

Laboratorio 2: Interferencia Intersímbolo (ISI)

Profesor: Rodrigo Muñoz Lara
Escuela de Informática y Telecomunicaciones
Universidad Diego Portales

Resumen—Este laboratorio explica la interferencia intersímbolo (ISI) como un fenómeno de transmisión digital en sistemas banda base. Se presenta el primer criterio de Nyquist para la construcción de un pulso. Considerando este criterio el alumno deberá construir un pulso y determinar su eficiencia modificando parámetros como el roll-off. Al finalizar el laboratorio el alumno podrá comprender la diferencia al enviar por un canal de comunicación un pulso rectangular y un pulso que disminuya la interferencia intersímbolo.

Palabras Claves—criterios de Nyquist, pulsos, señal bandabase

I. INTRODUCCIÓN

El ancho de banda absoluto de los pulsos rectangulares es infinito, y si estos pulsos se filtran inadecuadamente a través de un sistema de comunicación, éstos se dispersarán en el tiempo, y el pulso para cada símbolo puede propagarse a las ranuras de tiempo adyacentes y causar interferencia intersímbolo (ISI), como se ilustra en la figura 1.

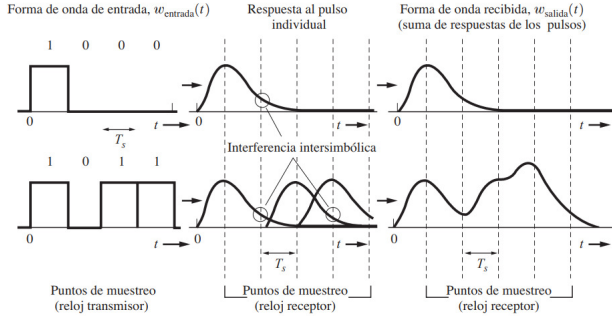


Fig. 1. Ejemplos de la ISI en los pulsos recibidos en un sistema de comunicación binaria

Ahora, ¿cómo se puede restringir el ancho de banda sin introducir ISI? Por supuesto que, con un ancho de banda restringido, los pulsos tendrán cimas redondeadas (en lugar de planas). Nyquist [1] fue el primero en estudiar este problema, y descubrió tres métodos para las formas de pulsos que pueden utilizarse para eliminar la ISI. Cada uno de estos métodos se estudiarán en las siguientes secciones.

Este laboratorio pretende explicar cómo afecta la forma de un pulso cuando pasa a través de un canal limitado en frecuencia y su impacto en la recepción a través de la interferencia intersimbólica (ISI).

El laboratorio está dividido en tres partes. Primero, las *actividades previas*. Estas actividades son **obligatorias** y el grupo que no presente las actividades no tendrá autorizado el acceso a la experiencia y deberá asistir en una segunda sesión de laboratorio. Las actividades previas son grupales. La segunda

parte es la actividad que se debe efectuar presencialmente en el laboratorio. Generalmente son actividades que deben ser ejecutadas con equipamiento de la universidad el cual no puede ser retirado ni prestado para ser trasladado a los hogares de los alumnos. Finalmente está el informe final de laboratorio. Este informe debe responder **todas** las preguntas que se realizan en las siguientes secciones.

II. ANTECEDENTES

A. Interferencia Intersimbólica

Considere un sistema de señalización digital como el que se muestra en la figura 2

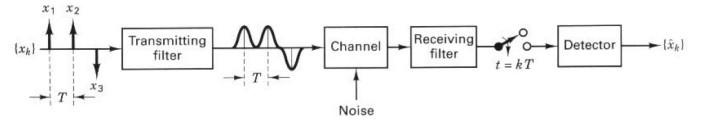


Fig. 2. Sistema de transmisión de pulsos de bandabase

donde la función de transferencia para el filtro transmisor está definido por $h_t(t)$, para el canal por $h_c(t)$ y para el filtro receptor por $h_r(t)$. $h_t(t)$ es igual a la función rectangular $\Pi\left(\frac{t}{T_s}\right)$ (ver ecuación 1).

$$\Pi\left(\frac{t}{T}\right) = \begin{cases} 1, & |t| \leq \frac{T}{2} \\ 0, & |t| > \frac{T}{2} \end{cases} \quad (1)$$

En la ecuación 2, a_n puede tomar cualquiera de los L multiniveles permitidos ($L = 2$ para la señalización binaria). La velocidad de símbolo es $D = \frac{1}{T_s} \frac{\text{pulsos}}{\text{seg}}$. Entonces la señal de entrada x_k puede escribirse como

$$\begin{aligned} x_k(t) &= \sum_n a_n h_t(t) * \delta(t - nT_s) \\ &= \left[\sum_n a_n \delta(t - nT_s) \right] * h_t(t) \end{aligned} \quad (2)$$

La ecuación 2 puede ser interpretada como un tren de deltas de Dirac (muestras) variables en amplitud que pasan por un filtro generador de pulsos. Los pulsos son de la forma $h_t(t)$.

