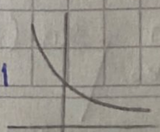
$\longrightarrow\ \to +\infty + \to +\infty = +\infty$ Y $\to -\infty + \to -\infty = -\infty$

LIMITE CUANDO $x \to \infty$

$\lim_{x \to \infty}$ DE FUNCIONES POLINOMICAS DEPENDE DEL COEF. PRINCIPAL:

SI $\begin{cases} a > 0 & \cup & +\infty \\ a < 0 & \cap & -\infty \end{cases}$

$\lim_{x \to \infty}$ DE FUNCIONES EXPONENCIALES DEPENDE DE LA BASE Y EL SIGNO DEL EXPO.

SI $a > 1$  $\lim_{x \to \infty} a^x \begin{cases} +\infty = +\infty \\ -\infty = 0 \end{cases}$ SI $0 < a < 1$  (*)

NOTA

SI NO SE EL SIGNO DEL ∞, SACO LATERALES

HERRAMIENTAS XA RESOLVER

lim

1. CAMBIO DE VARIABLE (CUANDO HAY UN PATRON, ALGO QUE SE REPITE)

2. FACTOR COMUN (x DE MAYOR GRADO EN INDET. ∞/∞)

3. RACIONALIZAR (MULTIPLICO NUM Y DENOM POR EL OPUESTO) → SACO $\sqrt{\ }$

4. $\frac{\operatorname{sen} x}{x} = 1$

(*) $\log_b a = \frac{\ln a}{\ln b}$

5. RELACIONES TRIGONOMETRICAS

6. INDET 1^{∞} $\left(1 + 1/t\right)^{t}$ o $\left(1+t\right)^{1/t} = e$

7. $\boxed{\left(\frac{\ln(t+1)}{t}\right)^{-1} = 1}$

8. SI TENGO SUMA/RESTA DE 2 INDET, LAS CALCULO APARTE EN UN C.A

9. L'HOPITAL → $\lim\limits_{x \to x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ (CUANDO ME CONVIENE)

ME FIJO QUE DESAPAREZCA x EN EL NUMERADOR O DENOM.

ESCRITO COMO PRODUCTO NO SIRVE

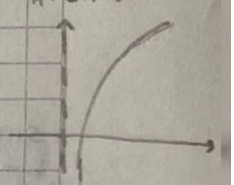
10. $\frac{K}{0} = \infty$ y $\frac{K}{\infty} = 0$

11. $\lim\limits_{x \to \infty} \operatorname{sen}/\cos(\ldots) = K$ → sen y cos SON FUNCIONES ACOTADAS = → $[-1;1]$

12. SI TENGO VARIABLE EN BASE Y EXPONENTE, TRANSFORMO

EJ: $2x^{3+1.x^2} = e^{(3+x^2).\ln(2x)}$ TMB XA DERIVAR

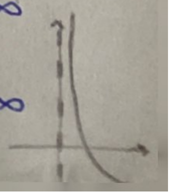
AV EN $x=0$



13. $\lim\limits_{x \to x_0}$ $\ln(x)$ BASE $= e$ → >1 → SI EL ARGUMENTO $= 0$ $= -\infty$

$\log_b(x)$ BASE $= 1/2$ → $>0, <1$ → SI EL ARG. $= 0$ $= +\infty$

(*) $b = 1/2$



NOTA

CONTINUIDAD

(*) CUANDO TENGO UNA INCOGNITA (a), ANALIZO 1ERO EL lim QUE NO DEPENDE DE a

f ES C EN x = a SI
- $a \in Df \rightarrow$ EXISTE f(a)
- $\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$

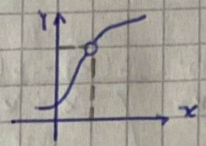
ASEGURO CONTINUIDAD POR:

- MULTIPLICACION DE UNA K CON UNA FUNCION C
- SUMA, RESTA, MULTIPLICACION Y DIVISION DE 2 C → CON DENOM. ≠ 0
- COMPOSICION DE CONTINUAS
- CONTINUA (>0) ELEVADA A OTRA FUNCION CONTINUA

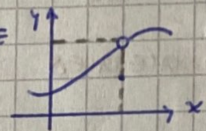
DISCONTINUIDADES → SI UN PTO NO PERTENECE AL DOM, HAY UNA D AHÍ

Ⓐ **EVITABLES**

EXISTE EL lim PERO...
- NO HAY Lm



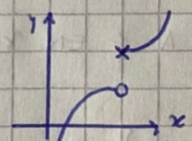
- NO COINCIDE CON LA Lm



→ SE PUEDE SALVAR REDEFINIENDO LA FUNCION
  └ REEMPLAZO EL VALOR DE LA Lm POR EL RESULTADO DEL lim (REESCRIBO f)

