Sistemas de Comunicación Digital

INF2010

Clase 3:
Modulación por código (PCM)

Diagrama en bloques

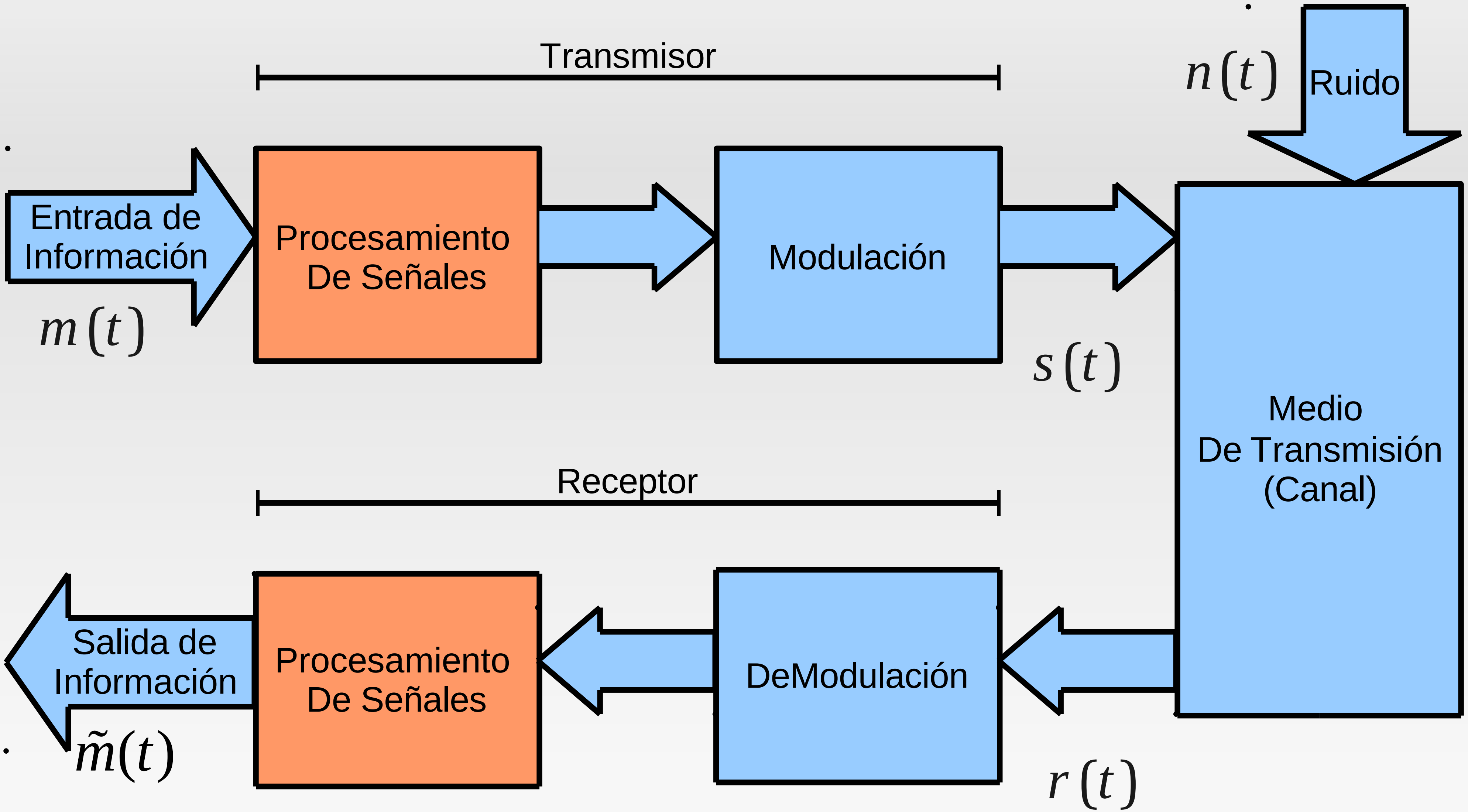


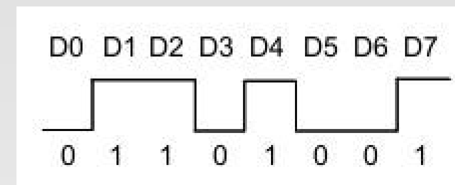
Diagrama en bloques

- Objetivo de hoy: muestrear señales analógicas

Entrada de Información

$m(t)$

Procesamiento De Señales



Muestreo y retención

Señal muestreada

Cuantificación

Señal cuantificada

Codificación Y multiplexado

Pulsos de Banda Base

- Cómo codificar *formas de onda analógicas* en *bandas base digitales*.
- Cómo minimizar el *ancho de banda* al emitir una señal.
- Aprender qué es la modulación por codificación de pulsos (PCM)
- Cómo se calcula el espectro de una señal digital
- Cómo afectan los filtros a la recuperación de las señales
- Cómo se pueden multiplexar varios flujos digitales dentro de un solo flujo de alta velocidad

Modulación por Amplitud de Pulsos

- Conversión de una señal analógica a un pulso
- Donde la AMPLITUD del pulso representa la información analógica.
- La PAM (Pulse Amplitude Modulation) tiene la misma limitante que el muestreo de una señal:

$$f_s \geqslant 2 \cdot B$$

- Existen dos clases de PAM:
  - Por muestreo natural (por compuerta)
  - Por muestreo instantáneo

Modulación por Amplitud de Pulsos (PAM)

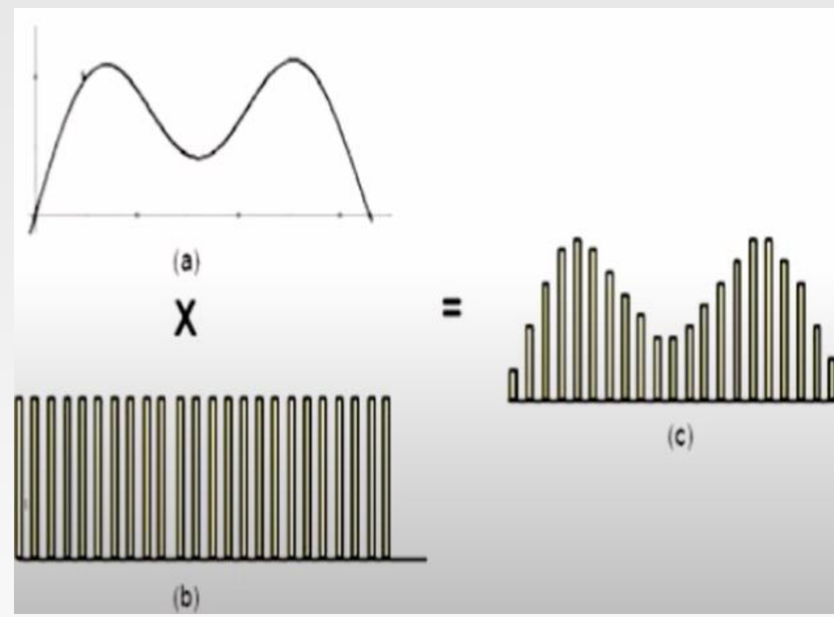
Consiste en la conversión de señales analógicas → En señales de pulsos → La información analógica está contenida en la amplitud de los pulsos