Por otro lado, la señal de salida $\hat{x}_k(t)$ del sistema lineal de la figura 2, sería el tren de impulsos de entrada convolucionado con la respuesta de impulso equivalente para el sistema en general. Esto es:

$$\hat{x}_k(t) = \left[\sum_n a_n \delta(t - nT_s) \right] * h_e(t) \quad (3)$$

donde la respuesta a impulso equivalente $h_e(t)$ es:

$$h_e(t) = h_t(t) * h_c(t) * h_r(t) \quad (4)$$

Note que $h_e(t)$ es también la forma del pulso que aparecerá a la salida del filtro receptor cuando un solo pulso plano alimenta la entrada del filtro transmisor de la figura 2.

La función equivalente de transferencia del sistema es:

$$H_e(f) = H_t(f)H_c(f)H_r(f) \quad (5)$$

donde $H_t(f)$ para un pulso cuadrado es:

$$H_t(f) = \mathbf{F} \left[\Pi \left(\frac{t}{T_s} \right) \right] = T_s \left(\frac{\sin \pi T_s f}{\pi T_s f} \right) \quad (6)$$

Cuando se escoge un $H_e(f)$ para minimizar la ISI, entonces el término $H_r(f)$, obtenido a partir de la ecuación 5, se conoce como filtro ecualizador. La característica del filtro de ecualización depende de $H_c(f)$, la respuesta de frecuencia del canal, así como del filtro transmisor o filtro generador de pulsos $H_t(f)$.

La forma del pulso de salida está afectada por el filtro transmisor, el filtro del canal y el filtro receptor. Como en la práctica el filtro del canal está ya especificado, el problema resulta en determinar los filtros transmisor, receptor para que minimicen la ISI en el pulso redondeado o suavizado a la salida del filtro receptor.

B. Primer criterio de Nyquist

El primer criterio de Nyquist para la eliminación de la ISI es usar una función de transferencia equivalente, $H_e(f)$, tal que la respuesta de impulso satisfaga la condición:

$$h_e(kT_s) = \begin{cases} C & \text{si } k = 0 \\ 0 & \text{si } k \neq 0 \end{cases} \quad (7)$$

donde k es un entero, T_s el periodo de sincronización de símbolo (muestra) y C una constante diferente de cero. Esto es, para cada uno de los pulsos planos de nivel a presentes en la entrada del filtro transmisor cuando $t = 0$, el pulso recibido será $ah_e(t)$. Este tendría un valor de aC cuando $t = 0$ pero no causaría interferencia a otros tiempos de muestreo, ya que $h_e(kT_s) = 0$ para $k \neq 0$. Ahora suponga que se selecciona para $h_e(t)$ una función del tipo $(\sin x)/x$.

$$h_e(t) = \frac{\sin \pi f_s T}{\pi f_s T} \quad (8)$$

donde $f_s = 1/T_s$. Esta respuesta de impulso satisface el primer criterio de Nyquist para una ISI de cero según la ecuación 7. Por lo tanto, si se diseñan los filtros de transmisión y recepción de forma tal que la función de transferencia general sea

$$H_e(f) = \frac{1}{f_s} \Pi \left(\frac{f}{f_s} \right) \quad (9)$$

entonces no existirá ISI. Sin embargo, el tipo $(\sin x)/x$ de la forma de pulso general tiene dos dificultades en la práctica:

- La característica de transferencia de amplitud general $H_e(f)$ tiene que ser plana sobre $-B < f < B$ y cero en cualquier otro caso. Esto es físicamente no realizable (es decir, la respuesta de impulso sería no causal y de duración infinita).
- La sincronización del reloj en el circuito de muestreo decodificador tiene que ser casi perfecta, ya que el pulso $(\sin x)/x$ decae a $1/x$ y es igual a cero en las ranuras de tiempo adyacentes sólo cuando t tiene exactamente el valor del tiempo de muestreo correcto. Por lo tanto, la sincronización inexacta causará ISI.

Estas dificultades imponen la consideración de otras formas de pulso que tengan un ancho de banda ligeramente más grande. La idea es encontrar formas de pulso que crucen por cero en puntos de muestreo adyacentes y que aún así posean una envolvente que decae mucho más rápido que $1/x$ de tal manera que la inestabilidad en el reloj a los tiempos de muestreo no causen una ISI apreciable. Una solución para la función de transferencia equivalente, la cual tiene muchas características deseables, es el filtro de coseno alzado de Nyquist (Ver sección II-C)

C. Filtro coseno alzado de Nyquist

Definición. El filtro de coseno alzado de Nyquist tiene la función de transferencia

$$H_e(f) = \begin{cases} 1 & |f| < f_1 \\ \frac{1}{2} \left\{ 1 + \cos \left[\frac{\pi(|f| - f_1)}{2f_\Delta} \right] \right\} & f_1 < |f| < B \\ 0 & |f| > B \end{cases} \quad (10)$$

donde B es el ancho de banda absoluto y los parámetros

$$f_\Delta = B - f_0 \quad (11)$$

y

$$f_1 \hat{=} f_0 - f_\Delta \quad (12)$$

El término f_0 es el ancho de banda de 6 dB del filtro. El factor de rolloff (atenuación o decaída) se define como

$$r = \frac{f_\Delta}{f_0} \quad (13)$$

Esta característica de filtro se ilustra en la figura 3. La respuesta al impulso correspondiente es

$$h_e(t) = \mathbf{F}^{-1} [H_e(f)] \\ h_e(t) = 2f_0 \left(\frac{\sin(2\pi f_0 t)}{2\pi f_0 t} \right) \left[\frac{\cos(2\pi f_\Delta t)}{1 - (4f_\Delta t)^2} \right] \quad (14)$$

