

# ARBEITSKREIS MODALLOGIK

EXTENSIONEN UND INTENSIONEN

# DIE REFERENTIELLE THEORIE DER BEDEUTUNG

- Die Bedeutung eines sprachlichen Ausdrucks ist das, worauf er Bezug nimmt (referiert)
- Darüber hinaus hat ein sprachlicher Ausdruck keine Bedeutung
- Beispiel: Die Bedeutung von „Vitus“ ist Vitus – und sonst nichts
- Vertreter: Aristoteles, Locke, Mill

# STIPULATIVE DEFINITIONEN ZUR REFERENZ – EIN ÜBERBLICK

	<u>Frege</u>	<u>Carnap</u>	<u>Aktuelle Literatur</u>
Terme	Bedeutung <sub>F</sub>	Extension <sub>C</sub>	Denotat/Referenz
Prädikate	Bedeutung <sub>F</sub>	Extension <sub>C</sub>	Extension <sub>C</sub>
Satz	Bedeutung <sub>F</sub>	Extension <sub>C</sub>	Wahrheitswert

Wenn man behauptet, dass die Bedeutung eines Ausdrucks lediglich in seiner Referenz (Bedeutung<sub>F</sub>, Extension<sub>C</sub>) liegt, vertritt man eine referentielle Bedeutungstheorie!

# EXTENSIONEN<sub>C</sub> – EIN BEISPIEL

<u>Kategorie</u>	<u>Ausdruck</u>	<u>Extension</u>
singulärer Term	„der, der vorträgt“	Vitus
Prädikat	„ist abgelenkt“	{}
Satz	„Lea ist abgelenkt.“	0

Die charakteristische Funktion eines Prädikats ordnet jedem Element der Extension des Prädikats den Wert 1 und jedem anderen Gegenstand im Redebereich den Wert 0 zu:

„trägt vor“: {<Vitus, 1>, <Luca, 0>, <Fabian, 0>, ...}

# DAS EXTENSIONALITÄTSPRINZIP

Ein logisches System ist **extensional** genau dann, wenn man alle Ausdrücke mit gleichen Extensionen<sub>C</sub> salva veritate vertauschen kann.

Seien  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\gamma$  wffs,  $\varphi$  und  $\psi$  Prädikate,  $\tau$  und  $u$  Konstanten. Sei  $\alpha[\beta//\gamma]$  das Resultat davon, dass man in  $\alpha$  mindestens ein Vorkommen von  $\gamma$  durch  $\beta$  ersetzt hat (mutatis mutandis für Prädikate und Konstanten). Dann gilt:

Terme

$$\{\tau=u\} \models \alpha[\tau] \leftrightarrow \alpha[u//\tau] \quad \leftarrow \text{Leibniz' Ununterscheidbarkeit von Identischem!}$$

Prädikate

$$\{\forall x (\varphi x \leftrightarrow \psi x)\} \models \alpha[\varphi] \leftrightarrow \alpha[\psi//\varphi]$$

Sätze

$$\{\alpha \leftrightarrow \beta\} \models \gamma[\alpha] \leftrightarrow \gamma[\beta//\alpha]$$

# DAS EXTENSIONALITÄTSPRINZIP – BEISPIELE

Terme: Vitus ist der Vortragende. Alle hören Vitus zu.  
Also hören alle dem Vortragenden zu.

Prädikate: Nur Vitus redet und nur er erklärt. Nur Vitus ist Logiktutor. Vitus redet und ist Logiktutor.

Sätze: Niemand schläft oder ist abgelenkt. Vitus trägt vor und erklärt. Also trägt Vitus vor und niemand schläft oder ist abgelenkt.