Para lograr modular:

Señal modulante → X → PAM

Tren de Pulsos → X

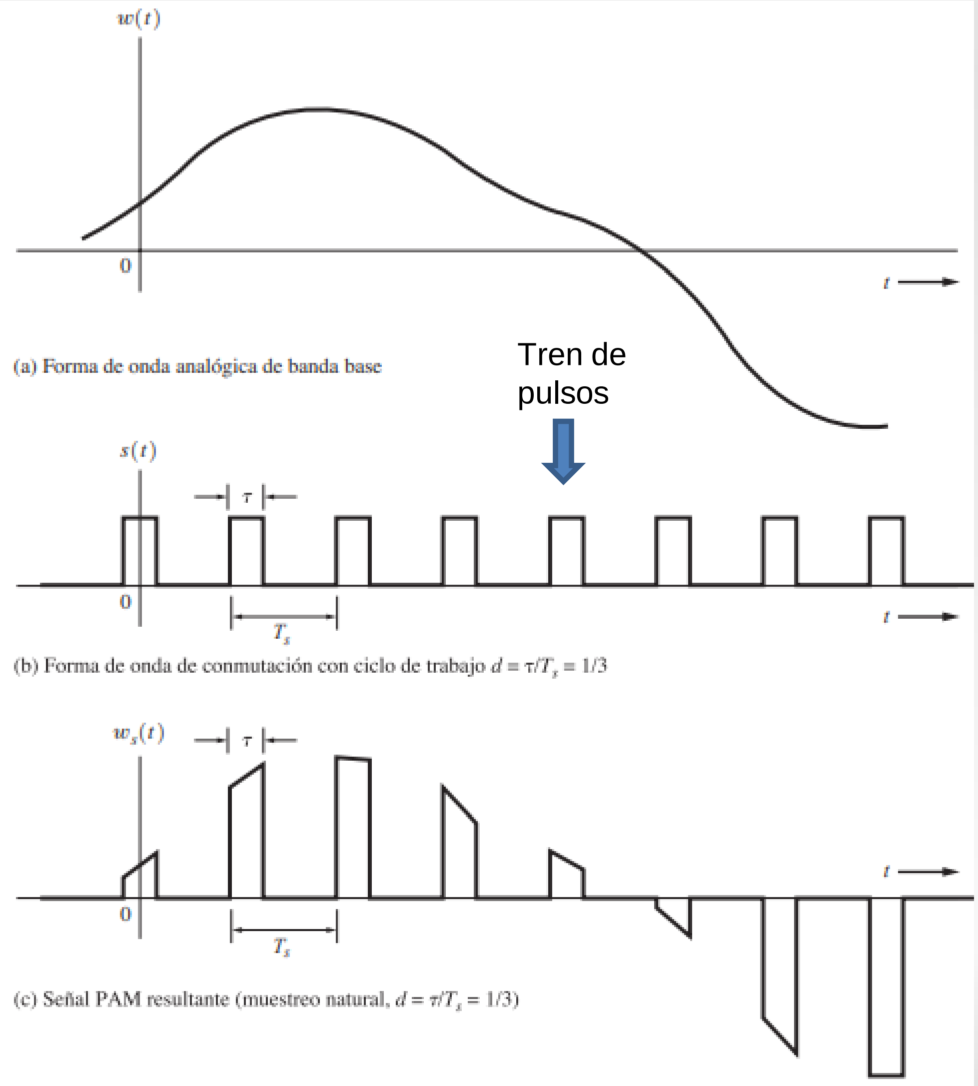
Señal Portadora



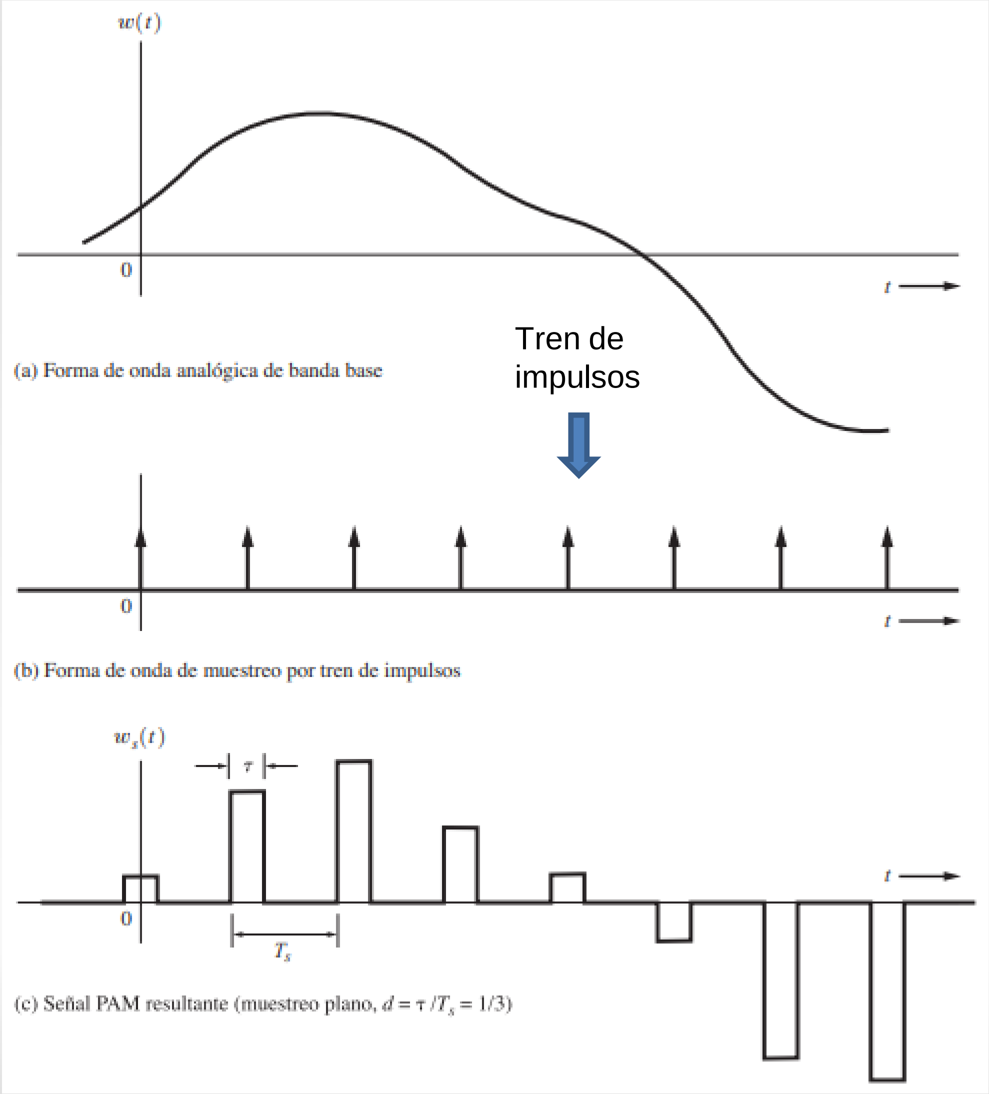
PAM se fundamenta en que es posible recuperar completamente una señal analógica desde unas muestras de ella

