

**Examen la Calcul Diferențial și Integral**  
**07.02.2021**

Oficiu: 1 punct

**1.** (2 puncte) *a)* Studiați convergența seriei

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{x^n \sqrt[5]{n+5} \cdot \sqrt[7]{n+7}}$$

în funcție de valorile parametrului  $x \in (0, \infty)$ .

(0,5 puncte) *b)* Studiați uniform continuitatea funcției  $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$f(x) = \frac{1}{x^{70}}.$$

**2.** Fie funcția  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{\sqrt{x^2 + y^{10}}} & , \text{dacă } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & , \text{dacă } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

(0,5 puncte) *i)* Studiați continuitatea funcției  $f$ .

(1 punct) *ii)* Determinați  $\frac{\partial f}{\partial x}$  și  $\frac{\partial f}{\partial y}$ .

(0,5 puncte) *iii)* Studiați diferențiabilitatea funcției  $f$ .

(2,5 puncte) **3.** Fie  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$f(x, y) = 3x^2 + 3xy + 7y^2.$$

Determinați valorile extreme ale funcției  $f$  pe mulțimea  $\overline{B}((0, 0), 1) = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$ .

(2 puncte) **4.** Determinați

$$\iint_A xy dx dy,$$

unde  $A$  este mulțimea plană mărginită de triunghiul  $BCD$ ,  $B(6, 1)$ ,  $C(1, 0)$ ,  $D(3, -2)$ .