Ⓑ **ESENCIAL**

- NO EXISTE EL lim (LOS LATERALES SON ≠) — CON SALTO FINITO



- lim = ∞
  - LOS LATERALES = ∞ — ASINTOTICA
  - 1 LATERAL = ∞ Y EL OTRO = NUM FINITO — CON SALTO INFINITO

ANALIZO
- PUNTOS QUE NO PERTENEZCAN AL DOM
- PUNTOS EN LOS QUE CAMBIA EL TRAMO EN FUNCION X PARTES

TEOREMA DE BOLZANO XA C^+ Y C^- (USO RAICES Y TOMO PTOS DE C/INTERVALO)

DERIVADAS

→ SI ME PIDE LA DERIVADA EN UN PUNTO, 1ERO DERIVO Y DESPUES REEMPLAZO

→ XA ENCONTRAR LA RECTA QUE MEJOR REPRESENTE LA CURVA DE UNA FUNCIÓN EN UN PUNTO

$\frac{\Delta I}{\Delta t}$ = RAPIDEZ / VELOCIDAD PROMEDIO DEL INGRESO RESPECTO DEL TIEMPO

DERIVADA DE LA FUNCION : $\lim_{\Delta t \to 0} \frac{I(t_0 + \Delta t) - I(t_0)}{\Delta t}$ → $f'(x_0)$

COCIENTE INCREMENTAL

$$\boxed{\frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}}$$ → XA SACAR LA DERIVABILIDAD EN UN PUNTO

"RAPIDEZ DE CAMBIO PROMEDIO DE LA VARIABLE DEPENDIENTE (y), RESPECTO DE LA VARIABLE INDEPENDIENTE (x) EN $[x_0 ; x_0 + \Delta x]$ o $[x_0 + \Delta x ; x_0]$

⊛ $\lim_{x \to x_0} \frac{\overbrace{f(x) - f(x_0)}^{\Delta y}}{\underbrace{x - x_0}_{\Delta x}}$

ANALIZO LATERALES

⊛ SI EXISTE ESTE LIM, f ES DERIVABLE EN x_0

TIENE QUE SER FINITO

TIENEN QUE COINCIDIR LATERALES

→ XA QUE UNA FUNCION SEA D TIENE QUE SER C

→ PUEDE SER C PERO NO D

↳ FUNCION MODULO

X EL CAMBIO ABRUPTO DE PENDIENTE

$f'(x_0) = m_t$

RECTA TG

A f EN x_0 = RECTA QUE PASA POR $(x_0 ; f(x_0))$, CUYA PENDIENTE ES LA DERIVADA DE f EN x_0

$$\boxed{y - f(x_0) = \underbrace{f'(x_0)}_{m_t}(x - x_0)}$$

RECTA NORMAL

A f EN x_0 = RECTA PERPENDICULAR A LA RECTA TG EN $(x_0 ; f(x_0))$

$$\boxed{y - f(x_0) = \frac{-1}{f'(x_0)}(x - x_0)}$$

$\neq 0$

PASA POR ∄ PUNTOS

⊛ SI 2 RECTAS SON PARALELAS TIENEN = PENDIENTE

NOTA

DERIVADAS ELEMENTALES

- k : $f'(x) = 0$
- x^n (POTENCIAL) : $f'(x) = n \cdot x^{n-1}$
- a^x (EXPONENCIAL) : $f'(x) = a^x \cdot \ln a$ → SI HAY x EN BASE Y EXPO. PASO A BASE e ↓ FUNCIONES POTENCIALES - EXPO.
- $\operatorname{sen} x$: $f'(x) = \cos x$
- $\cos x$: $f'(x) = -\operatorname{sen} x$
- e^x : $f'(x) = e^x$
- $\sqrt{x}$: $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
- $\ln x$: $f'(x) = \frac{1}{x}$
- $\log_a x$: $f'(x) = \frac{1}{x \cdot \ln a}$

REGLAS DE DERIVACION

1. DERIVADA DE LA SUMA / RESTA

$$[f(x) \pm g(x)] = f'(x) \pm g'(x)$$

2. DERIVADA DEL PRODUCTO

$$[f(x) \cdot g(x)] = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

3. DERIVADA DEL COCIENTE

$$[f(x) : g(x)] = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{(g(x))^2}$$

4. REGLA DE LA CADENA

$$(g \circ f)'(x) = g'(f(x)) \cdot f'(x)$$ SIENDO $\begin{cases} g \text{ D EN } f(x) \\ f \text{ D EN } x \end{cases}$

(*) PARA QUE UNA POTENCIA AFECTE SOLO AL ARGUMENTO → DENTRO DE ( )

