

Capitolo 1

Induzione

Teorema 1. $\sum_{k=1}^n k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$

Dimostrazione. Caso base: $n = 1 \sum_{k=1}^1 k^3 = \frac{1^2(1+1)^2}{4} 1 = \frac{4}{4}$ vero

Ipotesi induttiva: $\sum_{k=1}^n k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$ Tesi induttiva: $\sum_{k=1}^{n+1} k^3 = \frac{(n+1)^2(n+2)^2}{4}$

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{n+1} k^3 &= \sum_{k=1}^n k^3 + (n+1)^3 \\ &= \frac{n^2(n+1)^2}{4} + (n+1)^3 \\ &= (n+1)^2 \left(\frac{n^2}{4} + (n+1) \right) \\ &= (n+1)^2 \left(\frac{n^2 + 4n + 4}{4} \right) \\ &= \frac{(n+1)^2(n+2)^2}{4}\end{aligned}$$

□

1.1 Traduzione linguaggio Naturale in linguaggio predicativo

Esercizio: Tutti i docenti hanno un età maggiore di 24 anni

Costanti: 24 Predicati: $Docente(x)$, $>$ (x, y) Funzioni: $eta(x)$

$\forall x (Docente(x) \rightarrow eta(x) > 24)$

Esercizi: Tutti i docenti hanno una chiave d'accesso all'edificio U6

Costanti: U6 Predicati: $Docente(x)$, $Avere(y)$, $Chiave(x, y)$ Funzioni: non presente

$$\forall x (Docente(x) \wedge \exists y (Chiave(y, U6) \wedge Avere(y)))$$

Esercizio: Tutti i canali televisivi con una share maggiore del 10per cento sono considerati canali principali
 Costanti: 0.10 Predicati: $Canale(x)$, $> (x, y)$, $CanalePrincipale(x)$ Funzioni: $share(x)$

$$\forall x (Canale(x) \wedge share(x) > 0.10 \rightarrow CanalePrincipale(x))$$

Esercizio: il fratello di Marco ha copiato il compito ed è stato respinto
 Costanti: $Marco$, $compito$ Predicati: $Copiare(x, y)$, $Uomo(x)$, $Bocciato(x)$, $Fratello(x, y)$
 Funzioni: non presenti

$$\exists x (Uomo(x) \wedge Fratello(x, Marco) \wedge Copiare(x, compito) \rightarrow Bocciato(x))$$

Esercizio: Tutte le sere gli studenti ascoltano musica Uzbeka e bevono caffè
 Costanti: $musicaUzbeka$, $caff$ Predicati: $Studenti(x)$, $Ascoltare(x, y)$, $Bere(x, y)$, $Sera(y)$
 Funzioni: non presenti

$$\forall x, y (Studente(x) \wedge Sera(y) \rightarrow (Ascoltare(x, musicaUzbeka) \wedge Bere(x, caff)))$$

Esercizio: Gli studenti che non si iscrivono all'appello di Fondamenti non possono svolgere l'esame
 Costanti: $Fondamenti$ Predicati: $Studente(x)$, $Iscrivere(x, y)$, $Svolgere(x, y)$, $Esame(y)$
 Funzioni:

$$\forall x (Studente(x) \wedge \neg Iscrivere(x, Fondamenti) \rightarrow \exists y (Esame(y) \wedge \neg Svolgere(x, y)))$$

Esercizio: Tutti i professori fanno esami
 Costanti: non presenti
 Predicati: $Professore(x)$, $Fare(x, y)$, $Esame(y)$
 Funzioni: non presenti

$$\forall x (Professore(x) \rightarrow \exists y (Esame(y) \wedge Fare(x, y)))$$

Esercizio: Se uno studente non è iscritto via Sifa ad un appello non può fare l'esame
 Costanti: non presenti
 Predicati: $Studente(x)$, $Iscritto(x, y)$, $Appello(y)$, $Esame(x)$
 Funzioni: non presenti

$$\forall x (Studenti(x) \wedge \exists y (Appello(y) \wedge \neg Iscritto(x, y)) \rightarrow \neg Esame(x))$$

Esercizio: il voto di un esame universitario va da 0 a 30 e lode
 Costanti: 0 e 30L
 Predicati: $Esame(x)$, $\geq (x, y)$, $\leq (x, y)$
 Funzioni: $voto(x)$

$$\forall x (Esame(x) \rightarrow voto(x) \geq 0 \wedge voto(x) \leq 30L)$$

Esercizio: Tutti i docenti sono sposati con una donna antipatica

Costanti: non presenti

Predicati: $Docente(x)$, $Donna(y)$, $Sposati(x, y)$, $Antipatica(y)$

Funzioni: non presenti

$$\forall x(Docente(x) \rightarrow \exists y(Donna(y) \wedge Antipatica(y) \wedge Sposati(x, y)))$$

Esercizio: Marco ha un capo magnanimo

Costanti: $Marco$

Predicati: $Capo(x, y)$, $Magnanimo(x)$

Funzioni: non presenti

$$\forall x(Capo(x, Marco) \wedge Magnanimo(x))$$