Sistemas de Comunicación Digital

INF2010

Clase 12:
Errores de Bit y Relación Señal a Ruido (I)

Errores de bit

- Las dos consideraciones primarias en el diseño de un sistema de comunicaciones son las siguientes:
  1. La **performance** (o rendimiento) de un sistema cuando es corrompido por el ruido
     - En sistemas analógicos es la SNR directamente.
     - En sistemas Digitales, es la probabilidad de error de la señal a la salida.
  2. El **ancho de banda** que es requerido para la transmisión de una señal.
- Hay diversas maneras de recuperar información a partir de una señal corrompida por ruido.
- Nos proponemos compararlas y evaluarlas.

Errores de bit

- No todos los sistemas son óptimos para la transmisión
- Los sistemas de comunicación tienen otras restricciones (costo) que no justifican una gran complejidad en el transmisor o en el receptor.

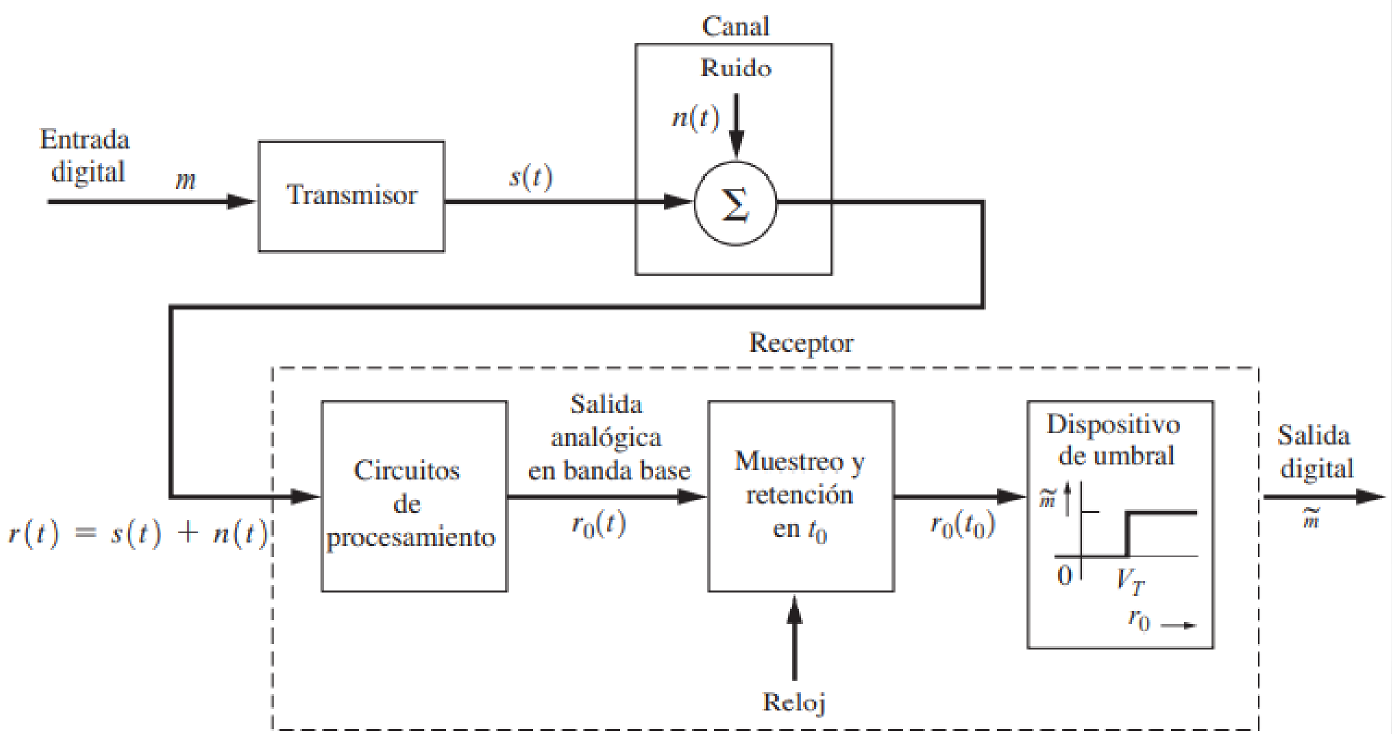

Figura 7–1 Sistema general binario de comunicación.

Errores de bit

- Vamos a desarrollar una técnica para evaluar la probabilidad de error de bit, llamada BER (Bit Error Rate).
- Si suponemos que T es el tiempo para transmitir 1 bit de datos,

La señal transmitida sobre un intervalo de bit (0, T) es

$$s(t) = \begin{cases} s_1(t), & 0 < t \leq T, \quad \text{para un 1 binario} \\ s_2(t), & 0 < t \leq T, \quad \text{para un 0 binario} \end{cases}$$

donde s1(t) es la forma de onda que se usa si se transmite un 1 binario y s2(t) la forma de onda que se emplea si se transmite un 0 binario. Si s1(t) = -s2(t), entonces s(t) se conoce como señal antípoda.

- La señal más el ruido en el receptor produce una forma de onda analógica:

$$r_0(t) = \begin{cases} r_{01}(t), & 0 < t \leq T, \quad \text{para un 1 binario enviado} \\ r_{02}(t), & 0 < t \leq T, \quad \text{para un 0 binario enviado} \end{cases}$$

Errores de bit

- La señal recibida es muestreada en un instante determinado t_0,

$$r_0(t_0) = \begin{cases} r_{01}(t_0), & \text{para un 1 binario enviado} \\ r_{02}(t_0), & \text{para un 0 binario enviado} \end{cases}$$

- Ahora, $r_0(t_0)$ representa una *variable aleatoria* con distribución *continua*, porque el canal fue arruinado con ruido.
- Vamos a llamar r_0 en general a $r_0(t_0)$.
  A r_0 se le llama *estadística de prueba.*

Errores de bit

- Consideremos las probabilidades de transmisión para r_{01} y para r_{02}:
- No necesariamente estas distribuciones son gaussianas.

