FMI, Info, Anul I
Logică matematică şi computaţională

Seminar 5

(S5.1) Confirmaţi sau infirmaţi:

(i) pentru orice $\varphi, \psi \in Form$, $\models \varphi \wedge \psi$ dacă şi numai dacă $\models \varphi$ şi $\models \psi$;

(ii) pentru orice $\varphi, \psi \in Form$, $\models \varphi \vee \psi$ dacă şi numai dacă $\models \varphi$ sau $\models \psi$.

(S5.2) Să se găsească toate modelele fiecăreia dintre mulţimile de formule:

(i) $\Gamma = \{v_n \to v_{n+1} \mid n \in \mathbb{N}\}$;

(ii) $\Gamma = \{v_0\} \cup \{v_n \to v_{n+1} \mid 0 \leq n \leq 7\}$.

(S5.3) Fie $\Gamma \subseteq Form$ şi $\varphi, \psi \in Form$. Să se demonstreze:

(i) Dacă $\Gamma \models \varphi$ şi $\Gamma \models \varphi \to \psi$, atunci $\Gamma \models \psi$.

(ii) $\Gamma \cup \{\varphi\} \models \psi$ dacă şi numai dacă $\Gamma \models \varphi \to \psi$.

(iii) $\Gamma \models \varphi \wedge \psi$ dacă şi numai dacă $\Gamma \models \varphi$ şi $\Gamma \models \psi$.

Notaţie. *Pentru orice mulţime Γ de formule şi orice formulă φ, notăm cu $\Gamma \models_{\mathrm{f}} \varphi$ (şi citim* **din Γ se deduce semantic finit** *φ) faptul că există o submulţime finită Δ a lui Γ a.î. $\Delta \models \varphi$.*

(S5.4) Să se arate că pentru orice mulţime de formule Γ şi orice formulă φ avem că $\Gamma \models_{\mathrm{f}} \varphi$ dacă şi numai dacă $\Gamma \cup \{\neg\varphi\}$ nu este finit satisfiabilă.

(S5.5) Demonstraţi că următoarele afirmaţii sunt echivalente:

(V1) Pentru orice $\Gamma \subseteq Form$, Γ este satisfiabilă ddacă Γ este finit satisfiabilă.

(V2) Pentru orice $\Gamma \subseteq Form$, Γ este nesatisfiabilă ddacă Γ nu este finit satisfiabilă.

(V3) Pentru orice $\Gamma \subseteq Form$, $\varphi \in Form$, $\Gamma \models \varphi$ dacă şi numai dacă $\Gamma \models_{\mathrm{f}} \varphi$.