Clasificación de PAM

PAM que utiliza muestreo natural (compuerta)

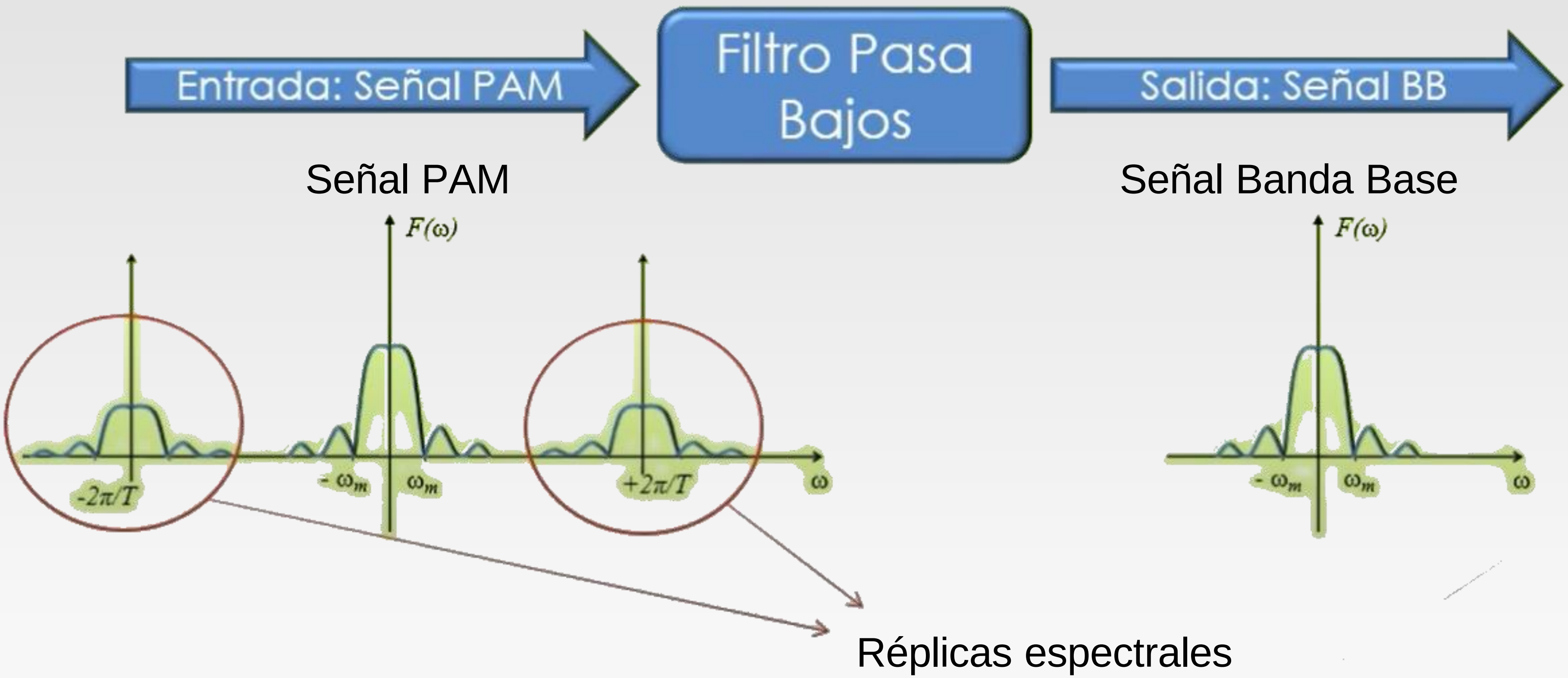


PAM que utiliza muestreo instantáneo para producir un pulso de cresta plana (Flat Top)



Demodulación de Señal PAM

Para recuperar la información de una señal PAM, basta con pasar la señal por un filtro pasa bajos.



