

Orientações: Desenvolva as questões a lápis e escreva somente a resposta final a caneta. As construções gráficas devem ser feitas a lápis, observando a escala adequada. Questões sem desenvolvimento ou justificativa não serão consideradas. Não é permitido o uso de celulares, nem de calculadoras gráficas. Todas as questões têm o mesmo peso.
 Você pode escolher uma questão desta prova para anular. Para isso: risque a questão na folha da prova e indique seu número aqui: _____. Caso opte pela resolução de todas as questões, o peso da prova será distribuído igualmente entre as questões propostas nesse documento.

Questão 1) Resolva as equações, explicitando todos os passos utilizados. Forneça a solução na forma fracionária ou na forma decimal com três casas decimais:

a) $3(e^{2x}) - 4 = 20$

$$3(e^{2x}) = 24$$

$$e^{2x} = \frac{24}{3}$$

$$\ln 8 = 2x$$

$$2,07944 = 2x$$

$$0,104 = x$$

$$x = 0,104$$

b) $13 = 5^{-3K} + 1$

$$12 = 5^{-3K}$$

$$\log_5 12 = -3K$$

$$\frac{\log 12}{\log 5} = -3K$$

$$\frac{1,079181}{0,69897} = -3K$$

$$1,54395 = -3K$$

$$-0,515 = K$$

Questão 2) A produção em toneladas de certa indústria é dada, mensalmente, pela expressão

$$y = 100 - 100(4^{-0,05x})$$

na qual x é o número de meses contados a partir de uma certa data. Após quantos meses, a produção atingirá a marca de 50 toneladas?

$$50 = 100 - 100(4^{-0,05x})$$

$$-50 = -100(4^{-0,05x})$$

$$\frac{1}{2} = 4^{-0,05x}$$

$$\log_4 \frac{1}{2} = -0,05x$$

$$\frac{\log \frac{1}{2}}{\log 4} = -0,05x$$

$$\frac{-0,30103}{0,60206} = -0,05x$$

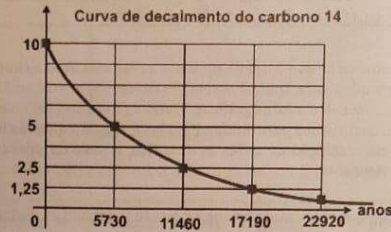
$$-0,5 = -0,05x$$

$$10 = x$$

Logo, aproximadamente 10 meses

Questão 3) Considerando o gráfico abaixo, que descreve o decaimento da concentração do carbono-14 ao longo do tempo, responda às questões:

concentração do
carbono 14 em ppb



- Determine uma lei matemática da função que descreve tal gráfico.
- Qual é o tempo de meia-vida da substância?
- Utilize a lei matemática obtida em (a) para determinar a concentração da substância após 18 mil anos.
- Depois de quanto tempo teremos, nessa amostra, 3 ppb de carbono-14? Desenvolva esse item a partir da lei obtida em (a).

a) $C = 10 \cdot e^{-1,2 \cdot 10^{-4} t}$

$5 = 10 \cdot e^{-1,2 \cdot 10^{-4} \cdot 5730}$ $\ln 1/2 = -1,2 \cdot 10^{-4} \cdot 5730$ $\ln 1/2 = -0,6876$ $-0,6876 = -0,0006876 \cdot K$ $K = 10000$

