UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL
Área do conhecimento de Ciências Exatas e Engenharias
DISCIPLINA: **FBX5007AB** PESO: 08(oito)
Prof: Justina Brigoni
ALUNO: Eduardo Eberhardt Pereira .... DATA: ___/___/2023

8,0/8,0

SEGUNDA AVALIAÇÃO PARCIAL

Resolva os exercícios que seguem apresentando seus respectivos desenvolvimentos. As respostas finais deverão ser escritas a caneta.

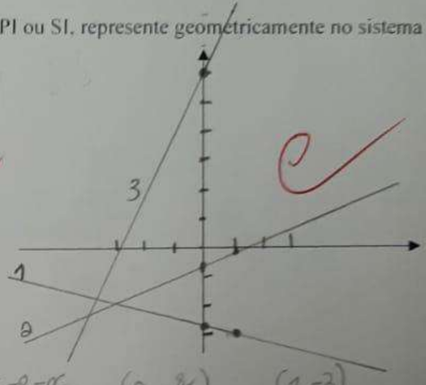
1) Encontre a solução do sistema abaixo e classifique em SPD, SPI ou SI, represente geométricamente no sistema cartesiano.

a) $\begin{cases} x+3y=-8 \\ 2x-4y=3 \\ -2x+y=6 \end{cases}$

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & -8 \\ 2 & -4 & 3 \\ -2 & 1 & 6 \end{bmatrix} \begin{matrix} L3=L2+L3 \\ L2=L1*-2+L2 \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 & -8 \\ 0 & -10 & 19 \\ 0 & -3 & 9 \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} L1=L1+L3 \\ L3=L3*10 \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -10 & 19 \\ 0 & -30 & 90 \end{bmatrix} \begin{matrix} L2\sim L3 \\ L3=L2*-\frac{1}{3}+L3 \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -30 & 90 \\ 0 & 0 & -11 \end{bmatrix} \to SI$$

C



$1 \Rightarrow y = \frac{-8-x}{3}$ $(0,-\frac{8}{3})$ $(1,-3)$

$3 \Rightarrow y = 6+2x$ $(0,6)$ $(1,8)$

$2 \Rightarrow y = \frac{-3+2x}{4}$ $(0,-\frac{3}{4})$ $(1,-\frac{1}{4})$

2) Escreva o polinômio $p(x) = 6x^2 + 11x + 6$ como combinação linear de:
$p_1(x) = 4x^2 + x + 2$, $p_2(x) = 3x^2 - x + 1$ e $p_3(x) = 5x^2 + 2x + 3$.

$\langle 6,11,6\rangle = c_1\langle 4,1,2\rangle + c_2\langle 3,-1,1\rangle + c_3\langle 5,2,3\rangle$

$$\begin{bmatrix} 4 & 3 & 5 & 6 \\ 1 & -1 & 2 & 11 \\ 2 & 1 & 3 & 6 \end{bmatrix} \begin{matrix} L1\sim L2 \\ L2\sim L3 \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 11 \\ 2 & 1 & 3 & 6 \\ 4 & 3 & 5 & 6 \end{bmatrix} \begin{matrix} L3=L2*-2+L3 \\ L2=L1*-2+L2 \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 11 \\ 0 & 3 & -1 & -16 \\ 0 & 1 & -1 & -6 \end{bmatrix} \begin{matrix} L1=L3+L1 \\ L2=L3*-3+L2 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & -6 \end{bmatrix} \begin{matrix} L2=L2*\frac{1}{2} \\ L3=L2+L3 \\ L2\sim L3 \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} L1=L1+L3*-1 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} c_1=4 \\ c_2=-5 \\ c_3=1 \end{matrix}$$

C

$6 = 4.4+(-5).3+1.5 \Rightarrow 6 = 16-15+5$ ✓
$11 = 4.1+(-5)(-1)+1.2 \Rightarrow 11 = 4+5+2$ ✓
$6 = 4.2+(-5).1+1.3 \Rightarrow 6 = 8-5+3$ ✓

LI (SPD)
LD (SPI)

3) Determine se os vetores $v_1(1,-2,3)$, $v_2(5,6,-1)$, $v_3(3,2,1)$ formam um conjunto linearmente dependente ou independente.

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & 3 & 0 \\ -2 & 6 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} L2=L1*2+L2 \\ L3=L1*-3+L3 \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 & 5 & 3 & 0 \\ 0 & 16 & 8 & 0 \\ 0 & -16 & -8 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} L3=L2+L3 \\ L2=L2/8 \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 & 5 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \to SPI$$

→ LD (linearmente dependente)

$2y+z=0 \quad 2y=-z \quad y=-z/2$

$x+5y+3z=0 \quad x-\frac{5z}{2}+\frac{3z}{1}=0 \quad x+\frac{-5z+6z}{2}=0 \quad x+\frac{z}{2}=0 \quad x=-z/2=y$

4) Calcule x e y sabendo que $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -5 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18 \\ -23 \end{bmatrix}$