Al modular una señal con un tren del pulsos, se obtienen réplicas de la misma señal desplazadas en frecuencia

Basamento matemático: Muestreo Natural

- Por muestreo natural:
  - Si w(t) es una onda analógica limitada en banda de B Hz, entonces la señal PAM es: $w_s(t) = w(t)\cdot s(t)$
  - Donde s(t) es una onda rectangular:

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \prod\left(\frac{t - kT_s}{\tau}\right)$$

  - t es el tiempo continuo, k es la muestra, T_s es el período de muestreo y τ es el ancho del pulso cuadrado resultante
  - Que es una forma de onda rectangular, con

$$f_s = \frac{1}{T_s} \geqslant 2\cdot B$$

Muestreo Natural

- Y cuyo espectro es:

$$W_s(f) = F[w_s(t)] = d \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\sin \pi n d}{\pi n d} \cdot W(f - nf_s)$$

- Donde $f_s = \frac{1}{T_s}, w_s = 2 \cdot \pi \cdot f_s$

- el ciclo de trabajo s(t) es $d = \frac{\tau}{T_s}$

- Y el espectro de la forma de onda original sin muestrear es:

$$W(f) = F[w(t)]$$

Muestreo Natural

- La transformada de Fourier convierte un producto en tiempo en una convolución en la frecuencia.

$$W_s(f) = W(f) * F[w(t)]$$

- Al ser s(t) periódica (onda cuadrada de muestreo) entonces se puede representar por una serie de Fourier:

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jnw_0 t}$$

- Donde:

$$c_n = d \, \frac{\sin n\pi d}{n\pi d}$$

Muestreo Natural

- Si reemplazamos,

$$S(f) = F[s(t)] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \delta\left(f - nf_s\right)$$

- Y:

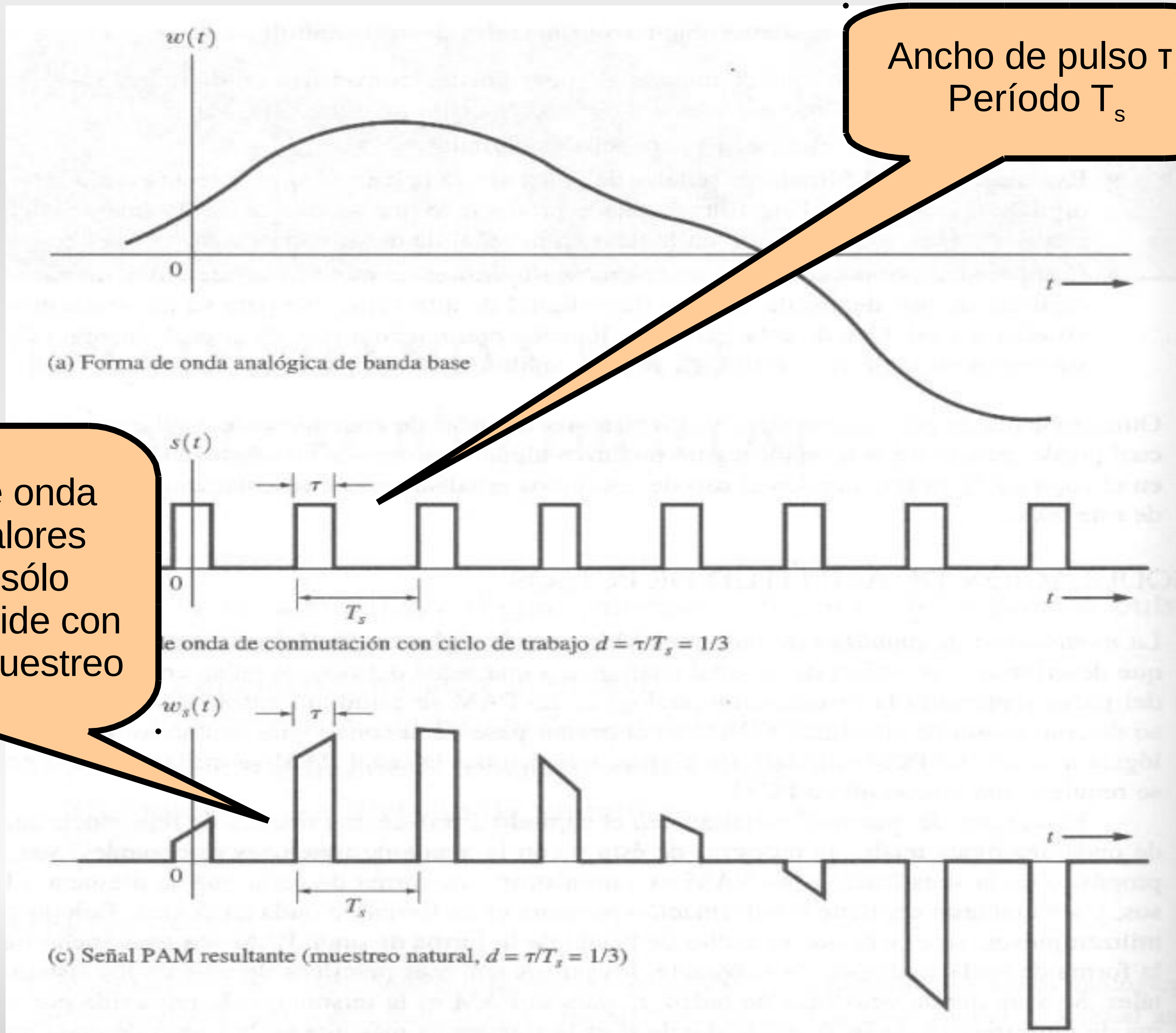
$$W_s(f) = W(f) * \left(\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(f - nf_s\right) \right) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n W(f) \cdot \delta\left(f - nf_s\right)$$

- Que equivale a:

$$W_s(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n W(f - nf_s)$$

$$W_s(f) = F[w_s(t)] = d \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\sin \pi nd}{\pi nd} \cdot W(f - nf_s)$$

Muestreo Natural



(a) Forma de onda analógica de banda base

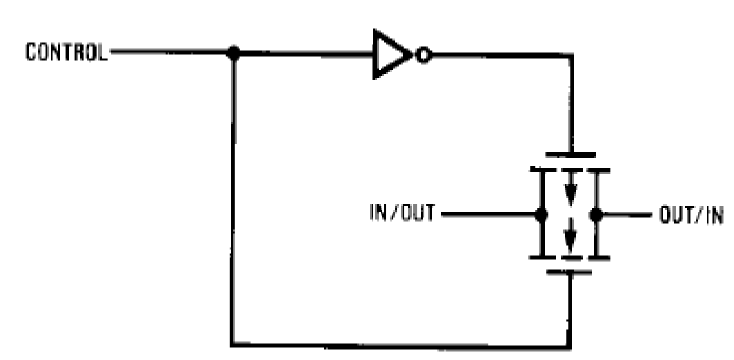
(c) Señal PAM resultante (muestreo natural, $d = \tau/T_s = 1/3$)

