$\frac{U'.U - U'.V}{U^2}$

5,5 / 7,0

UCS UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL

Área do Conhecimento de Ciências Exatas e Engenharias
FBX5010A - Cálculo Diferencial e Integral I – Período Letivo: 2022-4
Professor André Mauro Santos de Espíndola – Data: 25/10/2022
Nome: Eduardo Eberhardt Pereira

Segunda Prova Parcial
(Peso 7,0)

Instruções

- Leia com atenção as questões a seguir, e responda aquilo que é solicitado detalhadamente e com organização e linguagem adequada. Respostas sem desenvolvimento (apenas com a resposta final) não serão consideradas. Erros na notação serão descontados: 0,2 de cada questão que apresentar erro(s) de notação.
- Desenvolva os cálculos a lápis e destaque as respostas finais colocando-as à caneta, inclusive os gráficos. Respostas a lápis não estarão sujeitas a questionamentos posteriores.
- Na correção de gráficos, o gráfico será considerado correto se detalhar tudo o que foi solicitado, e não apresentar qualquer tipo de erro.
- O uso de celular é proibido durante a prova. Mantenha seu celular no modo silencioso e guardado até sair da sala de aula.
- Você terá 45 minutos para consultar **SOMENTE O CADERNO**, após este tempo não será permitido consulta.
- O aluno só pode entregar a prova após 30 minutos do início da prova.
- Após o primeiro aluno sair da sala não será permitido que alunos atrasados entre na sala para realizar a prova.

1,0

Questão 1 (1,0 ponto) A derivada da função $f(x)$ é a função $f'(x) = cossec(x)cotg(x)$, determine uma possível lei da função primitiva $f(x)$ e prove que sua resposta está correta.

$f(x) = -\cancel{csc}x = \frac{-1}{sen x}$

$f'(x) = \frac{\cancel{0.senx} - cos x.(-1)}{sen^2 x}$

$f'(x) = \frac{-(-cos x)}{sen^2 x} = \frac{cos x}{sen^2 x} = \frac{1}{sen x} \cdot \frac{cos x}{sen x} = csc x . ctg x$

1,0

Questão 2 (1,0 ponto) Dada a função $f(x) = e^x$, determine a equação da reta tangente ao gráfico da função f(x) em x = 1.

$f(x) = e^x$ $\quad f'(x) = e^x$ $\quad f'(1) = e^1 = e = m$ $\quad y - y_0 = m.(x - x_0)$

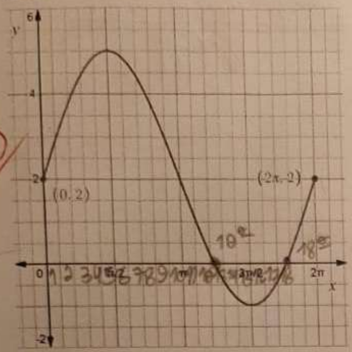
$y_0 = e^{x_0}$ $\quad y_0 = e^1 = e$

$y - e = e.(x-1)$ $\quad y - e = e.x - e$

$y = e.x \cancel{-e+e}$ $\quad y = e.x$

→ logo, $f(x)$ é crescente

Questão 3 (1,0 ponto) O gráfico abaixo representa da ***derivada*** da função f(x) para $0 \leq x \leq 2\pi$. Determine para que valores de x a função f(x) é crescente ou decrescente dentro do intervalo dado.



0,5

$f(x)$ ~~é~~ se $x < \cancel{\frac{12\pi}{10}}$ ou $\cancel{x >} \frac{18\pi}{10}$

$f(x)$ é decrescente se $\cancel{\frac{12\pi}{10}} < x < \frac{18\pi}{10}$

π — 10
x — 12

$12\pi = 10x$
$x = \frac{12\pi}{10} = \frac{6\pi}{5}$

π — 10
x — 18

$18\pi = 10x$
$x = \frac{18\pi}{10} = \frac{9\pi}{5}$

Questão 4 (2,0 pontos) Um avião está voando horizontalmente, conforme figura abaixo, a uma altitude constante de 4.000 pés acima de um ponto de observação fixo. O ângulo de elevação θ é medido entre a linha de visão do observador e a horizontal e está decrescendo, determine.