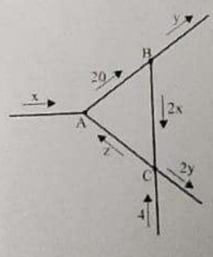
$2x+3y=18$
$-5x-2y=-23$

$$\underset{L2=L2*2}{\begin{bmatrix} 2 & 3 & 18 \\ -5 & -2 & -23 \end{bmatrix}} = \underset{L2=L1*5+L2}{\begin{bmatrix} 2 & 3 & 18 \\ -10 & -4 & -46 \end{bmatrix}} = \underset{L2=L2*\frac{1}{11}}{\begin{bmatrix} 2 & 3 & 18 \\ 0 & 11 & 44 \end{bmatrix}} = \underset{L1=L2*-3+L1}{\begin{bmatrix} 2 & 3 & 18 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}}$$

$$= \underset{L1=L1*\frac{1}{2}}{\begin{bmatrix} 2 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

$x=3$
$y=4$

5) Uma rede consiste de um número finito de nós conectados por segmentos orientados, chamados de ramos. O estudo do fluxo através de uma rede baseia-se no chamado "princípio da conservação de fluxo" que afirma: em cada nó, o fluxo de entrada é igual ao fluxo de saída. A figura descreve fluxos não negativos, medidos em litros por minuto, através de parte de uma rede de encanamento em que os nós estão representados pelos pontos A, B e C. Aplicando-se o princípio da conservação do fluxo, é possível obter-se um sistema de equações lineares S. Escreva as equações que representam a rede de encanamento em cada nó e, depois, resolva o sistema formado. Os valores que você encontrou para x,y e z devem ser colocados na seguinte ordem: (x,y,z)



$x+z=20$
$2x+y=20$
$2x+4=2y+z \quad 2x-2y-z=-4$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 20 \\ 2 & 1 & 0 & 20 \\ 2 & -2 & -1 & -4 \end{bmatrix} \begin{matrix} L2=L1*-2+L2 \\ L3=L1*-2+L3 \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 20 \\ 0 & 1 & -2 & -20 \\ 0 & -2 & -3 & -44 \end{bmatrix} L3=L2*2+L3$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 20 \\ 0 & 1 & -2 & -20 \\ 0 & 0 & -7 & -84 \end{bmatrix} L3=L3/-7 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 20 \\ 0 & 1 & -2 & -20 \\ 0 & 0 & 1 & 12 \end{bmatrix}$$

$x+z=20 \quad x+12=20 \quad x=8$
$y-2z=-20 \quad y-2.12=-20 \quad y-24=-20 \quad y=4$
$z=12$

(8, 4, 12)

6) Determinar o valor de k para que o vetor u = (-8,14, k) seja combinação linear dos vetores u_1 = (2,-3,2) e u_2 = (-1,2, 4)?

$\langle -8, 14, k\rangle = c_1\langle 2,-3,2\rangle + c_2\langle -1,2,4\rangle$

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & -8 \\ -3 & 2 & 14 \\ 2 & 4 & k \end{bmatrix} \begin{matrix} L1 \sim L3 \\ L2 \sim L3 \\ L3 = L3*2 \end{matrix} \begin{bmatrix} 2 & 4 & k \\ 2 & -1 & -8 \\ -6 & 4 & 28 \end{bmatrix} \begin{matrix} L2 = L1*-1 + L2 \\ L3 = L1*3 + L3 \end{matrix} \begin{bmatrix} 2 & 4 & k \\ 0 & -5 & -8-k \\ 0 & 16 & 28+3k \end{bmatrix} L3 = L3 + L2*\frac{16}{5}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & k \\ 0 & -5 & -8-k \\ 0 & 0 & \frac{-128-16k}{5} + \frac{28+3k}{1} \end{bmatrix}$$

$\frac{-128-16k+140+15k}{5} = 0$ $\quad \frac{12-k}{5} = 0 \quad 12-k=0$

$12 = k$

7) Dado o sistema linear abaixo, resolva-o pelo método da Eliminação de Gauss.

$$\begin{cases} x - 3y + z = 3 \\ -2x + 3y - z = -8 \\ -x + 2y - z = -5 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 & 3 \\ -2 & 3 & -1 & -8 \\ -1 & 2 & -1 & -5 \end{bmatrix} \begin{matrix} L2 = L1*2 + L2 \\ L3 = L1 + L3 \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 & 3 \\ 0 & -3 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{matrix} L1 = L2*-1 + L1 \\ L2 = L3*-3 + L2 \\ L3 = L3*-1 \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} L2 \sim L3$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{matrix} x = 5 \\ y = 2 \\ z = 4 \end{matrix}$$

$5 - 3.2 + 4 = 3$ ✓
$-2.5 + 3.2 - 4 = -8$ ✓
$-5 + 2.2 - 4 = -5$ ✓

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & -8 \\ -3 & 2 & 14 \\ 2 & 4 & 12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -8 \\ -6 & 4 & 28 \\ 0 & 5 & 20 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -8 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 5 & 20 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$C1 = -2$
$C2 = 4$

$-8 = 2(-2) + 4.(-1) \Rightarrow -8 = -4 - 4$ ✓
$14 = (-3).(-2) + 4.2 \Rightarrow 14 = 6 + 8$ ✓
$k = 12 = (-2).2 + 4.4 \Rightarrow 12 = -4 + 16$ ✓