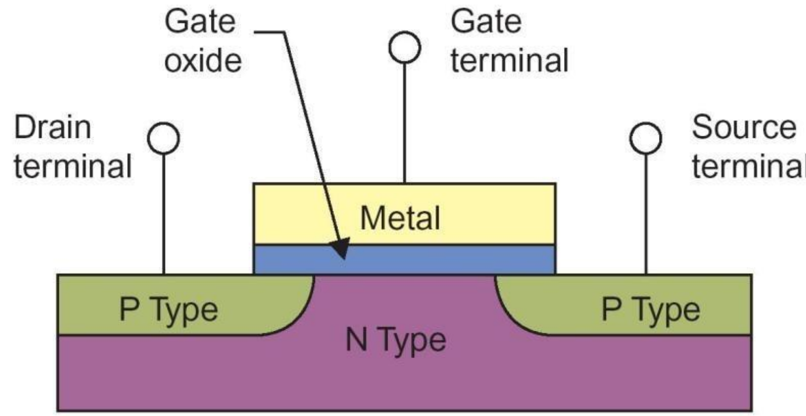
Ancho de pulso τ,
Período T_s

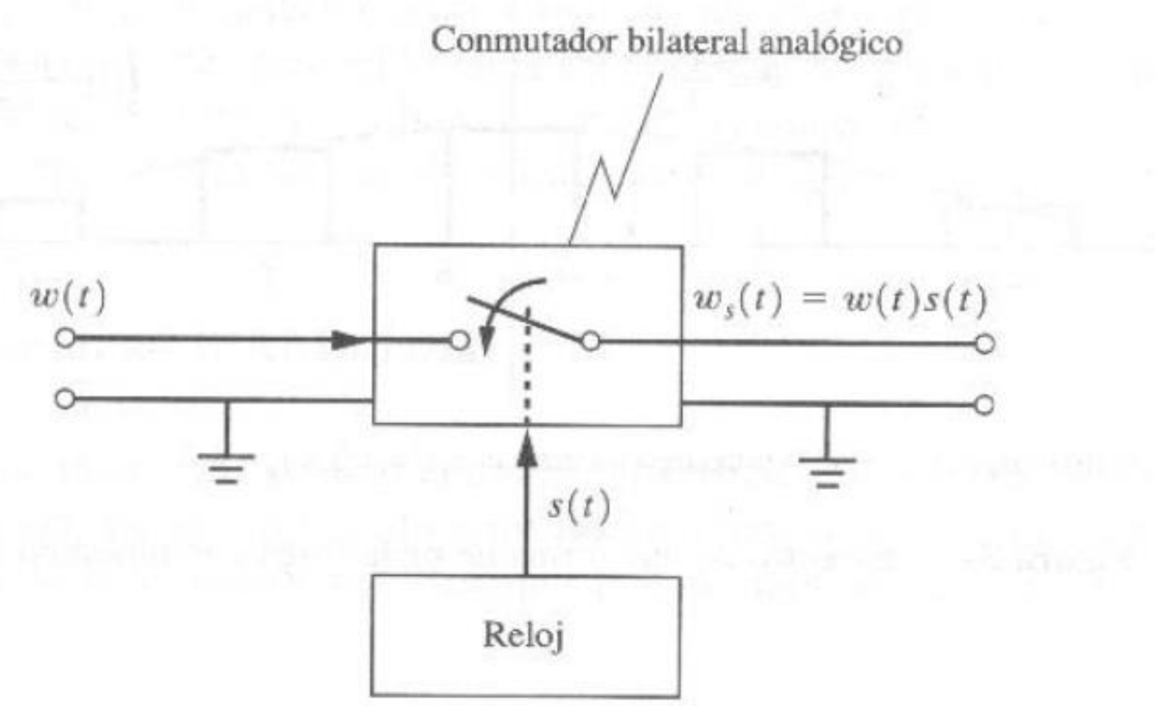
La forma de onda toma los valores originales sólo cuando coincide con la señal de muestreo

Muestreo Natural

- Una onda PAM con muestreo natural se genera a partir de una compuerta analógica CMOS:

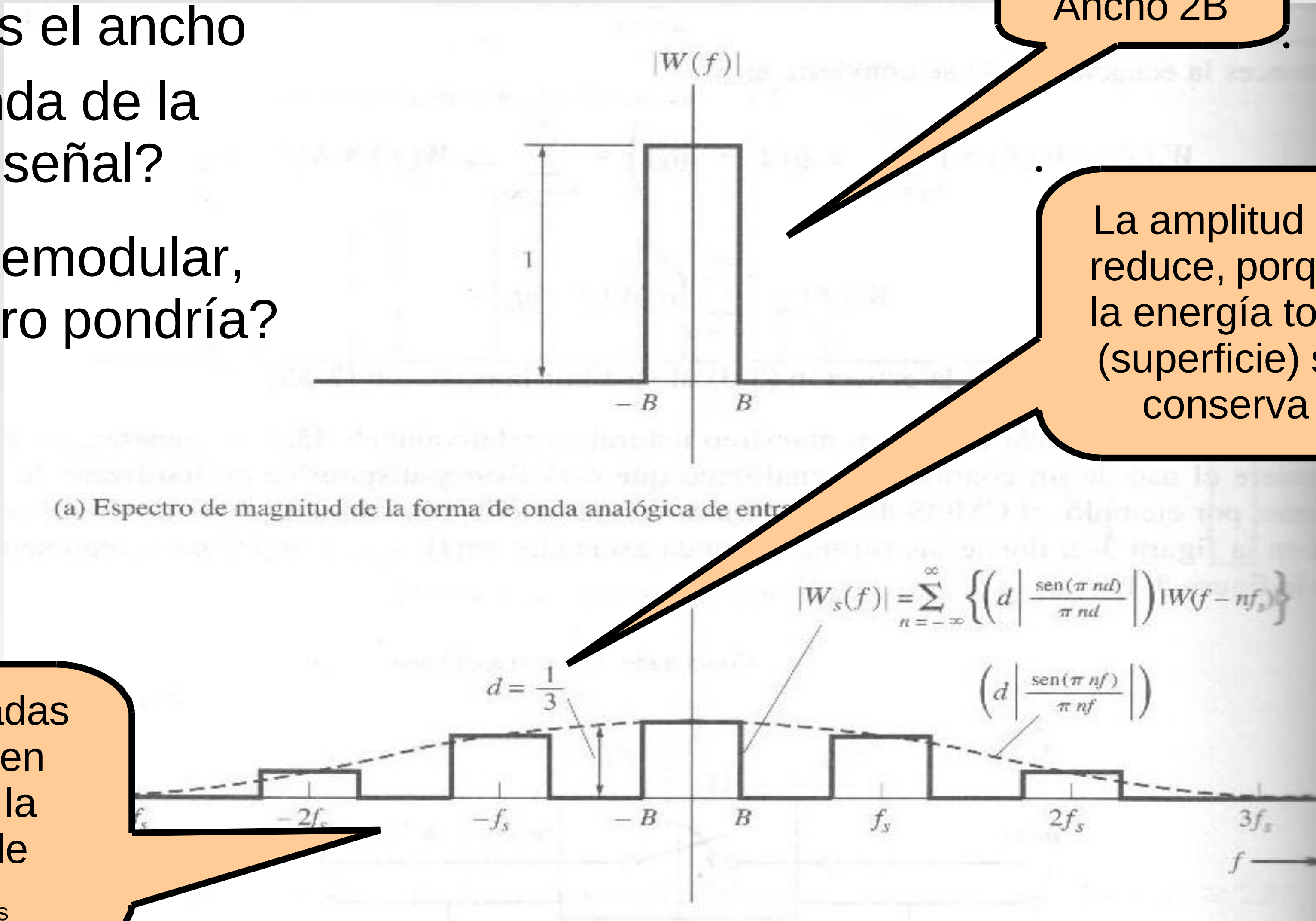






Muestreo Natural

- Espectro utilizado por el muestreo PAM
- Cuál es el ancho de banda de la nueva señal?
- Para demodular, qué filtro pondría?



(a) Espectro de magnitud de la forma de onda analógica de entr

spectro de magnitud de la PAM (muestreo natural) con $d = 1/3$ y $f_s = 4$ B

Altura 1, Ancho 2B

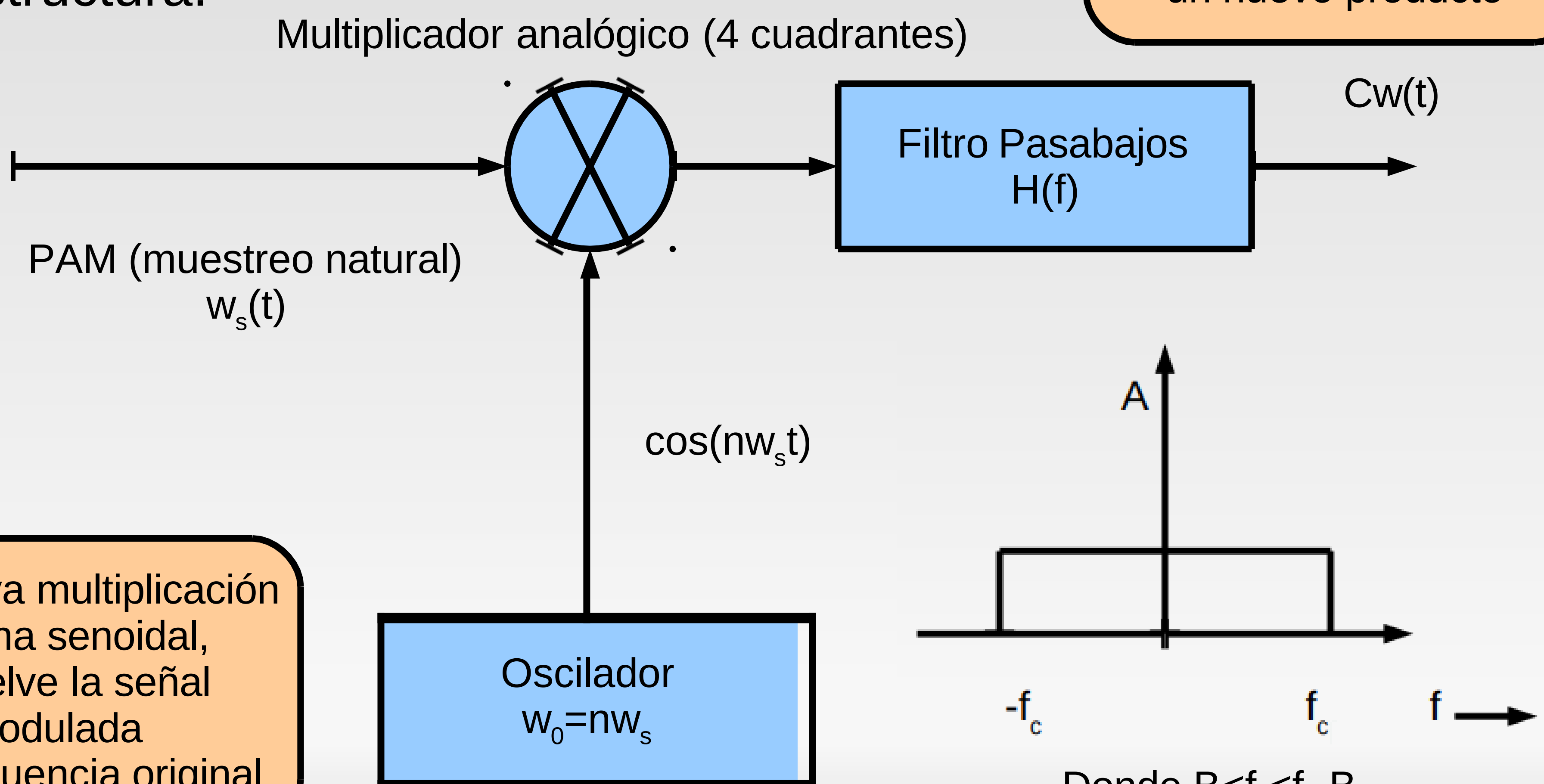
La amplitud se reduce, porque la energía total (superficie) se conserva

Copias atenuadas del espectro en múltiplos de la frecuencia de muestreo f_s

Muestreo Natural

- Y el demodulador típico tiene la siguiente estructura:

El filtro pasabajos elimina las componentes no deseadas que se crean al hacer un nuevo producto



Donde $B<f_c<f_s-B$

Una nueva multiplicación por una senoidal, devuelve la señal modulada a su frecuencia original

Muestreo Natural

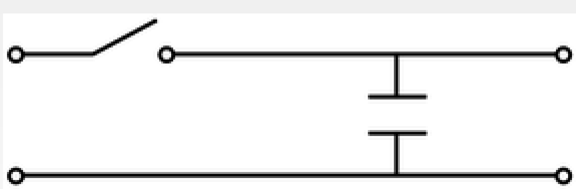
- El demodulador que se usa, en realidad, es de producto.
- Se multiplica la señal por una senoidal de frecuencia:

$$w_0 = n w_s$$

- Enviando lo que está alrededor de $n f_s$ a la banda base.
- Para qué?
- Puede influír el ruido en banda base?