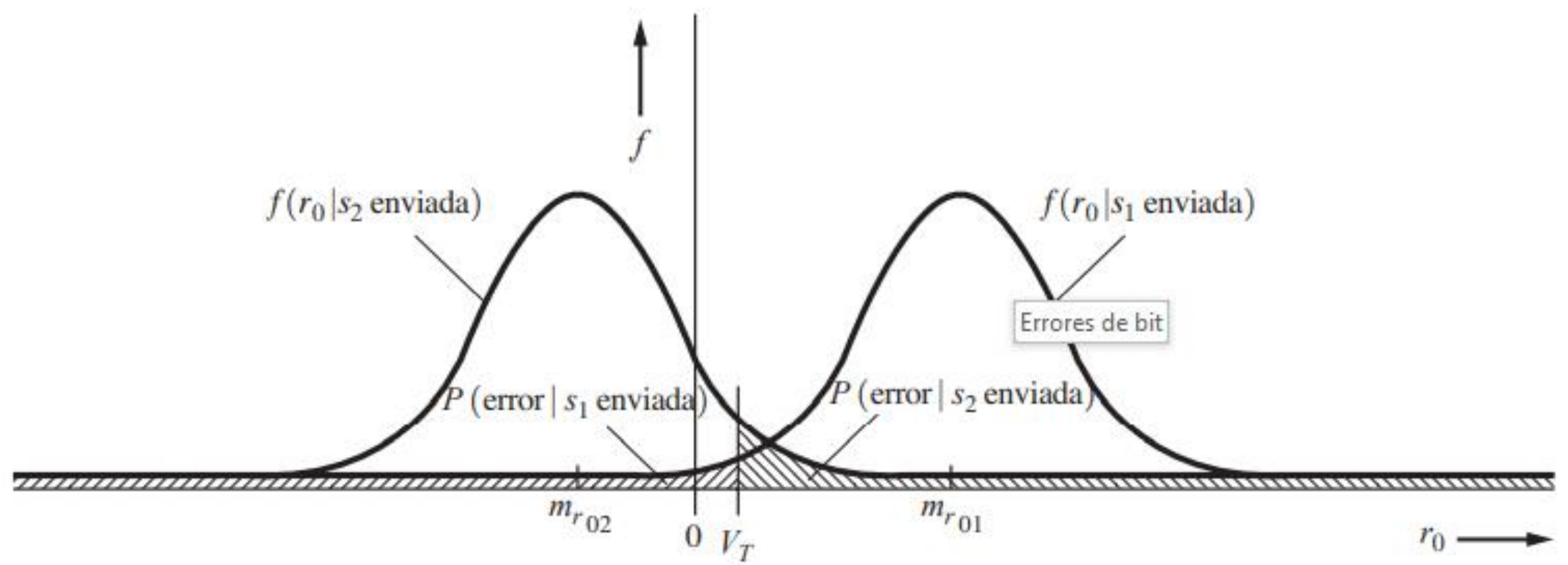

Figura 7–2 Probabilidad de error para señalización binaria.

Errores de bit

- Estas PDFs (Probability Density Function) son condicionales, dependen de que un 1 o un 0 sea transmitido.
- Definimos un umbral llamado V_T: si la señal está por debajo del umbral, consideramos un 0 transmitido, mientras que si está por encima, se considera un 1.
- Cómo se confunde un receptor?
- Un error ocurre cuando se la señal r_0 es menor a V_T, y habia sido transmitido un 1,

$$P\,(\text{error} \mid s_1 \text{ sent}) = \int_{-\infty}^{V_T} f(r_0 \mid s_1)\, dr_0$$

Errores de bit

- O cuando ocurre lo contrario,

$$P\,(\text{error}|s_2 \text{ sent}) = \int_{V_T}^{\infty} f(r_0|s_2)\,dr_0$$

- Osea, $V_T < r_0$ si es enviado un 0.
- Entonces el BER es:

$$P_e = P\,(\text{error}|s_1 \text{ sent})P(s_1 \text{ sent}) + P\,(\text{error}|s_2 \text{ sent})P(s_2 \text{ sent})$$

Errores de bit

- Y la probabilidad combinada para eventos conjuntos es:

$$P(E) = \sum_{i=1}^{2} P(E, s_i) = \sum_{i=1}^{2} P(E|s_i)P(s_i)$$

- Dando una expresión general:

$$P_e = P(s_1 \text{ sent}) \int_{-\infty}^{V_T} f(r_0|s_1)\, dr_0 + P(s_2 \text{ sent}) \int_{V_T}^{\infty} f(r_0|s_2)\, dr_0$$

- Estas expresiones se denominan probabilidad a priori, P(s_x enviado)

Errores de bit

- Y las estadísticas de enviar un 1 o un 0 suelen tomarse como equiprobables.

$$P(\text{binary 1 sent}) = P(s_1 \text{ sent}) = \tfrac{1}{2}$$

$$P(\text{binary 0 sent}) = P(s_2 \text{ sent}) = \tfrac{1}{2}$$

- A partir de este punto se considerarán estos valores de probabilidad.