



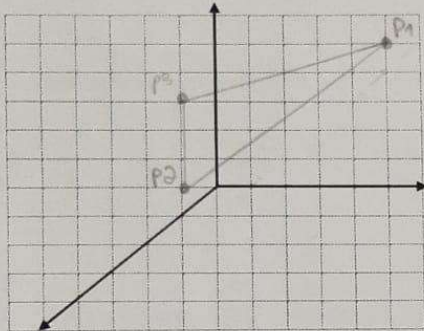
UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL
Área do conhecimento de Ciências Exatas e Engenharias
DISCIPLINA: FBX5007AB PESO: 08(oito)

ALUNO: Eduardo Elchholtz Rezende DATA: 11/04/2023

70/2
35/5
7/7
1

Resolva os seguintes exercícios, apresentando o desenvolvimento completo, organizado, sem rasuras e com resposta final à caneta.

- 1) Represente os pontos no espaço tridimensional, depois determine a área do triângulo formado pelos pontos $P_1 = (-4, 1, 1)$, $P_2 = (1, 0, 1)$ e $P_3 = (0, -1, 3)$

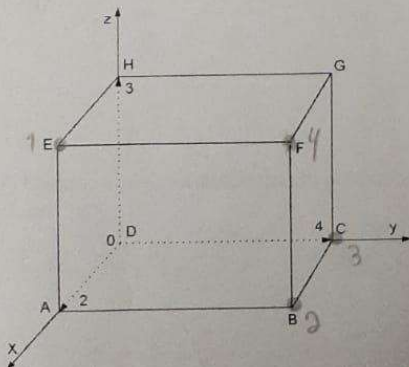


$$\begin{aligned}\vec{P_2P_1} &= \langle -5, 1, 0 \rangle \\ \vec{P_2P_3} &= \langle -1, -1, 2 \rangle \\ \vec{P_2P_1} \times \vec{P_2P_3} &= \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ -5 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 2 \end{vmatrix} = 2\mathbf{i} + 5\mathbf{j} - (-\mathbf{k} - 10\mathbf{j}) \\ &= 2\mathbf{i} + 10\mathbf{j} + 6\mathbf{k} = m \\ \|\mathbf{m}\| &= \sqrt{4 + 100 + 36} = \sqrt{140} = 2\sqrt{35} \\ \frac{\|\mathbf{m}\|}{2} &= \frac{2\sqrt{35}}{2} = \sqrt{35}\end{aligned}$$

- 2) Dado o ponto A (2, 3, -4) e o vetor $\vec{v} = (2, 1, -3)$. Escreva as equações paramétricas da reta r que passa por A e tem a direção de \vec{v} .

$$\begin{aligned}x &= x_0 + at & y &= y_0 + bt & z &= z_0 + ct \\ x &= 2 + 2t & y &= 3 + t & z &= -4 - 3t\end{aligned}$$

- 3) Encontre as coordenadas E, B, C e F da caixa apresentada abaixo:



$$\begin{aligned}E & (2, 0, 3) \\ B & (2, 4, 0) \\ C & (0, 4, 0) \\ F & (0, 4, 3)\end{aligned}$$

Determine as componentes de um vetor com mesma direção e sentido do vetor \vec{EC} que seja unitário:

$$\vec{EC} = \langle 0-2, 4-0, 0-3 \rangle = \langle -2, 4, -3 \rangle$$

$$\begin{aligned}\text{norm}(\vec{EC}) &= \sqrt{(-2)^2 + 4^2 + (-3)^2} = \sqrt{4+16+9} = \sqrt{29} \\ \vec{u} &= \frac{-2\mathbf{i} + 4\mathbf{j} - 3\mathbf{k}}{\sqrt{29}} = \frac{-2}{\sqrt{29}}\mathbf{i} + \frac{4}{\sqrt{29}}\mathbf{j} - \frac{3}{\sqrt{29}}\mathbf{k}\end{aligned}$$

4) Dados os vetores $\vec{u} = \langle x, 5, 0 \rangle$, $\vec{v} = \langle 3, -2, 1 \rangle$ e $\vec{w} = \langle 1, 1, -1 \rangle$, calcular o valor de x para que o volume do paralelepípedo determinado por \vec{u} , \vec{v} e \vec{w} seja igual a 24 u.v. $|\det(\vec{v} \times \vec{w})| = 24$

$$\begin{vmatrix} x & 5 & 0 \\ 3 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

$$2x + 5 - (x - 15) = 24$$

$$2x + 5 - x + 15 = 24$$

$$x = 24 - 20 = 4$$

5) Verifique se o ponto $P(4, -3, \frac{1}{4})$ pertence à reta R dada pelas seguintes equações:

$$R: \frac{x-3}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{\frac{7}{4}}$$

$$\frac{4-3}{-1} = \frac{1}{-1} = -1$$

$$\frac{-3+1}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$\frac{\frac{1}{4}-2}{\frac{7}{4}} = \frac{-\frac{7}{4}}{\frac{7}{4}} = -1$$