Muestreo Flat-Top

- Muestreo Instantáneo (PAM plana):
- Se puede convertir también a pulsos mediante señalización plana con muestreo plano con muestreo **instantáneo.**
- Se usa un circuito Sample and Hold



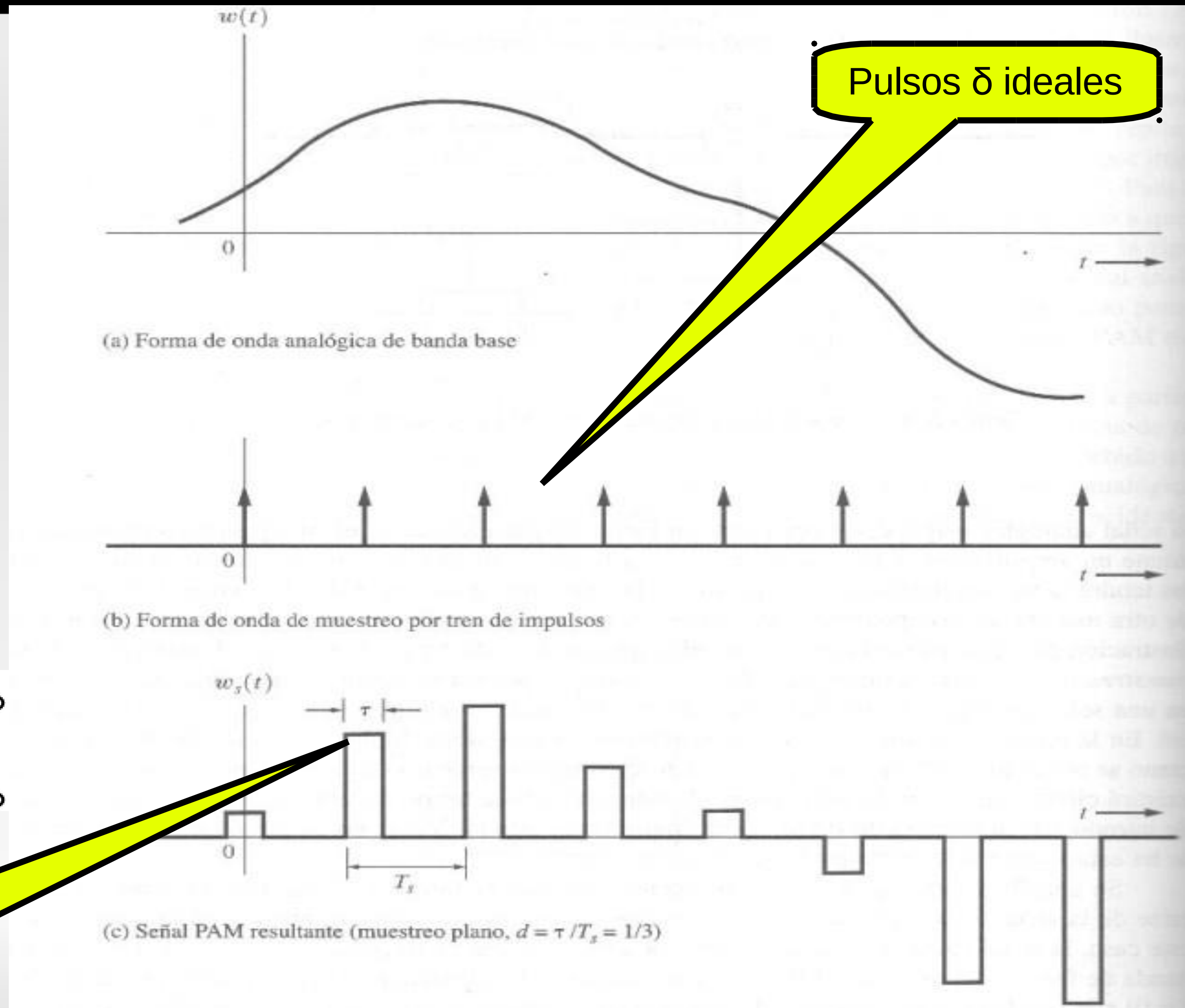


Figura 3–5 Señal PAM con muestreo plano.

Se conserva
El valor de la
Muestra durante el
Ancho de pulso τ

Muestreo Flat-Top

- Decimos entonces que si w(t) es una señal limitada en banda de B Hz, el PAM con muestreo instantáneo es:

$$w_s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(t - kT_s)$$

- Donde h(t) define la forma del pulso de muestreo.
- Si el pulso es plano, entonces:

$$h(t) = \prod\left(\frac{T}{\tau}\right) = \begin{cases} 1, |t| < \dfrac{\tau}{2} \\ 0, |t| > \dfrac{\tau}{2} \end{cases} \qquad \tau \leq \mathrm{T}_s = \frac{1}{f_s} \quad , \quad f_s \geq 2B$$

Muestreo Flat-Top

- El espectro de una señal PAM plana sería:

$$W_s(f) = \frac{1}{T_s} \cdot H(f) \cdot \sum_{k=-\infty}^{\infty} W(f - kf_s)$$

- Donde H(f) es:

$$H(f) = F[h(t)] = \tau \left(\frac{\sin(\pi \tau f)}{\pi \tau f} \right)$$

Muestreo Flat-Top

- Reescribamos la ecuación:

$$w_s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} w(kT_s) \cdot h(t - kT_s)$$

$$w_s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} w(kT_s) \cdot h(t) \cdot \delta(t - kT_s)$$

$$w_s(t) = h(t) \cdot \sum_{k=-\infty}^{\infty} w(kT_s) \cdot \delta(t - kT_s)$$

$$w_s(t) = h(t) \left[w(t) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT_s) \right]$$

Muestreo Flat-Top

- La transformada de Fourier da:

$$W_s(f) = H(f)\left[W(f)\cdot\sum_k e^{j2\pi fkT}\right]$$

- Pero la suma de funciones exponenciales equivale a una serie de Fourier, en el dominio de la frecuencia.