# PROBLEME MIT DEM EXTENSIONALITÄTSPRINZIP (TERME)

P1	Der reichste Mensch der Welt ist Jeff Bezos.	$\tau = u$
P2	Peter glaubt, dass der reichste Mensch der Welt ein Verbrecher ist.	$\alpha[\tau]$
K	Peter glaubt, dass Jeff Bezos ein Verbrecher ist.	$\alpha[u // \tau]$



# PROBLEME MIT DEM EXTENSIONALITÄTSPRINZIP (PRÄDIKATE)

P1	Alles, was eine Leber hat, hat ein Herz, und umgekehrt.	$\forall x (\varphi x \leftrightarrow \psi x)$
P2	Peter glaubt, dass alles, was ein Herz hat, ein Lebewesen ist.	$\alpha[\varphi]$
K	Peter glaubt, dass alles, was eine Leber hat, ein Lebewesen ist.	$\alpha[\psi//\varphi]$



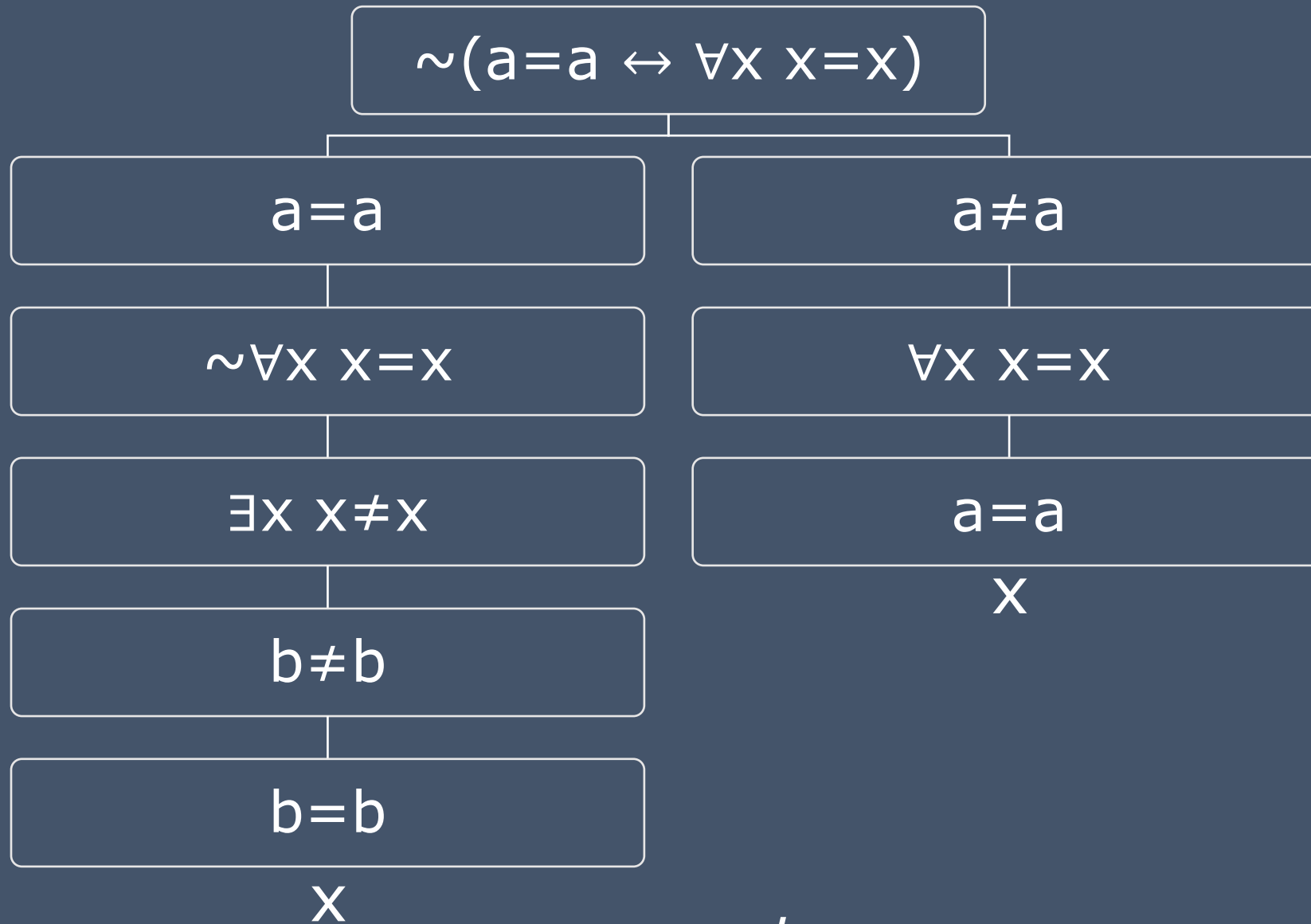


# PROBLEME MIT DEM EXTENSIONALITÄTSPRINZIP (SÄTZE)

P1	Genau dann, wenn Peter existiert, existiert alles.	$\alpha \leftrightarrow \beta$
P2	Peter glaubt, dass er existiert.	$\gamma[\alpha]$
K	Peter glaubt, dass alles existiert.	$\gamma[\beta//\alpha]$

→ Es gibt Kontexte, in denen das Extensionalitätsprinzip nicht gilt!

$$zz: \models a=a \leftrightarrow \forall x x=x$$



*q. e. d.*



# PROBLEME DER REFERENTIELLEN BEDEUTUNGSTHEORIEN

## Nach der referentiellen Bedeutungstheorie

- Haben Ausdrücke, die auf nichts referieren, überhaupt keine Bedeutung („der erste Mann auf dem Mars“)
- Haben Ausdrücke nur so lange eine Bedeutung, wie sie auf eine Entität referieren („Sokrates“)
- Sind alle Identitätsaussagen von bezugsgleichen Termen uninformativ (Morgenstern – Abendstern)
- Muss das Extensionalitätsprinzip in jedem Kontext gelten



# DIE KENNZEICHNUNGSTHEORIEN DER BEDEUTUNG

	<u>Russell</u>	<u>Searle</u>
