

Спортивное программирование. Бинарный поиск.

Плотников Даниил Михайлович, Закарлюка Иван Владимирович

Санкт-Петербургский Государственный Университет

Оглавление

① Вступление

② Примеры

Представим задачу — посчитать n -ое число Фибоначчи
Самый простой способ — сначала посчитать $n-1$ и $n-2$ числа
Однако, если считать “втупую”, то сложность будет как минимум $O(2^{(n/2)})$

Основная идея(разбить сложную, большую задачу на задачи попроще и поменьше) — правильная

Однако надо не допускать экспоненциального роста количества подзадач

Один раз посчитали значение f_n — запомнили его и больше не считаем

Основная идея динамического программирования — сведение большой задачи к задаче поменьше

Обычно, свести задачу для числа n к задаче для чисел меньших n

Очень важный вопрос для решения динамики — что будет являться ответом на подзадачу?

Не менее важный вопрос — если у нас есть решение для подзадачи, как получить решение задачи?

Задача: Есть полоска $1 \times n$. Кузнечик стоит на первой клетке, он может прыгать вперед на 1, 2 или 3 клетки. Сколько есть способов добраться от начальной клетки до последней?

Подзадача — основная задача для полосы 1хк.
Как получить ответ на бОльшую задачу из меньших?

Усложним задачу — на некоторые клетки прыгать нельзя, там препятствие.
Как изменится решение?


```
1 dp[0] = 1
2 for (int i = 1; i < n; i++) {
3     for (int j = i - 1; j > max(i - k, 0); j--) {
4         dp[i] += dp[j] * a[j];
5     }
6 }
7
8 for (int i = 1; i < n; i++) {
9     for (int j = i + 1; j <= min(i + k, 0); j++) {
10        dp[i + j] += dp[i] * a[i];
11    }
12 }
13
```

Другая задача — дано число n . Сколько существует способов набрать число n бросками кубиков $k6$?

Определимся с подзадачами — очевидно, задача для $k(k \leq n)$. Но какой переход?

И последняя задача в презентации:
Существует n номиналов монет. У вас их неограниченное количество. Нужно найти минимальное количество монет, необходимое чтобы набрать сумму в x .

Подзадача — набрать $x-1$, $x-2$... монет

Переход — если у нас есть монета номиналом k и мы можем набрать сумму $x-k$ используя m монет, то x можем набрать за $m+1$ монету