$$\frac{1}{T_s}\sum_k \delta(f - k\cdot f_s) = \frac{1}{T_s}\sum_k c_n e^{j(2\pi n T_s) f}$$

- Donde el coeficiente c_n es:

$$c_n = \frac{1}{f_s}\int_{-f/2}^{f/2}\left[\sum_k \delta(f-kf_s)\right] = e^{j(2\pi nT)f}df = \frac{1}{f_s}$$

Muestreo Flat-Top

- Si reemplazamos en la expresión de $W_s(f)$ queda:

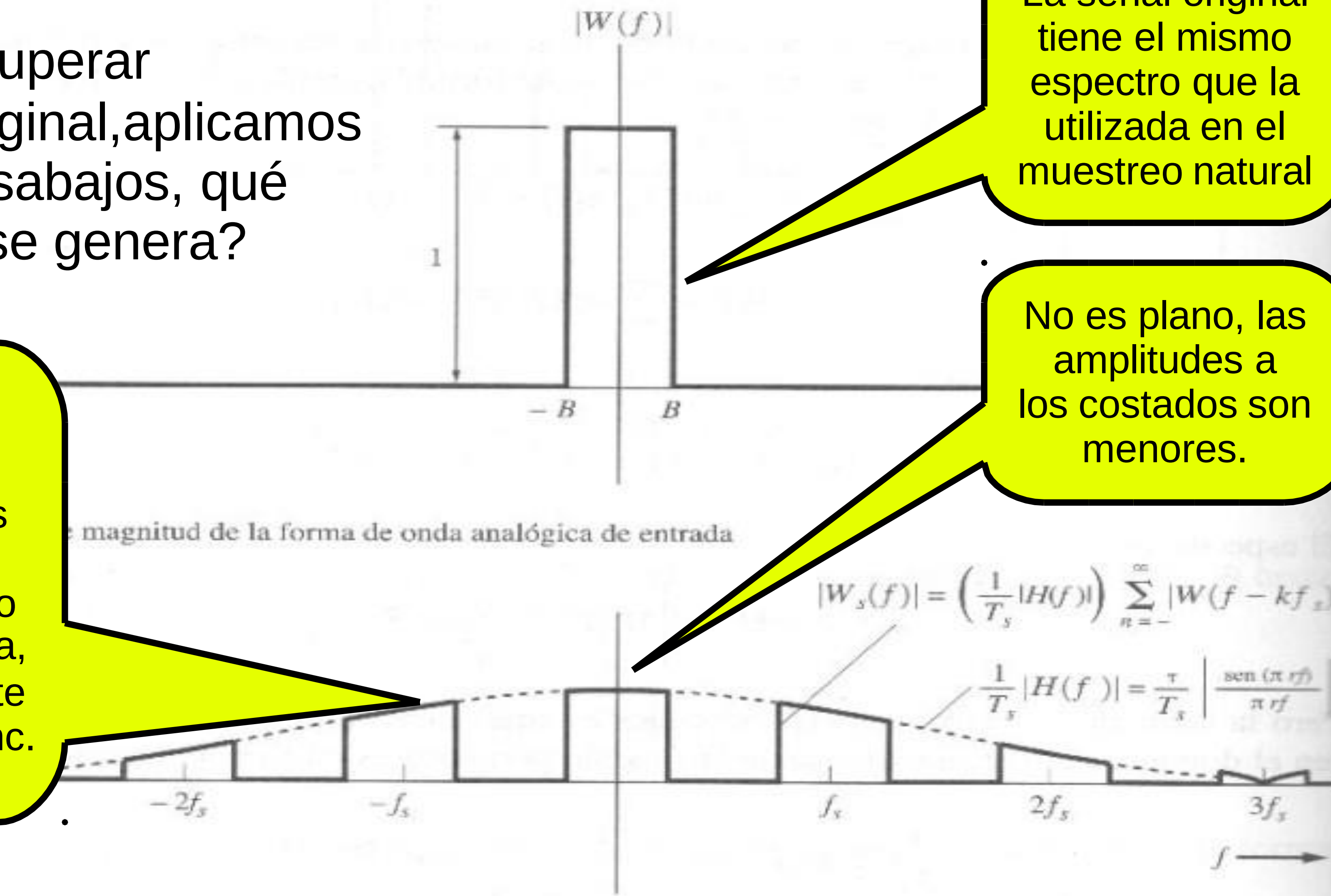
$$W_s(f) = H(f)\left[W(f)\cdot\frac{1}{T_s}\sum_k \delta(f-kf_s)\right]$$

- Y finalmente:

$$W_s(f) = \frac{1}{T_s}H(f)\left[\sum_k W(f)\cdot\delta(f-kf_s)\right]$$

Muestreo Flat-Top

- Que gráficamente sería:
- Si para recuperar la señal original,aplicamos un filtro pasabajos, qué distorsión se genera?



(b) Espectro de magnitud de la PAM (muestreo plano), $\tau/T_s = 1/3$ y $f_s = 4B$

Figura 3–6 Espectro de una forma de onda PAM con muestreo plano.

La señal original tiene el mismo espectro que la utilizada en el muestreo natural

No es plano, las amplitudes a los costados son menores.

Pero como se muestrea con pulsos δ ideales y se retiene el valor, el espectro resultante cambia, y tiene envolvente del módulo de sinc.

Muestreo Flat-Top

- Esta distorsión de alta frecuencia se puede compensar.
- Se usa un ecualizador con función de transferencia

$$\frac{1}{H}(f)$$

- τ se denomina también apertura, porque

$$\frac{\tau}{T_s}$$

- Determina la ganancia de la señal recuperada.
- Si reducimos el ancho de pulso, necesitaremos mayor ancho de banda, además de buena respuesta en magnitud y fase.

Modulación por Amplitud de Pulsos

- Además el ancho de banda ocupado es mayor que la banda original
- El rendimiento al ruido nunca es mejor que si hubiéramos transmitido directamente la señal analógica original
- La usamos como paso intermedio hacia otra conversión
- Pero no sirve para transmisión a larga distancia

Modulación por Amplitud de Pulsos

En resumen:

- El muestreo natural se realiza mediante pulsos de onda cuadrada y se recupera volviendo modulando con una senoidal y con un filtro pasabajo
- El muestreo flat-top se realiza mediante pulsos δ ideales con retención del valor muestreado. Para recuperarlo, se filtra con un pasabajo y se compensa la atenuación en altas frecuencias.
- Se utiliza para muestrear una señal.