DERIVADA DE FUNCIONES POR TRAMOS

1ERO ANALIZO CONTINUIDAD

2NDO (SIEMPRE QUE SEA C) ANALIZO DERIVABILIDAD EN LOS PUNTOS QUE CAMBIA EL TRAMO — QUE PERTENEZCAN AL dom

3ERO ESCRIBO LA FUNCION DERIVADA RESTRINGIENDO EL Dom DE c/TRAMO

↳ SACO LOS PUNTOS DONDE NO ES D

DERIVADAS SUCESIVAS

→ LA DERIVADA DE ORDEN N DE UNA FUNCION, ES LA DERIVADA PRIMERA DE LA DERIVADA DE ORDEN N-1

→ CUANDO DERIVO POLINOMIOS, LA CANT. DE DERIVADAS POSIBLES = GRADO DEL POLINOMIO

DERIVADA DE FUNCIONES DEFINIDAS DE FORMA

IMPLICITA

(CUANDO TENGO 2 INCOGNITAS)

$f(x;y) = 0$ DEFINE IMPLICITAMENTE A $y = f(x)$ → REEMPLAZO EN LA FUNCION y POR $f(x)$ ⊛

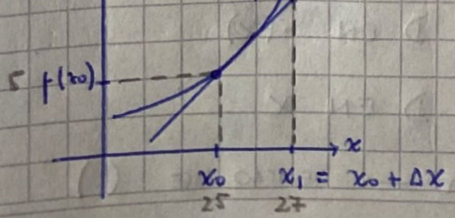
→ SI f ES DERIVABLE, DERIVO MIEMBRO A MIEMBRO APLICANDO REGLAS DE DERIVACION

↳ DESPEJO $f'(x)$ $\boxed{y(x;y) = f(x)}$

⊛ UNA VEZ QUE YA DERIVE, PUEDO VOLVER A ESCRIBIRLA EN FUNCIÓN DE y

APROXIMACION LINEAL

→ PARA OBTENER UN VALOR APROXIMADO USO LA RECTA Tg



$f(x) = \sqrt{x}$

$$f(x_1) \approx f(x_0) + f'(x_0)(x_1 - x_0)$$ — $f(x_0) + df$

$$\sqrt{27} \approx 5 + 1/10\,(27 - 25) \approx 5{,}2$$

NOTA $\Delta x = x_1 - x_0$

DIFERENCIAL (d)

LA FUNCION TIENE QUE SER D

→ ME PERMITE INTERPRETAR LA VARIACION DE UN PTO A OTRO (APROXIMADA)

EL SIGNO DEPENDE DE SI AUMENTA O DISMINUYE

$\boxed{f'(x_0) \cdot \Delta x} \rightarrow x_1 - x_0$

$\approx \Delta y \rightarrow y_1 - y_0$

FUNCIONES MARGINALES

→ SON LA DERIVADA DE TODA FUNCION ECONOMICA

↳ SI f ES DERIVABLE HASTA EL SEGUNDO ORDEN, LA FUNCION MARGINAL ES $f''(x)$

→ NOS DA UN INCREMENTO APROXIMADO DENTRO DE UN MARGEN

EN UNA FUNCION DE I MARGINAL

(*) XA VER QUE INTERVALO DE PRODUCCION ES MÁS CONVENIENTE VEO COMO VARÍA EL INGRESO $(I(q+1) - I(q) > 0$ o $< 0)$ A MEDIDA QUE AUMENTO LA PRODUCCION EN 1 UNIDAD

ASINTOTAS

HAY A. VERTICAL EN $x = x_0$ SI $\lim_{x \to x_0} f(x) = \infty$

↓ ANALIZO EN POSIBLES DISCONTINUIDADES [NO PERTENECEN AL dom / SALTOS DE TRAMO

→ PUEDEN HABER TANTAS A.V COMO DISCONTINUIDADES (NO NECESARIAMENTE)

→ $f(x) = \log_b(x)$ ES C EN $(0; +\infty) \rightarrow$ TIENE A.V EN $x = 0$

HAY A. HORIZONTAL EN $y = y_0$ SI $\lim_{x \to \infty} f(x) = y_0$

→ UNA FUNCION PUEDE TENER A LO SUMO 2 A.H

→ SI AL ANALIZAR LOS LATERALES SOLO $L = y_0$, HAY A.H EN y_0 HACIA LA DERECHA / IZQUIERDA (DEPENDE DE QUE LATERAL ES)

↳ EN ESTE CASO PUEDE HABER A.O HACIA EL OTRO LADO

→ SI LA A.H EN UN PUNTO ES HACIA AMBOS LADOS, NO HAY A.O

HAY A. OBLICUA SI $\lim_{x \to \pm\infty} (f(x) - (mx+b)) = 0$

$\boxed{m = \lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x}}$ y $\boxed{b = \lim_{x \to \infty} f(x) - mx}$

→ SI $m = 0$ PUEDE HABER A.O EN $y = b$