<u>Bedeutung</u>	Die Bedeutung eines Eigennamens ist genau eine Kennzeichnung, die man damit verbindet.	Die Bedeutung eines Eigennamens ist ein Bündel an Kennzeichnungen, die man damit verbindet.
<u>Referenz</u>	Das Bezugsobjekt eines Eigennamens ist dasjenige Objekt, das diese Kennzeichnung erfüllt.	Das Bezugsobjekt eines Eigennamens ist dasjenige Objekt, das die meisten Kennzeichnungen erfüllt.
<u>Beispiel</u>	Vitus = <sub>def</sub> der, der den AK Modallogik im SoSe 2020 an der WWU organisiert	Vitus = <sub>def</sub> der, der den AK Modallogik im SoSe 2020 an der WWU organisiert UND/ODER der Logiktutor in der Zoom-Sitzung UND/ODER ...



# PROBLEME MIT RUSSELS KENNZEICHNUNGSTHEORIE I

## Nach Russels Kennzeichnungstheorie

- Muss jeder kompetente Sprecher mit einem Namen genau eine korrekte Kennzeichnung verbinden
- Müssen alle kompetenten Sprecher einer Sprache dieselbe Kennzeichnung mit einem Namen verbinden
- ist es nicht möglich, eine falsche Kennzeichnung mit einer Person zu verbinden

# PROBLEME DER KENNZEICHNUNGSTHEORIEN II (KRIPKE)

„Vitus ist Vitus“ ist logisch wahr.

Also ist es notwendig, dass Vitus Vitus ist. (NEC)

Wenn die Kennzeichnungstheorie stimmt, kann man „Vitus“ in jedem Kontext durch „der, der den AK organisiert“ abkürzen.

Nehmen wir nun an, dass die Kennzeichnungstheorie stimmt.

Dann ist es notwendig, dass Vitus der ist, der den AK organisiert.

Es ist aber nicht notwendig, dass Vitus der ist, der den AK organisiert.

Also stimmt die Kennzeichnungstheorie nicht.



