MODEL DE EXAMEN LA CALCUL DIFERENȚIAL ȘI INTEGRAL

Oficiu: 1 punct

1. (2 puncte) a) Studiați convergența seriei

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!(n+3)!}{(2n+1)!x^n}$$

în funcție de valorile parametrului $x \in (0, \infty)$.

(1 punct) b) Fie $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ o funcție continuă și neconstantă cu proprietatea că f(x+1) = f(x) pentru orice $x \in \mathbb{R}$. Arătați că funcția $g: (0,1) \to \mathbb{R}$, $g(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$, este continuă, dar nu este uniform continuă.

- 2. (2 puncte) Arătați că ecuația $5x^2+5y^2+5z^2-2xy-2xz-2yz-9=0$ definește într-o vecinătate a punctului (1,1,1) funcția implicită z=z(x,y) și determinați $\frac{\partial z}{\partial x}(1,1)$, $\frac{\partial z}{\partial y}(1,1)$, dz(1,1).
 - 3. (1 punct) a) Calculați

$$\int_0^\infty \frac{arctgx}{1+x^2} dx.$$

(1 punct) b) Folosind eventual funcția Γ , determinați

$$\int_0^\infty x^6 e^{-x^2} dx.$$

(2 puncte) 4. Calculați

$$\iint_{A} (xy + 2y) dx dy,$$

unde A este mulțimea plană mărginită de $x=y^2, x=-y^2, y=x+2$ și y=2-x.