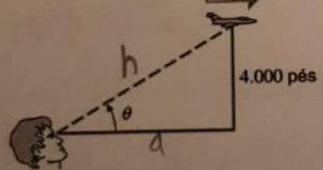
2,0

a) (0,5) A distância horizontal entre o observador e o avião quando $\theta = \frac{\pi}{6}$ *radianos*.

b) (0,5) A taxa de variação média da distância horizontal entre o avião e o observador para $\frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{\pi}{3}$. $\frac{\Delta y}{\Delta x}$

c) (1,0) A taxa de variação instantânea da distância horizontal entre o avião e o observador quando $\theta = \frac{\pi}{4}$. derivada

$\frac{2\pi - \pi}{6}$



Fonte: Anton, Howard, et al. Cálculo. v.1.

$sen = \frac{cat.\ op}{hip}$ $cos = \frac{cat\ adj}{hip}$

$tg = \frac{cat\ op}{cat\ adj}$. $tg(\frac{\pi}{3}) = \frac{4000}{a_1}$ $a_1 = 2309{,}40$

a) $tg(\frac{\pi}{6}) = \frac{cat\ op.}{cat\ adj.} = \frac{4000}{a}$ $tg(\frac{\pi}{6}) . a = 4000$ $a = \frac{4000}{tg(\frac{\pi}{6})}$ $a = 6928{,}20$ pés

b) $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y - y_0}{x - x_0} = \frac{y - 6928{,}20323}{x - \frac{\pi}{6}} = \frac{2309{,}401076 - 6928{,}20323}{\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6}} = \frac{-4618{,}802154}{\frac{\pi}{6}}$

$\frac{-4618{,}802154}{1} . \frac{6}{\pi} = \frac{-27712{,}81292}{\pi} = -8821{,}26$

c no verso →

$c \Rightarrow$ derivada $\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\quad}{x - x_0}$ $tg(x) = \frac{4000}{a}$ $\qquad a(x) = \frac{4000}{tg(x)}$

$$a'(x) = \frac{\cancel{0 \cdot tg(x)} - 4000 \cdot sec^2(x)}{tg^2(x)} \qquad a'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{-4000 \cdot sec^2\left(\frac{\pi}{4}\right)}{tg^2\left(\frac{\pi}{4}\right)}$$

$$a'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{-4000 \cdot 2}{1} = -8000$$

Questão 5 (2,0 pontos – 1,0 por item) Determine a derivada de primeira ordem das seguintes funções apresentando a função derivada na forma mais simples possível.

1,0

a) $f(x) = \frac{\ln(x)}{-\text{sen}(x)+\cos(x)}$

$f'(x) = \frac{1/x \cdot (-\text{sen}x + \cos x) - \ln x \cdot (-\cos x - \text{sen}x)}{(-\text{sen}x+\cos x)^2}$

$f'(x) = \frac{\frac{\cos x - \text{sen}x}{x} - (\ln x \cdot (-\cos x - \text{sen} x))}{\text{sen}^2 x - (\text{sen}x \cdot \cos x) - (\text{sen}x \cdot \cos x) + \cos^2 x} = \frac{\frac{\cos x - \text{sen}x - ((x \cdot \ln x) \cdot (-\cos x \ldots}{x}}{\underbrace{-2 \cdot \text{sen}x \cdot \cos x}_{-\text{sen}(2x)} + \underbrace{\text{sen}^2 + \cos^2}_{1}}$

$f'(x) = \frac{\cos x - \text{sen}x - ((x \cdot \ln x) \cdot (-\cos x - \text{sen}x))}{x} \cdot \frac{1}{(-\text{sen}(2x)+1)} = \frac{\cos x - \text{sen}x - ((x \cdot \ln x) \cdot (-\cos \ldots}{x \cdot -\text{sen}(2x) + x}$

$= \frac{\cos x - \text{sen}x - ((x \cdot \ln x) \cdot (-\cos x - \text{sen}x))}{x \cdot (-\text{sen}(2x)+1)} =$ C

0

b) $g(x) = \frac{\sec^2(x).\text{tg}^2(x)}{1+tg^2(x)} + \log_2 4x$

$g(x) = \frac{\cancel{\sec^2 x} \cdot (\sec^2 x - 1)}{\cancel{\sec^2 x}} + \log_2 4x$

$g(x) = \sec^2 x - 1 + \log_2 4x$

$g(x) = \sec x \cdot \sec x + \log_2 x + \underbrace{\log_2 4}_{2} - 1$

$g'(x) = -\text{tg}x \cdot \sec x \cdot \sec x + -\text{tg}x \cdot \sec x \cdot \sec x + 1/x \cdot \ln 2 + 0 - 0$

$g'(x) = (-\text{tg}x \cdot \sec^2 x) \cdot 2 + \frac{\ln 2}{x} = \frac{2x \cdot (-\text{tg}x \cdot \sec^2 x) + \ln 2}{x}$