Pertence \checkmark

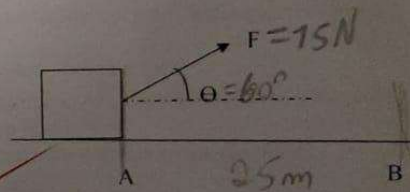
$$-1 = -1 = -1$$

$$\frac{-28}{28} = -1$$

6) Calcular o trabalho realizado pela força F para deslocar o corpo de A até B , como mostra a figura abaixo, sabendo que $|F| = 15N$, $|\vec{AB}| = 25m$ e $\theta = 60^\circ$

$$W = F \cdot D \cdot \cos \theta = 15 \cdot 25 \cdot \cos(60^\circ)$$

$$= 375 \cdot \frac{1}{2} = \frac{375}{2} = 187,5 \text{ U.T.}$$



7) Dado um plano π determinado pelos pontos $A(1,0,2)$, $B(-1,2,-1)$ e $C(1,1,-1)$, obter a equação geral do plano.

$$\vec{AB} = \langle -2, 2, -3 \rangle$$

$$\vec{AC} = \langle 0, 1, -3 \rangle$$

$$\vec{AB} \times \vec{AC} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -2 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & -3 \end{vmatrix} = -6\hat{i} - 2\hat{j} - (-3\hat{i} + 6\hat{j})$$

$$a(x-x_0) + b(y-y_0) + c(z-z_0) = 0$$

$$-3(x-1) - 6(y-0) - 2(z-2) = 0$$

$$-3x + 3 - 6y - 2z + 4 = 0$$

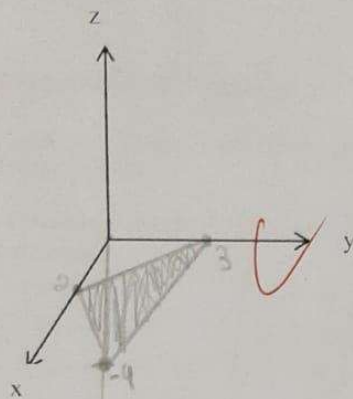
$$-3x - 6y - 2z + 7 = 0 \quad (+1) = 3x + 6y + 2z - 7 = 0$$

$$\begin{matrix} -6\hat{i} - 2\hat{j} - (-3\hat{i} + 6\hat{j}) \\ -3\hat{i} - 6\hat{j} - 2\hat{k} \\ \langle -3, -6, -2 \rangle \\ a \quad b \quad c \end{matrix}$$

8) Representar graficamente o plano dado abaixo e determine o vetor normal do plano:

a) $6x + 4y - 3z - 12 = 0$

normal = $\langle 6, 4, -3 \rangle$



$6x = 12 \quad x = 2 \quad P(2, 0, 0)$

$4y = 12 \quad y = 3 \quad Q(0, 3, 0)$

$-3z = 12 \quad z = -4 \quad R(0, 0, -4)$

$\vec{PQ} = \langle -2, 3, 0 \rangle$

$\vec{PR} = \langle -2, 0, -4 \rangle$

$\vec{QR} = \langle 0, -3, -4 \rangle$

~~$\begin{vmatrix} i & j & k \\ -2 & 3 & 0 \\ -2 & 0 & -4 \end{vmatrix} = -12j - (-6k) = -12j + 6k$~~

~~$\begin{vmatrix} -2 & 3 & 0 & -2 & 3 \\ -2 & 0 & -4 & -2 & 0 \\ 0 & -3 & -4 & 0 & -3 \end{vmatrix} = -(-24 + 24) = 0$~~

coplanar
L> mesma
real

Vetor normal:

$\langle 6, 4, -3 \rangle$

9) Complete com (V) para verdadeira ou (F) para falsa, cada uma das alternativas abaixo:

a) (V) Um plano no espaço é determinado conhecendo-se um ponto sobre o plano e um vetor \mathbf{n} (normal) que seja ortogonal ao plano.

b) (V) Dois vetores \mathbf{u} e \mathbf{v} são ortogonais (perpendiculares) se e somente se $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = 0$.

c) (F) Um vetor cujo ponto inicial é A e ponto final B é escrito como \vec{AB} . Dois vetores com a mesma magnitude e a mesma direção e sentido são ditos equivalentes ou iguais.

d) (F) o produto $\mathbf{u} \times \mathbf{v}$ é igual a zero, se e somente se, os vetores \mathbf{u} e \mathbf{v} forem perpendiculares.

$A(1, 1, 2) \quad B(0, 1, 3) \quad C(2, 2, 4)$

$\vec{AB} = \langle -1, 0, 1 \rangle \quad \vec{BC} = \langle 2, 1, 1 \rangle$

$\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = 0$

$\mathbf{u} = \langle 1, 2, 3 \rangle$

$\mathbf{v} = \langle 1, 1, -1 \rangle$

$(1 \cdot 1) + (2 \cdot 1) + (3 \cdot -1)$

$1 + 2 - 3 = 0$

~~$\begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = -2i + 3j + k - (2k + 3i - j) = -2i - 3j + 3i + j + k - 2k = -i + 4j - k$~~

$-2i + 3j + k - (2k + 3i - j)$

$-2i - 3j + 3i + j + k - 2k$

$-i + 4j - k$