b) 5730 anos

c) $C = 10 \cdot e^{-1,2 \cdot 10^{-4} \cdot 18000}$

$C = 10 \cdot e^{-2,16}$

$C = 10 \cdot 0,11532$

$C = 1,153$

d) $3 = 10 \cdot e^{-1,2 \cdot 10^{-4} t}$

$3/10 = e^{-1,2 \cdot 10^{-4} t}$

$\ln 0,3 = -1,2 \cdot 10^{-4} t$

$-1,20 = -1,2 \cdot 10^{-4} t$

$1 = 10^{-4} t$

$\frac{10^4}{10^4} = t$

$10^4 = t \rightarrow \text{aproximadamente } 10000 \text{ anos}$

Questão 4) Em 1989, um adolescente em Ohio foi envenenado com vapor de mercúrio derramado. O nível de mercúrio determinado em sua urina, que é proporcional a sua concentração no organismo, foi de $1,54 \text{ mg/L}$. Este tipo de mercúrio é eliminado do organismo por um processo que tem meia-vida de 6 dias. Qual seria a concentração de mercúrio na urina do paciente após 30 dias, em miligramas por litro, caso medidas terapêuticas não fossem tomadas? Utilize a relação $A = A_0 e^{-\lambda t}$, que expressa o decaimento radioativo, para modelar o problema.

$$A = 1,54 \cdot e^{-\lambda \cdot 30}$$

$$\lambda = 1,54 \cdot e^{-0,115,30}$$

$$A = 1,54 e^{-3,45}$$

$$A = 1,54 (0,17456 \cdot 10^{-2})$$

$$A = 4,88 \cdot 10^{-2} \text{ mg/L}$$

$$A = 0,0488 \text{ mg/L} \quad \checkmark$$

$$\frac{1}{2} A_0 = e^{-\lambda \cdot 6}$$

$$\ln \frac{1}{2} = -\lambda \cdot 6$$

$$-0,69315 = -\lambda \cdot 6$$

$$\lambda = \frac{0,69315}{6} = 0,115525$$

$$\lambda = 0,115$$

Questão 5) Lembrando que a equação $\text{pH} = -\log[\text{H}^+]$ relaciona o pH e a concentração hidrogeniônica de uma solução, responda:

5.1) Qual das soluções listadas abaixo possui o menor pH?

☒ a) $0,10 \text{ mol/L}$ de HCl

b) $2,5 \times 10^{-5} \text{ mol/L}$ HNO_3

c) $0,10 \text{ mol/L}$ NaOH

d) H_2O pura $\text{pH} \approx 7$

$$0,1 [\text{H}^+] = 10^{-1} \rightarrow \text{pH} = +1$$

$$[\text{H}^+] = 2,5 \rightarrow \text{pH} = +5$$



5.2) O ácido fluorídrico é um ácido fraco usado na indústria da construção para gravar padrões em vidros para janelas elegantes. Uma vez que ele dissolve o vidro, é o único ácido inorgânico que deve ser armazenado em recipientes de plástico. Uma solução com esse ácido tem pH de 2,1. Calcule a concentração de H^+ nessa solução.

$$\text{pH} = -(\log_{10} [\text{H}^+])$$

$$2,1 = -(\log_{10} [\text{H}^+])$$

$$10^{0,1} = [\text{H}^+]$$

$$[\text{H}^+] = 105,899 \text{ mol/L}$$



Questão 6) Estima-se que a população de ratos em um município cresça à taxa de 7,5% ao mês. Para planejar ações sanitárias de controle, a Secretaria do Meio Ambiente precisa de um modelo matemático que permita prever a população de ratos daqui a t meses. Considerando uma população inicial de, aproximadamente, 200.000 ratos, pede-se que você, como estagiário(a) dessa secretaria:

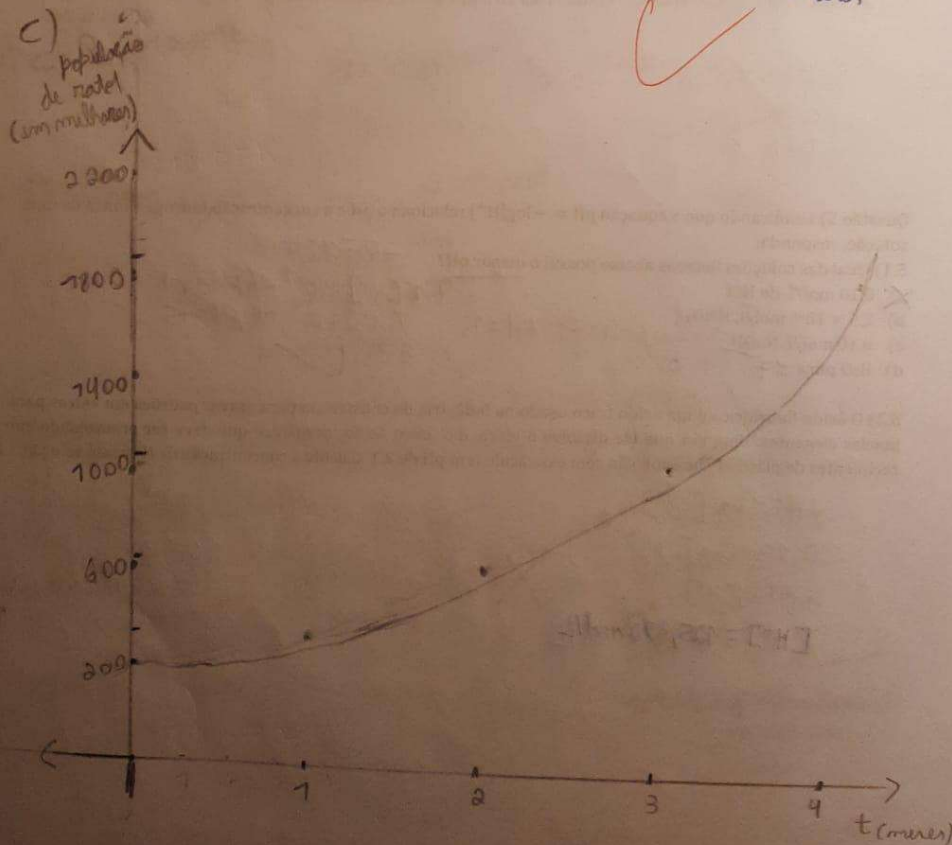
- determine a função na forma $Q = Q_0 \cdot (1 + i)^t$, sendo i a taxa, na forma decimal, que representa o crescimento dessa população de ratos.
- calcule o tempo necessário para que a população de ratos desse município triplique, utilizando a função obtida no item (a).
- esboce o gráfico do modelo obtido em (a), em função de t , num intervalo adequado.

a) $Q = 200000 \cdot 1,075^t$
(10,75)

b) $600000 = 200000 \cdot 1,075^t$
 $3 = 1,075^t$ $\log_{1,075} 3 = t$

$\frac{\log 3}{\log 1,075} = t$ $\frac{0,47712}{0,24309} = t$

$t = 1,963$ meses
↳ aproximadamente 2 meses



Questão 7) A lei de Lambert define que "a intensidade da luz emitida decresce exponencialmente à medida que a espessura do meio absorvente aumenta aritmeticamente". Esta lei pode ser expressa pela seguinte equação:

$$I = I_0 \cdot 10^{-xL}$$

onde:

I = Intensidade da luz transmitida

I_0 = Intensidade da luz incidente

x = Constante denominada **coeficiente de absorção** e que depende do meio absorvente empregado

L = Espessura do meio absorvente

Um estudante universitário queria saber se a intensidade da luz transmitida por uma solução de sulfato de cobre (CuSO_4) tem relação com a concentração dessa solução. Desta forma, ele testou quatro soluções de CuSO_4 com concentrações iguais a 0,25 mol/L, 0,5 mol/L, 1 mol/L e 1,5 mol/L em um espectrofotômetro. A espessura do meio absorvente (L) era igual a 3×10^{-2} m e ele obteve os valores de intensidade da luz transmitida apresentados na tabela abaixo:

Concentração (mol/L)	Intensidade da luz transmitida: I
0,25	0,98
0,50	0,67
1,0	0,32
1,5	0,11

- a) Determine os valores do coeficiente de absorção (x) para a menor e para a maior concentração da tabela, considerando $I_0 = 1$.
- b) Construa um gráfico de intensidade da luz transmitida em função da concentração. Com base no gráfico obtido, responda: que tipo de modelo matemático relaciona essas grandezas? Não é necessário obter a equação que representa o modelo, apenas classificá-lo.