A continuación se desarrolla una fórmula que proporciona la velocidad de baudios que puede soportar el sistema de coseno realzado sin ISI. En la figura 4b se observa que los ceros en la respuesta de impulso del sistema ocurren a $t = n/2f_0$, donde $n \neq 0$. Por lo tanto, se pueden insertar pulsos de datos

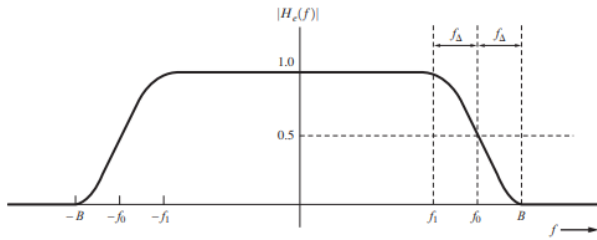


Fig. 3. Características del filtro de coseno alzado de Nyquist

a cada uno de estos puntos iguales a cero sin causar ISI. Es decir, en la ecuación 7 puede verse que el filtro de coseno alzado satisface el primer criterio de Nyquist para la ausencia de ISI si se selecciona un periodo de reloj de símbolo igual a $T_s = 1/(2f_0)$. La velocidad en baudios correspondiente es $D = 1/T_s = 2f_0$ *simbolos/seg*. Esto es que el ancho de banda de 6 dB del filtro de coseno alzado, f_0 , está diseñado para ser la mitad de la velocidad de símbolo (baudios). Empleando las ecuaciones 11 y 13 se observa que la velocidad en baudios que el sistema puede soportar es

$$D = \frac{2B}{1+r} \quad (15)$$

donde B es el ancho de banda absoluto del sistema y r es el factor de rolloff

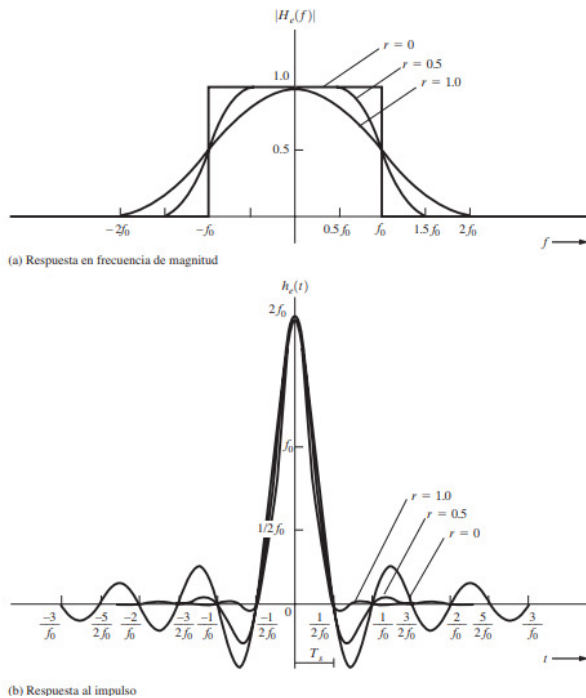


Fig. 4. Respuesta en frecuencia (a) y en tiempo (b) para diferentes factores de rolloff.

III. ACTIVIDADES PREVIAS

En esta parte del laboratorio deberá construir una código en Matlab que permita realizar:

- 1) Grafique la respuesta al impulso y la respuesta en frecuencia del pulso coseno alzado para los siguientes factores de roll-off: $\alpha = 0$; $\alpha = 0,25$; $\alpha = 0,75$ y $\alpha = 1$.

IV. LABORATORIO PRESENCIAL

Para el laboratorio presencial cada grupo contará con:

- Computador que tendrá instalada una versión de Matlab.

A. Actividades

- 1) Genere el diagrama de ojo para el pulso coseno alzado empleando los siguientes parámetros: señalización antípoda binaria (BPSK), 10^5 símbolos, $\alpha = 0.22$ y asuma un canal perfecto AWGN.
 - a) ¿Que pasa si disminuye la frecuencia de muestreo?
 - b) En forma general, ¿qué sucede al incrementar el valor de α ?

V. INFORME FINAL

El informe final del laboratorio deberá contener todas las respuestas a las preguntas y gráficos solicitados en las secciones III y IV. El informe debe contener las siguientes secciones:

- Introducción
- Antecedentes
- Metodología
- Resultados
- Análisis de Resultados
- Conclusiones
- Referencias
- Anexos

REFERENCES

- [1] H. Nyquist, "Certain topics in telegraph transmission theory," *American Telephone and Telegraph Co., New York, N. Y.*, 1928.