# INTENSIONALE KONTEXTE – EIN ÜBERBLICK

## Kontext

Modalitäten

Ethische Gesetze

Direkte Rede

Indirekte Rede

Intentionale Verben

Zeitbeschreibungen

Unkonkrete Ausdrücke

Propositionale Haltungen

## Signalwörter

notwendig, möglich, kontingent

geboten, erlaubt, verboten

sagen, behaupten, meinen + Hauptsatz

sagen, behaupten, meinen + Nebensatz

suchen, wünschen, hoffen

gestern, heute, morgen, 1983

vielleicht, scheinbar, angeblich

glauben, wissen, entdecken, vermuten



# STIPULATIVE DEFINITIONEN ZUR BEDEUTUNG – EIN ÜBERBLICK

	<u>Frege</u>	<u>Carnap</u>	<u>Aktuelle Literatur</u>
Terme	Sinn <sub>F</sub>	Individualbegriff <sub>C</sub>	Bedeutung
Prädikate	Sinn <sub>F</sub>	Eigenschaft <sub>C</sub>	Bedeutung
Sätze	Gedanke <sub>F</sub>	Proposition <sub>C</sub>	Bedeutung



# INTENSIONEN BEI CARNAP

Die Intension eines sprachlichen Ausdrucks ist eine Funktion, die sprachlichen Ausdrücken für alle Kontexte ihre Extensionen<sub>C</sub> zuordnet:

<u>Kategorie</u>	<u>Ausdruck</u>	<u>Intension</u>
singulärer Term	„der, der vorträgt“	$\{ \langle w_{-1}, \text{Luca} \rangle, \langle w_0, \text{Vitus} \rangle, \dots \}$
Prädikat	„ist abgelenkt“	$\{ \langle w_0, \{ \} \rangle, \langle w_1, \{ \text{Joey} \} \rangle, \dots \}$
Satz	„Lea ist abgelenkt.“	$\{ \langle w_0, 0 \rangle, \langle w_1, 1 \rangle, \dots \}$

Intensionale Logik weist einem Ausdruck nicht eine Extension<sub>C</sub> per se zu, sondern eine Extension<sub>C</sub> pro Kontext. Damit überwindet sie die Probleme der referentiellen Theorie der Bedeutung und der Kennzeichnungstheorie!

# EXTENSION UND INTENSION VS. BEDEUTUNG UND SINN I

Frege: Zwei Sätze drücken verschiedene Gedanken [d. h. Sinne von Sätzen] aus, wenn es möglich ist, dass es Leute gibt, die zwar beide Sätze verstehen, aber nicht beide für gleichermaßen wahr bzw. falsch halten.

Carnap: Zwei Sätze drücken genau dann dieselbe Proposition aus, wenn ihre Extensionen in jedem Kontext identisch sind.

# EXTENSION UND INTENSION VS. BEDEUTUNG UND SINN I

- (1) „Gleichwinklige Dreiecke sind gleichwinklige Dreiecke.“
- (2) „Gleichwinklige Dreiecke sind gleichseitige Dreiecke.“

Frege: (1) und (2) drücken nicht denselben Gedanken<sub>F</sub> aus, weil zwar alle Leute (1) für wahr halten, aber einige (2) für falsch halten können.

Carnap: (1) und (2) drücken dieselbe Proposition<sub>C</sub> aus, weil ihre Intensionen identisch sind:  $\{ \langle w_0, 1 \rangle, \dots, \langle w_n, 1 \rangle \}$

# EXTENSION UND INTENSION VS. BEDEUTUNG UND SINN II

Frege: These der Bedeutungsverschiebung<sub>F</sub>: Bei ungerader Rede bedeutet ein Ausdruck den Sinn, den er in gerade Rede hat. Ein Ausdruck hat nicht *eine* Bedeutung, sondern abzählbar unendlich viele → instabile Bedeutungstheorie

Carnap: Die Extension eines Ausdrucks ist in jedem Kontext dieselbe → stabile Bedeutungstheorie

# FRAGEN?