INFO0947: Récursivité et Elimination de la Récursivité

Peissone Dumoulin, s193957

1 Formulation Récursive

1.1 Cas de base

Si $n = 1$:

$$hexa\_dec\_rec(hexa, n) = convert(hexa[n-1])$$

1.2 Cas récursif

Si $n > 1$:

$$hexa\_dec\_rec(hexa, n) = convert(hexa[n-1]) + 16 * hexa\_dec\_rec(hexa, n-1)$$

2 Spécification

```
1 //PréConditions : hexa != NULL, n > 0
2 //PostConditions : hexa_dec_rec = decimal ∧ hexa = hexa0 ∧ n = n0
3 unsigned int hexa_dec_rec(char *hexa, int n);
```

3 Construction Récursive

3.1 Programmation Défensive

On vérifie que la précondition est respectée en interdisant à hexa d'être NULL et n ne peut pas être strictement négatif

```
1 unsigned int hexa_dec_rec(char *hexa, int n){
2     assert(hexa != (void*)0 && n > 0);
3     // {PréConditions ≡ hexa ≠ NULL ∧ (longueur(hexa) > 0 ⟹ n > 0)}
4 }
```

3.2 Cas de Base

On gère le cas de base où $n = 1$ après s'être assuré que les préconditions sont bien respectées.

```
// {PréConditions ≡ hexa ≠ NULL ∧ (longueur(hexa) > 0 ⟹ n > 0)}
if(n == 1)
    // {hexa ≠ NULL ∧ n = 1}
    return convert(hexa[n - 1]);
    // {hexa_dec_rec = convert(hexa[n - 1]) ∧ hexa = hexa0 ∧ n = n0}
    // { ⟹ PostCondition}
}
```

3.3 Cas Récursif

Il y a un seul cas récursif, lorsque n > 1. {PréConditions$_{REC}$} et {PostConditions$_{REC}$} sont respectivement les PréConditions et les PostConditions de l'appel récursif.

```
else
    // {hexa ≠ NULL ∧ n > 1}
    // { ⟹ PréConditionsREC}
    return convert(hexa[n - 1]) + 16 * hexa_dec_rec(hexa, n - 1);
    // {PostConditionsREC ≡
    // hexa_dec_rec(hexa, n) = convert(hexa[n - 1]) + 16 * hexa_dec_rec(hexa, n-1)
    // ∧ n = n - 1 ∧ hexa = hexa0}
    // { ⟹ PostConditions}
```

3.4 Code complet

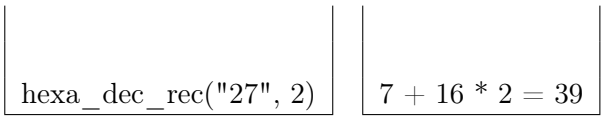
```
unsigned int hexa_dec_rec(char *hexa, int n){
  assert(hexa != (void*)0 && n > 0);//Préconditions

  if(n == 1)
    return convert(hexa[n - 1]);//Cas de base
  else
    return convert(hexa[n - 1]) + 16 * hexa_dec_rec(hexa, n - 1);//Cas récursif
}
```

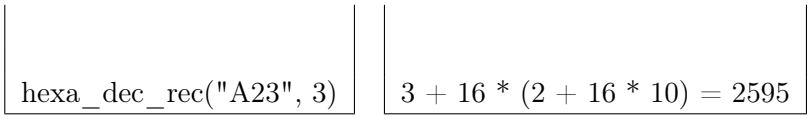
4 Traces d'Exécution

Voici les traces d'exécution concernant les 3 exemples du fichier main-hexadécimal.c

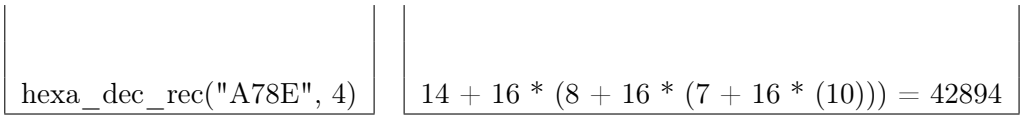
4.1 hexa_dec_rec("27", 2)



4.2 hexa_dec_rec("A23", 3)



4.3 hexa_dec_rec("A78E", 4)



5 Complexité

Avec $b \in [0, 15]$, $n \in \mathbb{N}$, on a :

$T(n) = 16 * T(n-1) + b$

5.1 Cas de base

Dans le cas où $n = 1$:

$T(n)$ est linéaire car $T(1) = b$ et $b \in [0, 15]$

5.2 Cas récursif

Dans le cas où $n > 1$:

La fonction hexa_dec_rec(hexa, n) va s'appeler récursivement en décrémentant la valeur courante de n à chaque appel jusqu'à atteindre le cas de base. On a donc n - 1 appels récursifs.

$T(n) = 16 * T(n-1) + b \rightarrow O(n)$

La complexité de la fonction hexa_dec_rec(hexa, n) est **linéaire**.

6 Dérécursification

Pour procéder à la dérécursification, on va utiliser le pseudo langage qu'on a vu dans les gamecodes associés.

6.1 Code récursif

```
hexa_dec_rec(String hexa, int n):
    if(n = 1)
        then
            r <- convert(hexa[n - 1]);
        else
            r <- convert(hexa[n - 1]) + 16 * hexa_dec_rec(hexa, n - 1);
```

6.2 Code dérécursivé

```
hexa_dec_rec'(String hexa, int n):
    s <- hexa;
    u <- n;
    until u = 1 do
        s <- s;
        u <- u - 1;
    end
    r <- convert'(hexa[u - 1]);
```