$$0,98 = 10^{-x \cdot 3 \cdot 10^{-2}}$$

$$\log 0,98 = -x \cdot 3 \cdot 10^{-2}$$

$$\log 0,11 = -x \cdot 3 \cdot 10^{-2}$$

$$-8,774 \cdot 10^{-3} = -x \cdot 3 \cdot 10^{-2}$$

$$-0,9586 = -x \cdot 3 \cdot 10^{-2}$$

$$\frac{-8,774 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 10^{-2}} = -x$$

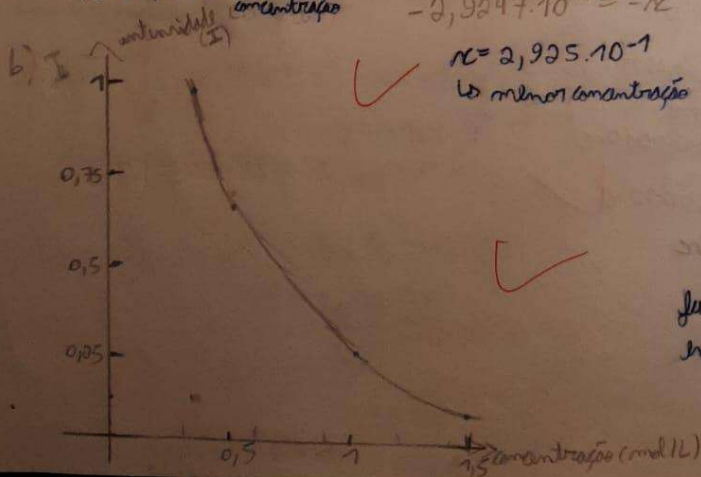
$$-0,31953 \cdot 10^{-1} = -x$$

$$x = 31,953 \rightarrow \text{maior concentração}$$

$$-2,9247 \cdot 10^{-1} = -x$$

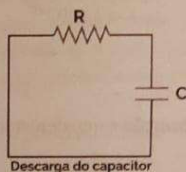
$$x = 2,925 \cdot 10^{-1}$$

$$\rightarrow \text{menor concentração}$$



função
exponencial

Questão 8) Para desenvolver a próxima questão, vamos nos inspirar na aula demonstrativa sobre descarga de um capacitor. O circuito utilizado, nesse experimento, tem a seguinte característica (com o capacitor carregado):



onde R é o resistor e C é o capacitor. Considerando que a descarga de um capacitor pode ser modelada pela função exponencial $y = B \cdot e^{kx}$, calcule:

- a) os valores de B e k na função que representa a descarga do capacitor, a partir dos dados observados e registrados abaixo:

$$4,85 = 6 \cdot e^{10K}$$

$$0,8083 = e^{10K}$$

$$\ln 0,8083 = 10K$$

$$-0,21282 = 10K$$

$$-0,021282 = K$$

	Tensão (V)	Tempo (s)
1	6	0
2	4,85	10
3	3,92	20
4	3,17	30
5	2,56	40
6	2,07	50

$$\Rightarrow B = 6$$

- b) a tensão observada, nesse circuito, após 80 s.

- c) o tempo necessário para que a carga desse capacitor seja 0,5 V.

$$b) y = 6 \cdot e^{-0,021282x}$$

$$y = 6 \cdot e^{-0,021282 \cdot 80}$$

$$y = 6 \cdot e^{-1,70256}$$

$$y = 6 \cdot 0,18262$$

$$y = 1,096V$$

$$c) 0,5 = 6 \cdot e^{-0,021282x}$$

$$8,3 \cdot 10^{-2} = e^{-0,021282x}$$

$$\ln 8,3 \cdot 10^{-2} = -0,021282x$$

$$-2,489 = -0,021282x$$

$$117,402s = x$$